**Министерство образования и науки Российской Федерации**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет**
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**
**(ВлГУ)**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по учебно-методической работе
_________________ А.А.Панфилов
«_17_» _03________ 2016 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
# «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

**Направление подготовки** 44.03.05 Педагогическое образование

**Профиль подготовки** Информатика. Математика.

**Уровень высшего образования** бакалавриат

**Форма обучения** очная

| Семестр | Трудоем-кость зач. ед,час. | Лек-ций, час. | Практич. занятий, час. | Лаборат. работ, час. | СРС, час. | Форма промежуточного контроля (экз./зачет) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 3/108 | 18 | 18 | | 72 | ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ |
| Итого | 3/108 | 18 | 18 | | 72 | ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ |

**Владимир, 2016**

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

-формирование вероятностно-статистического подхода к изучению действительности. теоретическая подготовка для практического применения и решения задач с использованием компьюте рных программ,

-формирование математической культуры студентов;

-всестороннее развитие мышления студентов;

-формирование систематических знаний в области теории вероятностей и математической статистики;

-овладение современным аппаратом теории вероятностей и математической статистики для дальнейшего применения в других областях знания.

-овладение методами обработки результатов измерений.

-знакомство со случайными процессами.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к вариативной части учебного плана. Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения всех дисциплин математического, физического и предметов общекультурного цикла, полученные на предыдущем уровне образования. Это фундамент высшего математического образования. Знания и умения, полученные в процессе изучения дисциплины (модуля) будут в дальнейшем использоваться в других дисциплинах и практической деятельности выпускника. В частности, для данной специальности особенно важно изучение тем, связанных с обработкой результатов наблюдения

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код компетенций по ФГОС | Содержание | Планируемые результаты |
|---|---|---|
| ПК-1 | готовностью реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов | ***знать:*** математические основы теории вероятностей, аксиоматику теории вероятностей основные теоремы теории вероятностей , основные дискретные случайные величины и их числовые характеристики , знать структура и содержание раздела «Анализ данных»<br>***уметь:*** использовать точечные оценки параметров в статистике, применять понятие о критериях согласия и проверке гипотез , использовать статистический аппарат при решении исследовательских задач ;<br>***владеть*** приемами вычисления вероятностей по классической схеме с применением комбинаторных формул, основными правилами вычисления вероятностей с использованием теорем сложения, умножения и других теорем , приемами организации и руководства учебно-исследовательской деятельности обучающихся , приемами обработки результатов измерений и использованием точечных оценок и доверительных интервалов . |
| ПК-11 | готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования | |
| ПК-12 | способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся | |

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет __3__ зачетных единиц, _108_ часов.

| № п/п | Раздел (тема) дисциплины | Семестр | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость( в часах) | | | | | | Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в час/%) | Формы текущего контроля Успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | Контрольные работы | СРС | КП/КР | | |
| 1 | События. Комбинаторика и классическое определение вероятности. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | |
| 2. | Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость двух и более событий. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | Основные дискретные распределения: биномиальное, распределение Пуассона. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | Рейтинг-контроль 1 |
| 4. | Независимость испытаний. Независимые испытания Бернулли | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | |
| 5. | Практическое использование приближенных формул. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | |
| 6. | Математическое ожидание случайной величины и ее свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Понятие о моментах. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | Рейтинг-контроль 2 |
| 7. | Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме. | 4 | 2 | 2 | | | 8 | | 2/50 | |
| 8. | Задачи математической статистики. Оценка параметров распределения. | 4 | 2 | 2 | | | 4 | | 2/50 | |
| 9 | Доверительные интервалы. Задача об оценке независимой вероятности по частоте. | 4 | 2 | | | | 2 | | 1/50 | |
| 10. | Понятие о критериях согласия. Понятие о про- | | | | | | | | | Рейтинг-контроль 3 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | стейших случайных процессах. | 4 | | 2 | | | 2 | | 1/50 | |
| | Всего: | | 18 | 18 | | | 72 | | 18/50 | Зачет с оценкой |

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

| N п/п | Виды учебной работы | Образовательные технологии |
|---|---|---|
| 1. | Лекция | -лекция-информация с визуализацией;<br>-проблемная лекция |
| 2. | Практические занятия | -семинар-конференция по студенчиским докладам и эссе;<br>-выполнение расчетных работ;<br>-поиск и анализ информации в сети Интернет;<br>-проектные технологии;<br>-технология учебного исследования |
| 3. | Самостоятельная работа | -внеаудиторная работа студентов (освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, работа с электронным учебно-методическим комплексом, работа над проектом, подготовка к текущему и итоговому контролю) |
| 4. | Текущий контроль | -решение задач на практических занятиях;<br>- защита расчетных работ:<br>-защита проектов:<br>-бланочное и компьютерное тестирование |
| | | |

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

**Рейтинг-контроль №1.**

ТЕМА: методы сбора статистических данных (дискретная величина). Измеримый признак, его эмпирическое распределение, построение полигона относительных частот, вычисление выборочного среднего, медианы, моды, выборочной дисперсии и среднего квадратичного.

**Постановка задачи:** одной из основных задач статистики является нахождение такого описания наблюденных данных, при котором обследуемое явление может быть охарактеризовано посредством небольшого числа параметров.

Совокупность всех возможных значений случайной величины называют генеральной совокупностью. Множество значений случайной величины, получаемое в результате наблюдений над нею, называют выборкой. Выборка может быть повторная и бесповторная, но обязательно репрезентативная (представительная).

Способы сбора данных подразделяются на два вида:

1.без разделения генеральной совокупности на части: простой случайный бесповторный отбор, простой случайный повторный отбор.

1. с разделением генеральной совокупности на части: типический отбор , механический отбор, серийный отбор. См. В.Е.Гмурман "Теория вероятностей и математическая статистика".2006 стр.190-191.

   Состав выборки случаен, поэтому выводы о параметрах генеральной совокупности по выборке могут быть ложными. С возрастанием объема выборки вероятность правильных выводов увеличивается.. Поэтому всякому решению, принимаемому по выборке, стара принимаемого решения.

   Случайная величина определяется законом распределения и числовыми характеристиками: математическим ожиданием, медианой, модой, дисперсией, средним квадратичным. Точечными оценками этих параметров являются выборочное среднее, выборочная медиана, выборочная мода, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратичное, обладающие свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности. См. В.Е.Гмурман стр. 198.

   **Ход работы:**

   1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу

| Результаты измерений (вариационный ряд) $x_i$ (1) | Штриховые отметки наблюдений (2) | Абсолютная частота $h_i$ (3) | Относительная частота в процентах (4) | Относительная накопленная частота в % (5) |
|---|---|---|---|---|
| ... | - | | | |

В столбец (1) заносятся в порядке возрастания все результаты измерений, в столбец (2) – штриховые отметки повторяемости данного измерения (каждый пятый штрих – горизонтальный), в (3) – их количество, в (4) их относительные частоты, в (5) - относительные накопленные частоты.

Определить размах вариационного ряда $R=x_{max}-x_{min}$.

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением

$$\sum h_i = n$$

По абсолютным частотам рассчитываются относительные частоты

$$(h_i/n)\ 100\%$$

Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

2. Построить полигон частот: по оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, по оси ординат – абсолютные частоты. Соединив полученные точки, получим полигон частот или многоугольник распределения.
3. Найти выборочное среднее.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i h_i$$, где $h_i$ – абсолютная частота $x_i$.

4. Определить медиану $\tilde{x}$ серединное значение.
   Если число измерений нечетно, то медиана – это число, находящееся в середине упорядоченной последовательности ряда измерений. При четном числе измерений выборочная медиана равна среднему арифметическому двух, расположенных в середине значений упорядоченной последовательности.

5. Определить моду D – наиболее часто встречающееся значение в ряде измерений. Она определяется непосредственно по таблице частот, как значение признака, имеющего наибольшую частоту.

6. Определить выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную оценку генеральной дисперсии)

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2 h_i$$

   Найти выборочное среднее квадратичное. $\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2}$ .

7. Все полученные данные занести в таблицу

| $\bar{x}$ | $\tilde{x}$ | D | $\bar{s}^2$ | $\bar{s}$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Провести обработку результатов наблюдения на компьютере.

**Рейтинг-контроль №2.**

ТЕМА: обработка статистических данных непрерывной случайной величины. Интервальная группировка данных, построение гистограммы, вычисление выборочного среднего, выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратичного.

**Ход работы:**

1. Составить вариационный ряд измерений. Данные занести в таблицу (см.работу № 1).

| Результаты | Штриховые | Абсолютная | Относительная | Относитель- |
|---|---|---|---|---|

| измерений (вариационный ряд) $x_i$ (1) | отметки наблюдений (2) | частота $h_i$ (3) | частота (4) | ная накопленная частота (5) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

При большом числе измерений непрерывной случайной величины следует прибегнуть к группировке измерений, объединяя их в один класс. (Стараться не допускать совпадения границ интервалов с результатами измерений. Если же совпадение произошло, то результат засчитывается в каждый правый конец интервала(или в каждый левый, или по 0.5 в каждом из соседних интервалов по договоренности)..

При выборе ширины интервала d следует учитывать, что выбор интервала зависит от числа измерений и от размаха вариационного ряда

$$R=x_{max}-x_{min}.$$

Следует выбирать ширину интервала так, чтобы получилось не менее 6 и не более 20 интервалов. Рекомендуется определять количество интервалов к при заданном n из соотношения $к \leq 5\lg n$.Можно ориентироваться на следующие значения числа интервалов в зависимости от числа измерений

| n | 50 | 100 | 500 | 1000 | 10000 |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 8 | 10 | 13 | 15 | 20 |

Ширина интервала $d \approx \frac{R}{k}$

2. Составить таблицу

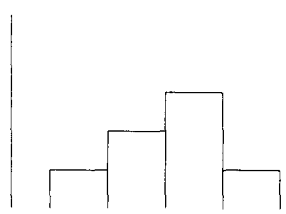
| границы интервалов (1) | штриховые отметки (2) | абсолютная частота $h_m$ (3) | относительная частота (4) | относительная накопленная частота (5) | середина интервала $u_m$ (6) | середина условного интервала $e_m=\frac{u_m-\bar{x}_a}{d}$ (7) | $e_m h_m$ (8) | $e_m^2 h_m$ (9) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | P= | Q= |

Для проверки правильности подсчета частот воспользоваться соотношением $\sum_m h_m = n$

По абсолютным частотам рассчитывают относительные частоты ($h_m/n$) и относительные накопленные частоты. Таблица частот дает эмпирическое распределение случайной величины.

3. Построить гистограмму. Для построения гистограммы по оси абсцисс отложить границы интервалов (из таблицы 2), по оси ординат – абсолютные частоты (столбец 3) и построить для каждого интервала прямоугольник. Полученный ступенчатый многоугольник называется гистограммой.

Иногда удобнее строить гистограмму относительных частот, когда по оси ординат откладываются относительные частоты.



границы интервалов

4. Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, медиану, моду и выборочное среднее квадратичное.
Для упрощения расчетов выборочного среднего и дисперсии воспользуемся введением вспомогательной величины середины интервала с наибольшей частотой (ложный нуль) $x_a$.
Тогда $\bar{x} = x_a + k$,
где к поправка, которая получается из следующих преобразований

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum h_m u_m = \frac{1}{n}\sum h_m (u_m - \bar{x}_a + x_a) = \frac{1}{n}\sum h_m (u_m - x_a) + \frac{1}{n}\sum h_m \bar{x}_a =$$
$$= \frac{1}{n}\sum h_m (u_m - x_a) + x_a$$

$$k = \frac{1}{n}\sum h_m (u_m - x_a) = \frac{d}{n}\sum h_m (u_m - \bar{x}_a) = \frac{d}{n}\sum h_m \left(\frac{u_m - \bar{x}_a}{d}\right) = \frac{d}{n} P, \text{ где}$$

$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d}\right) = \sum h_m e_m$, , где $e_m = \frac{u_m - \bar{x}_a}{d}$ - середины условных интервалов (столбец 7). В столбец 8 внести произведения $e_m h_m$
Сумму этих произведений обозначим через Р.
Следовательно.

$$\bar{x} = x_a + \frac{d}{n} P$$

5. Определим выборочную медиану по таблице частот, для чего суммируем абсолютные частоты вплоть до интервала, для которого сумма будет равна или немного меньше n/2. Тогда выборочная медиана располагается в следующем интервале и за $\tilde{x}$ можно принять середину этого интервала.

1. Определите моду как середину интервала с наибольшей частотой.

D=

7 Вычислите выборочную дисперсию (несмещенную и состоятельную)

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_m - \bar{x})^2 h_m = \frac{d^2}{n-1}\left(Q - \frac{P^2}{n}\right),$$

где

$$P = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d}\right), \qquad Q = \sum h_m \left(\frac{u_m - x_a}{d}\right)^2 = \sum h_m e_m^2$$

$\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2}$ - выборочное среднее квадратичное.

8. Результаты внести в таблицу

| $\bar{x}$ | $\tilde{x}$ | D | $\bar{s}^2$ | $\bar{s}$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Повести обработку результатов измерений на компьютере.

## Рейтинг-контроль №3.

**ТЕМА:** проверка гипотезы о нормальном законе распределения.

**Постановка задачи:** численным методом оценки того, принадлежит ли данная выборка генеральной совокупности с нормальным распределением или нет, является критерий $\chi^2$ ("хи" –квадрат). Пирсона. По этому методу эмпирическое распределение сравнивается с гипотетическим теоретическим распределением генеральной совокупности и в зависимости от величины отклонения эмпирического распределения от теоретического выдвинутая гипотеза принимается или отвергается.

**Ход работы.** Данные взять из лабораторной работы № 2. и внести их в столбцы 1 и 2 таблицы.

Выдвигается $H_0$ – нулевая гипотеза данные подчиняются нормальному закону распределения. $H_1$ – альтернативная гипотеза – данные не подчиняются нормальному закону распределения.

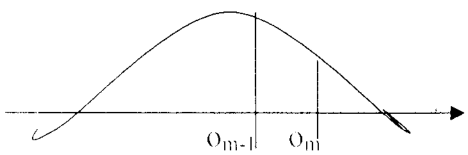
Для проверки нулевой гипотезы сравним наблюдаемые частоты – эмпирические с соответствующими теоретическими частотами того же интервала. Теоретические вероятности показывают долю площади под гауссовой кривой распределения между верхней и нижней границами интервала.

| границы интервалов $o_{м-1}$-$o_м$ | $h_m$ | $a_m = \frac{o_m - \bar{x}}{s}$ | $\Phi(a_m)$ | $p_m = \Phi(a_m) - \Phi(a_{m-1})$ | $np_m$ | $\lvert h_m - np_m \rvert$ | $(h_m-np_m)^2$ | $\frac{(h_m-np_m)^2}{np_m}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) |
| | | | | | $\sum=$ | | | $\chi^2=$ |
| | | | | | | | | |

Для расчета теоретических частот $np_m$ следует взять $\bar{x}$ и $s$ из лабораторной работы № 2.

В столбец (3) внести значения $a_m = \frac{o_m - \bar{x}}{s}$, где $o_m$ – верхняя граница m-ого интервала. По аргументам $a_m$ найти вероятность нормального распределения(столбец 4) из таблиц Ф(x). Разность $\Phi(a_m)$-$\Phi(a_{m-1})$ дает теоретическую вероятность $p_m$ $m$-ого интервала. (столбец 5).

В столбец (6) вносят теоретические частоты $np_m$. Для проверки правильности вычислений воспользоваться свойством $\sum np_m = n$




**Замечание**: для первого интервала $p_m$ вычисляют как разность $\Phi(a_2)$-$\Phi(-\infty)$, а для последнего интервала вероятность вычисляется как разность между $\Phi(\infty)$ и предпоследним значением функции Ф.

С целью проверки гипотезы $H_0$ рассчитывается величина критерия

$$\tilde{\chi}^2 = \sum \frac{(h_m - np_m)^2}{np_m}$$

Соответствующая данной реализации случайная величина приближенно имеет распределение $\chi^2$ с к-1 степенью свободы, где к – число интервалов.

**Замечание:** для того, чтобы величина критерия приближенно обладала распределением "Хи-квадрат", теоретические частоты должны быть не слишком малы. Для всех интервалов должно быть выполнено соотношение $np_m \geq 5$.

Если в некоторых интервалах это соотношение нарушено, соседние интервалы следует объединить в один. Число интервалов сокращается к*. Тогда число степеней свободы подсчитывается как (к*–2)-1. Вычитается 2, так как два параметра $\bar{x}$ и $s$ взяты из выборочных данных.

Выбрать уровень значимости $\alpha$, по таблицам распределения "Хи-квадрат" при полученном числе степеней свободы находят критическую точку ${\chi'}^2_{\alpha,(k^*-2)-1}$.

Если для рассчитанной величины критерия $\tilde{\chi}^2$ выполняется неравенство

$\tilde{\chi}^2 \geq {\chi'}^2_{\alpha,(k^*-2)-1}$, то гипотеза $H_0$ отклоняется, в противном случае отклонения не происходит, так как расхождение между теоретическими и наблюдаемыми частотами не является значимым и ничто не противоречит допущению о том, что выборка взята именно из генеральной совокупности, имеющей нормальное распределение.

Если проверяется гипотеза о распределении Пуассона, при определении числа степеней свободы из числа интервалов вычитается 1, а не 2, т.к. для получения теоретических частот используется один выборочный параметр $\bar{x}$.

Провести обработку результатов на компьютере.

## Задания для самостоятельной работы

1. Из генеральной совокупности n элементов производится выборка объема r.

Заполнить таблицу формул для выборок

| из n по r | упорядоченные выборки | неупорядоченные выборки |
|---|---|---|
| с повторениями элементов | | |
| без повторения элементов | | |

Варианты ответов: $C_n^r$, $A_n^r$, $n^r$, $C_{n+r-1}^r$

2. Имеются n ячеек и r частиц. Найдите вероятность того, что заняты какие-либо r ячеек в статистиках

а) Максвелла-Больцмана. ответ ……. p=

б) Бозе-Эйнштейна. ответ…….. p=

в) Ферми-Дирака. ответ……. p=

Варианты ответов: 1) $1/C_n^r$, 2) $C_n^r/A_n^r$, 3) $r!/A_n^r$, 4) $1/C_{n+r-1}^r$, 5) $C_n^r/C_{n+r-1}^r$ 6) $A_n^r/n^r$, 7) $1/n^r$, 8) 1

3.. Пусть события А и В определены в одном и том же пространстве и не являются тождественными. Упорядочить, используя знаки =,>,< следующие величины: 0, $p(A\bigcup B.)$, $p(A/B)$, $p(A)+p(B)$, $p(A\bigcap B)$

а) если А и В несовместны

б) А и В независимы

Ответ:

а)

б)

4. Может ли при каком-либо значении аргумента

а) функция распределения быть больше 1 ответ…..

б)функция плотности вероятности больше 1 ответ…..

в) функция распределенийя быть отрицательной ответ…..

г) функция плотности вероятности быть отрицательной …..ответ

Ответ выбирается из двух вариантов **да, нет**

5. К случайной величине X прибавили постоянную неслучайную величину а. Как изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ:……..

б) дисперсия ответ……..

в) среднее квадратичное ответ………

Выбрать нужный ответ:

1) увеличится на а. 2) не изменится. 3)уменьшится на а

6. Случайную величину X умножили на постоянную величину а. Как от этого изменятся ее характеристики:

а) математическое ожидание ответ

б) дисперсия ответ…..,

в) среднее квадратичное ответ……….

Выбрать нужный вариант:

1) не изменится. 2) увеличится на а. 3) увеличится в а раз. 4) увеличится в $a^2$ раз

7. Установите соответствие между видом случайной величины и ее математическим ожиданием

| формула математического ожидания | непрерывная случайная величина | дискретная случайная величина | случайная величина, имеющая распределение Пуассона | случайная величина, имеющая расределение Бернулли |
|---|---|---|---|---|
| $M(X)=\sum x_i p_i$ | | | | |
| $M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$ | | | | |
| $M(X)=np$ | | | | |
| $M(X)=\lambda$ | | | | |

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

8. Установите соответствие между видом случайной величины и ее дисперсией

| формула дисперсии | непрерывная случайная величина | дискретная случайная величина | случайная величина, имеющая распределение Пуассо- | случайная величина, имеющая распределение Бернул- |
|---|---|---|---|---|

| | | | на | ли |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma^2 = npq$ | | | | |
| $\sigma^2 = \lambda$ | | | | |
| $\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 p_i$ | | | | |
| $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$ | | | | |

Вставьте в таблицу соответствующую формулу.

9. Максимальное значение плотности распределения нормально распределенной случайной величины X равно $\frac{1}{4\sqrt{\pi}}$.

Дисперсия этого распределения равна……….
Варианты ответов: 4, 2, 8, 16.

10. Две случайные величины имеют нормальные распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсиями 1 и 4 соответственно. У какой случайной величины больше вероятность принять значение в интервале
(-1,+1). Ответ:…………………..
Ответ дать не пользуясь таблицами. Ответ выбрать из двух вариантов: 1) у первой, 2) у второй

11. Установите соответствие между формулой и определенной по ней вероятности

| формула | $p_{k,n}$ | $p(k_1<k<k_2)$ | $p(\lvert k-np\rvert<g\,\sigma)$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{f(x)}{\sqrt{npq}}$, где $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ | | | |
| $\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, где $\lambda = np$ | | | |
| $C_n^k p^k q^{n-k}$ | | | |
| $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, где $x = \frac{r-np}{\sqrt{npq}}$ | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2\Phi(g)$, где $\Phi(g)=$ $\frac{1}{2\pi}\int_0^g \ell^{-\frac{x^2}{2}}dx$ | | | |
| $\sum_{k_1}^{k_2}\frac{\lambda^k}{k!}\ell^{-\lambda}$ | | | |

Заполните соответствующие клетки таблицы.

12. Установите соответствие между видом распределения и его математическим ожиданием
1) биномиальное распределение ответ.......
2) распределение Пуассона ответ
3) геометрическое распределение ответ
4) равномерное распределение на отрезке [a.b] ответ
5) равномерное распределение на [-a. a] ответ.......
6) распределение Коши ответ.......
7) показательное распределение с параметром $\alpha$ ответ ......
8) распределение Лапласа ответ......
9) нормальное распределение с параметрами a и $\sigma$ ответ ......

Варианты ответов: np,0. не существует. a. 0. $\lambda$. q p. $1/\alpha$. (a+b)/2

13. Установите соответствие между видом распределения и его дисперсией
1) биномиальное распределение. ответ........
2) распределение Пуассона. ответ.......
3) геометрическое распределение. ответ.......
4) равномерное распределение на [a,b]. ответ......
5) равномерное распределение на [-a, a] ответ.......
6) распределение Коши. ответ......
7) показательное распределение с параметром $\alpha$. ответ........
8) распределение Лапласа. ответ........
9) нормальное распределение с параметрами a и $\sigma^2$ ответ.......

Варианты ответов: npq, $a^2/3$, $q/p^2$, $(b-a)^2/12$. не существует. $\lambda$, $\sigma^2$, $\frac{1}{\alpha^2}$, $\frac{2}{\alpha^2}$

1. Установите соответствие между функцией и ее графиком

| функция | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| $F(x)=p(X<x)=\sum_{x_i<x} p_i$ | | | | |
| $f(x)=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sigma}\ell^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ | | | | |

**Задания к зачету с оценкой.**

1 вариант.

1.Среди 8 изготовленных шестеренок 3 бракованных. Составить закон распределения числа годных шестеренок среди наудачу выбранных 4. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения. Построить график.

2. Вероятность вызревания кукурузного стебля с тремя початками 0,75. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что среди 3000 стеблей доля стеблей с тремя початками будет отличаться от вероятности не более, чем на 0,02 по абсолютной величине. Найти ту же вероятность по теореме Муавра-Лапласа.

1. Случайная величина имеет нормальное распределение со средним квадратичным 5 мм. Найти длину интервала, в который с вероятностью 0,9973 попадает случайная величина.

Дана функция плотности f(x)= ½ sinx , $(0<x<\pi)$ и равна 0 вне этого интервала. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

2 вариант.

Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,8 .найти число выстрелов, необходимых для того, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,9 частота попадания в цель отличалась от вероятности не более, чем на 0,001 по абсолютной величине.

Двое рабочих изготовили одинаковое количество деталей. Число бракованных деталей является случайной величиной. Законы распределения числа бракованных деталей для каждого даны

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| pi | 0,15 | 0,25 | 0,25 | 0,30 | 0,05 |

| $y_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | 0,05 | 0,15 | 0,45 | 0,35 |

Составить закон распределения общего числа бракованных изделий двух рабочих. Найти функцию распределения, математическое ожидание .

3. Используя неравенство Чебышева оценить вероятность того, что длина изготовленной детали будет не менее 29,95 и не более 30,05 см, если средняя длина детали 30 см, среднеквадратическое 0,02. Сделать оценку по теореме Лапласа.

4. Дана функция плотности f(x) =3 sin3x, если $\pi/6 < x < \pi/3$, 0 вне этого интервала. Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию.

3 вариант.

1. Всхожесть семян подсолнечника составляет 90%. Используя неравенство Чебышева оценить количество семян, необходимых для того, чтобы с вероятностью, большей 0,97 можно было ожидать, что отклонение частоты от вероятности не превысит 0,06 по абсолютной величине.
2. Непрерывная случайная величина распределена на интервале (0,1) с плотностью f(x)=2x на (0,1) и 0 вне этого интервала. Найти математическое ожидание, дисперсию этой случайной величины.
3. Дана функция распределения F(x) = 0, если x<0, sinx, $0<x<\pi/2$, и 1, если $x \geq \pi/2$.Найти математическое ожидание и функцию плотности.
4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле 0,6. Сколько выстрелов надо произвести, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,99 можно было ожидать, что частота попаданий отклонится от вероятности не более, чем на 0,005 по абсолютной величине.

4 вариант.

1. Случайная величина распределена по показательному закону f(x) = $\lambda e^{-\lambda x}$, если x>0, 0, если x<0. Построить график функции плотности, функции распределения. Найти вероят-

ность того, что случайная величина примет значение, меньшее, чем математическое ожидание.

2. Вероятность того. что пара обуви, поступившая в магазин, будет продана в течение недели равна 0,85. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что из 500 пар обуви, поступивших в магазин за неделю, будет продано от 400 до 450 пар. Найти ту же вероятность по теореме Муавра-Лапласа.
3. Изделия высшего качества составляют 80%. Сколько изделий надо взять, чтобы с вероятностью 0,9973 можно было утверждать, что частота изделий высшего качества лежит в пределах (0,75;0,85).
4. Случайная величина имеет функцию плотности $f(x) = \frac{a}{1+x^2}$, Найти функцию распределения и вероятность того, что $-1<x<1$.

5 вариант.

1. При обточке деталей токарь допускает 10% брака. Найти вероятность того, что среди 500 обточенных деталей отклонение частоты от вероятности детали быть бракованной не превысит по абсолютной величине 0,05.
2. Вероятность рождения девочки 0,485. Почему нельзя применить неравенство Чебышева для оценки того, что среди 3000 новорожденных детей число девочек будет лежать в пределах 1410, 1510. Как надо изменить левую границу, чтобы можно было применить неравенство. Дать оценку по теореме Муавра-Лапласа.
3. Одна случайная величина имеет распределение xi - 2 0 1 с вероятностями 0,2; 0,7:0,1. другая имеет биномиальное распределение с числом испытаний 2 и вероятностью успеха 0,7. Составить закон распределения произведения этих случайных независимых величин, найти математическое ожидание и дисперсию.
4. Дана функция плотности $f(x) = \frac{4c}{e^x + e^{-x}}$. Найти и построить функцию распределения.

6 вариант.

1. Случайная величина распределена по закону Лапласа $f(x) = a\,e^{-\lambda|x|}$, если $\lambda > 0$. найти а, построить график функций плотности и распределения, найти математическое ожидание и дисперсию.
2. Вероятность того, что транзистор работает нормально 0,9. Почему нельзя, пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того. что из 600 транзисторов нормально работают не менее 520. Как надо изменить верхнюю границу, чтобы это стало возможным. Сделайте оценку для новых границ.
3. Среди изделий, изготовляемых на данном станке брак составляет 2%. Сколько изделий надо взять, чтобы с вероятностью 0.9951 можно было ожидать, что частота бракованных изделий отличается от вероятности оп абсолютной величине не более, чем на 0,005.
4. Брошено n игральных костей. Найти дисперсию суммы числа очков, которые могут появиться на всех выпавших гранях.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
## КАРТА ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРОЙ

| № п/п | Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц) | Год издания | Количество экземпляров в библиотеке университета | Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ | Количество студентов, использующих указанную литературу | Обеспеченность студентов литерату-рой, % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Основная литература** | | | | | | |
| 1 | Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К, 2014 – 234 с.° | 2014 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394021084.html | 20 | 100% |
| 2 | Яковлев В. П. Яковлев В. П. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / В. П. Яковлев. - 3-е изд. - М.: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К. 2012. – 240 с. | 2012 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html | 20 | 100% |
| 3 | Кочетков Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с. | 2014 | | ЭБС «znanium» http://znanium.com/ **978-5-16-101376-2.html** | 20 | 100% |
| **Дополнительная литература** | | | | | | |
| 1 | Е.Н. Гусева Теория вероятностей и математическая статистика : [электронный ресурс] учеб. пособие / Е. Н. Гусева. -5-е изд., стереотип. - М.: ФЛИНТА | 2011 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976511927.html | 20 | 100% |
| 2 | Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. - 2-е издание, исправленное. - М.: Издательство Московского университета - 2011. - 368 с. - | 2011 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785211058460.html | 20 | 100% |
| 3 | Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И Теория вероятностей: учебник для экономических и гуманитарных специальностей. - М.: МЦНМО, 2009.- 256 с. | 2009 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575405.html | 20 | 100% |
| 4 | А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов Математика в экономике. Ч. 3. Теория вероятностей и матем атиче- ская статистика[Электронный ресурс] : учебник: в 3-х ч. / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. - М. : Финансы и статистика, 2008 – 345 с.. | 2008 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279032686.html | 20 | 100% |
| 5 | Шапкин А.С. Задачи по выс- | 2010 | | ЭБС «Консуль- | 20 | 100% |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | шей математике. теории вероятностей, математической статистике.математическому программированию с решениями [Электронный ресурс] / Шапкин А.С. - М. : Дашков и К, 2010. – 432 с. | | | тант студента» http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394008856.html | | |

Интернет-ресурсы:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0
2. http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB
3. http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf
4. видеокурс -
www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info
5. Примеры по курсу - http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp тесты для самоконтроля - fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm
6. учебник -
http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf
7. учебное пособие -
http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm

Периодические издания:

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"
http://kvant.mccme.ru/key.htm

2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus

3. Сибирский математический журнал
http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm

4. Журнал «Математические заметки»
http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1
5. Журнал вычислительной математики и математической физики.
6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

## *8.* МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1. Лекционная аудитория с мультимедийным проектором и ПК (ауд. 230-7).
2. Аудитория с интерактивной доской (ауд. 121-7).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Информатика.Математика»

Рабочую программу составил доц. Евсеева Ю.Ю.
(ФИО, подпись)

Рецензент Директор МАОУ Гимназия №3 Мартынова
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 7 от 11.03.16 года
Заведующий кафедрой Жиков В.В.
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование
Протокол № 3 от 17.03.16 года
Председатель комиссии Артамонова М.В.

## ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
## РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________________

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________________

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________________

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________________

Рабочая программа одобрена на ___________ учебный год
Протокол заседания кафедры № ______ от _________ года
Заведующий кафедрой____________________________