

2016.10.15

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



Проректор
по учебно-методической работе
А.А.Панфилов
«17» 03 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ»

Направление подготовки «44.03.05 Педагогическое образование»

Профиль/программа подготовки « Математика. Информатика»

Уровень высшего образования БАКАЛАВРИАТ

Форма обучения ОЧНАЯ

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции. час.	Практич. занятия. час.	Лаборат. работы. час.	СРС. час.	Форма промежу- точного контро- ля (экз./зачет)
9	5/180		48		87	ЭКЗАМЕН (45ч)
Итого	5/180		45		87	ЭКЗАМЕН (45ч)

Владимир 2016

Handwritten signature in blue ink.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины являются изучение основных методов решения диофантовых уравнений и современных проблем, связанных с решением уравнений в целых числах. Также происходит прививание общей алгебраической культуры, необходимой для дальнейшего изучения университетских математических и физических дисциплин, обеспечивающих будущему учителю глубокое понимание основ школьного курса математики и теории чисел.

В содержании дисциплины освещаются вопросы, связанные с проблемой решения неопределенных уравнений первой степени в целых (натуральных) числах, с рассмотрением данных уравнений в качестве математических моделей реальных задачных ситуаций, позволяющих продемонстрировать интересные приложения математических методов

Цели изучения дисциплины:

познакомить студентов с кругом задач и проблем классической и современной алгебры и теории чисел, связанных с диофантовыми уравнениями;

сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе;

сопровождение теоретического материала широким спектром разнообразных задач и упражнений для самостоятельного решения, позволяющим более глубоко прочувствовать теоретические положения дисциплины и развить у студентов навыки самостоятельной работы;

знание основных этапов истории математики и получение представлений о современных тенденциях её развития.

Задачи изучения дисциплины:

познакомить студентов с понятием диофантова уравнения, историей его появления в математической науке;

познакомить с великой теоремой Ферма, уравнениями Пелля, 10-ой проблемой Гильберта.

научить решать диофантовы уравнения первой степени с двумя переменными различными способами;

научить решать текстовые задачи, описывающие различные практические ситуации, математической моделью которых являются диофантовы уравнения первой степени с двумя переменными или их системы;

продемонстрировать значимость математических методов в решении разнообразных задач науки и практики

научить выполнять операции над числами различной природы, особое внимание уделяется использованию знаний, связанных с вопросами делимости во множестве целых чисел

научить студентов оперировать с классическими понятиями алгебры и теории чисел:

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к разделу «Дисциплины по выбору» учебного плана. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как делимость целых чисел, уравнения, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Для успешного усвоения курса «Диофантовы уравнения» необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основ теории чисел.

Курс «Диофантовы уравнения» имеет связи с различными математическими дисциплинами. Знания, полученные в этом курсе, используются в теории чисел, математическом анализе, дискретной математике, математической логике и др..

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-1,11, 12.

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

способностью разрабатывать и реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях (ПК-1);

готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для определения и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11).

способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12);

В результате курса «Диофантовы уравнения» студент должен знать следующие методы, факты, свойства, применяемые при решении алгебраических задач

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

В результате изучения дисциплины студент должен знать:

Основные понятия и методы решения диофантовых уравнений от нескольких переменных: линейных и нелинейных;

Теоремы Лагранжа, Ферма

В результате изучения дисциплины студент должен уметь:

решать линейные диофантовы уравнения методами:

- прямого перебора
- спуска
- расщепления
- алгоритмом Евклида
- цепных дробей;
- сравнения
- выделения полного квадрата

В результате изучения дисциплины студент должен владеть:

способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.);

способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса;

различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности; способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды образовательного учреждения, региона, области, страны.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студен- тов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с приме- нением интерак- тивных методов (в часах / %)	Формы те- кущего кон- троля успе- ваемости (по неделям семестра), форма про- межуточной аттестации (по семест- рам)
				Лекции	Практические за- нятия	Лабораторные ра- боты	Контрольные ра- боты	СРС	КП / КР		
1.	Основы теории чисел: делимость в кольце целых чисел, алгоритм Евклида: теория вычетов и сравне- ний	9			6			10		3/50	
2.	Решение диофан- товых уравнений способом прямого перебора вариан- тов. Функцио- нально- графиче- ский подход	9			6			10		3/50	
3.	Решение диофан- товых уравнений с использованием алгоритма Евкли- да	9			6			10		3/50	рейтинг- контроль 1
4.	Решение диофан- товых уравнений с использованием целой дроби	9			6			10		3/50	
5.	Метод расщива-	9			6			10		3/50	

	ния (уменьшения) в решении диофантовых уравнений									
6.	Решение диофантовых уравнений методом спуска. Метод последовательного уменьшения коэффициентов по модулю	9		6		10		3/50	рейтинг-контроль 2	
7.	Применение теории сравнений к решению диофантовых уравнений	9		4		10		2/50		
8.	Диофантовы уравнения и великие теоремы: Лежандра, Софи Жермен, Ферма	9		4		10		2/50		
9.	Диофантовы уравнения и диофантово приближение	9		4		7		2/50	рейтинг-контроль 3	
	ВСЕГО	9		48		87		24/50	ЭКЗАМЕН (45ч)	

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Диофантовы уравнения» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса. Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3 в 9 семестре

Промежуточная аттестация - экзамен (9 сем)

Рейтинг-контроль № 1.

Задача 1.

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа A за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа B за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа B будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа A . В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа B входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа A ?

Задача 2.

Шарики можно разложить в пакетики, а пакетики упаковать в коробки, по 3 пакетика в одну коробку. Можно эти же шарики разложить в пакетики так, что в каждом пакети-

ке будет на 3 шарика больше, чем раньше, но тогда в каждой коробке будет лежать по 2 пакетика, а коробок потребуется на 2 больше. Какое наибольшее количество шариков может быть при таких условиях?

Задача 3.

Целые числа x , y , z образуют геометрическую прогрессию, а числа $5x+3$, y^2 , $3z+5$ – арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Найти x , y , z .

Задача 4.

Последние члены двух конечных арифметических прогрессий $a_1 = 5$, $a_2 = 8, \dots, a_N$ и $b_1 = 9$, $b_2 = 14, \dots, b_M$ совпадают, а сумма всех совпадающих (взятых по одному разу) членов этих прогрессий равна 815. Найти число членов в каждой прогрессии.

Задача 5.

Натуральные числа a , b , c образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найти наименьшее возможное, при указанных условиях, значение b .

Рейтинг-контроль № 2

Задача 1.

Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делится на $m^2 + n^2$. Найти m и n .

Задача 2.

Найти все такие пары натуральных чисел x и y таких, что $x^3 + y$ и $y^3 + x$ делятся на $x^2 + y^2$.

Задача 3.

Найти все пары пятизначных чисел X и Y такие, что число $\overline{XY}$, полученное приписыванием десятичной записи числа Y после десятичной записи числа X , делится на XY .

Задача 4.

Найти все натуральные n , при каждом из которых число $n^2 + 5n + 16$ делится нацело на 169.

Задача 5.

Решить уравнение в целых числах $y^3 - x^3 = 91$.

Рейтинг-контроль № 3.

Задача 1.

Найти все целочисленные решения уравнения $x^2 - 6xy + 13y^2 = 29$.

Задача 2.

Решить уравнение $x^2 + xy - y - 2 = 0$ в целых числах

Задача 3.

Найти все решения в натуральных числах уравнения $x^2 - 2y^2 = 1$.

Задача 4.

Решить уравнение $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2y - 2x + 2 = 0$ в целых числах.

Задача 5.

Решить в целых числах уравнение $(x^2 + 4)(y^2 + 1) = 8xy$

Вопросы к экзамену по курсу «Диофантовы уравнения»

1. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Метод цепных дробей
3. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Применение теории сравнений
4. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными. Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение
5. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод разложения на множители
6. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
7. Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных.
8. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод бесконечного (непрерывного) спуска
9. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
10. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выделении полного квадрата
11. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
12. Частные виды неопределенных уравнений второго порядка с двумя неизвестными.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: –самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

Темы

1. Классификация уравнений (или обратеских кривых)
2. Решение в рациональных положительных числах неопределённых уравнений второй степени с двумя неизвестными и систем неопределённых уравнений. Постановка вопроса у Диофанта
3. Обзор методов Диофанта в книге II «Арифметики»
4. Актуализация методов Диофанта
5. Исследование линейного диофантова уравнения с двумя переменными
Использование алгоритма Евклида
Использование цепных дробей
Использование сравнений
6. Исследование диофантова уравнения второй степени с двумя переменными
Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение
Метод разложения на множители
Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных
Метод бесконечного (непрерывного) спуска
Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
Метод, основанный на выделении полного квадрата
7. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
8. Некоторые частные виды неопределённых уравнений второго порядка с двумя неизвестными
9. Некоторые задачи, сводящиеся к составлению неопределённых уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, год издания, издательство, издание, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	И.В. Вестриова, О.Е. Тихонова. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Вестриова, О.Е. Тихонова. - Казань : Издательство КИУГТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	20	100%
2	Сухомин Ю.Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Москва, Издательство	2012		ЭБС	20	100%

	Филоффа, 2012, 465 с.			«БиблиоРоссика» http://www.bibliorossica.com/ /ISBN9785976500500		
3	Давидова Т.В. Теория чисел. Задачи с примерами решений. Учебное пособие. – Архангельск: Федераль- ный университет им. Поморского, 2018. – 105 с.	2018		ЭБС «БиблиоРос- сика» http://www.bibliorossica.com/ /ISBN9785261010043	20	100%
Дополнительная литература						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] / Шафа- рович И.Р., Ремизов А.О., – М.: ФЭИЗМАТЛИТ, 2009. – 512 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html	20	100%
2	Гольфанд И.М., Шейн А., Ал- тебра, [Электронный ресурс] / Гольфанд И.М., Шейн А., - 2-е изд., испр. и доп. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html	20	100%
3	Алфутова И.В., Усачев А.В. Алгебра и теория групп. Сбор- ник задач для математических школ, 3-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2009. 336 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575504.html	20	100%
4	Кометова Е.Е., Ширшова Е.Е. Алгебра, Композиционные про- странства, Линейные операторы. [Электронный ресурс] : курс лекций. Ю.В. Кометова, Е.Е. Ширшова, – М.: Прометей, 2013. – 80 с.	2013		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html	20	100%
5	Епихин В.В. Алгебра и теория предельных [Электронный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.В. – М.: ВЦНМО, 2012. – 152 с.	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	20	100%

Интернет-ресурсы:

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B3%D0%B5%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B8>
2. http://www.fine.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%B3%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%B3%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%B3
3. <http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf>
4. <http://booktype - www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info>
5. Примеры по курсу -
<http://www.exponenta.ru/educat/class-courses/student/la/examples.asp>

6. тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm
7. учебник - <http://www.elib.mstu.ru/ln1/LinAlg.pdf>
8. учебное пособие - <http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

Периодические издания:

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"
<http://kvant.mccme.ru/kor.htm>
2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus
3. Сибирский математический журнал
<http://www.math.sib.su/journals/SMZ/attention.htm>
4. Журнал «Математические заметки»
<http://www.mathnet.ru/mathscinet/search/journal/doc.html?jc=MATZ&I>
5. Журнал вычислительной математики и математической физики.
6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

учебные аудитории для проведения практических занятий, средства мультимедиа

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Математика. Информатика»

Рабочую программу составил доц. Евсеева Ю.Ю.
(ФИО. подпись)

Рецензент Директор МБОУ гимназии №3 Мартенов С.И.
(место работы, должность, ФИО. подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 7 от 11.03.2016 года
Заведующий кафедрой Жиков В.В.
(ФИО. подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование
Протокол № 3 от 17.03.16 года
Председатель комиссии Артамонова М.В.

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____