

2014

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 17 » 03 2016г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

Направление подготовки: *44.03.05 «Педагогическое образование»*

Профиль подготовки: *«Математика. Информатика»*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
9	3 зач. ед., 108 ч.	12	36		60	Зачет
Итого	3 зач. ед., 108 ч.	12	36		60	Зачет

Владимир, 2016

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Целями курса* «Вариационное исчисление» являются:

- формирование математической культуры студентов;
- формирование систематических знаний в области задач на экстремумы
- овладение аппаратом экстремальных задач для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачи дисциплины:

1. овладение знаниями:
  - 1) теоретических основ науки, терминологии, истории становления,
  - 2) предмета и объекта исследований данной науки,
2. овладение навыками:
  - 1) решения расчетных задач,
  - 2) работы с учебной и научной литературой,
  - 3) овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Входит в вариативную часть дисциплин по выбору.

Дисциплины (с указанием тем и основных понятий, необходимых для успешного изучения дисциплины):

- 1) *Алгебра* – приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, метод Якоби), закон инерции.
- 3) *Математический анализ* – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; криволинейные координаты; замена переменных; частные производные; неявные функции; дифференцирование неявных функций, поверхностные интегралы; формула Остроградского-Гаусса; интегралы, зависящие от параметра; несобственные интегралы; функциональные ряды; признаки сходимости ряда; ряды и интегралы Фурье; кратные интегралы; производная по направлению, градиент, дивергенция, оператор Лапласа.

Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для успешного освоения и выполнения научно-исследовательской работы в области математического моделирования физических, биологических, экологических, экономических, социальных и других процессов живой и неживой природы

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код компетенций по ФГОС	Компетенции	Планируемые результаты
ПК-11	Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки решения исследовательских задач в области образования	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>теоретические основы науки, терминологии, истории становления,</li> <li>методы теоретических исследований,</li> <li>предмет и объект исследований данной науки,</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>применять математический аппарат для решения практических задач,</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- математическим аппаратом решения математических моделей.</p>
ПК-12	Способность руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>предмет и объект исследований данной науки,</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>применять математический аппарат для решения практических задач,</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- математическим аппаратом решения математических моделей.</p>

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные	Контрольные	СРС	КП / КР		
1	Определение функционала. Близость критических.	9	1-2	2	6			10		2/25	
2	Непрерывность функционала	9	3-4	2	6			10		2/25	РК-1
3	Вариация функционала. Вторая вариация функ-	9	5-6	2	6			10		2/25	

	ционала									
4	Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума	9	7-8	2	6			10	2/25	ПК-2
5	Уравнение Эйлера. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.	9	9-10	2	6			10	2/25	
6	Вариационная задача в параметрической форме.	9	11-12	2	6			10	2/25	ПК-3
<b>Всего</b>				<b>12</b>	<b>36</b>			<b>60</b>	<b>12/25</b>	<b>ЗАЧЕТ</b>

### 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

N п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии
1.	Лекция	-проблемная лекция
2.	Практические занятия	- выполнение расчетных работ; - поиск и анализ информации в сети Интернет; - проектные технологии; - технология учебного исследования
3.	Самостоятельная работа	- внеаудиторная работа студентов (освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, работа с электронным учебно-методическим комплексом, подготовка к текущему и итоговому контролю)
4.	Текущий контроль	- решение задач на практических занятиях; - ответы на коллоквиумах

**6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Примерные темы на рейтинг-контроль № 1

1. Достаточные условия строгого экстремума функций многих переменных.
2. Метод градиентного спуска
3. Метод множителей Лагранжа

Примерные темы на рейтинг-контроль № 2

1. Вариация функционала. Вторая вариация функционала
2. Экстремум функционала.
3. Уравнение Брахистохроны.

Примерные темы на рейтинг-контроль № 3

1. Уравнение Эйлера.
2. Интегрируемость уравнения Эйлера.
3. Изопериметрическая задача.

## **Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (60 часов)**

Приводится характеристика всех видов и форм самостоятельной работы студентов, включая текущую и творческую/исследовательскую деятельность студентов:

**Текущая СРС**, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений включает:

- работу с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса,
- выполнение домашних заданий, контрольных работ,
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку,
- подготовку к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе, к зачету, экзамену.

**Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)**, ориентированная на развитие интеллектуальных умений, комплекса универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов включает следующие виды работ по основным проблемам курса:

- поиск, анализ, структурирование и презентация информации,
- анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме.

### **Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине Темы домашних заданий:**

1. Достаточные условия строгого экстремума
2. Метод множителей Лагранжа
3. Непрерывность функционала
4. Вариация функционала
5. Вторая вариация функционала
6. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.
7. Уравнение Эйлера. Вариационная задача в параметрической форме.
8. Изопериметрическая задача
9. Геодезические линии
10. Вариационные задачи с подвижными границами
11. Геодезическое расстояние
12. Достаточное условие Вейерштрасса
13. Достаточное условие Лежандра

### **Контроль самостоятельной работы**

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей. Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- контрольные вопросы, задаваемые при проведении практических занятий,
- вопросы для самоконтроля;
- вопросы тестирований;
- выполнение домашних работ;
- выполнение самостоятельных и контрольных работ
- вопросы, выносимые на зачет.
- реферат с элементами проектирования;
- доклады на конференц-неделях.

Оценка качества освоения дисциплины производится по результатам следующих контролируемых мероприятий:

Контролирующие мероприятия	Результаты обучения по дисциплине
Самостоятельные работы на практических занятиях	Знание основных формул и определений
Контрольные работы на практических занятиях	Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Участие студентов в научной дискуссии по подготовленным и представленным презентациям, рефератам во время проведения конференц-недели	Овладение опытом анализа информационных источников; выступлений с докладами и участия в дискуссиях; разделения научного и ненаучного знания;
Выполнение и защита индивидуальных заданий	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи

Контроль со стороны преподавателя и самоконтроль осуществляется в соответствии с рейтингом-планом дисциплины, во время практических и лабораторных занятий, коллоквиумов, защиты домашних заданий.

### Вопросы к зачету

1. Метод градиентного спуска.
2. Метод множителей Лагранжа
3. Функционала, зависящие от производных высших порядков
4. Задача о Брахистохроне
5. Шарнирный метод Штейнера решения изопериметрической задачи
6. Неравенство Пуанкаре для изопериметрической задачи
7. Выпуклые функции
8. Выпуклость и изопериметрическая задача
9. Изопериметрическое неравенство
10. Определение периметра по Минковскому
11. Неравенство Бруно – Минковского
12. Простейшая задача вариационного исчисления
13. Основная лемма вариационного исчисления
14. Вариация функционала
15. Уравнение Эйлера – Лагранжа
16. Выпуклый интегрант
17. Геодезические линии

### Задачи для самостоятельного решения

1. Найти экстремаль функционала

$$f(x) = \iint_G \left( \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial s} \right)^2 + 2tx \right) ds dt,$$

где  $G$  – единичный круг с центром в начале координат, с граничными условиями  $x|_{(t,s) \in \partial G} = 0$ .

2. Найти экстремаль функционала

$$J(y) = \int_0^{2\pi} (y'^2 - y^2) dx \rightarrow \text{extr}$$

при граничных условиях

$$\begin{cases} y(0) = 1; \\ y(2\pi) = 1. \end{cases}$$

3. Найти экстремум функционала при граничных условиях

$$J(y) = \int_0^1 (y'^2 + 12xy) dx \rightarrow \text{extr} \quad \begin{cases} y(0) = 0; \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

4. Найти экстремум функционала при граничных условиях

$$J(y) = \int_{-1}^1 (x^2 + y^2 + y'^2) dx, \quad \begin{cases} y(-1) = 1; \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

5. Найти экстремум функционала при граничных условиях

$$J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 2y' \operatorname{sh} x - 5x^2) dx, \quad \begin{cases} y(-1) = 2; \\ y(1) = 3. \end{cases}$$



## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
<b>Основная литература</b>						
1	Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс] : Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Асланов Р.М., Ли О.В., Мурадов Т.Р. - М. : Прометей, 2014.	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html</a>	20	100
2	Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1).	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html</a>	20	100
3	Лекции по математическому анализу. Ч.1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Т. Дубровин. - 3-е изд., перераб. и доп. - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2012. - <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html</a>	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html</a>	20	100

### Дополнительная литература:

1	Теория функций комплексного переменного: Учеб. пособ / Карасёв И. П. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 216 с.	2008		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785922109604-SCN0002.html">http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785922109604-SCN0002.html</a>	20	100
2	Высшая математика. Основы математического анализа [Электронный ресурс] / Геворкян П.С. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011	2011		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN5922105493-SCN0008.html">http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN5922105493-SCN0008.html</a>	20	100
3	Лекции по математическому анализу. Ч.II [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Т. Дубровин - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2016. - <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000195758.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000195758.html</a>	2016		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000195758.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000195758.html</a>	20	100

### **Периодические издания**

1. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 13, 2009.
2. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 14, 2010.
3. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 15, 2011.
4. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 16, 2012.

### **Интернет-ресурсы**

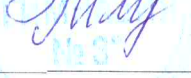
[exponenta.ru](http://exponenta.ru), [poiskknig.ru](http://poiskknig.ru)


### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**


Лекционная аудитория с мультимедийным проектором и ПК (ауд. 133-7).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Математика. Информатика»

Рабочую программу составил  ст. пр. Тихомиров Р.Н.  
(ФИО, подпись)

Рецензент МАОУ Гимназия №3 Мартынова Г.И.   
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа  
Протокол № 7 от 11.03.2016 года  
Заведующий кафедрой Жиков В.В.   
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование  
Протокол № 5 от 17.03.16 года  
Председатель комиссии Артамонова М.В. 

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_