

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по учебно-методической работе

А.А. Панфилов

« 17 »

03

20 16 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«АРИФМЕТИКА КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ»

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Профиль подготовки Математика, Информатика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экс /зачет)
6	6 / 216	36	54	-	45	Экзамен
Итого	6 / 216	36	54	-	45	45

Владимир 2016

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Арифметика квадратичных форм» расширяет знания студентов о рассмотренных в курсе «Алгебры» квадратичных формах, методах приведения квадратичных форм к каноническому виду и применение теории квадратичных форм в задачах о приведении к каноническому виду кривых второго порядка и поверхностей второго порядка, а также применение квадратичных форм к исследованию функций нескольких переменных.

Цель дисциплины: овладение знаниями об алгебраических и теоретико-числовых основах теории квадратичных форм, изучение математического аппарата теории, применение теории квадратичных форм для решения прикладных задач исследования функций нескольких переменных и приведения к каноническому виду кривых второго порядка и поверхностей второго порядка, а также использование квадратичных форм для представления натуральных чисел.

Задачи дисциплины:

- формирование у студентов комплексных знаний об алгебраических основах теории квадратичных форм;
- применение полученных знаний для решения прикладных задач теории квадратичных форм ;

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Квадратичные формы» относится к разделу «Дисциплины по выбору».

Для освоения дисциплины студенты используют знания и умения, сформированные в ходе изучения дисциплин математического и естественнонаучного цикла.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для профессионального становления студентов.

Полученные знания, умения и навыки будут использоваться для изучения последующих дисциплин математического и естественнонаучного цикла, а также профессионального цикла. Также полученные знания могут быть использованы для написания выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование и развитие у студентов в соответствии с целями и задачами курса следующих компетенций:

профессиональных (ПК):

готовность реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1)

готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11):

В результате изучения дисциплины «Арифметика квадратичных форм» студенты должны

знать:

- понятие квадратичной формы и матрицы квадратичной формы;
- свойства и виды квадратичных форм;
- задачи теории квадратичных форм;
- понятие о каноническом виде квадратичной формы и методах ее приведения к каноническому виду;
- прикладные задачи теории квадратичных форм и методы их решения;

уметь:

- решать задачи теории квадратичных форм;
- находить матрицу квадратичной формы;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду различными методами;
- с помощью квадратичных форм приводить к каноническому виду кривые и поверхности второго порядка;
- с помощью квадратичных форм проводить исследование функции нескольких переменных;
- решать задачи о представлении натуральных чисел с помощью квадратичных форм;

владеть:

- навыками решения задач теории квадратичных форм, применять их на практике и в новой ситуации.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Трудоёмкость и формируемые компетентности

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачётных единиц, 216 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоёмкость (в часах)				Объём учебной работы, с приме- нием интерактив- ных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежу- точной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Контрольные работы	СРС		
1	Введение. Определение и матричная запись квадратичной формы	6	1-2	4	6		5	5/50	
2	Знако определение квадратичные формы	6	3-4	4	6		5	5/50	
3	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Методом ортогонального преобразования	6	5-6	4	6		5	5/50	Рейтинг- контроль 1
4	Упрощение уравнений фигур второго порядка на плоскости и в пространстве	6	7-8	4	6		5	5/50	

5	Применение квадратичных форм к исследованию функций нескольких переменных на экстремум	6	9-10	4	6		55	5/50	
6	Квадратичные формы в теории чисел	6	11-12	4	6		5	5/50	Рейтинг-контроль 2
7	Билинейные квадратичные формы	6	13-14	4	6		5	5/50	
8	Представление натуральных чисел положительно определенными квадратичными формами.	6	15-16	4	6		5	5/50	
9	Уравнение Пелля	6	17-18	4	6		5	5/50	Рейтинг-контроль 3
Итого				36	54			45/50	экзамен

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В семестре проводятся контрольные работы (на семинарах). Также каждый студент получает индивидуальное задание, направленное на формирование компетенций определенных данной рабочей программой. Задания разработаны с учетом прикладного характера дисциплины и рассматривают конкретные ситуации, требующие принятия решений и творческого подхода. Во время выполнения заданий в учебной аудитории студент может консультироваться с преподавателем, определять наиболее эффективные методы решения поставленных задач. Если какая-то часть задания остается не выполненной, студент может продолжить её выполнение во

время внеаудиторной самостоятельной работы. Для оценивания результатов изучения дисциплины используется бально-рейтинговая система.

**6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ
ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Всего в семестре три рейтинга. Каждый оценивается в 20 баллов.

Задания к рейтинг-контролю № 1.

Вопросы

1. Что называется квадратичной формой n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$? Что называется коэффициентом квадратичной формы?
2. Какая квадратичная форма называется вещественной?
3. Что называется матрицей квадратичной формы?
4. Что называется рангом квадратичной формы?
5. Какая квадратичная форма называется невырожденной?
6. Как записать квадратичную форму n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ в матричном виде?
7. Что представляет собой $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – квадратичная форма переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, если рассматривать $x_1, x_2, \dots, x_n$ как координаты вектора x в ортонормированном базисе, а матрицу A – как матрицу самосопряженного оператора f в том же базисе? Что называется матрицей квадратичной формы в базисе?
8. Как изменяется матрица квадратичной формы при линейном однородном преобразовании переменных?

Задачи

1. Записать матрицу квадратичной формы $2x^2 + 3y^2 - z^2 + 4xy - 6xz + 10yz$.
2. Найти ранг квадратичной формы $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$, если:
а) $L(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1x_2$; б) $L(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 6x_1x_2$.
3. Записать квадратичную форму $L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 2x_1x_3 - x_2x_3$ в матричном виде.
4. Записать квадратичную форму $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в виде $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}x_ix_j$ по заданной матрице A , если: а) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$;

16. Найти квадратичную форму, полученную из данной указанным преобразованием:

$$L(x_1, x_2) = 3x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2, \quad \begin{cases} x_1 = 2y_1 - y_2, \\ x_2 = y_1 + y_2; \end{cases}$$

Задания к рейтинг-контролю № 2.

Вопросы

1. Какая квадратичная форма называется канонической (имеет канонический вид)?
2. Какой вид имеет матрица канонической квадратичной формы?
3. В каком случае говорят, что квадратичная форма приводится к каноническому виду?
4. Всякая ли квадратичная форма приводится к каноническому виду?
5. Как найти ортогональную матрицу, приводящую квадратичную форму к каноническому виду?

6. Чему равны коэффициенты канонической квадратичной формы $\sum_{i=1}^n b_i x_i^2$, к которой приводится данная квадратичная форма $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ с помощью ортогональной матрицы?

7. В чем суть метода Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду?

8. Какие миноры называются главными угловыми минорами матрицы?

9. В каком случае применим метод Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду?

10. Какой вид имеет невырожденное преобразование (оператор), приводящее методом Якоби к каноническому виду квадратичную форму, главные угловые миноры матрицы A которой отличны от нуля?

11. Как определяются коэффициенты канонической квадратичной формы $\sum_{j=1}^n \beta_j y_j^2$, к которой приводится методом Якоби данная квадратичная форма $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$?

12. Единственным ли образом определяется канонический вид для данной квадратичной формы?

13. В чем заключается закон инерции квадратичных форм?

14. Изменится ли ранг квадратичной формы при невырожденном линейном преобразовании?

15. Всякую ли квадратичную форму можно привести к каноническому виду методом Лагранжа?

Задачи

1. Привести к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму $6x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$.

2. Привести квадратичную форму $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ к каноническому виду методом Лагранжа и записать соответствующее преобразование.

3. Привести квадратичную форму $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_2x_3$ к каноническому виду методом Якоби и записать соответствующее преобразование.

Задания к рейтинг-контролю № 3.

1. Записать общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости

2. Записать общее уравнение $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ в матричном виде.

3. Что называется квадратичной формой, соответствующей уравнению $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$? Записать матрицу A этой квадратичной формы.

4. Пусть в системе координат $(O; i, j)$ фигура задана уравнением $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ или

$$(x \ y) \begin{pmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + (d \ e) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + f = 0.$$

а) Как найти такой ортонормированный базис i', j' , чтобы квадратичная форма, соответствующая уравнению данной фигуры в системе координат $(O; i', j')$, имела канонический вид?

б) Записать соответствующий канонический вид квадратичной формы.

в) Записать уравнение данной фигуры в системе координат $(O; i', j')$.

5. Построить в системе координат Oxy ($O; i, j$) фигуру, определяемую данным уравнением, предварительно приведя его к каноническому виду

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x + 12y + 10 = 0.$$

6. Записать общее уравнение фигуры второго порядка в пространстве.

7. Записать общее уравнение $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + bx + cy + dz + f = 0$ в матричном виде.

8. Что называется квадратичной формой, соответствующей уравнению $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + bx + cy + dz + f = 0$? Записать матрицу A этой квадратичной формы.

9. Пусть в системе координат $(O; i, j, k)$ фигура задана уравнением $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + bx + cy + dz + f = 0$ или

$$(x \ y \ z) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + (b \ c \ d) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + f = 0.$$

а) Найти такой ортонормированный базис i', j', k' , чтобы квадратичная форма, соответствующая уравнению данной фигуры в системе координат $(O; i', j', k')$, имела канонический вид?

б) Записать соответствующий канонический вид квадратичной формы.

в) Записать уравнение данной фигуры в системе координат $(O; i', j', k')$.

Вопросы к экзамену.

1. Понятие квадратичной формы.
2. Матричная запись квадратичной формы.
3. Изменение квадратичной формы при однородном преобразовании переменных.
4. Знакоопределенные квадратичные формы.
5. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.
6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду Метод Якоби.
7. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
8. Канонические уравнения фигур второго порядка на плоскости.
9. Упрощение фигур второго порядка на плоскости.
10. Канонические уравнения фигур второго порядка на плоскости.
11. Упрощение уравнений фигур второго порядка в пространстве.
12. Применение квадратичных форм к исследованию функций нескольких переменных на экстремум.
13. Квадратичные формы в теории чисел.
14. Билинейные квадратичные формы.
15. Представление натуральных чисел положительно определенными квадратичными формами.
16. Уравнение Пелля.

Темы для самостоятельной работы студентов.

1. Предварительные сведения о квадратичных формах над произвольными полями. Различные определения. Основные теоремы.
2. Представление формой элементов поля. Теорема о представлении.
3. Теорема Касселса-Пфистера и следствия из нее.
4. Теоремы Гурвица о билинейной композиции.
5. Мультипликативные формы.
6. Бирациональная композиция квадратичных форм.
7. Бирациональная композиция сумм квадратов.
8. Билинейная композиция квадратичных форм.
9. Билинейная композиция сумм квадратов.
10. Пфистеровы формы.
11. Сильномультипликативные квадратичные формы.
12. Открытые проблемы о композиции квадратичных форм.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п.п.	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпля- ров в библиотеке университе- та	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использую- щих указанную литературу	Обеспечен- ность студентов литерату- рой, %
1	2	3	4	5	6	7
Основная литература						
1	Н.Д. Золотарёва [и др.]: под ред. М. В. Федотова. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015 - 240с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html	20	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М.: Проспект, 2015 - 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М.: Проспект, 2015 - 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html	20	100%
Дополнительная литература						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. - 144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html	20	100%
3	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html	20	100%

4	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html	20	100%
5	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html	20	100%

периодические издания:

Статьи из журнала «Математика в школе»:

1. Ажгалиева, А. О. О двадцати пяти способах решения одной задачи / А. О. Ажгалиева, О. А. Ажгалиев // 2009. – № 6.
2. Демидова, Т.Е. О способах проверки решения текстовых задач / Т. Е. Демидова, А.П. Тонких // 1999. – № 5. – С.4.
3. Дворянинов, С. В. Нахождение расстояния между двумя прямыми линиями / С. В. Дворянинов // 2011. – № 6. – С. 26-31.
4. Корянов, А. Г. Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами / А. Г. Корянов // 2011. – № 1. – С. 18-26.
5. Петров, В. А. О решении логарифмических неравенств / В. А. Петров // 2012. – № 4. – С. 17-20.
6. Сагателова, Л. С. Расстояние от точки до плоскости. Различные подходы к решению задач С 2 ЕГЭ / Л. С. Сагателова // 2013. – № 5. – С. 12-18.
7. Севрюков, П. Ф. Такие разные задачи с модулями / П. Ф. Севрюков // 2014. – № 1. – С. 18-23.

интернет-ресурсы:

1. <http://www.edu.ru>
2. <http://www.fipi.ru>
3. <http://www.schoolpress.ru>
4. <http://www.school-collection.edu.ru>
5. <http://www.1september.ru>
6. <http://www.festival.1september.ru>
7. <http://www.geometry.ru/books.htm>
8. <http://www.math.ru>

9. <http://www.alleng.ru>
10. <http://www.alexlarin.ru>
11. <http://www.eek.diary.ru>
12. <http://kvant.mosmet.ru>

Статьи из журнала «Квант»:

1. Березин, В. Теорема Пифагора / В. Березин // 1972. – № 3. – С. 18-21, 74.
2. Березин, В. Правильные многогранники / В. Березин // 1973. – № 5. – С. 26-27.
3. Белый, А. Формула Герона / А. Белый // 1986. – № 10. – С. 20-21.
4. Билецкий, Ю. О пользе вневписанных окружностей / Ю. Билецкий, Г. Филипповский // 2001. – № 2. – С. 28.
5. Биссектрисы, вписанная и вневписанные окружности треугольника. – 1989. – № 7. – С. 40-41.
6. Болтянский, В. Пифагоровы тетраэдры / В. Болтянский // 1986. – № 8. – С. 29-31.
7. Вагутен, В. Средние линии / В. Вагутен // 1989. – № 6. – С. 46-51.
8. Виленкин, А. Производная и задачи на экстремумы / А. Виленкин // 1978. – № 6. – С. 60-64.
9. Виленкин, Н. Что такое производная / Н. Виленкин, А. Мордкович // 1975. – № 12. – С. 11-18.
10. Габович, И. Теорема Менелая для тетраэдра / И. Габович // 1996. – № 6. – С. 34-36.
11. Готман, Э. Медианы и средние линии / Э. Готман // 1975. – № 12. – С. 46-50.
12. Готман, Э. Прямая Эйлера / Э. Готман // 1975. – № 2. – С. 20-25.
13. Готман, Э. Теорема косинусов и её следствия / Э. Готман // 1972. – № 7. – С. 29-32.
14. Готман, Э. Свойства правильной пирамиды, вписанной в сферу / Э. Готман // 1998. – № 4. – С. 38-41.
15. Долбилин, Н. Три теоремы о выпуклых многогранниках / Н. Долбилин // 2001. – № 5. – С. 7-12; 2001. – № 6. – С. 3-10.
16. Дубровский, В. Шесть доказательств теоремы о медианах / В. Дубровский // 1990. – № 1. – С. 54-56.
17. Егоров, А. Ортоцентрический треугольник / А. Егоров // 2001. – № 4. – С. 36-38.
18. Замечательные линии и точки. – 1987. – № 6. – С. 65; № 10. – С. 32-33.
19. Заславский, А. Параллельная проекция / А. Заславский // 2001. – № 4. – С. 16-19.
20. Ивлев, Б. Двугранные и трехгранные углы / Б. Ивлев // 1984. – № 12. – С. 23-26.
21. Кириллов, А. О правильных многоугольниках, функции Эйлера и числах Ферма /

- А. Кириллов // 1977. – № 7. – С. 2-9.
22. Колмогоров, А. Что такое функция? / А. Колмогоров // 1970. – № 1. – С. 27-36.
 23. Краснодемская, А. Графическое решение кубических уравнений / А. Краснодемская // 1976. – № 9. – С. 18-19.
 24. Львовский, С. Производная сложной и обратной функций / С. Львовский // 1989. – № 4. – С. 36-42.
 25. Матизен, В. Из геометрии тетраэдра / В. Матизен, В. Дубровский // 1988. – № 9. – С. 66-71.
 26. Матиясевич, Ю. Модели многогранников / Ю. Матиясевич // 1978. – № 1. – С. 8-17.
 27. Нильме, В. Циркулем и линейкой / В. Нильме // 1975. – № 6. – С. 2-9.
 28. Орач, Б. Теорема Менелая / Б. Орач // 1991. – № 3. – С. 52-55.
 29. Рабинович, В. Вычисление объёма с помощью принципа Кавальери / В. Рабинович // 1972. – № 6. – С. 9-14.
 30. Рафаилов, Э. Медианы треугольника / Э. Рафаилов // 1990. – № 7. – С. 40-42.
 31. Савин, А. Максимум, минимум и теорема о средних / А. Савин // 1970. – № 11. – С. 24-26.
 32. Савченко, В. Полуправильные многогранники / В. Савченко // 1976. – № 1. – С. 2-7.
 33. Самаров, К. Обратные тригонометрические функции / К. Самаров, М. Шабунин // 1983. – № 4. – С. 30-34.
 34. Тоноян, Г. Теорема Морлея / Г. Тоноян, И. Яглом // 1978. – № 8. – С. 28-32.
 35. Шарыгин, И. Биссектрисы треугольника, вписанная окружность / И. Шарыгин // 1994. – № 4. – С. 43.
 36. Шарыгин, И. Высоты треугольника / И. Шарыгин // 1994. – № 2. – С. 40.
 37. Шарыгин, И. Медианы треугольника / И. Шарыгин // 1994. – № 3. – С. 39.
 38. Шарыгин, И. Окружность девяти точек и прямая Эйлера / И. Шарыгин, А. Ягубьянц // 1981. – № 8. – С. 34-37.
 39. Шарыгин, И. Вокруг биссектрисы / И. Шарыгин // 1983. – № 8. – С. 32-36.
 40. Шарыгин, И. Теоремы Чевы и Менелая / И. Шарыгин // 1976. – № 11. – С. 22-30.
 41. Шарыгин, И. Чертёж в стереометрических задачах / И. Шарыгин // 1991. – № 5. – С. 47-51.
 42. Шевелев, Л. Объем тел вращения / Л. Шевелев // 1973. – № 8. – С. 35-37.
 43. Эрдниев, Б. Теоремы Чевы и Менелая / Б. Эрдниев, Н. Манцаев // 1990. – № 3. – С. 56-59.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Средства обучения: мультимедийные слайды, электронные учебники (CD и сетевая версия), цифровые и электронные образовательные ресурсы, задачки, модели фигур, таблицы и др.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Математика. Информатика»

Рабочую программу составил доц. Евсеева Ю.Ю.
(ФИО, подпись)

Рецензент МАОУ Тимаринский №3 Маркелова Г.Н.
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 7 от 11.03.2016 года
Заведующий кафедрой Жиков В.В.
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование
Протокол № 3 от 17.03.2016 года
Председатель комиссии Артамонова М.В.

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____