

2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор

по учебно-методической работе

А.А. Панфилов

« 17 » 02 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

НЕСТАНДАРТНАЯ АРИФМЕТИКА

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

(с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки Математика. Информатика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
9	4/144		36		108	зачет
Итого	4/144		36		108	зачет

г. Владимир 2016 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Нестандартная арифметика» является понятие числа, которое позволяет описывать количественную сторону отношения изучаемого объекта к некоторому эталону. В процессе развития и совершенствования моделей, описывающий окружающий нас мир, и условия математический конструкций появляются новые объекты, обладающие совершенно новыми свойствами по сравнению с действительными числами. Первое обобщение понятия действительного числа – введение комплексных чисел. Второе обобщение действительного числа – векторы в трехмерном пространстве, которое образуют линейное пространство.

Попытки обобщить понятие комплексного числа привели к первому примеру гиперкомплексной системы – кватернионам. Создание таких объектов принадлежит ирландскому математику У. Гамильтону, который задался проблемой построить из точек пространства числовую систему, подобную множеству действительных чисел. Оказалось, что такую структуру построить нельзя, однако, если отказаться от коммутативности умножения, то из точек четырехмерного пространства можно построить некоторую числовую систему, которая и называется кватернионами.

Наиболее естественным способом, позволяющий описывать повороты в трехмерном пространстве, является использование операторов преобразования и соответствующих им матриц. Однако, использование кватернионов позволяет дать более простую форму этого поворота. Кватернион определяет ось вращения и угол поворота

Цели изучения дисциплины:

- Познакомить студентов с обобщенным понятием комплексного числа, изучаемого в основном курсе высшей алгебры.
- Прояснить связь кватернионов с разделами механики, робототехники и др.
- Сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики и механики в школе, ВУЗе и на практике (предприятия, связанные с робототехникой).

Задачи изучения дисциплины:

- Научить студента проявлять самостоятельность и творческий подход во владении нового математического спецкурса.
- Научить студентов оперировать, как с классическим понятием комплексных чисел, так и с их обобщением кватернионами.
- Познакомить студентов с разделом, так называемой нестандартной арифметики и рассмотреть различные приложения кватернионов в механике, робототехники и других математических приложениях.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к разделу «Дисциплины по выбору». Спецкурс «Нестандартная арифметика» продолжает развивать у студентов понятия числа, пространственное воображение. Его содержание основывается на таких математических понятиях, как комплексные числа, действия с ними, операции поворота, сдвига и действия с ними.

Спецкурс «Нестандартная арифметика» имеет связи с различными математическими дисциплинами. Знания, полученные в этом курсе используются в алгебре, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальных уравнениях, механике.

Как приложения кватернионов тесно связаны с поворотами в трехмерном пространстве, где существуют операторы преобразования и соответствующие им матрицы.

Умение оперировать комплексными и гиперкомплексными числами необходимы для изучения курса «теория функций комплексного переменного». И наоборот изучение последнего позволяет углубить его теорию и практику, используя понятия кватернионов и их приложения.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-11 и ПК-12

В результате дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты обучения: ПК-11,12

Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для решения и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11):

Способность руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12)

В результате спецкурса «Нестандартная арифметика» студент должен знать следующие термины, факты, свойства, применяемые при решении задач, связанных с кватернионами.

Алгебра, алгебраические системы.

Умение изображать комплексные числа в двумерном и трехмерном пространствах.

Умение работать с различными матрицами 3-го и 4-го порядков

Умение вычислять модуль кватерниона и в связи с этим показать, что кватернионы обладают мультипликативной нормой и образуют ассоциативную алгебру с делением.

Числовые системы

Расширение понятия числа- алгебраическая и геометрическая формы комплексных и гиперкомплексных чисел.

Использование правил действия с комплексными числами в теории кватернионов.

Действие комплексных чисел

Умение находить сопряженный кватернион, знак кватерниона, его аргумент.

2. Умение перенести на случай кватернионов производной аналитической функции.

Аналитические функции

1. Умение вычислять аналитические функции от кватерниона (экспоненту и натуральный логарифм, синус и косинус, гиперболический синус и косинус).
2. Умение извлекать корень квадратный из кватерниона.

Система координат

1. Умение использовать для вычислительных целей в одной и той же форме компонентов кватернионов в разных системах координат.
2. Выполнение преобразований компонентов кватернионов при переходе от подвижной системы координат к неподвижной и наоборот.

3. Выполнение элементарных поворотов и их суммирование.

Ориентация твердого тела в трехмерном пространстве

1. Вычисление углов Эйлера.
2. Геометрические построения в трехмерном пространстве (неподвижная система связана с землей, а подвижная с телом).
3. Использование самолетной системы координат (оси крена, тангажа и скольжения).

Сферическая геометрия

1. Умение решать задачи сферической геометрии и тригонометрии.
2. Использование географической системы, состоящей из угловых координат (долгота, широта).
3. Умение изображать систему координат, начало которой находится в центре сферы.
4. Определение расстояния между точкам на сфере, углов между большими окружностями на сфере.
5. Вычисление углов в сферическом треугольнике.

Вывод: в результате изучения спецкурса происходит закрепление материала, связанного с изучением комплексных чисел, действий с ними и гиперкомплексными числами, переход от двумерных к трехмерным изображениям. Приводятся первоначальные сведения о математике и геометрии кватернионов. Выбор этих сведений ориентирован на решение ряда задач из области формообразования и расчета стержневых и оболочечных конструкций его сложной пространственной геометрией (несущие конструкции олимпийского стадиона в Пекине).

1. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивн ых методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР	
1	Определение кватернионов. Стандартное определение, как вектор и скаляр, через комплексные числа, через матричные представления (вещественными и комплексными матрицами).	9				6				12		2/33	.
2	Связанные объекты и операции. Сопряжение. Модуль. Обращение умножения (деление).	9				6				12		2/33	.
3	Алгебраические свойства. Четыре базисных кватерниона и четыре противоположных им по знаку образуют по умножению группу кватернионов порядка 8. Множество кватернионов является примером кольца с делением.	9				4				12		1/33	Рейтинг-контроль 1
4	Кватернионы и повороты пространства. Чисто векторные кватернионы образуют трехмерное вещественно	9				4				12		1/33	

	векторное пространство.										
5	Целые кватернионы. Целые единичные кватернионы. Разложение на простые сомножители.	9			4			12		2/33	.
6	Виды умножений. Умножение Грассмана. Евклидово умножение. Скалярное произведение. Внешнее произведение. Векторное произведение.	9			2			12			Рейтинг-контроль 2
7	Из истории. Новый вид обнаружен Гамильтоном в 1843 году. Максвелл использовал компактную кватернионную запись для формулировки своих уравнений магнитного поля. Позднее создан трехмерный векторный анализ. (Гиббс, Хевисайд).	9			4			12		2/33	.
8	Современное применение.	9			4			12		2/33	.
9	Контрольная работа.	9			2			12			Рейтинг-контроль 3
Всего					36			108		12/33	зачет

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Зачет выставляется после решения всех задач контрольной работы и самостоятельного выполнения индивидуального задания (реферат) и предоставления презентаций по разделам спецкурса.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Контрольная работа оценивается по пятибалльной системе. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий, кроме того прослушиваются рефераты и идет просмотр презентаций.

6.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

Задание №1:

Вычислите по определению:

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №2:

Вычислите с помощью матричной интерпретации кватерниона

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №3:

Вычислить с помощью матричной интерпретации кватерниона.

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №4:

Вычислите с помощью геометрической интерпретации кватерниона

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №5:

Решить уравнение:

$$(2 - i - j + 2k)x + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + i \text{ и } y(2 - i - j + 2k) + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + i$$

Задание №6:

Используя алгебру кватернионов в матричной интерпретации, вычислите $[2i-k, i+2j+k]$ с помощью соответствующей формулы для вычисления скалярного произведения и с помощью координатной формулы.

6.2. Примерные тексты контрольных работ

Рейтинг контроль №1.

Дать ответы на вопросы

1. Перечислить все известные числа и изобразить с помощью кругов Эйлера.

2. Десятиричная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Сложение, вычитание, деление и умножение одного и того же числа в различных системах счисления.

Например: Сложить числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Эти числа в двоичной системе обозначают $11112+1102$.

в восьмеричной $178+68$,

в шестнадцатеричной $F16+616$.

3. Перевод из $10 \rightarrow 2$, $10 \rightarrow 8$, $10 \rightarrow 16$.

Перевод из $16 \rightarrow 10$, $8 \rightarrow 10$, $2 \rightarrow 10$. Самим привести примеры.

4. Как переводить целые числа?

Например : 141 в различные системы счисления.

5. Как перевести смешанное число?

Например: 141.5 или 59.75.

6. Привести таблицы для сложения и умножения в восьмеричной системе счисления. Привести пример умножения.

7. Перевод из $2 \rightarrow 8$ и обратно триадами.

8. Перевод из $2 \rightarrow 16$ и обратно тетрадами.

9. Комплексные числа. Их геометрическое изображение. Сложение. Вычитание. Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической и тригонометрической формах. Привести примеры.

Рейтинг-контроль №2.

Вопросы, на которые надо дать краткий ответ.

1. Стандартное представление кватернионов.
2. Определение кватерниона как вектор и скаляр.
3. Определение кватерниона через комплексные числа.
4. Определение кватерниона через матричное представление.
5. Геометрическая интерпретация кватернионов.
6. Сопряженный кватернион.
7. Модуль кватерниона.

Практические задания.

Задание №1:

Вычислите по определению:

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №2:

Вычислите с помощью матричной интерпретации кватерниона

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №3:

Вычислить с помощью матричной интерпретации кватерниона.

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №4:

Вычислите с помощью геометрической интерпретации кватерниона

$$(2 - 3i + j - 4k) + (1 - 3i - j + 2k) \text{ и } (2 - 3i + j - 4k)(1 - 3i - j + 2k).$$

Задание №5:

Решить уравнение:

$$(2 - i - j + 2k)x + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + i \text{ и } y(2 - i - j + 2k) + 3 + 5i - 8j - 5k = 2j - 2 - 2k + i$$

Задание №6:

Используя алгебру кватернионов в матричной интерпретации, вычислите $|2i - k, i + 2j + k|$ с помощью соответствующей формулы для вычисления скалярного произведения и с помощью координатной формулы.

Рейтинг контроль №3.

Вопросы, на которые надо дать краткий ответ

1. Обратный кватернион $q^{-1} = \frac{\bar{q}}{|q|^2}$.
2. Кватернионы и повороты пространства.
3. Целые кватернионы.
4. Умножение кватернионов.
5. Скалярное умножение кватернионов.
6. Внешнее умножение кватернионов.
7. Векторное умножение кватернионов.

Практические задания.

Задание №1:

Найдите обратный к кватерниону $2 - i + 2j - 4k$.

Задание №2:

Вычислить:

- 1) $(2 - i + k) + (1 - 3i - j + 2k)$
- 2) $(2 - i + k)(1 - 3i - j + 2k)$
- 3) $(i - j + 3k)(2i - j - k)$
- 4) $(2 - i - j - k)(3 - 3i - j + 2k)$
- 5) $(j - i)(k - j)$
- 6) $(2 - i)(2 + i)$
- 7) $(2 - i)(2 + j)$
- 8) $(i + j + k) \cdot 3$.

Задание №3:

Вычислите, используя определение операции деления.

- 1) $(2 + i) \cdot (3 - j)^{-1}$
- 2) $(i + 2j - k) \cdot (i - j)^{-1}$
- 3) $(3 - i + 2j - k) \cdot (2 + i - k)^{-1}$
- 4) $(1 + i - j - 3k) \cdot (2 - i - j + 3k)^{-1}$

Задание №4:

Используя алгебру кватернионов в матричной интерпретации, вычислите $[2\vec{i} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}]$ с помощью соответствующей формулы для вычисления скалярного и векторного произведения. Проверьте результат по определению векторного произведения и с помощью координатной формулы.

а. Примерный перечень вопросов к зачету

1. Стандартное определение кватерниона.
2. Определение кватерниона как вектор и скаляр.
3. Определение кватерниона через комплексные числа.
4. Определение кватерниона через матричное представление (с помощью вещественных матриц, с помощью комплексных матриц).
5. Сопряженный кватернион.
6. Модуль кватерниона.
7. Обращение умножения кватерниона.
8. Алгебраические свойства кватернионов.
9. Кватернионы и повороты пространства.
10. Целые кватернионы.
11. Умножение кватернионов (Грассмана).
12. Евклидово умножение кватернионов.
13. Скалярное умножение кватернионов.
14. Внешнее умножение кватернионов.
15. Векторное умножение кватернионов.
16. История возникновения кватернионов.
17. Современное применение кватернионов (Реферат, презентация).

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпля- ров в библиотеке университе- та	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использую- щих указанную литературу	Обеспечен- ность студентов литерату- рой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	20	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html	20	100%
4	Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с.	2016		ЭБС «znanium» ISBN 978-5-16- 011858-1	20	100%
Дополнительная литература						
1	Конвей Дж. "О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях. [Электронный ресурс] / Конвей Дж.; Пер. с англ. С.М. Львовского. - М.: МЦНМО, 2009." – 184 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575177.html	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html	20	100%
3	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные	2013		ЭБС «Консультант студента»	20	100%

	операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с			http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html		
4	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	20	100%

Периодические издания:

1. Журнал «Математика в школе»

[http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/"Matematika_v_shkole"/_Matematika_v_shkole".html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/)

Интернет ресурсы:

1. Exponent.ru

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий. Мультимедийная техника на практических занятиях.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Математика, Информатика»

Рабочую программу составил доц. Соловьева О.А.
(ФИО, подпись)

Рецензент Матвеева Марина Петровна
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 7 от 11.03.2016 года

Заведующий кафедрой Жиков В.В.

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 44.03.05 Педагогическое
образование

Протокол № 3 от 17.03.16 года

Председатель комиссии Артамонова М.В.

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий

кафедрой _____