Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности
_______________ А.А.Панфилов
« 30 » 08 _______________ 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

Направление подготовки 44.03.05 – Педагогическое образование

Профиль/программа подготовки Физика. Математика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед,/ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
4	4/144	18	36		90	ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ
Итого	4/144	18	36		90	ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

Владимир, 2019

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины:

1. Дать научные знания по методам математической физики на уровне высшей школы, достаточные для освоения соответствующих разделов теоретической физики, а также для понимания и изучения технических дисциплин таких как, например, физическая электроника и электрорадиотехника;
2. Дать основные знания и умения, которые будут необходимы при работе в средней школе в качестве учителя физики;

Задачи дисциплины:

1. овладение знаниями:
   1) теоретических основ науки, терминологии, истории становления,
   2) методов экспериментальных и теоретических исследований,
   3) предмета и объекта исследований данной науки,
2. овладение навыками:
   1) решения расчетных задач,
   2) работы с учебной и научной литературой,
   3) овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Методы математической физики» относится к вариативной части.

Пререквизиты дисциплины: Введение в общую и экспериментальную физику, Общая и экспериментальная физика.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
1	*2*	*3*
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	частично	**Знать:** - предмет и объект физики как науки; - теоретические основы и природу основных физических явлений; - фундаментальные понятия, законы и теории классической и современной физики; - основные достижения физической науки в практической жизни. **Уметь:** - выделять конкретное физическое содержание в прикладных

		задачах и использовать основные законы физики в профессиональной деятельности; - применять физические законы для решения практических задач. **Владеть:** - навыками работы с научной литературой разного уровня (научно-популярные издания, периодические журналы, монографии, учебники, справочники); -навыками оценки результатов научного эксперимента или исследования.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах/ %)	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра),* форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Введение. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия (корректность задачи).	4	1-2	2	4		15	2/33	
2	Ортогональные системы координат. Физические и математические поля. Их характеристики.	4	3-5	3	6		15	3/33	РК-1
3	Дифференциальные операции первого и второго порядка.	4	6-9	4	8		15	4/33	
4	Задача Коши и методы ее решения. Интеграл Фурье.	4	10-14	5	10		15	5/33	РК-2
5	Линейные операторы.	4	15-16	2	4		15	2/33	
6	Тензоры в физике.	4	17-18	2	4		15	2/33	РК-3
Всего за 4 семестр:				18	36		90	18/33	ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ
Наличие в дисциплине			1						

КП/КР								
Итого по дисциплине			18	36		90	18/33	ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Тема 1. Введение. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия (корректность задачи).
Понятие общей и теоретической физики. Разделы и задачи теоретической физики. Место и роль ММФ в преподавании теоретической физики. Определение математического поля. Типы математических полей (стационарное, нестационарное, однородное). Виды математических полей: скалярное поле, векторное поле, тензорное поле. Цель ММФ. Прямая и обратная задача ММФ.
Тема 2. Ортогональные системы координат. Физические и математические поля. Их характеристики.
Криволинейные ортогональные системы координат. Примеры ортогональных систем координат: декартовая система, цилиндрическая система, сферическая система. Координатные линии и поверхности. Эквипотенциальные поверхности и их свойства.
Производная по направлению и ее свойства.
Градиент скалярного поля и его свойства.
Поверхность постоянного уровня. Гидродинамическая аналогия, линии тока. Ориентированная поверхность. Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля и ее свойства. Теорема Остроградского-Гаусса. Ротор векторного поля и циркуляция и их свойства. И формула Стокса. Компьютерное моделирование скалярного поля. Применение характеристик математических полей для исследования физических полей.
Тема 3. Дифференциальные операции первого и второго порядка.
Свойства дифференциальных операций первого и второго порядка. Векторная форма операции. Свойства дифференциальных операций второго порядка. Классификация векторных полей. Вихревые и потенциальные поля. Теорема Гельмгольца. Уравнение Лапласа. Уравнение ЭМП. Задача Дирихле. Гармонические функции. Полиномы Лежандра.
Тема 4. Задача Коши и методы ее решения. Интеграл Фурье.
Задача Коши для бесконечной струны. Решение Даламбера. Единственность решения задачи для закрепленной струны. Метод Фурье. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме. Преобразования Фурье. Гармонические функции. Импульсная функция Дирака. Ортогональные системы функций. Ряды по ортогональным системам. Равенство Парсеваля. Нелинейные дифференциальные уравнения и их компьютерное моделирование.
Тема 5. Линейные операторы.
Собственные числа и собственные функции линейных операторов. Дискретный и непрерывный спектры собственных значений. Коммутаторы. Использование операторов в разделах теоретической физики.
Тема 6. Тензоры в физике.
Изотропия и анизотропия физических свойств. Определение тензора. Свойства и характеристики тензоров различных рангов. Типы тензоров. Математические операции с тензорами. Тензорные инварианты. Тензорный эллипс. Тензорные поля. Тензор поляризации. Простейшие операции с тензорами. Тензор ЭМП и тензор инерции.

Содержание практических занятий по дисциплине

Тема 1. Введение. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия (корректность задачи).
Решение задач:
№ 1.1. Запишите координаты X_C, Y_C и Z_C центра масс системы N материальных точек, если задан его радиус-вектор

$$\mathbf{R}_C = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + \ldots + m_N\mathbf{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}$$

(m_k – массы, r_k – радиус-вектор k-й материальной точки).

№ 1.2. Найти усилия P_1 и P_2 в стержнях кронштейна (§ 4, рис.5), если P = 10 Н, а угол $\alpha = 45°$.

№ 1.3. Проверьте, что для комплексных чисел, записанных в алгебраической форме, и векторов на плоскости xOy, записанных через проекции на координатные оси, правила сложения и умножения на вещественное число имеют один и тот же вид.

№ 1.4. Пусть C = A + B (рис.15). Докажите теорему синусов

$$\frac{\sin\alpha}{A} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}.$$

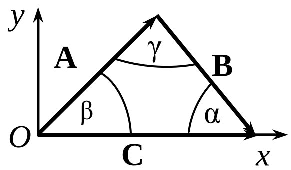

Рис 5.

№ 1.5. С помощью теоремы о проекции суммы векторов вывести формулы для разности косинусов и для суммы и разности синусов двух углов. Указание: вывод по аналогии с # 1.1.

№ 1.6. Используя представление гармонических колебаний с помощью векторов и теорему о проекции суммы векторов, найдите результат сложения двух колебаний, происходящих вдоль одной прямой $x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$. Рассмотрите частные случаи: a) $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; b) $A_1 = A_2 = A$; c) $A_1 = A_2 = A$, $\omega_1 = \omega_2 + \Delta\omega$, где $\Delta\omega << \omega_2$ (иными словами, можно приблизительно считать, что $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$).

№ 1.7. С помощью векторной диаграммы найдите силу тока на участке цепи (рис.16), если к нему приложено напряжение $U(t) = U_0\sin\omega t$ (R – сопротивление резистора, L – индуктивность катушки, C – ёмкость конденсатора).

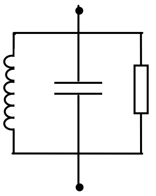
Рис.1

Тема 2. Ортогональные системы координат. Физические и математические поля. Их характеристики.

Решение задач:

№ 1.16. **Проверить равенства а) (**A,[A,B]**) = 0, b) (**i,[j,k]**) = 1.**

№ 1.17. Показать, что:

а) векторы примитивных трансляций кристаллической решетки $\mathbf{a}_1$**,** $\mathbf{a}_2$ и $\mathbf{a}_3$ (см. пример # 1.11) выражаются через основные векторы обратной решётки $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, и $\mathbf{k}_3$:

$$\mathbf{a}_1 = 2\pi\frac{[\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_3]}{(\mathbf{k}_1,[\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_3])},\ \mathbf{a}_2 = 2\pi\frac{[\mathbf{k}_3,\mathbf{k}_1]}{(\mathbf{k}_1,[\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_3])},\ \mathbf{a}_3 = 2\pi\frac{[\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2]}{(\mathbf{k}_1,[\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_3])};$$

б) объём $V_o = (k_1,[k_2,k_3])$ элементарной ячейки обратной решётки обратно пропорционален объёму элементарной ячейки прямой решётки V_d;

в) каждый вектор обратной решётки перпендикулярен некоторому множеству плоскостей прямой решётки (через 3 любые три точки кристаллической решётки можно провести плоскость, которая будет включать в себя бесконечное множество точек решётки).

№ 1.18. Показать, что проекция момента силы относительно заданной точки на ось, проходящую через эту точку, равна моменту силы относительно этой оси.

№ 6.1. Вычислить rot векторных полей в задаче № 5.10 (**c**, $\mathbf{e}_0$, **k** – постоянные векторы, $k = |\mathbf{k}|$, i – мнимая единица):

a) $\mathbf{r}(\mathbf{c},\mathbf{r})$; b) $[\mathbf{r}[\mathbf{c},\mathbf{r}]]$; c) $r[\mathbf{c},\mathbf{r}]$; d) $\mathbf{e}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_0 e^{i(\mathbf{k},\mathbf{r})}$;

e) $\mathbf{e}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_0 e^{ikr}$; f) $\mathbf{e}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_0 e^{i(\mathbf{k},\mathbf{r})}/r$; g) $\mathbf{a}(\mathbf{r}) = [\mathbf{m},\mathbf{r}]/r^3$.

№ 6.2. Сравнить результаты вычисления ротора следующих выражений (**c** – постоянный):

a) $r\mathbf{a}(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}a(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}a(r)$; b) $\Phi(\mathbf{r})[\mathbf{c},\mathbf{r}]$, $\Phi(r)[\mathbf{c},\mathbf{r}]$.

№ 6.3. Доказать, что $(\mathbf{A},\nabla)\mathbf{A} = -[\mathbf{A},\mathrm{rot}\mathbf{A}]$, если $A = \mathrm{const}$.

№ 6.4. Показать, что $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\mathbf{A}) = 0$ для любого вектора $\mathbf{A}(x,y,z)$.

№ 6.5. Показать, что $\mathrm{rot}(\mathrm{grad}U) = 0$ для любой функции $U(x,y,z)$.

№ 6.6. **B** – постоянный вектор. Вычислить вектор rot**A**, если: a) $\mathbf{A} = [\mathbf{B},\mathbf{r}]/2$; b) $\mathbf{A} = -\mathbf{i}yB$; c) $\mathbf{A} = \mathbf{j}xB$.

№ 6.7. Проверить, что поля силы тяжести и электростатического, рассмотренные в примерах 3.1 и 3.2, как и все поля, описываемые функцией вида $\mathbf{f} = f(r)\mathbf{r}/r$, безвихревые.

№ 6.8. Найти уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле в нерелятивистской механике, если

$$L = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} + q\mathbf{v}\mathbf{A} - q\Phi.$$

(обозначения см. Пример 6.6).

Тема 3. Дифференциальные операции первого и второго порядка.
Решение задач:

№ 2.3. Показать, что для вектора $\mathbf{A}(q) = \mathbf{a}_0(q)A(q)$ имеет место

$$\frac{d(\mathbf{A},\mathbf{A})}{dq} = \begin{cases} 0, \text{если } A(q) = |\mathbf{A}(q)| = const \\ 2A(q)\dfrac{dA(q)}{dq}, \text{если } A(q) = |\mathbf{A}(q)| \neq const \end{cases}$$

№ 2.4. Проверить равенство $(\mathbf{A}(q), d\mathbf{A}(q)) = A(q)dA(q)$.

№ 2.5. Чему равна производная по времени напряжённости электрического поля плоской электромагнитной волны $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0\sin(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$, где $\mathbf{E}_0$ – постоянный вектор, ω – круговая частота, **k** – волновой вектор. {Замечание: учесть, что $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$.}

№ 2.6. Доказать, что при движении материальной точки в центрально-симметричном поле, в котором сила, действующая на материальную точку зависит только от расстояния от начала координат и направлена вдоль радиус-вектора $\mathbf{F}(r) = (\mathbf{r}/r)F(r)$, её *секториальная скорость* $\mathbf{f} = [\mathbf{r},\mathbf{v}]/2$ не зависит от t. Показать также, что $F(r)$ может быть представлена в виде

$$F(r) = -\frac{dU(r)}{dr},$$

где $U(r)$ – потенциальная энергия материальной точки в этом поле. Чаще всего центрально-симметричное поле и определяют как такое, потенциальная энергия в котором зависит от расстояния от начала координат. Указание: воспользоваться определением силы $\mathbf{F} = -\nabla U(r)$ и формулой (2.25).

Тема 4. Задача Коши и методы ее решения. Интеграл Фурье.
Решение задач:

№ 2.7. Вектор $\mathbf{A}(q)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\grave{\mathbf{A}}(q)}{dq} = [\boldsymbol{\omega}, \grave{\mathbf{A}}(q)],$$

где вектор **ω** – постоянный. Показать, что в этом случае модуль вектора $\mathbf{A}(q)$ постоянен: $|\mathbf{A}(q)| = const$.

№ 2.8. В условиях предыдущей задачи принять, что $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(q)$. Показать, что и в этом случае $|\mathbf{A}(q)| = const$.

№ 2.9. Волчок в форме диска радиуса R (рис.36), имеющий неподвижную точку O, вращается с постоянной угловой скоростью **ω** вокруг оси, составляющей угол α с вертикалью. Центр масс волчка находится на расстоянии h от неподвижной точки, масса волчка m, момент инерции относительно оси вращения с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ равен $J_0 = mR^2/4$. Найти угловую скорость прецессии $\boldsymbol{\Omega}$ оси волчка при условии $|\boldsymbol{\Omega}| << |\boldsymbol{\omega}|$.

№ 2.10. С точки зрения классической электронной теории электроны в атомах с большой скоростью движутся по круговым орбитам. Это позволяет моделировать движение электрона по орбите как вращение волчка. Во внешнем магнитном поле, напряжённость которого **H**, ось электронной орбиты (ось «волчка») прецессирует с частотой Ω_L, называемой *ларморовой*. Найти Ω_L при условии, что $\Omega_L << \omega$, где ω – частота вращения электрона по орбите. Магнитный момент тока **M**, создаваемого движением электрона по орбите, связан с его моментом импульса **L** соотношением (см. пример 1.8):

$$\mathbf{M} = -\frac{e}{2m}\mathbf{L},$$

момент силы N, действующий на магнитный момент со стороны магнитного поля равен $\mathbf{N} = [\mathbf{M},\mathbf{B}]$, e, m – заряд и масса электрона.

№ 2.11. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле (см. рис.37, система координат выбрана таким образом, что ось Oz и силовые линии магнитного поля совпадают по направлению). Найти траекторию частицы, если её скорость **v** составляет с направлением вектора индукции магнитного поля угол α. Масса частицы m, заряд q. Индукция магнитного поля **B**.

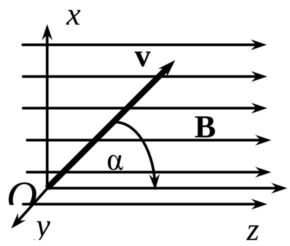

Рис.37

№ 4.1. Вычислить градиенты следующих функций (векторы **A**, **B**, **k** – постоянные векторы, k, m, n – константы):

a) $(\mathbf{A},[\mathbf{B},\mathbf{r}])$; b) $(\mathbf{r},[\mathbf{A}[\mathbf{B},\mathbf{r}]])$; c) $r^n(\mathbf{A},\mathbf{r})^{-m}$; d) re^{ikr};

e) $re^{i(\mathbf{k},\mathbf{r})}$; f) $\mathrm{Im}(re^{ikr})$; g) $\mathrm{Im}(re^{i(\mathbf{k},\mathbf{r})})$; h) $(\mathbf{k},\mathbf{r})e^{i(\mathbf{k},\mathbf{r})}$.

№ 4.2. Найти формулы для вычисления градиента следующих выражений: a) $\mathrm{grad}(\mathbf{A}(r),\mathbf{r})$; b) $\mathrm{grad}(\mathbf{A}(r),\mathbf{B}(r))$.

№ 4.3. Показать, что, если $U = U(|\mathbf{R}-\mathbf{r}|)$, то $\partial U/\partial\mathbf{r} = -\,\partial U/\partial\mathbf{R}|)$. $|\mathbf{R}-\mathbf{r}|$– расстояние между точками поля, задаваемыми радиус-векторами **r** и **R**: $|\mathbf{R}-\mathbf{r}| = [(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2]^{1/2}$. Иными словами, градиент по координатам начала вектора $|\mathbf{R}-\mathbf{r}|$ равен по модулю градиенту по координатам его конца и противоположен ему по направлению (см. по этому поводу также пример # 4.3).

Тема 5. Линейные операторы.

Решение задач:

№ 7.3. Выписать все дифференциальные операции второго порядка, которые можно образовать с помощью операторов $(\mathbf{v},\nabla)$ и $[\mathbf{v},\nabla]$ (**v** – постоянный вектор). Вычислить результаты их действия на скалярную функцию $U(\mathbf{r})$.

№ 7.4. Найти результаты действия на $U(\mathbf{r})$ и $U(r)$ операторов:

а) $(\mathbf{r},\nabla)(\mathbf{r},\nabla)$; б) $(\mathbf{r},\nabla)[\mathbf{r},\nabla]$; в) $[\mathbf{r},\nabla](\mathbf{r},\nabla)$; г) $([\mathbf{r},\nabla],[\mathbf{r},\nabla])$;
д) $[[\mathbf{r},\nabla],[\mathbf{r},\nabla]]$.

№ 7.5. Перечислить все возможные дифференциальные операции второго порядка с операторами $(\mathbf{r},\nabla)$ и $[\mathbf{r},\nabla]$ для векторной функции $\mathbf{A}(\mathbf{r})$.

№ 7.6. Получить формулу для квадрата оператора момента импульса в сферических координатах, воспользовавшись формулой (4.24):

$$\hat{\mathbf{L}} = i\hbar\left(\mathbf{e}_\theta\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \mathbf{e}_\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}\right).$$

№ 7.7. Показать, что в квантовой механике для проекций оператора момента импульса выполняется равенство $[\hat{\mathbf{L}},\hat{\mathbf{L}}] = i\hbar\hat{\mathbf{L}}$. Указание: использовать результат решения задачи № *7.4д*.

Тема 6. Тензоры в физике.

Решение задач:

№ 8.1. Получить формулу (8.4) $T_{k_1k_2\ldots k_n} = \alpha_{i_1k_1}\alpha_{i_2k_2}\ldots\alpha_{i_nk_n}T'_{i_1i_2\ldots i_n}$.

№ 8.2. Доказать, что если $A_i = T_{ik}B_k$, где T_{ik} – тензор 2-го ранга, а B_k – вектор, то A_i также вектор.

№ 8.3. На примере тензора третьего ранга проверить, что подстановка индексов сохраняет его тензорный характер.

№ 8.4. Убедиться, что свойство симметрии сохраняется при преобразованиях координат.

№ 8.5. Для двух параллельных векторов **B** и **C** отношения их одноимённых проекций на координатные оси заданной системы координат пропорциональны друг другу: $B_1/C_1 = B_2/C_2 = B_3/C_3 = \lambda$. Показать, что эти соотношения справедливы в любой другой системе координат.

№ 8.6. Показать, что свёртка $S_{ik}A_{ik}$ произведения симметричного S_{ik} и антисимметричного A_{mn} тензоров равна нулю.

№ 8.7. Чему равна свёртка двух единичных тензоров $\delta_{ij}\delta_{jk}$?

№ 8.8. Проверить справедливость равенства

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{mjn} = \delta_{im}\delta_{kn} - \delta_{in}\delta_{km}. \qquad (8.35)$$

№ 8.9. Найти результат свёртки $\varepsilon_{ijn}\varepsilon_{mjn}$.

№ 8.10. Доказать, что любому симметричному ненулевому тензору 2-го ранга соответствует единственная поверхность второго порядка $T_{ik}x_ix_k = \pm 1$.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Методы математической физики» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- *Интерактивная лекция (тема №1, тема №3, тема №5);*
- *Разбор конкретных ситуаций (тема №4);*
- *Технология учебного исследования (тема №2, тема№6).*

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль успеваемости

Вопросы к рейтинг-контролю №1

Вариант 1.

1. Записать выражения для элементов координатных линий в сферической системе координат и элементов координатных поверхностей в цилиндрической системе координат.
2. Вычислить объем цилиндра высотой h и радиусом основания a.
3. Найти производную функции $5x^2 - 3x - y^2 - 1$ в точке $M(2,1)$ в направлении, идущем из этой точки к точке $N(5,5)$.
4. Найти градиент скалярного поля $u = 5x^2y - 3xy^5 + y^4z$ в точке $M(0,0,0)$.
5. Выяснить, имеются ли в точке $M(1,1,-1)$ источники векторного поля $\vec{a} = (2x^2z+3)\vec{i} + (2xy-3)\vec{j} + (6xyz-13)\vec{k}$.

Вариант 2.

1. Записать выражения для элементов координатных линий в цилиндрической системе координат и элементов координатных поверхностей в сферической системе координат.
2. Вычислить объем шара радиуса a.
3. Найти производную функции $x^3-3x^2y+3xy^2+1$ в точке $A(3,1)$ в направлении, идущем из этой точки к точке $B(6,5)$.
4. Найти градиент скалярного поля $u=x^2+2y^2+3z^2-xy-4x+2y-4z$ в точке $M(0,0,0)$.
5. Найти дивергенцию векторного поля $\vec{a}=xyz\vec{i}+(x+y+z)\vec{j}+x^2y^2\vec{k}$ в точке $M(1,-1,1)$.

Вопросы к рейтинг-контролю №2

Вариант 1

1. Выразить ротор векторного поля $\vec{a}=z^3\vec{i}+y^3\vec{j}+x^3\vec{k}$.
2. Найти лапласиан функции $u=5x^2y-3xy^5+y^4z$.
3. Найти градиент скалярного поля $u=\rho^2\sin\varphi-z^3\cos\varphi$ в цилиндрической системе координат.
4. Выразить дивергенцию векторного поля $\vec{a}=\dfrac{\sin\theta}{r^2}\vec{e}_r+\sin\theta\cos\varphi\vec{e}_\theta+\dfrac{r^3}{\cos\varphi}\vec{e}_\varphi$ в сферической системе координат.
5. Выразить ротор векторного поля $\vec{a}=\rho\vec{e}_\rho+z\sin\varphi\vec{e}_\varphi+ztg\varphi\vec{e}_z$, заданного в цилиндрической системе координат.

Вариант 2

1. Показать, что векторное поле $\vec{a}=x^3\vec{i}-y^3\vec{j}+z^3\vec{k}$ является потенциальным.
2. Найти лапласиан функции $u=x^2+2y^2+3z^2-xy-4x+2y-4z$.
3. Найти градиент скалярного поля $u=r^2\sin\varphi-r^3\cos\theta$ в сферической системе координат.
4. Выразить дивергенцию векторного поля $\vec{a}=\dfrac{\sin\varphi}{\rho^2}\vec{e}_\rho+\rho\cos\varphi\vec{e}_\varphi+\dfrac{z^3}{\cos\varphi}\vec{e}_z$ в цилиндрической системе координат.
5. Выразить ротор векторного поля $\vec{a}=r\vec{e}_r+r\cos\theta tg\varphi\vec{e}_\theta+r^3\sin\theta\vec{e}_\varphi$, заданного в сферической системе координат.

Вопросы к рейтинг-контролю №3

Вариант 1

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 5\end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi=\pi/3$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 5\end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.
3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u=2(x+vt)^3+\ln(x-vt)$ удовлетворяет волновому уравнению $\dfrac{\partial^2u}{\partial t^2}=v^2\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}$.

Вариант 2

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi = \pi/4$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.
3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u = 2\ln(x+vt) + \mathrm{tg}(x-vt)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Вариант 3

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi = \pi/6$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.
3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u = \mathrm{tg}(x+vt) + (x-vt)^3$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Вариант 4

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi = \pi/3$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.
3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u = \sin(x+vt) + \cos^2(x-vt)^3$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Вариант 5

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi = -\pi/3$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.

3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u = \mathrm{ctg}(x + vt) + 5(x - vt)^3$ удовлетворяет волновому уравнению $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Вариант 6

1. Вычислить компоненты тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ в системе координат, повернутой на угол $\varphi = -\pi / 2$ по сравнению с исходной.
2. Разложить тензор $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ на сумму симметричного и антисимметричного тензоров.
3. Найти главные значения и главные векторы симметричного тензора $\hat{\Pi} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Показать, что функция $u = \cos^2(x + vt) + (x - vt)^3$ удовлетворяет волновому уравнению $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет с оценкой)

Вопросы к зачету с оценкой

1. Физические и математические поля.
2. Ортогональные системы координат.
3. Коэффициенты Ламэ. Координатные линии и поверхности.
4. Вычисление длин, площадей и объемов в ортогональных системах координат.
5. Поверхности уровня в скалярном поле. Производная по направлению.
6. Градиент скалярного поля. Векторные линии. Связь градиента потенциала электростатического поля с эквипотенциальнымиповерхностями.
7. Векторные поля. Поток векторного поля.
8. Дивергенция векторного поля. Формула Остроградского-Гаусса.
9. Циркуляция векторного поля.
10. Ротор векторного поля. Формула Стокса.
11. Классификация векторных полей.
12. Дифференциальные операции первого и второго порядка, их свойства.
13. Основные уравнения математической физики.
14. Уравнения электромагнитного поля (уравнения Максвелла) в дифференциальной и интегральной форме.
15. Понятие об уравнениях математической физики. Вывод волнового уравнения.
16. Колебания бесконечной упругой струны. Решение Д'Аламбера.
17. Колебания конечной упругой струны. Метод Фурье. Физический смысл полученного решения.
18. Гармонические функции и их примеры.
19. Понятие об линейных операторах и их собственных значениях.
20. Понятие тензора. Характеристики тензоров. Простейшие операции с тензорами. Примеры тензорных полей.

Текущая СРС, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений включает:

• работу с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса,

- выполнение домашних заданий, контрольных работ,
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку,
- подготовку к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе, к зачету, экзамену.

Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР), ориентированная на развитие интеллектуальных умений, комплекса универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов включает следующие виды работ по основным проблемам курса:
- поиск, анализ, структурирование и презентация информации,
- анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме;
- анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов.

Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

Темы самостоятельной работы:

1. Физические векторные поля в четырехмерном пространстве-времени.
   Изучить основные характеристики векторных полей, их свойства и практическое применение. Ознакомится с записью основных характеристик векторных полей в четырехмерном пространстве-времени. Записать Уравнения Максвелла электромагнитного поля в четырехмерном пространстве-времени.
2. Тензорные поля в четырехмерном пространстве-времени.
   Изучить основные характеристики векторных полей, их свойства и практическое применение. Ознакомится с записью основных характеристик векторных полей в четырехмерном пространстве-времени. Записать Уравнения Максвелла электромагнитного поля в четырехмерном пространстве-времени.
3. Метод Грина решения краевых задач.
   Ознакомится с методом Грина решения краевых задач, функцией Грина. Применить полученные знания к решению задачи Коши.

Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей. Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- контрольные вопросы, задаваемые при выполнении и защитах лабораторных работ;
- контрольные вопросы, задаваемые при проведении практических занятий,
- вопросы для самоконтроля;
- вопросы тестирований;
- выполнение домашних работ;
- выполнение самостоятельных и контрольных работ
- вопросы, выносимые на экзамен.
- реферат с элементами проектирования;
- доклады на конференц-неделях.

Оценка качества освоения дисциплины производится по результатам следующих контролирующих мероприятий:

Контролирующие мероприятия	Результаты обучения по дисциплине
Самостоятельные работы на практических занятиях	Знание основных формул и определений
Контрольные работы на практических занятиях	Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Участие студентов в научной дискуссии по подготовленным и представленным презентациям, рефератам во	Овладение опытом анализа информационных источников;

время проведения конференц-недели	выступлений с докладами и участия в дискуссиях; разделения научного и ненаучного знания;
Выполнение и защита индивидуальных заданий	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Тестирование	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи

Контроль со стороны преподавателя и самоконтроль осуществляется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины, во время практических и лабораторных занятий, коллоквиумов, защиты домашних заданий.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1. Лекции по численным методам математической физики: Уч.пос./ М.В.Абакумов, А.В.Гулин; МГУ им. М.В.Ломоносова. Факультет вычисл. математике и киберне-тики. - М.:НИЦ ИНФРА-М,2013-158 с. - ISBN 978-5-16-006108-5.	2013		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=364601
2. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Гриняев [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Томск: Эль Контент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники.— 148 с.	2013		http://www.iprbookshop.ru/13862
3. Уравнения математиче-	2013		http://www.iprbookshop

ской физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Павленко А.Н., Пихтилькова О.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет.— 100 с.			.ru/30134
Дополнительная литература			
1. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Дорохова М.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга.— 127 с.	2012		http://www.iprbookshop.ru/8206
2. Уравнения математической физики/Ильин А. М. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с.: ISBN 978-5-9221-1036-5	2009		http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544745
3. Методы математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. А. Барашков. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т. - 152 с. - ISBN 978-5-7638-2497-1.	2012		http://znanium.com/bookread2.php?book=492290

7.2. Периодические издания

«Земля и вселенная». М.: Наука;
«Природа» М.: Изд. РАН;
«Физика в школе» М.: Школьная пресса;
«Успехи физических наук» М.: Изд. РАН;
«Физика» М.: Первое сентября.

7.3. Интернет-ресурсы

CourseLab 2.7;
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-pde.htm (Мир математических уравнений)

http://alexandr4784.narod.ru/mmf.html (Методы математической физики.)

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий *лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы*.

Практические работы проводятся в Аудит. 121-7, 227-7, 235-7, 236-7.
Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Лицензии на Microsoft Windows/Office: Microsoft Open License 49487346

Рабочую программу составил ______________________________ доц. А.А. Мокрова

Рецензент ______________________________ директор МАО СОШ №2 А.В. Белянина

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры общей и теоретической физики
Протокол № 1 от 30.08.19 года
Заведующий кафедрой ______________________________ А.В. Малеев

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 – Педагогическое образование
Протокол № 1 от 30.08.19 года
Председатель комиссии ______________________________ М.В. Артамонова

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на 2020/21 учебный год
Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.20 года
Заведующий кафедрой ____________ Н.В. Малеев