Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по учебно-методической работе

________________ А.А.Панфилов

«17» 03 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ГЕОМЕТРИЯ»

(наименование дисциплины)

Направление подготовки **44.03.05 Педагогическое образование**

Профиль/программа подготовки **Математика. Информатика.**

Уровень высшего образования **бакалавриат**

Форма обучения **очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед,/ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	4 / 144	18	36	–	54	Экзамен 36ч
2	3 / 108	18	36	–	18	Экзамен 36ч
3	3 / 108	18	36	–	54	Зачет с оценкой
4	3 / 108	18	18	–	36	Экзамен 36ч
Итого	13 / 468	72	126	–	162	зачет с оценкой, 3 экзамена (108ч)

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Геометрия» является ознакомление с основными методами, средствами и способами решения классических задач по дисциплине для дальнейшего применения математического аппарата геометрического направления для решения практических задач, связанных с профилем подготовки.

Задачи дисциплины:

- овладение теоретических основ науки, терминологии, этапов становления, многообразия геометрии, связей различных разделов; изучение основных приемов и методов решения геометрических задач;
- формирование навыков работы с учебной и научной литературой; решения расчетных задач; построения моделей, наиболее полно отвечающих требованиям поставленной задачи; овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Изучение дисциплины предполагает наличие у студентов учебных компетенций по элементарной геометрии, которые должны быть получены в рамках среднего образования, а также фундаментальных математических знаний, которые могут быть получены в рамках курсов «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

Знания, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут быть применены при изучении различных курсов алгебры, математического анализа, физики, методики изучения математики, информационных технологий, а так же для написания курсовой и выпускной квалификационной работ.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: **ПК-1,11,12.**

Выпускник должен обладать

следующими профессиональными компетенциями (ПК)

в области педагогической деятельности:

ПК-1 – готовностью реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования;

ПК-12 – способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся.

Студенты, изучающие дисциплину «Геометрия», также должны овладеть **профессиональной компетенцией (ПКст)**, закрепленной в **Профессиональном стандарте педагога** (утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18 октября 2013г.): «Совместно с обучающимися строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся»

В процессе формирования компетенций ПК-1, ПК-11, ПК-12 обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: основные понятия, свойства, теоремы геометрической теории, формулы вычисления числовых характеристик и способы их получения **(ПК1)**;

уметь: использовать знания, полученные раннее как при изучении геометрии так и при изучения других математических наук, для изучении следующих разделов геометрии (**ПК1**), использовать изученную геометрическую теорию при решении исследовательских задач (**ПК11**) как индивидуально, так и в малых группах, а также принимать руководство исследовательским коллективом **(ПК12, ПКст)**;

владеть методологией организации, планирования, проведения измерений и обработки результатов экспериментальных исследований **(ПК1)**.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактив-ных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)*, форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Векторная алгебра	1	1-3	2	6			8		4 / 50%	РК1
2	Метод координат. Прямая и плоскость	1	4-6	4	6			10		4 / 33%	
3	Кривые второго порядка на евклидовой плоскости	1	7-12	6	12			18		6 / 33%	РК2

4	Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве	1	13-18	6	12			18		6 / 33%	РК3
	Итого			18	36			54		20 / 37%	Экзамен
5	Теория преобразования плоскости и пространства	2	1-4	4	8			2		4 / 33%	РК1
6	Элементы общей теории многомерных пространств	2	5-6	2	4			4		2 / 33%	
7	k-мерные геометрические объекты в n-мерном евклидовом пространстве	2	7-14	8	18			4		8 / 31%	РК2
8	Основания геометрии	2	15	2	0			2		2 / 100%	
9	Неевклидовы геометрии	2	16-18	2	6			6		4 / 50%	РК3
	Итого			18	36			18		20 / 37%	Экзамен
10	Проективная геометрия	3	1-13	14	26			36		14 / 35%	РК1 РК2
11	Методы изображения	3	14-18	4	10			18		7 / 50%	РК3
	Итого			18	36			54		21 / 39%	Зачет с оценкой
12	Топология	4	1-2	2	2			2		2 / 50%	
13	Дифференциальная геометрия кривых	4	3-7	6	5			10		6 / 54%	РК1
14	Дифференциальная геометрия	4	8-16	8	9			12		8 / 47%	РК2

	поверхностей										
15	Внутренняя геометрия поверхностей	4	17-18	2	2			12		2 / 50%	РКЗ
	Итого			18	18			36		18 / 50%	Экзамен
Всего				72	126	0	0	162	0	79 / 39%	

Содержание дисциплины модуля

№ п/п	Раздел дисциплины	Содержание
1	Векторная алгебра	Направленные отрезки. Векторы. Сложение векторов, умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в координатной форме. Векторное пространство. Размерность векторного пространства. Угол между векторами. Понятие ориентированного угла. Скалярное произведение векторов. Модуль вектора. Евклидово пространство. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Ортогональность векторов. Ортогонализация системы векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии. Аффинная координатная система на плоскости и в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Классификация систем координат. Нахождение в аффинной координатной системе координат направленного отрезка, середины отрезка, деление отрезка в данном отношении, координаты центра тяжести системы двух материальных точек, центра тяжести треугольника. Нахождение в прямоугольной декартовой координатной системе длины отрезка. Формулы преобразования координат. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.
2	Метод координат. Прямая и плоскость	Прямая линия на плоскости: Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между прямыми. Плоскость в пространстве: Способы задания плоскости. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя плоскостями. Прямая линия в пространстве: Способы задания прямой. Уравнение прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя прямыми. Прямая и плоскость в пространстве: Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение теории прямых и плоскостей к решению задач школьного курса геометрии.

3	Кривые второго порядка на евклидовой плоскости	Кривые на плоскости. Способы определения. Виды уравнений. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Определение. Уравнение. Построение. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Приведение общего уравнения к каноническому виду. Центр линии второго порядка. Прямые линии и кривые лини второго порядка. Взаимное расположение прямой и кривой второго порядка. Асимптоты. Касательные. Диаметры линий второго порядка. Главные направления. Оси. Классификация линий второго порядка на плоскости. Приложение теории кривых второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.
4	Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве	Поверхности в пространстве. Способы определения. Виды уравнений. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Определение. Сечения. Уравнение. Частные случаи. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Взаимное расположение прямых (плоскостей) и поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве. Приложение теории поверхностей второго порядка к решению задач школьного курса геометрии и алгебры.
5	Теория преобразования плоскости и пространства	Отображение и преобразование множеств. Группа преобразований множеств в геометрии. Преобразование плоскости: Движения плоскости. Виды движений плоскости. Формулы движений плоскости. Классификация движений плоскости. Преобразование подобия плоскости. Виды подобий плоскости. Формулы преобразования подобия. Классификация подобий плоскости. Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинное преобразование плоскости. Формулы аффинных преобразований плоскости. Группа и подгруппы аффинных преобразований плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач школьного курса геометрии. Преобразование пространства: Движения пространства. Вида движений пространства. Классификация движений пространства. Преобразование подобия пространства. Аффинные преобразования пространства. Группа и подгруппы аффинных преобразований пространства. Инварианты преобразования плоскости и пространства. Виды инвариантов. Алгоритм нахождения.
6	Элементы общей теории многомерных пространств	Векторное n-мерное пространство. Евклидово векторное n-мерное пространство. Ортонормированный базис. Координаты вектора в базисе. Действия над векторами в n-мерном евклидовом пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения системы векторов в n-мерном евклидовом пространстве. Аффинное векторное n-мерное пространство. Евклидово n-мерное пространство. Декартова прямоугольная координатная система. Движения n-мерного евклидового пространства. Подобия n-мерного евклидового пространства.

7	k-мерные геометрические объекты в n-мерном евклидовом пространстве	k-мерные плоскости в n-мерном пространстве: Способы задания k-мерной плоскости. Уравнение k-мерной плоскости. Виды уравнения k-мерной плоскости. Взаимное расположение нескольких k-мерных плоскостей. Понятие многомерного угла. Расстояние от точки k-мерной плоскости. Расстояние между двумя k- и m-мерными плоскостями. Квадратичные формы. Положительно-определенные квадратичные формы. Квадрики в аффинном n-мерном пространстве. Приведение квадрики к нормальному виду. Классификация квадрик. Квадрики в евклидовом пространстве. Виды квадрик ранга два и три.
8	Основания геометрии	Аксиоматический подход к формированию геометрического знания. Евклидова геометрия. Проблема пятого постулата Евклида
9	Неевклидовы геометрии	Геометрия Лобачевского. Геометрия Римана.
10	Проективная геометрия	Проективное пространство. Определение. Свойства. Примеры проективных пространств: Проективная прямая, координаты точек на проективной прямой. Проективная плоскость, координаты точек на проективной плоскости. Модель проективного пространства, особые точки. Расширенная прямая как модель проективной прямой. Особые точки расширенной прямой. Расширенная плоскость как модель проективной плоскости. Особые точки расширенной плоскости. Понятие проективного репера и проективных координат. Построение точки по её координатам на модели проективной прямой и плоскости. Восстановление координат точек расширенного пространства. Преобразование проективных координат. Уравнение прямой на проективной плоскости. Принцип двойственности проективной плоскости и пространства. Теорема Дезарга. Применение теоремы Дезарга при решении задач на построение школьного курса геометрии. Проективные отображения прямых и пучков. Проективные преобразования прямой и пучка. Перспективные отображения. Сложное отношение точек прямых. Гармоническая четверка. Полный четырехвершинник, гармонические свойства полного четырехвершинника. Кривые второго порядка на проективной плоскости, их классификация. Овальные линии второго порядка. Теорема Штейнера, следствия теоремы Штейнера. Теорема Паскаля. Теорема Брианшона. Задачи на построение, связанные с овальной линией.
11	Методы изображения	Центральное и параллельное проектирование. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции. Понятие об аксонометрии. Полные и неполные изображения. Позиционные и метрические задачи. Понятие о методе Монжа.

12	Топология	Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм. Многообразия. Клеточное разложение и Эйлерова характеристика многообразия. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.
13	Дифференциальная геометрия кривых	Понятие линии. Гладкие линии. Касательная. Длина дуги. Кривизна и кручение линии. Репер Френе.
14	Дифференциальная геометрия поверхностей	Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и её приложения. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности и её приложения.
15	Внутренняя геометрия поверхностей	Деривационные формулы поверхности. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии. Геодезический треугольник. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с Типовым положением о вузе **к видам учебной работы отнесены:** лекции (ЛК), семинары (С), практические занятия (ПР), лабораторные работы (ЛР), консультации (К), контрольные работы (КР), коллоквиумы (КЛ), самостоятельные работы (СР), научно-исследовательская работа (НИР), практики (ПРК), курсовое проектирование / курсовая работа (КП/КР).

Видами текущего контроля могут служить: выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), защита лабораторной работы (ЛР), расчетное задания (РЗ), домашнего задания (ДЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), доклад (Д), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т) и т.д.

Видами итогового контроля могут быть: зачет (З), экзамен (Э), дифференцированный зачет (ЗсО).

В течение семестра осуществляются:

- лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);

- обучение в малых группах (выполнение исследовательских, типовых работ в группах из двух или трёх человек);
- индивидуальная работа студентов (выполнение индивидуальных заданий (РГР), исследований, написание докладов, рефератов);
- применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и семинарских занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора, ЭВМ, применение компьютерных программ-тестов для мониторинга знаний);
- применение информационно-коммуникационных технологий (консультации посредством интернет общения (электронная почта, видео консультации, использование социальной сети группы для распространения информации по рассматриваемым вопросам аудиторным));
- практическая работа студентами осуществляется как на практических занятиях, так и самостоятельно при решении домашних заданий, групповых и индивидуальных практикумов как аудиторных так и внеаудиторных, что проверяется выборочно;
- проводятся контрольные работы (самоконтроль), рейтинговые срезы, промежуточные тестирования как аудиторные, так и посредством возможностей сети интернет.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (162 часов)

Текущая СРС, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений включает:

- работу с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса,
- выполнение домашних заданий, контрольных работ,
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку,
- подготовку к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе, к зачету, экзамену.

Расчетное задание (РЗ) ориентировано на развитие интеллектуальных умений, комплекса универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов включает следующие виды работ по основным проблемам курса:

- поиск, анализ, структурирование и презентация информации,
- анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме;
- анализ фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов.

Семестр 1

Темы, выносимые на самостоятельное изучение:

1. Действия над векторами в координатной форме.
2. Преобразования координат на плоскости.
3. Уравнение прямой на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Различные способ задания прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Взаимное расположение трех прямых на плоскости.
4. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми на плоскости.
5. Ортогонализация базиса в трехмерном пространстве. Создание координатной системы и вычисления в ней заданных величин.
6. Уравнение прямой в трехмерном пространстве. Виды уравнения прямой в трехмерном пространстве. Различные способ задания прямой в трехмерном пространстве. Взаимное расположение двух прямых в трехмерном пространстве. Взаимное расположение трех прямых в трехмерном пространстве.
7. Угол между прямыми в трехмерном пространстве. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми в трехмерном пространстве.
8. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве. Виды уравнения плоскости в трехмерном пространстве. Различные способ задания плоскости в трехмерном пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух плоскостей в трехмерном пространстве, трех плоскостей в трехмерном пространстве.
9. Угол между прямыми и плоскостью, плоскостями в трехмерном пространстве.
10. Расстояние от точки до плоскости, между прямой и плоскостью, между двумя параллельными плоскостями в трехмерном пространстве.
11. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.
12. Некоторые замечательные кривые (циклоида, эпициклоида, гипоциклоида, кардиоида, астроида, улитка Паскаля, строфоида, циссоида Диоклеса, овал Кассини, четырехлистник, спираль Архимеда, вирзиера и др.)

13. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

14. Асимптоты, диаметры, и касательные для линий второго порядка.

15. Поверхности второго порядка. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.

16. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.

17. Асимптоты и касательные для поверхности второго порядка.

Примерные задания для рейтинг-контроля

Индивидуальное расчетное задание по геометрии (РК1):

1. Даны векторы $\vec{a}\{1;2;3\}$, $\vec{b}\{-1;3;2\}$, $\vec{c}\{7;-3;5\}$, $\vec{d}\{6;10;17\}$ в некотором базисе. Покажите, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют базис и найдите координаты вектора $\vec{d}$ в базисе $\mathrm{B} = \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$:

1) $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{d}$; $\vec{q} = -4\vec{c} + 2\vec{b} - \vec{a}$; $(\vec{a}, \vec{b})$; $(\vec{c}, \vec{c})$; $[\vec{b}, \vec{d}]$;$[\vec{a}, \vec{b}]$; $(\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{d})$; $\vec{a} \vee \vec{b}$.

2) $\vec{p} = 2\vec{c} - \vec{b}$; $\vec{q} = -4\vec{c} + 3\vec{b}$; $|\vec{p}|$; $\angle(\vec{q}, \vec{d})$;$[\vec{b}, 2\vec{c}]$; $[\vec{q} - \vec{p}, 2\vec{p} + \vec{q}]$; $(\vec{p} - \vec{q}\ \ 3\vec{d}\ \ [\vec{c}, \vec{b}])$; $\vec{a} \vee \vec{b}$.

2. Известны координаты двух вершин $A(3,\ 1)$, $B(2,\ 5)$ квадрата $ABCD$. Укажите координаты оставшихся его вершин.

3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(3,\ 1)$, $B(2,\ 5)$, C(0,-3). Составьте уравнение медианы, биссектрисы внутреннего и внешнего* углов, высоты, серединного перпендикуляра, средней линии относительно одной из выбранных вершин.

4. Точки P(1,1), Q(-1,2), R(2,-1) три вершины равнобочной трапеции. Вычислить координаты четвертой вершины T. Найдите площадь трапеции, угол при основании и между диагоналями.

5. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$

Найдите:	Составьте уравнения:
1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) угол между гранями $A_1A_2A_4$ и $A_1A_3A_4$; 5) площадь грани $A_1A_2A_3$; 6) апофему грани $A_1A_2A_4$; 7) объем пирамиды; 8) радиус окружности, вписанной в основание пирамиды.	1. прямой A_1A_2; 2. плоскости $A_1A_2A_3$; 3. уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 к грани $A_1A_2A_3$; 4. координаты центра описанной сферы около пирамиды и её радиус.

Тестовая работа по тема: «Кривые второго порядка» (РК2)

1. Определите тип кривой γ и схематично изобразите данную кривую:

Уравнение	$8x^2-2y^2=16$	$8x^2+2y^2=16$	$x^2+4y^2=1$	$x^2+2y=-1$	$x^2-y^2=-4$	$x^2=6$
Название						
Чертеж						

2. Укажите координаты фокусов кривой:

Уравнение	$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{4}=1$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$	$6x+\frac{y^2}{2}=0$
Фокус			

3. Составьте уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом

$\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$ и проходящей через точку $M(4;\sqrt{2})$.

4. Укажите кривую, которой соответствует данный эксцентриситет ε:

ε	$\frac{1}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$2-\sqrt{3}$	2	$\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{432}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$
Кривая						

5. Укажите кривые, с которыми связаны следующие прямые:

секущая	ось симметрии	асимптота	директриса	касательная	мнимая ось

6. Вычислить фокальный радиус точки с абсциссой 8 следующих кривых:

Уравнение	$y^2=8x$	$\frac{x^2}{128}+\frac{y^2}{2}=1$
Фокальный радиус		

7. Составьте уравнение касательной кривой $\gamma: y^2=8x$ в точках $M(2;-4)$, $N(2;2)$, $K(-2;-2)$.

8. Укажите кривую и восстановите числовые характеристики или их взаимосвязи если:

Найдите:	Составьте уравнения:
1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) угол между гранями $A_1A_2A_4$ и $A_1A_3A_4$; 5) площадь грани $A_1A_2A_3$; 6) апофему грани $A_1A_2A_4$; 7) объем пирамиды; 8) радиус окружности, вписанной в основание пирамиды.	1. прямой A_1A_2; 2. плоскости $A_1A_2A_3$; 3. уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 к грани $A_1A_2A_3$; 4. координаты центра описанной сферы около пирамиды и её радиус.

Тестовая работа по тема: «Кривые второго порядка» (РК2)

1. Определите тип кривой γ и схематично изобразите данную кривую:

Уравнение	$8x^2-2y^2=16$	$8x^2+2y^2=16$	$x^2+4y^2=1$	$x^2+2y=-1$	$x^2-y^2=-4$	$x^2=6$
Название						
Чертеж						

2. Укажите координаты фокусов кривой:

Уравнение	$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{4}=1$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$	$6x+\frac{y^2}{2}=0$
Фокус			

3. Составьте уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом

$\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$ и проходящей через точку $M(4;\sqrt{2})$.

4. Укажите кривую, которой соответствует данный эксцентриситет ε:

ε	$\frac{1}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$2-\sqrt{3}$	2	$\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{432}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$
Кривая						

5. Укажите кривые, с которыми связаны следующие прямые:

секущая	ось симметрии	асимптота	директриса	касательная	мнимая ось

6. Вычислить фокальный радиус точки с абсциссой 8 следующих кривых:

Уравнение	$y^2=8x$	$\frac{x^2}{128}+\frac{y^2}{2}=1$
Фокальный радиус		

7. Составьте уравнение касательной кривой $\gamma: y^2=8x$ в точках $M(2;-4)$, $N(2;2)$, $K(-2;-2)$.

8. Укажите кривую и восстановите числовые характеристики или их взаимосвязи если:

Условие	Кривая	Ответ
фокусное расстояние равно 10		
асимптота отклонена от оси абсцисс на 60°		
директриса параболы определена уравнением $y = 4x$		
мнимая ось имеет длину 8		
расстояние между директрисами равно 12		
фокальное расстояние точки кривой отличается в 2 раза		

9. Сформулируйте различные определения эллипса (не менее трех).

10. Укажите три различные точки, принадлежащие кривой: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Тестовая работа по теме: «Поверхности второго порядка» (РК3)

1. Определите тип поверхности *Ф*:

Уравнение	$x^2+2y^2+4z^2=16$	$x^2+2y^2-4z^2=0$	$x^2+2z=-1$
Название			
Уравнение	$x^2-2y^2+4z^2-16=0$	$x^2-2y^2-4z=0$	$4x^2+(2y)^2+2(-\sqrt{2}z)^2=16$
Название			

2. Укажите три различные точки, принадлежащие поверхности $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}+\frac{z^2}{4}=0$.

3. Составьте уравнение прямолинейных образующих поверхности *Ф*: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=2z$.

4. Укажите поверхность, сечением которой является данная кривая второго порядка:

эллипс	гипербола	парабола	пара совпавших прямых	пара пересекающихся действительных прямых	пара параллельных действительных прямых

5. Составьте уравнение касательной плоскости к поверхности *Ф*: $\frac{x^2}{25}+\frac{z^2}{5}=1$ в точке $M(\sqrt{5};4;-2)$.

6. Сформулируйте различные определения эллипсоида (не менее трех).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Направленные отрезки. Векторы.
2. Действия над векторами.
3. Линейная зависимость векторов.
4. Координаты вектора. Проекция вектора на ось.
5. Скалярное произведение векторов, его свойства.

6. Псевдоскалярное произведение векторов, его свойства.
7. Векторное произведение векторов, его свойства.
8. Смешанное произведение векторов и его свойства.
9. Векторное пространство. Базис. Ортогонализация базиса двумерного векторного пространства.
10. Действия над векторами в координатной форме.
11. Репер. Система координат на плоскости. Координаты точек плоскости. Ориентация плоскости.
12. Формулы преобразования координат на плоскости.
13. Уравнение прямой на плоскости. Виды уравнения прямой на плоскости. Различные способ задания прямой на плоскости.
14. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
15. Взаимное расположение трех прямых на плоскости.
16. Угол между прямыми на плоскости.
17. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми на плоскости.
18. Система координат трехмерного пространства. Координаты точек трехмерного пространства.
19. Ориентация трехмерного пространства.
20. Формулы преобразования координат трехмерного пространства.
21. Уравнение прямой в трехмерном пространстве. Виды уравнения прямой в трехмерном пространстве. Различные способ задания прямой в трехмерном пространстве.
22. Взаимное расположение двух прямых в трехмерном пространстве.
23. Взаимное расположение трех прямых в трехмерном пространстве.
24. Угол между прямыми в трехмерном пространстве.
25. Расстояние от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми в трехмерном пространстве.
26. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве. Виды уравнения плоскости в трехмерном пространстве. Различные способ задания плоскости в трехмерном пространстве.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в трехмерном пространстве.
28. Взаимное расположение двух плоскостей в трехмерном пространстве.
29. Взаимное расположение трех плоскостей в трехмерном пространстве.
30. Угол между прямыми и плоскостью в трехмерном пространстве.

31. Угол между плоскостями в трехмерном пространстве.
32. Расстояние от точки до плоскости, между прямой и плоскостью, между двумя параллельными плоскостями в трехмерном пространстве.
33. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.
34. Некоторые замечательные кривые (циклоида, эпициклоида, гипоциклоида, кардиоида, астроида, улитка Паскаля, строфоида, циссоида Диоклеса, овал Кассини, четырехлистник, спираль Архимеда, вирзиера и др.)
35. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
36. Классификация кривых второго порядка.
37. Пересечение линии второго порядка с прямой.
38. Касательные к линии второго порядка.
39. Асимптоты, диаметры, и касательные для линий второго порядка.
40. Поверхности второго порядка. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.
41. Общее уравнение поверхности второго порядка в пространстве. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
42. Классификация поверхностей второго порядка.
43. Пересечение поверхности второго порядка с прямой.
44. Пересечение поверхности второго порядка с плоскостью.
45. Касательные к поверхности второго порядка.
46. Асимптоты и касательные для поверхности второго порядка.

Семестр 2

Темы, выносимые на самостоятельное изучение:

1. Движение плоскости. Вида движений плоскости, их свойства. Формулы движений.
2. Движение пространства. Вида движений пространства, их свойства. Формулы движений.
3. Действия над векторами в n -мерном векторном пространстве. Скалярное, векторное и с мешанное произведения векторов в n-мерном евклидовом векторном пространстве, свойства, вычисления.
4. k-мерные плоскости в n-мерном евклидовом пространстве, оценка взаимного расположения.

5. Движения в n-мерном пространстве, виды движений, формулы движений. Преобразования в n-мерном пространстве, виды преобразований, формулы преобразований.

Примерные задания для рейтинг-контроля:

Индивидуальное расчетное задание по геометрии (РК1):

1. Точки P(1,1), Q(-1,2), R(2,-1) три вершины равнобочной трапеции. Составьте формулы преобразования плоскости:

   f – параллельный перенос на вектор $\overline{PQ}$,

   g – поворот на угол α относительно начала координат: α=45°,

   h – гомотетия с коэффициентом k и центром в вершине: P, k=4,

   φ – переводящие треугольник PQR в: QRP,

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$;

Составьте формулы преобразования, переводящее пирамиду $A_1A_2A_3A_4$ в:$A_2A_3A_4A_1$,

Найдите образ центра описанной сферы около пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ и прообраз начала координат.

Контрольная работа по теме: «Многомерные пространства» (РК2).

1. В пространстве V_4 относительно некоторого базиса даны векторы своими координатами $\vec{a}\{-3;4;1;0\}$, $\vec{b}\{-1;2;-3;0\}$, $\vec{c}\{1;1;2;3\}$, $\vec{d}\{2;-6;0;2\}$. Определите координаты следующих векторов: $\vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}-\vec{d}$, $\vec{q}=-\vec{a}+\vec{b}+4\vec{d}$, $\vec{r}=5\vec{b}-3\vec{c}+4\vec{d}$.
2. В пространстве V_4 относительно некоторого базиса даны векторы своими координатами $\vec{a}\{3;6;-3;-6\}$, $\vec{b}\{6;9;0;-3\}$, $\vec{c}\{1;4;-5;0\}$, $\vec{d}\{0;7;5;1\}$, $\vec{e}\{3;22;-16;-8\}$. Определите базис пространства, натянутого на данные векторы и координаты каждого из них в данном базисе.
3. В пространстве E_4 относительно ортонормированного базиса даны векторы своими координатами $\vec{a}\{1;2;-3;4\}$, $\vec{b}\{6;2;-2;-4\}$. Покажите, что эти векторы ортогональны и дополните их до ортогонального базиса.
4. Определите вид треугольника *ABC*, который определен координатами своих вершин относительно декартовой прямоугольной системы координат в $\widetilde{E}_5$: *A(-11;5;8;1;4), B(-1;5;-7;1;-1), C(9;5;-2;1;4)*. Укажите координаты точки *D* такой, что *ABCD* – параллелограмм.
5. Составьте уравнение *k*-мерной плоскости, проходящей через данную систему точек, каждая их которых определена своими координатами относительно декартовой

прямоугольной системы координат в $\widetilde{E}_4$: 1) *A(3;4;0;0), B(4;3;1;2), C(5;3;3;7); 2) A(2;5;-1;-2), B(1;6;-2;-4), C(6;1;3;6).*

6. Определите размерность *k*-мерной плоскости, заданной своим уравнением в $\widetilde{E}_4$, и укажите определяющие ее элементы

1) $\begin{cases} x_1 = 2+u+v \\ x_2 = 2u - v \\ x_3 = v \\ x_4 = 3 - u + 5v \end{cases}$, 2) $x_1 - 3x_2 + x_3 + 1 = 0$, 3) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_4 + 1 = 0 \end{cases}$.

Тестовая работа по разделу «Основания геометрии. Неевклидова геометрия» (РК3)

1. Первые сведения по геометрии относятся к цивилизации:

1) *Древнего Египта;*
2) *Древней Греции;*
3) *Древней Индии.*

2. Аксиоматический подход к построению геометрической науки является:

1) *Индуктивным;*
2) *Аналитическим;*
3) *Дедуктивным.*

3. Какие из следующих требований не предъявляются к системе аксиом:

1) *Непротиворечивость;*
2) *Минимальность;*
3) *Полнота;*
4) *Независимость;*
5) *Однозначность;*
6) *Содержательность.*

4. Основной труд Евклида «Начала» состоит из:

1) *9 книг;*
2) *15 книг;*
3) *13 книг*

5. Укажите утверждения не эквивалентные постулату Евклида: «*И чтобы всякий раз, когда прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше двух прямых.*»

   1) *Существуют подобные треугольники;*
   2) *Сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым;*

3) *Две параллельные прямые при пересечении их третьей образуют равные соответственные углы.*

6. Укажите авторов каждой из следующих геометрий:

1) *Воображаемая геометрия;*
2) *Абсолютная геометрия;*
3) *Эллиптическая геометрия;*
4) *Гиперболическая геометрия;*
5) *Пространственно-временная геометрия.*

a) *Минковский;*
b) *Лобачевский;*
c) *Евклид;*
d) *Гаусс;*
e) *Риман.*

7. В каждом случае выберите геометрию [Е–*Евклида*; Р–*Римана*; Л–*Лобачевского*], в которой справедливо утверждение:

1) *Расстояние между параллельными прямыми уменьшается в сторону параллельности;*
2) *Сумма внутренних углов треугольника есть величина постоянная;*
3) *Не существует параллельных прямых;*
   a. *Сумма внутренних углов треугольника больше 180^0;*
   b. *равна 180^0;*
   c. *меньше 180^0*
4) *Если соответствующие внутренние углы двух треугольников равны, то такие треугольники подобны;*
5) *Если соответствующие внутренние углы двух треугольников равны, то такие треугольники равны;*
6) *Если две прямые a и b пересечены третьей прямой c и при этом соответственные углы равны, то прямые a и b:»*
   (a) *пересекаются;*
   (b) *параллельны;*
   (c) *расходящиеся.*
7) *Среди выпуклых многоугольников плоскости можно выделить двупрямоугольник.*
8) *Расстояние между двумя точками есть величина*
   (a) *положительная;*
   (b) *неотрицательная;*
   (c) *отрицательной.*
9) *Расстояние между двумя точками равно нулю и при выборе двух различных точек.*

8. Укажите известные вам модели (не менее двух) плоскости (описать основные элемента: точки, прямые, фигуры, кривые):
   1) Лобачевского;
   2) Римана.
9. Пространство какой кривизны описывается геометрией Лобачевского:
   1) положительной;
   2) нулевой;
   3) отрицательной.
10. Докажите пятый постулат Евклида книги «Начала», используя эквивалентные утверждения (не менее двух доказательств).
11. Построение в модели Пуанкаре плоскости Лобачевского:
   1) треугольник, одна из сторон которого – полуокружность большого радиуса;
   2) четырехугольник, содержащий два прямых угла;
   3) равнобедренный треугольник;
   4) касательную данной окружности;
   5) опишите около данного треугольника окружность;
   6) общий перпендикуляр двух расходящихся прямых;
   7) произвольную эквидистанту;
   8) четырехугольник Саккери.

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Движение плоскости.
2. Вида движений плоскости, их свойства.
3. Формулы движений.
4. Классификация движений плоскости.
5. Движение пространства.
6. Вида движений пространства, их свойства.
7. Формулы движений.
8. Классификация движений пространства.
9. Векторное n-мерное пространство. Действия над векторами в n -мерном векторном пространстве. Ортонормированный базис.
10. Скалярное произведение векторов в n-мерном векторном пространстве, его свойства.
11. Векторное произведение векторов в n-мерном евклидовом векторном пространстве, его свойства.

12. Смешанное произведение векторов в n-мерном евклидовом векторном пространстве, его свойства.
13. Прямые в n-мерном евклидовом пространстве (уравнения, углы, расстояния, взаимные расположения).
14. k-мерные плоскости в n-мерном евклидовом пространстве (уравнения, углы, расстояния, взаимные расположения).
15. Теория движений в n-мерном пространстве, виды движений, формулы движений.
16. Теория преобразований в n-мерном пространстве, виды преобразований, формулы преобразований.

Семестр 3

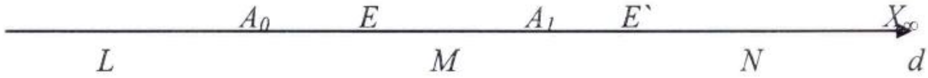
Темы выносимые на самостоятельное изучение:

1. Модель проективного пространства (расширенная прямая, расширенная плоскость). Построение точки проективной прямой по её координатам. (Два способа построения. Четыре вида репера.) Построение точки проективной плоскости по её координатам. (Два способа построения. Шесть видов репера.)
2. Уравнение прямой на проективной плоскости.
3. Уравнение плоскости в проективном пространстве.
4. Теорема Дезарга проективной плоскости и проективного пространства.
5. Перспективные и проективные отображения.
6. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Свойства. Вычисления. Построения четвертой точки по двойному отношению.
7. Гармоническая четверка точек проективной прямой. Полный четырехвершинник.
8. Гармоническая четверка прямых проективной плоскости. Полный четырехсторонник.
9. Кривые второго порядка на проективной плоскости.
10. Теоремы и следствия теорем Штейнера, Паскаля, Брианшона, Паппа Александрийского.
11. Приложение проективной геометрии к решению школьных задач на построение одной линейкой.
12. Центральное и параллельное проектирование.
13. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
14. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции.
15. Аксонометрии. Полные и неполные изображения.
16. Метод Монжа.

Примерные задания для рейтинг-котроля:

Контрольная работа по проективной геометрии (РК1)

1. Назовите трех наиболее выдающихся ученых, явившихся основоположниками проективной геометрии.
2. Сформулируйте несколько аксиом проективной геометрии первой группы и одну теорему, следующую из аксиом данной группы.
3. Назовите три важных факта в определении проективного пространства.
4. На проективной прямой задан репер $\overline{\mathfrak{R}} = \{A_0, A_1, A\}$. Построить точки $M\left(1;\dfrac{1}{2}\right)_{\overline{\mathfrak{R}}}$ и $N(-9;6)_{\overline{\mathfrak{R}}}$, если:
   1) вершины репера собственные точки, причём $A \in [A_0A_1]$,
   2) вершина A_0 – бесконечно удаленная точка прямой,
5. На расширенной прямой задан репер $\overline{\mathfrak{R}} = \{A_0, A_1, A\}$ найдите координаты точки *K*, если:
   1) вершины репера собственные точки, причём $A \in [A_0A_1]$, *K* – бесконечно удаленная точка проективной прямой,
   2) вершина A_0 – бесконечно удаленная точка проективной прямой, *K* – середина $[AA_1]$.
6. На проективной прямой *d* задан репер и Определите для точек A_0, A_1, *E*, *E`*, *L*, *M*, *N*, X_∞ одноименность или разноименность координат в репере $R=\{A_0, A_1, E\}$.



7. На проективной прямой даны две различные собственные точки A_0 и A_1. Построить единичную точку репера $\mathfrak{R} = \{A_0, A_1, A\}$, если $X_\infty(-1,2)_{\mathfrak{R}}$.

Тестовая работа по разделу «Принцип двойственности. Теорема Дезарга» (РК2)

№1. Составьте двойственное утверждение для данных:

1. Для любой прямой и не принадлежащей ей точки проективного пространства существует одна и только одна плоскость, проходящая через данные точку и прямую.
2. Две различные точки проективной плоскости принадлежат одной прямой.
3. В проективном пространстве существуют четыре некомпланарные точки (линейно независимые).
4. Через всякие две пересекающиеся прямые проективного пространства проходит единственная плоскость.

плоскость.

№2. Для данных фигур сформулируйте двойственные:

1. Трехсторонник.
2. Тетраэдр.

№3. Дан трехвершинник ABC и три точки P, Q, R в его плоскости, лежащие на одной прямой a. Постройте трехвершинник XYZ так, чтобы его вершины X, Y, Z лежали соответственно на сторонах BC, CA, AB трехвершинника ABC, а его стороны YZ, ZX и XY проходили через точки P, Q, R.

№4. Дано изображение параллелограмма. Постройте прямую параллельную одной из сторон фигуры, проходящую через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

Индивидуальное задание на построение по геометрии

1. Проективное отображение $f : d \to \pi(O`)$ прямой $d$ на пучок $\pi(O`)$ задано соответствующими реперами $R=\{A, B, C\}$ прямой d и $R`=\{a`, b`, c`\}$ пучка прямых $\pi(O`)$. Постройте прообраз прямой m – биссектрисы $<(ab)$.
2. Овальная кривая задана тремя точками общего положения и двумя прямыми, проходящая через две данные точки, касательные к данной кривой. Постройте касательную прямую к овальной кривой, проходящую через третью точку.
3. Постройте среднюю линию треугольника, если дано изображение треугольника и прямой, параллельной одной из сторон треугольника.
4. Постройте среднюю линию трапеции, если дано изображение трапеции и окружности и ее центра.

Тестовая работа по разделу «Аксонометрические проекции» (РК3)

1. Слово «аксонометрия» на русский язык переводится …

а) измерение на плоскостях б) одинаковые коэффициенты в) коэффициент искажения г) измерение по осям

2. Как располагаются между собой оси в прямоугольной изометрической проекции?

а) под углом 135^0 б) под углом 20^0 в) под углом 65^0 г) под углом 120^0

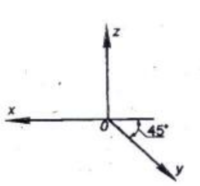
3. Термин *изометрия* на русский язык переводится…

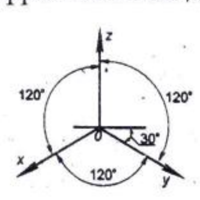
а) равные измерения б) двойное измерение в) прямоугольное измерение г) правильного ответа нет

4. Во фронтальной диметрической проекции по оси у откладывают размеры

а) натуральные б) сокращенные в 1,5 раз в) сокращенные в 2 раза г) сокращенные в 2,5 раз

5. Какие оси соответствуют фронтальной диметрической проекции?

а) 

б) 

6. Вид аксонометрии при **u=v=w** называют…

а) изометрией б) диметрией в) искажением г) правильного ответа нет

7. Для прямоугольной аксонометрии сумма коэффициентов искажения равна:

а) $u^2+v^2+w^2=2$ б) $u^2+v^2+w^2=1$ в) $u^2+v^2+w^2=0{,}5$ г) $u^2+v^2+w^2=1{,}5$

8.Изометрической проекцией окружности является:

а) прямая б) эллипс в) окружность г) точка

9. Для построения окружности в изометрической проекции необходимо построить:

а) ромб б) квадрат в) прямоугольник г) треугольник

10. Диаметр, изображаемой окружности в изометрической проекции равен:

а) стороне ромба б) стороне квадрата в) стороне прямоугольника г) стороне треугольника

Индивидуальное задание на построение по геометрии

1) Построить пересечение прямой **l** и конической поверхности **Δ**.
2) Построить пересечение призмы и плоскости **Г**.
3) Построить пересечение цилиндра и плоскости **Σ**.
4) Построить пересечение призмы и цилиндра.

Примерный перечень вопросов к зачёту с оценкой:

1. Понятие проективного пространства и его свойства.
2. Система проективных координат. Проективный репер. Координаты точки проективного пространства.
3. Модель проективного пространства.
4. Расширенная прямая как модель проективной прямой.
5. Расширенная плоскость как модель проективной плоскости.
6. Преобразование проективных координат.
7. Построение точки проективной прямой по её координатам. (Два способа построения. Четыре вида репера.)
8. Построение точки проективной плоскости по её координатам. (Два способа построения. Шесть видов репера.)
9. Уравнение прямой на проективной плоскости.
10. Уравнение плоскости в проективном пространстве.
11. Взаимное расположение проективных прямых и плоскостей.
12. Принцип двойственности проективного дву- и трехмерного пространства.
13. Теорема Дезарга проективной плоскости.
14. Теорема Дезарга проективного пространства.
15. Перспективные отображения, свойства.

16. Проективные отображения, свойства.
17. Проективное преобразование, группы проективных преобразований. Инварианты преобразований.
18. Проективные преобразования прямой, свойства.
19. Проективные преобразования плоскости, свойства.
20. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Свойства.
21. Сложное отношение четырех прямых проективной плоскости. Свойства.
22. Гармоническая четверка точек проективной прямой. Полный четырехвершинник.
23. Гармоническая четверка прямых проективной плоскости. Полный четырехсторонник.
24. Кривые второго порядка на проективной плоскости.
25. Классификация кривых второго порядка.
26. Теорема Штейнера, следствия.
27. Теорема Паскаля, следствия.
28. Теорема Брианшона, следствия.
29. Теорема Паппа Александрийского.
30. Приложение проективной геометрии к решению школьных задач на построение одной линейкой.
31. Центральное и параллельное проектирование.
32. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
33. Изображение многогранников, конуса, цилиндра и шара в параллельной проекции.
34. Понятие об аксонометрии. Полные и неполные изображения.
35. Позиционные задачи.
36. Метрические задачи.
37. Понятие о методе Монжа.

Семестр 4

Темы, выносимые на самостоятельное изучение:

1. Гладкие линии. Касательная и нормаль кривой.
2. Длина дуги кривой.
3. Кривизна и кручение линии. Репер Френе.
4. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
5. Первая квадратичная форма поверхности. Применение первой квадратичной формы поверхности.
6. Вторая квадратичная форма поверхности. Применение второй квадратичной формы поверхности.
7. Деривационные формулы поверхности.

8. Геодезические линии. Геодезический треугольник.
9. Поверхности постоянной гауссововй кривизны.
10. Классификация компактных двумерных многообразий.
11. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.
12. Основания геометрии. Аналоги пятого постулата. Исторические справки о становлении геометрической науки (Евклид, Архимед, Паша, Вейль, Гильберт, Пеано, Риман, Лобачевский, др.)
13. Геометрия Лобачевского. Модели плоскости Лобачевского.
14. Геометрия Римана. Модели плоскости Римана.

Задания для самостоятельной работы студентов по теме «Топология»

Навык и умение	**Задание**	**Ответ**
Проверка выполнения аксиом топологии.	Является ли топологией на множестве X={a,b,c} совокупность его подмножеств: а) {Ø, X, {b}, {a,b}, {a,c}}; б) {Ø, X, {a}, {b}, {a,b}, {a,c}}?	а) нет; б) да.
Проверка подмножества топологического пространства на открытость, замкнутость.	Какие из множеств A, B, C, D являются открытыми и незамкнутыми, замкнутыми и неоткрытыми, ни открытыми ни замкнутыми, и открытыми и замкнутыми в топологическом пространстве (X, τ): а) A=[1;+∞), B=(1;3], C=(-1;0)∪(0;1), D={1,2}, (X, τ)=R^1; б) $A = B^2 \cap B^2\left((1;1), \sqrt{2}\right)$, $B = S^1$, $C = D^2 \cup B^2\left((1;1), \sqrt{2}\right)$, $D = B^2 \setminus \{(0;0)\}$ (X, τ)=R^2; в) .A={a}, B={b}, C={a,b}, D= Ø, X={a,b}, τ={ Ø, X, {a}}?	а) A, D – замкнутые и неоткрытые, B – ни открытое ни замкнутое, C – открытое и незамкнутое; б) A, D – открытые и незамкнутые, B – замкнутое и неоткрытое, C – ни открытое ни замкнутое; в) A – открытое и незамкнутое, B – замкнутое и неоткрытое, C, D – и открытые и замкнутые.
Сравнение топологий, заданных на одном и том же множестве.	Сравнить топологии τ_0 (антидискретную), τ* (дискретную), τ_1={Ø,X,{a}}, τ_2={Ø, X, {b}} на множестве X={a,b}.	τ_0 – самая слабая, τ* – самая сильная, τ_1 и τ_2 – несравнимые.
Проверка множеств на открытость, замкнутость в подпространстве	Какие из множеств A, B, C, D являются открытыми и незамкнутыми, замкнутыми	A – открытое и незамкнутое, B – замкнутое и неоткрытое, C – и открытое и замкнутое,

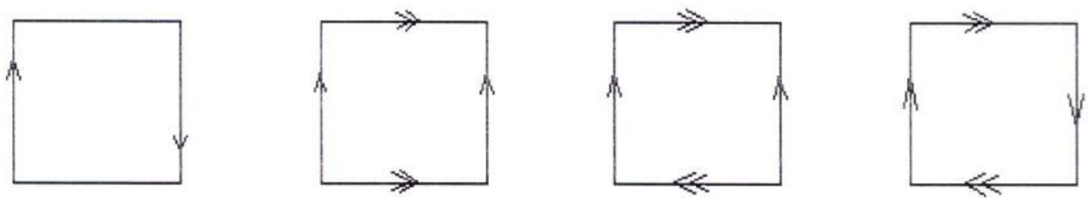
топологического пространства.	и неоткрытыми, ни открытыми ни замкнутыми, и открытыми и замкнутыми в полуинтервале [0; 10) числовой прямой R^1 (топология на полуинтервале индуцирована топологией пространства R^1): A=[0;1), B=[1;10), C=[0;10), D=(1;9]?	D – ни открытое ни замкнутое.
Нахождение точек прикосновения множества в топологическом пространстве.	Найти замыкание множества в топологическом пространстве: а) $(-1; 0) \cup (0; 1)$ в R^1; б) Q в R^1; в) S^1 в R^2; г) B^3 в R^3.	а) [-1; 1]; б) R; в) S^1; г) D^3.
Нахождение внутренних и граничных точек множества в топологическом пространстве.	Найти внутренность и границу множества в топологическом пространстве: а) $(-1; 0] \cup [1; 2)$ в R^1; б) II в R^1; в) S^2 в R^3; г) D^2 в R^2.	а) $(-1;0) \cup (1;2)$ и {-1,0,1,2}; б) Ø и R; в) Ø и S^2; г) B^2 и S^1.
Нахождение предельных и изолированных точек множества в топологическом пространстве.	Найти совокупность предельных и совокупность изолированных точек множества в топологическом пространстве: а) $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$ в R^1; б) $[0; 1) \cup \{2\}$ в R^1; в) $B^2 \setminus \{(0; 0)\}$ в R^2; г) S^2 в R^3.	а) {0} и $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$; б) [0; 1] и {2}; в) D^2 и Ø; г) S^2 и Ø.
Проверка отображения топологического пространства на гомеоморфность.	При каких значениях a, b, c функция $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ являеться гомеоморфизмом R^1 на R^1?	$a^2 \le 3b,\ a, b, c \in$ R.
Конструирование гомеоморфных отображений пространства, проверка топологических пространств на гомеоморфность.	Найти какой-нибудь гомеоморфизм промежутка A на промежуток B числовой прямой (доказать, что промежутка A и B гомеоморфны): а) A=[1; 5], B=[2; 3]; б) A=(0; 1), B=(0; +∞); в) A=(0; 1], B=[0; 1).	а) $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$; б) $y = tg\frac{\pi x}{2}$; в) $y = -x + 1$.
Проверка свойства пространства на	Какие из следующих свойств являются	а), д).

топологическую инвариантность.	топологическими: а) свойство пространства X быть сепарабельным; б) свойство пространства X быть полным; в) свойство фигуры в R^n быть выпуклой; г) свойство фигуры в R^n быть ограниченной; д) свойство пространства R^n иметь размерность n?	
Проведение топологической классификации совокупности топологических пространств.	Провести топологическую классификацию: а) совокупность букв фамилии, имени, отчества; б) графиков основных элементарных функций школьного курса математики; в) кривых второго порядка (как подпространств пространства R^2).	б) класс 1 – $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = arctgx$, $y = arcctgx$, $y = a^x$, $y = \log_a x$; класс 2 – $y = \frac{1}{x}$; класс 3 – $y = tgx$, $y = ctgx$; класс 4 – $y = \sqrt{x}$; класс 5 – $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$; в) класс 1 – эллипс; класс 2 – гипербола, пара параллельных прямых; класс 3 – парабола, прямая (двойная); класс 4 – пара пересекающихся прямых; класс 5 – точка.
Нахождение базы топологического пространства.	Укажите несколько баз пространства R^1.	$\beta_1=\tau_R 1$, $\beta_2=\{(a;b) \mid a<b, a,b\in R^*\}$ $(R^*=R\cup\{+\infty\}\cup\{-\infty\})$, $\beta_3=\{(a;b) \mid a<b, a, b\in R\}$, $\beta_4=\{(a;b) \mid a<b, a, b\in Q\}$ и т.д.
Проверка топологического пространства на удовлетворение 2-й аксиоме счетности.	Удовлетворяет ли пространство R^1 2-й аксиоме счетности?	Да.
Проверка топологического пространства на удовлетворение аксиоме отделимости T_2.	Являются ли хаусдорфовыми следующие пространства: а) антидискретное; б) дискретное (в котором не меньше двух точек); в) произвольное	а) нет; б) да; в) да; г) нет.

	метрическое; г) (X, τ), где X={a, b}, τ={Ø, X, {a}}?	
Проверка пространства, подмножества пространства на связность.	Является ли связным пространство: а) антидискретное (в котором не меньше двух точек); в) R^1; г) (X, τ), где X={a, b}, τ={Ø, X, {b}}?	а) да; б) нет; в) да; г) да.
	Является ли связным множество: а) Z в R^1; б) Q в R^1; в) (1; 2] в R^1; г) S^1 в R^2; д) $B^3 \cup D^3((10;\ 10;\ 10),\ 1)$ в R^3; е) «польский отрезок» в R^2?	а) нет; б) нет; в) да; г) да; д) нет; е) да.
Проверка пространства, подмножества пространства на линейную связность.	Является ли линейно связным пространство: а) антидискретное; б) дискретное (в котором не меньше двух точек); в) R^n?	а) да; б) нет; в) да.
	Является ли линейно связным множество: а) Z в R^1; б) Q в R^1; в) (1; 2] в R^1; г) S^1 в R^2; д) $B^3 \cup D^3((10;10;10),1)$ в R^3; е) «польский отрезок» в R^2?	а) нет; б) нет; в) да; г) да; д) нет; е) нет.
Нахождение компонент связности, компонент линейной связности пространства, множества в пространстве.	Найти компоненты связности: а) произвольного связного пространства (X, τ); б)дискретного пространства; в) пространства (X, τ), где X={a, b, c}, τ={Ø, X, {a}, {b} {a, b}, {a, c}}.	а) X; б) каждое одноэлементное подмножество; в) {a, c} и {b}.
	Найти компоненты связности: а) множества Q в R^1; б) графика функции $y=\dfrac{1}{x}$ в R^2; в) $T^2 \setminus (A \cup B)$, где A, B – соответственно параллель и меридиан тора T^2 в R^3; г) «польского отрезка» $A \cup B$, где A={(x; y) | $x \in (0; \dfrac{1}{\pi}]$, $y=\sin\dfrac{1}{x}$}, B={(0; y) | $y \in [-1;1]$} в R^2.	а) каждое одноэлементное подмножество Q; б) ветви данной гиперболы; в) $T^2 \setminus (A \cup B)$; г) $A \cup B$.
	Найти компоненты	а) X;

	линейной связности: а) произвольного связного пространства (X, τ), б) дискретного пространства; в) пространства (X, τ), где X={a, b, c}, τ={Ø, X, {a}, {b} {a, b}, {a, c}}.	б) каждое одноэлементное подмножество; в) {a, c} и {b}.
	Найти компоненты линейной связности: а) множества II в R^1; б) «польского отрезка» $A \cup B$ в R^1 (см. пример 2); в) $B^2 \cup D^2((10;10;10),1)$ в R^3; г) произвольного выпуклого множества A в R^n.	а) каждое одноэлементное подмножество II; б) A и B; в) B^2 и $D^2((10; 10; 10), 1)$; г) A.
Проверка пространства, подмножества пространства на компактность.	Является ли компактным пространство: а) антидискретное; б) бесконечное дискретное; в) произвольное конечное; г) R^n?	а) да; б) нет; в) да; г) нет.
	Является ли компактным множество: а) $[0; 1] \cup \{2\}$ в R^1; б) замкнутая полуплоскость в R^2; в) $B^2((-2; 0), 1) \cup B^2((2; 0), 1)$ в R^3; г) S^2 в R^3?	а) да; б) нет; в) нет; г) да.
Нахождение прямого произведения топологических пространств.	Найти прямое произведение (указать носитель и базу топологии): а) $B^1 \times B^1$; б) $S^1 \times D^1$; в) $S^1 \times D^2$ (множители – подпространства соответствующих евклидовых пространств).	а) {(x, y) | x, y∈(-1;1)}, $\{(U \cap B^1) \times (V \cap B^1)$ | U, V∈ $\tau_R 1\}$ (топологический квадрат, открытый); б) {(x, y, z) | $x^2 + y^2 = 1$, z∈[-1;1]}, $\{(U \cap S^1) \times (V \cap D^1)$ | U∈ $\tau_R 2$}, V∈ $\tau_R 1\}$ («боковая поверхность цилиндра»); в) {(x, y, u, v) | $x^2 + y^2 = 1$, $u^2 + v^2 \le 1$}, $\{(U \cap S^1) \times (V \cap D^2)$ | U, V∈ $\tau_R 2\}$ (топологический тор, заполненный).
Нахождение фактор-пространства топологического пространства.	Найти фактор-пространство квадрата $K = [0;1] \times [0;1]$ (с топологией, индуцированной топологией $\tau_R 2$ пространства R^2) по отношению эквивалентности S, заданному фактор-	а) – г) (K/S, τ_π(K/S)), где K/S={[p] | p∈K} – фактор-множество множества K по отношению эквивалентности S, $\pi: K \to K/S$, π(p)=[p] – фактор-отображение, τ_π(K/S) = { $U \subset K/S$ |

	диаграммой: Сделать эскиз поверхности в R^3, гомеоморфной указанному фактор-пространству (если таковая существует).	$\pi^{-1}(U) \in \tau_R 2$ } – фактор-топология; а) лента Мёбиуса; б) тор; в) бутылка Клейна (не допускает вложения в R^3); г) проективная плоскость (не допускает вложения в R^3).



Примерные задания для рейтинг-контроля:

Контрольная работа по теме «Дифференциальная геометрия кривой» (РК1)

Навык и умение	**Задание**	**Ответ**
Проверка принадлежности кривой, заданной параметрически в декартовых координатах, классу гладких (регулярных) кривых.	Проверить, является ли кривая регулярной (если «да», то какого класса?): а) $\bar{r} = (t, t^2, t^3),\ t \in R$; б) $x = t^2,\ y = t^3,\ t \in R$?	а) регулярная класса C^∞; б) нерегулярная.
Параметризация плоских и пространственных кривых, заданных явно в декартовых координатах.	Параметризовать кривую: а) $y = \sin x,\ x \in [0;1]$; б) $y = 2\sqrt{x},\ z = \ln x,\ x \in (0;+\infty)$.	а) $x = t,\ y = \sin t,\ t \in [0;1]$; б) $\bar{r} = (t, 2\sqrt{t}, \ln t),\ t \in (0;+\infty)$.
Параметризация плоской кривой, заданной полярным уравнением, в декартовых координатах, согласованных с полярными стандартным образом.	Параметризовать кривую, заданную полярным уравнением $\rho = \varphi^2$, в декартовых координатах, согласованных с полярными стандартным образом.	$x = \varphi^2 \cos\varphi,$ $y = \varphi^2 \sin\varphi,$ $\varphi \in R$
Составление уравнения касательной прямой кривой в точке при различных способах задания кривой в декартовых координатах (параметрическом, явном, неявном).	Составить уравнение касательной прямой кривой в точке M: а) $\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \\ z = t^3, \\ t \in R,\ M(2;4;8) \end{cases}$; б) $y = x^3 + 1,\ M(0;1)$;	а) $\dfrac{X-2}{1} = \dfrac{Y-4}{4} = \dfrac{Z-8}{12}$; б) $Y = 1$; в) $X = 0,\ Z = 1$.

	в) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ x^2+y^2=x, \end{cases}$. $M(0;0;1)$	
Составление уравнения нормали плоской кривой и нормальной плоскости пространственной кривой при различных способах задания кривых в декартовых координатах (параметрическом, явном, неявном).	Составить уравнение нормали (если кривая плоская) или нормальной плоскости (если кривая пространственная) кривой в точке *M*: а) $\begin{cases} x=t, \\ y=t^2, \\ z=t^3, \end{cases}$; $t\in R,\ M(2;4;8)$ б) $y=x^3+1,\ M(0;1)$; в) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ x^2+y^2=x, \end{cases}$. $M(0;0;1)$	а) $X+4Y+12Z-114=0$; б) $X=0$; в) $Y=0$.
Вычисление длины дуги кривой при различных способах ее задания.	Вычислить длину дуги $A\breve{B}$ кривой: а) $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\sin t, \\ z=t, \end{cases}$; $A(t=0),\ B(t=2\pi)$ б) $y=chx,\ A(x=x_1),\ B(x=x_2)$; в) $\rho=\varphi,\ A(\varphi=0),\ B(\varphi=2\pi)$.	а) $2\sqrt{2}\pi$; б) $\lvert shx_2-shx_1\rvert$; в) $\frac{1}{2}(2\pi\sqrt{1+4\pi^2}+$ $+\ln(2\pi+\sqrt{1+4\pi^2}))$.
Нахождение уравнений ребер и граней сопровождающего трехгранника пространственной кривой.	Для винтовой линии $x=\cos t,\ y=\sin t,\ z=t,\ t\in R$, найти уравнения: а) касательной прямой; б) бинормали; в) главной нормали; г) нормальной плоскости; д) соприкасающейся плоскости; е) спрямляющей плоскости в точке $M(0;1;\frac{\pi}{2})$.	а) $\frac{X-0}{-1}=\frac{Y-1}{0}=\frac{Z-\frac{\pi}{2}}{1}$; б) $\frac{X-0}{1}=\frac{Y-1}{0}=\frac{Z-\frac{\pi}{2}}{1}$; в) $\frac{X-0}{0}=\frac{Y-1}{1}=\frac{Z-\frac{\pi}{2}}{0}$; г) $X-Z+\frac{\pi}{2}=0$; д) $X+Z-\frac{\pi}{2}=0$; е) $Y=1$.
Вычисление кривизны и кручения кривой в точке.	Вычислить кривизну k и кручение æ кривой $\bar{r}=(e^t,e^{-t},\sqrt{2}t),\ t\in R$ в точке *M(1; 1; 0)*.	$k=-\text{æ}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.
Нахождение точек спрямления и точек уплощения кривой.	Доказать, что кривая	

	$x = 1 + 3t + 2t^2,$ $y = 2 - 2t + 5t^2,$, является $z = 1 - t^2,$ $t \in R$ плоской и не имеет точек спрямления.	

Контрольная работа по теме «Дифференциальная геометрия поверхности» (РК2)

Навык и умение	**Задание**	**Ответ**
Проверка принадлежности поверхности, заданной параметрически в декартовых координатах, классу гладких (регулярных) поверхностей.	Проверить, является ли поверхность регулярной (если «да», то какого класса?): а) $\bar{r} = (u+v, u-v, uv),\ u \in R, v \in R$; б) $x = u^2,\ y = u^3,\ z = v,\ u \in R, v \in R$?	а) регулярная класса C^∞; б)нерегулярная.
Параметризация поверхности, заданной явно в декартовых координатах.	Параметризовать поверхность $z = \sin xy + 1,$ $x \in [0;1],\ y \in [0;1]$.	$x = u,$ $y = v,$ $z = \sin uv + 1,$ $u \in [0;1],\ v \in [0;1]$
Нахождение уравнений касательной плоскости и нормали поверхности в точке при различных способах ее задания в декартовых координатах (параметрическом, явном, неявном).	Составить уравнение касательной плоскости и нормали поверхности в точке M: а) $\bar{r} = (ch u \cos v,\ ch u \sin v,\ u),\ u \in R, v \in R, M(0;1;0)$; б) $z = \dfrac{1}{xy},\ M(1;1;1)$; в) $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{12} + \dfrac{z^2}{27} = 1,\ M(1;2;3)$.	а) $Y = 1,\ \dfrac{X-0}{0} = \dfrac{Y-1}{-1} = \dfrac{Z-0}{0}$; б) $X + Y + Z - 3 = 0,$ $X - 1 = Y - 1 = Z - 1$; $6X + 3Y + 2Z - 18 = 0,$ в) $\dfrac{X-1}{6} = \dfrac{Y-2}{3} = \dfrac{Z-3}{2}$.
Применение первой квадратичной формы к нахождению длины дуги кривой на параметризированной поверхности.	На круговом цилиндре $x = \cos v,\ y = \sin v,\ z = u,\ u \in R$ найти длину дуги кривой $v = \dfrac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}$, заключенной между точками $A(u = 0, v = 0)$ и $B(u = 1, v = \dfrac{2}{3})$.	$\dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.
Применение первой квадратичной формы к нахождению угла между координатными линиями на	Найти угол между координатными линиями на гиперболическом параболоиде $\bar{r} = (x, y, xy)$ в	$45°$.

параметризованной поверхности.	параболоиде $\bar{r} = (x, y, xy)$ в точке $M(1; 1; 1)$.	
Применение первой квадратичной формы к нахождению площади области на параметризованной поверхности.	Найти площадь криволинейного треугольника на цилиндре $x = \cos v$, $y = \sin v,\ z = u,\ u \in R,\ v \in R$, ограниченного координатными линиями, проходящими через точку $M(1;\ 0;\ 1)$, и кривой $v = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}$.	$\frac{4}{15}$.
Вычисление полной (гауссовой) кривизны поверхности в точке.	Вычислить полную кривизну конуса $\begin{array}{l} x = u\cos v, \\ y = u\sin v, \\ z = u, \\ u \in R, v \in R \end{array}$ в произвольной точке.	0.
Вычисление средней кривизны поверхности в точке.	Вычислить среднюю кривизну конуса $\begin{array}{l} x = u\cos v, \\ y = u\sin v, \\ z = u, \\ u \in R, v \in R \end{array}$ в точке $M(1; 0; 1)$.	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
Вычисление главных кривизн поверхности в точке.	Вычислить главные кривизны катеноида $\begin{array}{l} \bar{r} = (chu\cos v, chu\sin v, u), \\ u \in R, v \in R \end{array}$ в точке $M(0; 1; 0)$.	± 1.
Нахождение уравнения индикатрисы кривизны (Дюпена) поверхности в точке.	Составить уравнение индикатрисы Дюпена прямого геликоида $\begin{array}{l} x = u\cos v, \\ y = u\sin v, \\ z = v, \\ u \in R, v \in R \end{array}$ в точке $M(1;0;0)$.	$\sqrt{2}XY = \pm 1$.
Определение типа точки поверхности.	Определить тип точек прямого геликоида $\begin{array}{l} \bar{r} = (chu\cos v, chu\sin v, v), \\ u \in R, v \in R \end{array}$	Все точки – гиперболического типа.

Темы докладов: (РК3)

РАЗДЕЛ Элементы дифференциальной геометрии

1. Плоские кривые
2. Геометрия уравнений

3. Гексаграмы Паскаля и кубические кривые
4. Сегменты постоянной площади
5. Дифференциальная геометрия вокруг нас
6. Так ли прост евклидов мир?
7. Сети Чебышева на поверхности
8. Прямые на кривых поверхностях
9. Модель Пуанкаре геометрии Лобачевского
10. Модель Кэли-Клейна геометрии Лобачевского
11. О геометрии Лобачевского
12. Теория относительности и геометрия
13. О кривизне
14. Арифметика эллиптических кривых
15. Сколько кривых на Земле?
16. Огибающая
17. Текстильная геометрия
18. Геометрия листа бумаги

РАЗДЕЛ Элементы топологии

19. Что такое размерность?
20. Игра "Хаос" и фракталы
21. Теорема Борсука-Улама
22. Кратчайшая лента Мёбиуса
23. Теорема Хелли
24. О запутанных веревках и топологии полимерных цепей
25. Второй закон Кеплера и топология абелевых интегралов
26. Чему равна сумма углов многоугольника?
27. Косы и узлы
28. Фракталы
29. Топология и рельеф местности
30. Узлы зацепления и их полиномы
31. Соображения непрерывности
32. Лента Мёбиуса и ее свойства
33. Сплетения скрещивающихся прямых
34. Расправление контуров на плоскости
35. Классификация пленок

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие линии. Гладкие линии.

2. Касательная и нормаль кривой.
3. Длина дуги кривой.
4. Кривизна и кручение линии.
5. Репер Френе.
6. Понятие поверхности. Гладкие поверхности.
7. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Применение первой квадратичной формы поверхности.
10. Вторая квадратичная форма поверхности.
11. Применение второй квадратичной формы поверхности.
12. Деривационные формулы поверхности.
13. Теорема Гаусса.
14. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
15. Геодезические линии. Геодезический треугольник.
16. Поверхности постоянной гауссововй кривизны.
17. Топологическое пространство. Отделимость, компактность, связность.
18. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм.
19. Многообразия. Клеточное разложение и эйлерова характеристика многообразия.
20. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий.
21. Выпуклые многогранники. Правильные многогранники. Теорема Эйлера о правильных многогранниках.
22. Основания геометрии. Аксиоматический подход к формированию геометрического знания.
23. Геометрия Лобачевского.
24. Модели плоскости Лобачевского.
25. Геометрия Римана.
26. Модели плоскости Римана.

Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей. Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- контрольные вопросы, задаваемые при выполнении и защитах расчетных заданий;
- контрольные вопросы, задаваемые при проведении практических занятий,
- вопросы для самоконтроля;
- вопросы тестирований;

- выполнение домашних работ;
- выполнение самостоятельных и контрольных работ
- вопросы, выносимые на экзамен.
- реферат;
- доклады.

Оценка качества освоения дисциплины производится по результатам следующих контролирующих мероприятий:

Контролирующие мероприятия	**Результаты обучения по дисциплине**
Самостоятельные работы на практических занятиях	Знание основных формул и определений
Контрольные работы на практических занятиях	Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Участие студентов в научной дискуссии по подготовленным и представленным презентациям, рефератам	Овладение опытом анализа информационных источников; выступлений с докладами и участия в дискуссиях; разделения научного и ненаучного знания;
Выполнение и защита индивидуальных заданий	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Тестирование	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи

Контроль со стороны преподавателя и самоконтроль осуществляется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины, во время практических занятий, коллоквиумов, защиты домашних заданий.

Оценка знаний бакалавров проводится с использованием балльно-рейтинговой оценки по дисциплине в соответствии с положением о балльно-рейтинговой системы оценки достижений студентов ВлГУ.

Результат складывается из баллов, заработанных студентом в течение семестра (0-60) и баллов, полученных непосредственно за ответ на экзаменационный билет или зачетный опросник и дополнительные вопросы преподавателя (0-40).

Требования, предъявляемые к устному ответу на экзаменационный билет

Баллы	**Критерии**

36-40	полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий, верно используются научные термины, правильно выполнены чертежи, схемы, диаграммы, графики, построения, и т.д.; ответ самостоятельный, по собственному плану, подкреплен примерами, используются ранее приобретенные знания; продемонстрировано умение применять знания в новых условиях, в нестандартной ситуации (при решение нетипичной практической задачи).
26-35	раскрыто основное содержание материала, правильно приведены определения, выполнены чертежи, схемы, диаграммы, графики, построения, и т.д.; определения формулируются не строго, могут быть неточности в ответе; ответ самостоятельный, но собственный план может не использоваться, подкреплен примерами пусть и не самостоятельными, возможно использование ранее приобретенные знания; продемонстрировано умение применять знания в основных условиях, в стандартной ситуации (при решение типичной практической задачи).
11-25	даны определения, сформулированы теоремы без доказательств, свойства без подтверждений, выполнены чертежи, схемы, диаграммы, графики, построения, и т.д.; могут быть неточности в ответе; ответ не самостоятельный, примерами не подкрепляется, не использует ранее приобретенные знания; ответ не четкий, но основной материал усвоен; есть пробелы; продемонстрировано умение воспроизводить решение простых заданий с использование готовых формул.
0-10	основное содержание не раскрыто, не даны ответы на вспомогательные вопросы, допущены грубые ошибки в определениях, формулировках теорем или формул.

Требования, предъявляемые к ответу на задания дифференцированного зачета

Баллы	**Критерии**
2	полное решение типичной практической задачи.
4	самостоятельное теоретическое исследование или полное решение нетипичной практической задачи.

Максимальная сумма баллов, набираемая студентом по дисциплине – 100 баллов.

Данная сумма баллов может быть набрана в случае регулярного посещения занятий, активного участия на занятиях, выполнения контрольных, самостоятельных, домашних, индивидуальных практических работ, исследований и ответе на экзаменационный билет / задания дифференцированного зачета.

В зависимости от суммы баллов, набранных в течение семестра, студенту выставляется следующая **оценка:**

Оценка	Баллы
«Отлично»	91-100
«Хорошо»	74-90
«Удовлетворительно»	61-73
«Неудовлетворительно»	0-60

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

А) Основная литература:

1. Атанасян С.Л. Геометрия 1: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский; под ред. С.Л. Атанасяна. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 334с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996323715.html
2. Атанасян С.Л. Геометрия 2: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков; под ред. С. Л. Атанасяна. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. - 547с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328765.html
3. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты : учебное пособие / Н. В. Никонова, Н. Н. Газизова, Г. А. Никонова; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. -Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. - 100с. http://www.studentlibrary.ru/books/ISBN9785788217116.html
4. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной в 4 ч.: учеб. пособие / А.П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 7-е изд. – Минск: Выш. шк., 2013. – 304с. http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=508859
5. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н.В., 14-е изд., исправ. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 240с. http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=537806

Б) Дополнительная литература:

1. Александров А.Д. Геометрия: учебник / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев. — 2-е изд., исправленное. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 612с. http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350711

2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов / Беклемишев Д.В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html
3. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 168с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html
4. Прасолов В.В. Геометрия. Прасолов В.В., Тихомиров В.М. Геометрия. М.: МЦНМО, 2007. 2-е изд., перераб. и доп. 328с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940572671.html
5. Понарин Я.П. Аффинная и проективная геометрия. - М.: МЦНМО, 2009. - 288с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574019.html
6. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. - Учеб. пособие для студентов вузов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 376с. http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107426.html
7. Черненко В.Д. Высшая математика в примерах и задачах: учебное пособие для вузов. В 3 т.: Т. 1. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб.: Политехника, 2011. - 709с. http://www.studentlibrary.ru/books/ISBN97857325098611.html

В) Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Internet:

1. http://www.mathnet.ru/ – *Общероссийский математический портал;*
2. http://e.lanbook.com/ – *электронно-библиотечная система издательства «Лань»;*
3. http://lib.mexmat.ru/ – *Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета;*
4. http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/ – *электронная библиотека по математике;*
5. http://www.edu.ru/ – *Федеральный портал российского профессионального образования;*
6. http://univertv.ru/video/matematika/ – *открытый образовательный видеопортал, содержащий образовательные фильмы, лекции ведущих российских и зарубежных ВУЗов, научных конференций и научно-популярных лекций;*
7. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm – *учебно-образовательная физико-математическая библиотека.*
8. http://www.mathedu.ru/ – интернет-библиотека *Математическое образование: прошлое и настоящее*

Г) Периодические издания:

1. http://www.kvant.info/ – КВАНТ *Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов;*
2. http://www.publikacia.net/ – *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук Ежемесячный научный журнал.*
3. http://matob.ru/ – *Журнал «Математическое образование».*

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные аудитории, оснащенные доской для мела или маркеров, экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование. Математика. Информатика» (бакалавриат).

Рабочую программу составил доцент кафедры математического анализа, кандидат физико-математических наук Родионова Марина Владимировна

Рецензент директор ГБПОУ ВО "Владимирский педагогический колледж"

Глебова Н.В.

(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 7 от 11.03.16 года

Заведующий кафедрой Жиков В.В.

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 «Педагогическое образование»

Протокол № 3 от 11.03.16 года

Председатель комиссии Артамонова М.В.

(ФИО, подпись)

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЙ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 2017/2018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.17 года

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ер Евсеева Ю.Ю.

Рабочая программа одобрена на 2018/2019 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.18 года

Заведующий кафедрой МОиИТ Ю.Ер Евсеева Ю.Ю.