

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



Проректор  
по учебно-методической работе

А.А. Панфилов

«17» 03 2016г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«АРИФМЕТИКА КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ»**

Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»

Профиль подготовки Информатика. Математика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
6	3/108	36	54	-	18	зачет
Итого	3/108	36	54	-	18	зачет

Владимир 2016

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Арифметика квадратичных форм» расширяет знания студентов о рассмотренных в курсе «Алгебры» квадратичных формах, методах приведения квадратичных форм к каноническому виду и применение теории квадратичных форм в задачах о приведении к каноническому виду кривых второго порядка и поверхностей второго порядка, а также применение квадратичных форм к исследованию функций нескольких переменных.

**Цель дисциплины:** овладение знаниями об алгебраических и теоретико-числовых основах теории квадратичных форм, изучение математического аппарата теории, применение теории квадратичных форм для решения прикладных задач исследования функций нескольких переменных и приведения к каноническому виду кривых второго порядка и поверхностей второго порядка, а также использование квадратичных форм для представления натуральных чисел.

**Задачи дисциплины:**

- формирование у студентов комплексных знаний об алгебраических основах теории квадратичных форм;
- применение полученных знаний для решения прикладных задач теории квадратичных форм ;

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Квадратичные формы» относится к разделу «Дисциплины по выбору» учебного плана. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как делимость целых чисел, уравнения, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Для успешного усвоения курса «Арифметика квадратичных форм» необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основ теории чисел.

Курс «Арифметика квадратичных форм» имеет связи с различными математическими дисциплинами. Знания, полученные в этом курсе, используются в теории чисел, математическом анализе, дискретной математике, математической логике и др..

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование и развитие у студентов в соответствии с целями и задачами курса следующих компетенций:

#### **профессиональных (ПК):**

готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11);

В результате изучения дисциплины «Квадратичные формы»

студенты должны

#### **знать:**

- понятие квадратичной формы и матрицы квадратичной формы;
- свойства и виды квадратичных форм;
- задачи теории квадратичных форм;
- понятие о каноническом виде квадратичной формы и методах ее приведения к каноническому виду;
- прикладные задачи теории квадратичных форм и методы их решения;

#### **уметь:**

- решать задачи теории квадратичных форм;
- находить матрицу квадратичной формы;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду различными методами;
- с помощью квадратичных форм приводить к каноническому виду кривые и поверхности второго порядка;
- с помощью квадратичных форм проводить исследование функции нескольких переменных;
- решать задачи о представлении натуральных чисел с помощью квадратичных форм;

#### **владеть:**

- навыками решения задач теории квадратичных форм, применять их на практике и в новой ситуации.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётные единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с примене нием интеракт ивных методов  (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости  (по неделям семестра),  форма промежуточн ой аттестации  (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1.	Введение. Определение и матричная запись квадратичной формы	6		6	8			3		7/50	
2.	Знако определенные квадратичные формы	6		6	10			3		8/50	
3.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Методом ортогонального преобразования	6		6	8			3		7/50	рейтинг- контроль 1
4.	Квадратичные формы в теории чисел	6		6	10			3		8/50	рейтинг- контроль 2
5.	Билинейные квадратичные формы	6		6	8			3		7/50	
6.	Уравнение Пелля	6		6	10			3		8/50	рейтинг- контроль 3



	<b>ВСЕГО</b>			36	54			18		45/50	Зачет
--	--------------	--	--	----	----	--	--	----	--	-------	-------

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Арифметика квадратичных форм» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса. Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1.2.3 в 6 семестре  
 Промежуточная аттестация - зачет (10 сем)

### *Рейтинг-контроль № 1.*

Задача 1.

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа  $A$  за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа  $B$  за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа  $B$  будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа  $A$ . В каждом из случаев автобусы заполняются

полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа  $B$  входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа  $A$ ?

Задача 2.

Шарики можно разложить в пакетики, а пакетики упаковать в коробки, по 3 пакетика в одну коробку. Можно эти же шарики разложить в пакетики так, что в каждом пакетике будет на 3 шарика больше, чем раньше, но тогда в каждой коробке будет лежать по 2 пакетика, а коробок потребуется на 2 больше. Какое наибольшее количество шариков может быть при таких условиях?

Задача 3.

Целые числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $5x+3$ ,  $y^2$ ,  $3z+5$  – арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Найти  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Задача 4.

Последние члены двух конечных арифметических прогрессий  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 8, \dots, a_N$  и  $b_1 = 9$ ,  $b_2 = 14, \dots, b_M$  совпадают, а сумма всех совпадающих (взятых по одному разу) членов этих прогрессий равна 815. Найти число членов в каждой прогрессии.

Задача 5.

Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найти наименьшее возможное, при указанных условиях, значение  $b$ .

### **Рейтинг-контроль № 2**

Задача 1.

Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что и  $m^3 + n$ , и  $m + m^3$  делится на  $m^2 + n^2$ . Найти  $m$  и  $n$ .

Задача 2.

Найти все такие пары натуральных чисел  $x$  и  $y$  таких, что  $x^3 + y$  и  $y^3 + x$  делятся на  $x^2 + y^2$ .

Задача 3.

Найти все пары пятизначных чисел  $x$  и  $y$  такие, что число  $\overline{xy}$ , полученное приписыванием десятичной записи числа  $y$  после десятичной записи числа  $x$ , делится на  $xy$ .

Задача 4.

Найти все натуральные  $n$ , при каждом из которых число  $n^2 + 5n + 16$  делится нацело на 169

Задача 5.

Решить уравнение в целых числах  $y^3 - x^3 = 91$ .

### *Рейтинг-контроль №3.*

Задача 1.

Найти все целочисленные решения уравнения  $x^2 - 6xy + 13y^2 = 29$ .

Задача 2.

Решить уравнение  $x^2 + xy - y - 2 = 0$  в целых числах

Задача 3.

Найти все решения в натуральных числах уравнения  $x^2 - 2y^2 = 1$ .

Задача 4.

Решить уравнение  $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2y - 2x + 2 = 0$  в целых числах.

Задача 5.

Решить в целых числах уравнение  $(x^2 + 4)(y^2 + 1) = 8xy$

### **Вопросы к зачету по курсу «Арифметика квадратичных форм»**

1. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Метод цепных дробей
3. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Применение теории сравнений
4. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными. Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение

5. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод разложения на множители
6. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
7. Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных
8. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод бесконечного (непрерывного) спуска
9. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
10. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выделении полного квадрата
11. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
12. Частные виды неопределенных уравнений второго порядка с двумя неизвестными.

#### ***Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов***

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: –самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

#### ***Темы***

1. Классификация уравнений (алгебраических кривых)
2. Решение в рациональных положительных числах неопределённых уравнений второй степени с двумя неизвестными и систем неопределённых уравнений. Постановка вопроса у Диофанта
3. Обзор методов Диофанта в книге II «Арифметики»
4. Актуализация методов Диофанта
5. Исследование линейного диофантова уравнения с двумя переменными
6. Использование алгоритма Евклида
- 7.Использование цепных дробей
- 8.Использование сравнений



- 9.. Исследование диофантова уравнения второй степени с двумя переменными
- 10.Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение
- 11.Метод разложения на множители
- 12.Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
- 13.Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных
- 14.Метод бесконечного (непрерывного) спуска
- 15.Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
16. Метод, основанный на выделении полного квадрата
17. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
18. Некоторые частные виды неопределённых уравнений второго порядка с двумя неизвестными
19. Некоторые задачи, сводящиеся к составлению неопределённых уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов в литературе, %
1	2	3	4	5	6	7
<b>Основная литература</b>						
1	Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В.	2015		ЭБС «Консультант	20	100%

	Федотова Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с			т студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html</a>		
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html</a>	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html</a>	20	100%
<b>Дополнительная литература</b>						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html</a>	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html</a>	20	100%
3	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань :	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN</a>	20	100%

	Издательство КНИТУ, 2014. -			97857882163 62.html		
4	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультан т студента» http://www.st udentlibrary.r u/book/ISBN 97857042245 49.html	20	100%
5	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультан т студента» http://www.st udentlibrary.r u/book/ISBN 97859963095 73.html	20	100%

**периодические издания:**

Статьи из журнала «Математика в школе»:

1. Ажгалиева, А. О. О двадцати пяти способах решения одной задачи / А. О. Ажгалиева, О. А. Ажгалиев // 2009. – № 6.
2. Демидова, Т.Е. О способах проверки решения текстовых задач / Т. Е. Демидова, А.П. Тонких // 1999. – № 5. – С.4.
3. Дворянинов, С. В. Нахождение расстояния между двумя прямыми линиями / С. В. Дворянинов // 2011. – № 6. – С. 26-31.
4. Корянов, А. Г. Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами / А. Г. Корянов // 2011. – № 1. – С. 18-26.
5. Петров, В. А. О решении логарифмических неравенств / В. А. Петров // 2012. – № 4. – С. 17-20.
6. Сагателова, Л. С. Расстояние от точки до плоскости. Различные подходы к решению задач С 2 ЕГЭ / Л. С. Сагателова // 2013. – № 5. – С. 12-18.
7. Севрюков, П. Ф. Такие разные задачи с модулями / П. Ф. Севрюков // 2014. – № 1. – С. 18-23.

**интернет-ресурсы:**

1. <http://www.edu.ru>
2. <http://www.fipi.ru>
3. <http://www.schoolpress.ru>

4. <http://www.school-collection.edu.ru>
5. <http://www.1september.ru>
6. <http://www.festival.1september.ru>
7. <http://www.geometry.ru/books.htm>
8. <http://www.math.ru>
9. <http://www.alleng.ru>
10. <http://www.alexlarin.ru>
11. <http://www.eek.diary.ru>
12. <http://kvant.mccme.ru>

## **8.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Средства обучения: мультимедийные слайды, электронные учебники (CD и сетевая версия), цифровые и электронные образовательные ресурсы, задачки, модели фигур, таблицы и др.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Информатика. Математика»

Рабочую программу составил доц. Евсеева Ю.Ю.  
(ФИО, подпись)

Рецензент Директор ИВРОУ Тимшариев З. Мухоморович  
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа  
Протокол № 7 от 11.03.2016 года  
Заведующий кафедрой Жиков В.В.  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование  
Протокол № 3 от 14.03.16 года  
Председатель комиссии Артамонова М.В.

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_