

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 17 » 03 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

«ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

Направление подготовки «44.03.05 Педагогическое образование»

Профиль/программа подготовки «Физика.Математика»

Уровень высшего образования БАКАЛАВРИАТ

Форма обучения ОЧНАЯ

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежу- точного контро- ля (экз./зачет)
9	3/108	12	24		72	зачет.
Итого	3/108	12	24		72	

Владимир 2016

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Объектом изучения теории чисел является знакомое из школы множество целых чисел. применяемые методы изучения настолько широки и многообразны, что теория чисел не может рассматриваться в качестве приложения одной из классических дисциплин алгебро-аналитического блока. Теория чисел самобытна и самоценна, она впитывает лучшие достижения многих наук, завораживая обманчивой простотой формулировок и изысканностью сложнейших доказательств. Её влияние с течением времени лишь возрастает: в последнее время результаты теории чисел находят применение в вычислительных алгоритмах компьютерной алгебры и теории кодирования.

*Цель освоения дисциплины “Теория чисел”:*

овладение студентами математическим аппаратом теории чисел, фундаментальными теоретическими положениями этой науки; воспитание и развитие их математической культуры;

осознание ими прикладного характера математики в целом и теории чисел в частности. Вместе с тем, изучение дисциплины “Теория чисел” преследует и следующие частные цели:

обеспечение понятийной базы для других предметов, использующих теорию чисел в качестве поставщика понятий и необходимого математического аппарата (теория алгоритмов, дискретная математика, информатика, компьютерная алгебра, и др.), и дальнейшего самостоятельного изучения;

владение системой основных математических структур и аксиоматическим методом; освоение методологии построения математических моделей; пополнение запаса стандартных алгоритмов для решения некоторых типовых задач теоретико-числовыми методами;

сопровождение теоретического материала широким спектром разнообразных задач и упражнений для самостоятельного решения, позволяющим более глубоко прочувствовать теоретические положения дисциплины и развить у студентов навыки самостоятельной работы;

знание основных этапов истории математики и получение представлений о современных тенденциях её развития.

Курс теории чисел должен решать следующие задачи:

вооружать студентов фундаментальными теоретическими знаниями по теории чисел; давать достаточный терминологический и понятийный запас, необходимый для самостоятельного изучения специальной литературы; предлагать строгие формальные доказательства основных результатов.

развивая культуру мышления студентов; демонстрировать наглядность большинства идей излагаемой теории.

открывающую дорогу многим приложениям; учить навыкам формулировки разнообразных теоретических и практических задач на языке теории чисел; демонстрировать применение теории чисел для решения разнообразных практических задач; пополнить алгоритмический запас студентов, позволяющий им решать типовые задачи; обеспечить разнообразный материал для самостоятельной работы.

Изучение дисциплины “Теория чисел” направлено на решение следующих задач:

изучение возможностей, потребностей, достижений обучающихся в области образования и проектирование на основе полученных результатов индивидуальных маршрутов их обучения, воспитания, развития:

организация обучения и воспитания в сфере образования с использованием технологий, соответствующих возрастным особенностям обучающихся и отражающих специфику предметной области;

использование возможностей образовательной среды для обеспечения качества образования, в том числе с применением информационных технологий;

осуществление профессионального самообразования и личностного роста, проектирование дальнейшего образовательного маршрута и профессиональной карьеры. – культурно-просветительская деятельность;

изучение и формирование потребностей детей и взрослых в культурно-просветительской деятельности;

организация культурного пространства; разработка и реализация культурно-просветительских программ для различных социальных групп; популяризация профессиональной области знаний общества.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина относится к блоку “Дисциплины по выбору”. С курса теории чисел начинается математическое образование. Дисциплина “Теория чисел” базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики и ранее изученных дисциплин среднего профессионального образования.

Дисциплина “Теория чисел” служит теоретическим и методологическим основанием для многих математических дисциплин и дисциплин информационного блока, входящих в ОПОП ВО бакалавра педагогического образования в области математики. Её содержание тесно связано с другими курсами, предусмотренными учебным планом по специальности с алгеброй, в том числе компьютерной; с математическим анализом; с дискретной математи-

кой, включая комбинаторику и теорию кодирования; с математической логикой и теорией алгоритмов; с некоторыми дисциплинами информатики.

При этом преподавание теории чисел должно не только создать базу для изучения вышеперечисленных предметов и решения прикладных задач, но обеспечить, в первую очередь, понимание фундаментального характера изучаемой теории.

### **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-11.

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11);

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

В результате освоения содержания дисциплины "Теория чисел" студент должен:

#### **ЗНАТЬ**

основные теоретико-числовые понятия;

основные результаты о делимости целых чисел и теории сравнений;

основные алгоритмы решения стандартных задач.

#### **УМЕТЬ**

применять теорему о делении с остатком и свойства делимости к решению различных арифметических задач;

применять алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя целых чисел, его линейного разложения и наименьшего общего кратного;

используя "решето" Эратосфена, составлять таблицы простых чисел и решать задачи на применение основной теоремы арифметики и свойств простых чисел;

находить разложение заданного рационального числа в конечную цепную дробь и разложение заданного иррационального числа в бесконечную цепную дробь, вычислять подходящие дроби и применять свойства подходящих дробей при решении задач;

применять определение и свойства сравнений по заданному модулю при составлении полной и приведённой систем вычетов;

вычислять значения функции Эйлера и остатки арифметических выражений от деления на заданное число, используя свойства сравнений и теоремы Эйлера и Ферма;

решать различными способами линейные сравнения первой степени с одним неизвестным;

применять для решения задач алгоритмы нахождения показателя и первообразного корня по заданному модулю.

Уметь решать двучленные сравнения, используя таблицы индексов;

применять обобщённый признак делимости Паскаля для конструирования конкретных признаков делимости;

проверять правильность выполнения простейших арифметических действий с помощью сравнений по модулям 9 и 11;

определять по внешнему виду обыкновенной дроби вид её десятичного разложения (конечная десятичная дробь, чисто или смешанно периодическая),

уметь находить длины периода и предпериода этого десятичного разложения;

находить аннулирующие уравнения для некоторых простых видов алгебраических чисел.

### **ВЛАДЕТЬ**

методами решения рассмотренных при изучении дисциплины задач;

навыками применения современного математического инструментария для решения задач математики и информатики;

методикой построения, анализа и применения математических моделей для прикладных задач математики и информатик

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР
1.	Делимость и простые числа. Теорема о делении с остатком. НОД чисел. Алгоритм Евклида Простые числа. Основная теорема арифметики. основное свойство простого числа.	9		1	1			8		1/50	
2.	Целые систематические числа. Существование и единственность значения цепной дроби	9		1	1			8		1/50	Рейтинг-контроль №1
3.	Теория сравнений. Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо и поле классов вы-	9		1	4			8		1/20	

	четов. Системы вычетов										
4.	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Применение теорем Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной.	9		1	4			8		1/20	
5.	Сравнения первой степени. Системы сравнений. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа.	9		2	4			8		2/33	
6.	Двучленные сравнения по простому модулю. Сравнения высших степеней. Применение цепных дробей к решению сравнений	9		2	4			8		2/33	Рейтинг-контроль №2
7.	Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра	9		1	2			8		1/33	
8.	Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени	9		2	2			8		1/25	

	простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Число классов с заданным модулем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по данному модулю									
9.	Арифметические приложения теории сравнений	9	1	2			8		1/33	Рейтинг-контроль №3
	<b>ВСЕГО</b>	9	12	24			72		11/31	зачет

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Теория чисел» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме.

Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса.

Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практику-



ется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач.

Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3

Промежуточная аттестация - зачет (9 сем)

### Рейтинг-контроль № 1

**ТЕМА:** Теория делимости в кольце целых чисел

**Постановка задачи:** В ходе изучения теории чисел студент должен знать основные свойства и алгоритмы делимости в кольце  $Z$ : знание НОДа,НОКа целых чисел, владение алгоритмом Евклида, признаки делимости.

#### Ход работы:

1. Число  $a$  кратно числу 6. Докажите, что  $a^2 - 12a$  кратно числу 36.
2. Докажите, что разность между трёхзначным числом и числом, записанном теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
3. Докажите, что  $(7^n - 6 \cdot 2^n) : 5$ , если  $n$  - натуральное число.
4. Натуральное число  $a$  оканчивается цифрой 4 и на 4 не делится. Докажите, что разность  $a - 14$  делится на 20.
5. Число  $a$  при делении на 5 даёт остаток 3. Какой остаток получится при делении числа  $6a^2 - 3a$  на 15?
6. Найдите остаток от деления  $10! - 49$  на 42.
7. Чётные числа  $a$  и  $b$ , не кратные 6, при делении на 6 имеют разные остатки. Докажите, что сумма  $a + b$  делится на 6.
8. Докажите, что квадрат любого числа делится на 9, либо при делении на 3 даёт остаток 1.
9. Найдите НОД чисел  $30n + 25$  и  $20n + 15$ , где  $n \in N$ .
10. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД и НОК чисел 456 и 41232.
11. Докажите, что при любом целом  $a$  число  $a(a^4 - 125a^2 + 4)$  кратно 120.
12. Решите систему уравнений в натуральных числах 
$$\begin{cases} x + y = 150, \\ \text{НОД}(x; y) = 30. \end{cases}$$

### Рейтинг-контроль № 2

**ТЕМА:** Теория сравнений с арифметическими приложениями.

**Постановка задачи:** Умение решать сравнения и системы сравнений, производить разложения квадратичных иррациональностей в непрерывные дроби, производить иные вычисления из основ теории чисел. Решение сравнений первой степени и их систем; решение сравнений с

помощью цепных дробей. Решение в целых числах уравнений первой степени с двумя неизвестными при помощи сравнений

**Ход работы:**

1. Решить сравнения:

**Вариант 1**

$$a) 3x \equiv 6 \pmod{9};$$

$$b) 16x \equiv 9 \pmod{23};$$

$$c) 243x \equiv 271 \pmod{317}.$$

Ответ:

$$a) x_1 \equiv 2 \pmod{9}, x_2 \equiv 5 \pmod{9};$$

$$b) x \equiv 2 \pmod{23};$$

$$c) x \equiv 112 \pmod{317}.$$

2. Решите систему сравнений:

**Вариант 1.**

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5}; \\ x \equiv 2 \pmod{7}; \\ x \equiv 4 \pmod{9}. \end{cases}$$

Ответ:

$$x \equiv 58 \pmod{315}.$$

**Вариант 2**

$$a) 4x \equiv 12 \pmod{18};$$

$$b) 15x \equiv 16 \pmod{29};$$

$$c) 139x \equiv 118 \pmod{239}.$$

ОТВЕТ:

$$a) x_1 \equiv 2 \pmod{9}, x_2 \equiv 5 \pmod{9};$$

$$b) x \equiv 3 \pmod{23};$$

$$c) x \equiv 147 \pmod{239}.$$

**Вариант 2.**

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3}; \\ x \equiv 5 \pmod{7}; \\ x \equiv 9 \pmod{11}. \end{cases}$$

Ответ:

$$x \equiv -2 \pmod{231}.$$

3. Разложить многочлен  $f(x)$  на множители по модулю  $m$ :

**Вариант 1.**

$$f(x) = x^4 + 7x^3 + x - 9, \\ m = 13.$$

Ответ:

$$f(x) \equiv (x-1)^2(x-2)^2 \pmod{13}$$

**Вариант 2.**

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - x + 3, \\ m = 7.$$

Ответ:

$$f(x) \equiv (x-1)(x-2)(x^2-2) \pmod{7}.$$

4. Найдите остаток при делении :

**Вариант 1**

$$13^{1054} - 23 \cdot 16^{285} + 22^{17} \text{ на } 15$$

**Вариант 2.**

$$29^{2029} - 34^{3434} + 29 \cdot 41 \cdot 6^{231} \text{ на } 31$$

## Рейтинг-контроль 3

**ТЕМА:** Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра.

**Постановка задачи.** Решение сравнения второй степени: сведение сравнений второй степени к двучленному сравнению; двучленные сравнения по простому модулю; квадратичные вычеты и невычеты: число решений сравнения; критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов. Символ Лежандра и его свойства; закон взаимности квадратичных вычетов.

**Ход работы.**

1. Вычислить символ Лежандра  $\left(\frac{62}{47}\right)$ .
2. Найти первообразный корень по модулю 17 и составить таблицу индексов.
3. Решить неопределенное уравнение  $13x + 23y = 107$
4. Построить системы квадратичных вычетов по простому модулю 57
5. Найти все первообразные корни по модулю 11 и построить таблицу индексов
6. Найдите показатель, которому принадлежит 5 по модулю 61.
7. Составить таблицу индексов по модулю  $m$ , взяв за основание первообразный корень  $g$ :  
 $m=27, g=2$ .
8. С помощью таблиц из задачи 3 решите сравнения :  
а)  $5x \equiv 13 \pmod{27}$ ;  
б)  $x \equiv 10 \pmod{27}$ .

### Тестовый рейтинг-контроль

- |   |  |
|---|--|
| 1. Остаток от деления числа (-5) на число 3 равен:<br>а. А) -1;<br>б. Б) 2;<br>в. В) -2;<br>г. Г) 1.  | б. Б) 2;<br>в. В) -1;<br>г. Г) 1.  |
| 2. Остаток от деления числа (-10) на число 7 равен:<br>а. А) 4;<br>б. Б) -3;<br>в. В) 2;<br>г. Г) -4. | 5. Остаток от деления числа (-12) на число (-7) равен:<br>а. А) 2;<br>б. Б) -2;<br>в. В) 5;<br>г. Г) -5.                         |
| 3. Остаток от деления числа 12 на число (-5) равен:<br>а. А) -3;<br>б. Б) 2;<br>в. В) -2;<br>г. Г) 3. | 6. НОД чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равен:<br>а. А) 2;<br>б. Б) 3;<br>в. В) 7;<br>г. Г) 14.         |
| 4. Остаток от деления числа (-14) на число (-3) равен:<br>а. А) -2;                                   | 7. НОК чисел $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ и $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ равно:<br>а. А) 210;<br>б. Б) 630;<br>в. В) 2940;<br>г. Г) 294. |

8. НОД чисел  $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$  и  $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$  равен:  
 a. А) 11;  
 b. Б) 2;  
 c. В) 12;  
 d. Г) 22.
9. НОК чисел  $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$  и  $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$  равно:  
 a. А) 220;  
 b. Б) 726;  
 c. В) 330;  
 d. Г) 770.
10. НОД чисел  $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$  и  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$  равен:  
 a. А) 4;  
 b. Б) 2;  
 c. В) 6;  
 d. Г) 12.
11. Ровно три простых числа содержатся в последовательности:  
 a. А) 1, 3, 5, 7, 9;  
 b. Б) 1, 3, 4, 5, 6;  
 c. В) 3, 5, 6, 9, 10;  
 d. Г) 4, 5, 6, 7, 9.
12. Простых чисел больше, чем составных, в последовательности:  
 a. А) 1, 2, 3, 4, 5;  
 b. Б) 3, 4, 5, 6, 8;  
 c. В) 1, 2, 4, 5, 6;  
 d. Г) 1, 3, 5, 6, 8.
13. Простых чисел меньше, чем составных, в последовательности:  
 a. А) 1, 2, 3, 4, 5;  
 b. Б) 3, 4, 5, 6, 8;  
 c. В) 2, 4, 5, 6, 7;  
 d. Г) 1, 2, 4, 5, 9.
14. Ровно два простых числа содержатся в последовательности:  
 a. А) 1, 3, 4, 6, 8;  
 b. Б) 3, 4, 7, 8, 9;  
 c. В) 1, 2, 3, 4, 5;  
 d. Г) 1, 3, 7, 9, 11.
15. Количество простых чисел равно количеству составных в последовательности:  
 a. А) 1, 3, 5, 9, 15;  
 b. Б) 1, 2, 3, 4, 5;  
 c. В) 2, 4, 7, 8, 9;  
 d. Г) 1, 2, 4, 6, 8.
16. Используя признак делимости, получаем, что на 4 делится число:  
 a. А) 123450;  
 b. Б) 654321;  
 c. В) 789132;  
 d. Г) 975426.
17. Используя признак делимости, получаем, что на 6 делится число:  
 a. А) 271580;  
 b. Б) 728404;  
 c. В) 1309746;  
 d. Г) 198563.
18. Используя признак делимости, получаем, что на 18 делится число:  
 a. А) 918273;  
 b. Б) 145638;  
 c. В) 654321;  
 d. Г) 498532.
19. Используя признак делимости, получаем, что на 15 делится число:  
 a. А) 135790;  
 b. Б) 864205;  
 c. В) 654870;  
 d. Г) 918275.
20. Используя признак делимости, получаем, что на 30 делится число:  
 a. А) 507370;  
 b. Б) 249260;  
 c. В) 196480;  
 d. Г) 728190.
21. Дробная часть числа  $(-6,25)$  равна:

- a. А) -0.25;  
b. Б) 0.75;  
c. В) 0.25;  
d. Г) -0.75.
22. Дробная часть числа 4,48 равна:  
a. А) 0.48;  
b. Б) -0.52;  
c. В) -0.48;  
d. Г) 0,52.
23. Дробная часть числа (-10,55) равна:  
a. А) -0.55;  
b. Б) 0.45;  
c. В) 0.55;  
d. Г) -0.45.
24. Дробная часть числа 2,43 равна:  
a. А) 0.57;  
b. Б) -0.57;  
c. В) 0.43;  
d. Г) -0.43.
25. Дробная часть числа (-5,17) равна:  
a. А) -0.17;  
b. Б) 0.17;  
c. В) -0.83;  
d. Г) 0,83.
26. 66. Количество делителей  $\tau(n)$  числа  $n = 75 = 3 \circledast 5^2$  равно:  
27. А) 4;  
28. Б) 5;  
29. В) 6;  
30. Г) 3.
31. 67. Количество делителей  $\tau(n)$  числа  $n = 100 = 2^2 \circledast 5^2$  равно:  
32. А) 6;  
33. Б) 7;  
34. В) 8;  
35. Г) 9.
36. 68. Количество делителей  $\tau(n)$  числа  $n = 72 = 2^3 \circledast 3^2$  равно:  
37. А) 6;  
38. Б) 10;  
39. В) 8;  
40. Г) 12.
41. 69. Количество делителей  $\tau(n)$  числа  $n = 56 = 2^3 \circledast 7$  равно:  
42. А) 8;  
43. Б) 5;  
44. В) 7;  
45. Г) 6.
46. 70. Количество делителей  $\tau(n)$  числа  $n = 63 = 3^2 \circledast 7$  равно:  
47. А) 12;  
48. Б) 9;  
49. В) 6;  
50. Г) 4.
51. Числа 15 и 30 сравнимы по модулю:  
a. А) 11;  
b. Б) 5;  
c. В) 6;  
d. Г) 8.
52. Числа 12 и 18 сравнимы по модулю:  
a. А) 3;  
b. Б) 5;  
c. В) 7;  
d. Г) 9.
53. Числа 22 и 14 сравнимы по модулю:  
a. А) 9;  
b. Б) 8;  
c. В) 7;  
d. Г) 6.
54. Числа 38 и 28 сравнимы по модулю:  
a. А) 6;  
b. Б) 8;  
c. В) 10;  
d. Г) 12.
55. Числа 26 и 12 сравнимы по модулю:  
a. А) 8;  
b. Б) 7;  
c. В) 6;  
d. Г) 5.

56. Полную систему вычетов по модулю 7 образует следующий набор:
- a. A)  $\overline{14}, \overline{1}, \overline{9}, \overline{-4}, \overline{4}, \overline{12}, \overline{27}$ ;
- b. Б)  $\overline{0}, \overline{1}, \overline{-2}, \overline{10}, \overline{24}$ ;
- c. B)  $\overline{9}, \overline{8}, \overline{1}, \overline{3}, \overline{-5}, \overline{-4}, \overline{2}, \overline{16}$ ;
- d. Г)  $\overline{21}, \overline{28}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{7}, \overline{-5}, \overline{6}$ .
57. Полную систему вычетов по модулю 6 образует следующий набор:
- a. A)  $\overline{0}, \overline{-1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{4}, \overline{-5}$ ;
- b. Б)  $\overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}$ ;
- c. B)  $\overline{18}, \overline{17}, \overline{16}, \overline{15}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{25}$ ;
- d. Г)  $\overline{1}, \overline{7}, \overline{2}, \overline{8}, \overline{3}, \overline{9}$ .
58. Полную систему вычетов по модулю 5 образует следующий набор:
- a. A)  $\overline{10}, \overline{15}, \overline{-2}, \overline{0}, \overline{3}$ ;
- b. Б)  $\overline{-1}, \overline{-2}, \overline{-3}, \overline{-4}$ ;
- c. B)  $\overline{20}, \overline{21}, \overline{2}, \overline{33}, \overline{34}$ ;
- d. Г)  $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{-3}, \overline{-4}, \overline{5}, \overline{6}$ .
59. Полную систему вычетов по модулю 4 образует следующий набор:
- a. A)  $\overline{8}, \overline{13}, \overline{6}, \overline{15}$ ;
- b. Б)  $\overline{-4}, \overline{-3}, \overline{-2}, \overline{1}, \overline{2}$ ;
- c. B)  $\overline{2}, \overline{4}, \overline{6}$ ;
- d. Г)  $\overline{0}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}$ .
60. Полную систему вычетов по модулю 3 образует следующий набор:
- a. A)  $\overline{18}, \overline{10}, \overline{20}$ ;
- b. Б)  $\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}$ ;
- c. B)  $\overline{-2}, \overline{0}$ ;
- d. Г)  $\overline{1}, \overline{19}, \overline{21}$ .
61. Число СІХ в десятичной системе счисления равно:
- a. A) 509;
- b. Б) 19;
- c. B) 59;
- d. Г) 109.
62. Основание системы счисления g в девятеричной системе счисления изображается числом:
- a. A) 9;
- b. Б) 10;
- c. B) 11;
- d. Г) 01.
63. В семеричной системе счисления верно записано число:
- a. A) 2360<sub>7</sub>;
- b. Б) 35721<sub>7</sub>;
- c. B) 608512<sub>7</sub>;
- d. Г) 29561<sub>7</sub>.
64. 84. Равенство  $26 = 101x$  имеет место в системе счисления с основанием:
65. A) 3;
66. Б) 5;
67. B) -5;
68. Г) 4.
69. 85. Верный результат сложения  $34807_9 + 8765_9$  равен:
70. A) 45731<sub>9</sub>;
71. Б) 44562<sub>9</sub>;
72. B) 54374<sub>9</sub>;
73. Г) 44673<sub>9</sub>.

### Вопросы к зачету по курсу «Теория чисел»

1. Свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
3. Теорема о линейной форме НОД.
4. Наименьшее общее кратное. Формула для нахождения НОК.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
7. Основная теорема арифметики. Каноническое представление числа.
8. Сумма и число натуральных делителей числа.
9. Понятие сравнимости чисел по модулю. Эквивалентные определения.
10. Свойства сравнений.
11. Классы вычетов и системы вычетов.
12. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Функция Эйлера.
15. Теоремы Эйлера и Ферма и их применение.
16. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Условия разрешимости и способы решений.
17. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Формулы для вычисления подходящих дробей.
18. Свойства подходящих дробей. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
19. Алгебраические сравнения произвольной степени с одним неизвестным.
20. Теорема Вильсона. Критерий простоты.
21. Решение алгебраических сравнений по составному модулю и модулю  $P$
22. Квадратичные вычеты. Критерий Эйлера.
23. Символ Лежандра, его свойства и применение.
24. Порядок числа по модулю. Свойства порядка числа.
25. Индексы и их применение.
26. Проверка правильности арифметических действий. Вывод признаков делимости.
27. Определение длины периода дроби

### *Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов*

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: –самостоятельное изучение части теоретического мате-

риала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

*Темы для самостоятельного изучения.*

1. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности
2. Смешанные периодические десятичные дроби.
3. Великая теорема Ферма.
4. Компьютерные вычисления в теории чисел.
5. Арифметика кольца целых гауссовых чисел.
6. Теория сравнений в кольце.
7. Системы счисления.
8. Числа Фибоначчи

*Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определение простого числа.
2. Какие числа называются взаимно простыми?
3. Дайте формулировку теоремы о взаимно простых числах.
4. Назовите основные свойства простых чисел.
5. Что называется каноническим разложением целого числа на простые множители?
6. Дайте формулировку теоремы о делителе целого числа.
7. Напишите формулу для нахождения числа натуральных делителей целого числа. Объясните каждый символ в формуле.
8. Напишите формулу для нахождения суммы натуральных делителей целого числа. Объясните каждый символ в формуле.
9. Дайте формулировку теоремы о бесконечности множества простых чисел. Докажите ее.
10. Опишите метод составления таблицы положительных простых чисел, не превосходящих данного целого числа (решето Эратосфена).
11. Дайте определение общего делителя целых чисел.
12. Дайте определение наибольшего общего делителя целых чисел.
13. Какими свойствами обладает НОД целых чисел?
14. Какими свойствами обладают взаимно простые числа?
15. Дайте формулировку теоремы о делении с остатком.
16. В чем состоит сущность алгоритма Евклида?
17. Дайте понятие конечной цепной дроби.
18. Дайте понятие подходящей дроби.



19. Назовите основные свойства подходящей дроби.
20. Дайте понятие целого систематического числа.
21. Сформулируйте теорему об однозначности представления систематического числа.
22. Как выполняются действия над целыми систематическими числами?
23. Как осуществляется перевод из одной системы счисления в другую и обратно? Раздел 2. Теория сравнений с арифметическими приложениями
24. Какие два числа называются сравнимыми?
25. Дайте понятие классов вычетов по модулю  $m$ .
26. Назовите основные свойства сравнений.
27. Назовите простейшие свойства сравнений.
28. Дайте определение полной системы вычетов по модулю  $m$ .
29. Что называется системой наименьших неотрицательных вычетов по модулю  $m$ ?
30. Назовите основные операции (и их свойства) над классами вычетов.
31. Дайте определение приведенной системы вычетов.
32. Назовите основные свойства приведенной системы вычетов.
33. Дайте определение обратного числа, взаимно обратных чисел.
34. Основное свойство взаимно обратных чисел по модулю.
35. Что называется функцией Эйлера.
36. Сформулируйте теорему Эйлера.
37. Сформулируйте теорему Ферма.
38. Что называется алгебраическим сравнением, степенью сравнения.
39. Дайте определение числа решений по модулю  $m$ .
40. Дайте понятия сравнения первой степени.
41. Сформулируйте теорему о количестве решений сравнения первой степени по простому модулю.
42. Сформулируйте теорему о разрешимости сравнения первой степени по простому модулю.
43. Дайте понятие сравнения высшей степени по простому модулю.
44. Сформулируйте теорему о количестве решений сравнения высшей степени по простому модулю и следствие из нее.
45. Сформулируйте теорему Вильсона.
46. Дайте понятие порядка числа и класса вычетов по модулю  $m$ .
47. Назовите основные свойства порядка класса вычетов по модулю  $m$ .
48. Дайте понятие первообразного корня по простому модулю.
49. Назовите основные свойства первообразного корня.

50. Дайте понятие индекса числа по простому модулю.
51. Назовите основные свойства индексов по простому модулю.
52. Дайте понятие двучленного сравнения и назовите его основные свойства

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### *Основная литература:*

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
<b>Основная литература</b>						
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html</a>	20	100%
2	Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие.- Москва, Издательство Флинта, 2012, 465с.	2012		<i>Статья 1.</i> Э  БС  «БиблиоРоссика» <a href="http://www.bibliorossica.com/">http://www.bibliorossica.com/</a>  /ISBN978597650050	20	100%
3	Данилова Т.В. Теория чисел. Задачи с примерами решений. Учебное пособие.- Архангельск, Федеральный университет им.Ломоносова, 2015. 105 с.	2015		ЭБС «БиблиоРоссика» <a href="http://www.bibliorossica.com/">http://www.bibliorossica.com/</a> /ISBN9785261010043	20	100%
<b>Дополнительная литература</b>						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html</a>	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.h">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.h</a>	20	100%

				tml		
3	Алфутова Н.Б. Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. 3-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2009. 336 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575504.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575504.html</a>	20	100%
4	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. - 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html</a>	20	100%
5	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. - 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html</a>	20	100%

### Интернет-ресурсы:

<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>

[http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B\\_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B\\_%D0%B8\\_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8\\_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB](http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB)

<http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf>

видеокурс -

[www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info](http://www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info)

Примеры по курсу -

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp> тесты для самоконтроля

- [fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm](http://fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm)

учебник -

<http://wwwcdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf>

учебное пособие -

<http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

### Периодическая литература

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"

<http://kvant.mccme.ru/key.htm>

2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"

[http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus)

3. Сибирский математический журнал

<http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm>

4. Журнал «Математические заметки»

<http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1>

5. Журнал вычислительной математики и математической физики.

6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

**8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, средства  
мультимедиа

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ» ПРОФИЛЬ « ФИЗИКА, МАТЕМАТИКА. »

Рабочую программу составил Куранова Наталья Юрьевна

*Н.Ю. Куранова*



Рецензент

(представитель работодателя) МЛОУ Гимназия №3, Мартьянова Г.И  
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры \_\_\_\_\_

Протокол № 7 от 11.03.2016 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ *М. Митюк*

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ» ПРОФИЛЬ « ФИЗИКА, МАТЕМАТИКА. »

Протокол № 3 от 11.03.16 года

Председатель комиссии директор ШИ Артамонова М. В.

*М. В. Артамонова*

(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на 2017/18 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.17 года  
Заведующий кафедрой Н. Еф

---

Рабочая программа одобрена на 2018/2019 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 1 от 4.09.2018 года  
Заведующий кафедрой Н. Еф

---

Рабочая программа одобрена на 2019/2020 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 1 от 2.09.19 года  
Заведующий кафедрой Н. Еф

---

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

---