

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



А.А.Панфилов

« 29 » 08 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ»**

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль подготовки Физика. Математика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
9	3/108	12	24	–	72	Зачет
Итого	3/108	12	24	–	72	Зачет

Владимир, 2016

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Числовые системы» являются изучение основных методов решения диофантовых уравнений и современных проблем, связанных с решением уравнений в целых числах. Также происходит прививание общей алгебраической культуры, необходимой для дальнейшего изучения университетских математических и физических дисциплин, обеспечивающих будущему учителю глубокое понимание основ школьного курса математики и теории чисел.

В содержании дисциплины освещаются вопросы, связанные с проблемой решения неопределенных уравнений первой степени в целых (натуральных) числах, с рассмотрением данных уравнений в качестве математических моделей реальных задачных ситуаций, позволяющих продемонстрировать интересные приложения математических методов

### *Цели изучения дисциплины:*

познакомить студентов с кругом задач и проблем классической и современной алгебры и теории чисел, связанных с диофантовыми уравнениями;

сформировать у студентов элементы математической культуры, которые смогут обеспечить ясное понимание смысла и значения разделов математики, изучаемых в школе;

сопровождение теоретического материала широким спектром разнообразных задач и упражнений для самостоятельного решения, позволяющим более глубоко прочувствовать теоретические положения дисциплины и развить у студентов навыки самостоятельной работы;

знание основных этапов истории математики и получение представлений о современных тенденциях её развития.

### *Задачи изучения дисциплины:*

познакомить студентов с понятием диофантова уравнения, историей его появления в математической науке;

познакомить с великой теоремой Ферма, уравнениями Пеля, 10-ой проблемой Гильберта.

научить решать диофантовы уравнения первой степени с двумя переменными различными способами;

научить решать текстовые задачи, описывающие различные практические ситуации, математической моделью которых являются диофантовы уравнения первой степени с двумя переменными или их системы;

продемонстрировать значимость математических методов в решении разнообразных задач науки и практики

научить выполнять операции над числами различной природы, особое внимание уделяется использованию знаний, связанных с вопросами делимости во множестве целых чисел

научить студентов оперировать с классическими понятиями алгебры и теории чисел:

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина относится к разделу «Дисциплины по выбору» учебного плана. Ее изучение основывается на таких математических понятиях, как делимость целых чисел, уравнения, функция, рассматриваемых в школьном курсе математики, и продолжает развитие идей и методов данного курса. Для успешного усвоения курса «Числовые системы» необходимо знание основных формул, изучаемых в школьной алгебре, свойств элементарных функций, умение решать квадратные уравнения, знание основ теории чисел.

Курс «Числовые системы» имеет связи с различными математическими дисциплинами. Знания, полученные в этом курсе, используются в теории чисел, математическом анализе, дискретной математике, математической логике и др.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-1,11, 12.

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК): готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для определения и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11).

В результате курса «Числовые системы» студент должен знать основные методы, факты, свойства, применяемые при решении алгебраических задач

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

**В результате изучения дисциплины студент должен знать:**

Основные понятия и методы решения диофантовых уравнений от нескольких переменных: линейных и нелинейных.

Теоремы Лагранжа, Ферма

**В результате изучения дисциплины студент должен уметь:**

решать линейные диофантовы уравнения методами:

- прямого перебора
- спуска

- рассеивания
- алгоритмом Евклида
- цепных дробей;
- сравнения
- выделения полного квадрата

**В результате изучения дисциплины студент должен владеть:**

способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.);

способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса;

различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности; способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды образовательного учреждения, региона, области, страны.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС			КП / КР
1.	Основы теории чисел: делимость в кольце целых чисел, алгоритм Евклида; теория вычетов и сравнений	9		2	2			8		2/50	
2.	Решение диофантовых уравнений способом прямого перебора вариантов. Функционально-графический подход	9		2	4			8		3/50	
3.	Решение диофантовых уравнений с использованием алгоритма Евклида	9			4			8		2/50	рейтинг-контроль 1
4.	Решение диофантовых уравнений с использованием цепной дроби	9		2	2			8		2/50	
5.	Метод рассеива-	9		2	2			8		2/50	

	ния (измельчения) в решении диофантовых уравнений									
6.	Решение диофантовых уравнений методом спуска. Метод последовательного уменьшения коэффициентов по модулю	9		4			8		2/50	рейтинг-контроль 2
7.	Приложение теории сравнений к решению диофантовых уравнений	9	2	2			8		2/50	
8.	Диофантовы уравнения и великие теоремы: Лежандра, Софи Жермен, Ферма	9	2	2			8		2/50	
9.	Диофантовы уравнения и диофантово приближение	9		2			8		1/50	рейтинг-контроль 3
	<b>ВСЕГО</b>	9	12	24			72		18/50	Зачет

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Числовые системы» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – вводная, установочная, подготовительная лекции, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа. С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме. Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний. На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса. Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно- методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике. Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Текущий контроль - рейтинг-контроль №1,2,3 в 10 семестре  
Промежуточная аттестация - зачет (10 семестр)

### Рейтинг-контроль № 1.

#### Задача 1.

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа  $A$  за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа  $B$  за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа  $B$  будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа  $A$ . В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа  $B$  входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа  $A$ ?

#### Задача 2.

Шарики можно разложить в пакетики, а пакетики упаковать в коробки, по 3 пакетика в одну коробку. Можно эти же шарики разложить в пакетики так, что в каждом пакетике будет на 3 шарика больше, чем раньше, но тогда в каждой коробке будет лежать по 2 пакетика, а коробок потребуется на 2 больше. Какое наибольшее количество шариков может быть при таких условиях?

**Задача 3.**

Целые числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $5x+3$ ,  $y^2$ ,  $3z+5$  – арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Найти  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

**Задача 4.**

Последние члены двух конечных арифметических прогрессий  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 8$ , ...,  $a_N$  и  $b_1 = 9$ ,  $b_2 = 14$ , ...,  $b_M$  совпадают, а сумма всех совпадающих (взятых по одному разу) членов этих прогрессий равна 815. Найти число членов в каждой прогрессии.

**Задача 5.**

Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найти наименьшее возможное, при указанных условиях, значение  $b$ .

**Рейтинг-контроль № 2**

**Задача 1.**

Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что и  $m^3 + n$ , и  $m + m^3$  делится на  $m^2 + n^2$ .  
Найти  $m$  и  $n$ .

**Задача 2.**

Найти все такие пары натуральных чисел  $x$  и  $y$  таких, что  $x^3 + y$  и  $y^3 + x$  делятся на  $x^2 + y^2$ .

**Задача 3.**

Найти все пары пятизначных чисел  $x$  и  $y$  такие, что число  $\overline{xy}$ , полученное присписыванием десятичной записи числа  $y$  после десятичной записи числа  $x$ , делится на  $xy$ .

**Задача 4.**

Найти все натуральные  $n$ , при каждом из которых число  $n^2 + 5n + 16$  делится нацело на 169

**Задача 5.**

Решить уравнение в целых числах  $y^3 - x^3 = 91$ .

**Рейтинг-контроль № 3.**

**Задача 1.**

Найти все целочисленные решения уравнения  $x^2 - 6xy + 13y^2 = 29$ .

**Задача 2.**



Решить уравнение  $x^2 + xy - y - 2 = 0$  в целых числах

**Задача 3.**

Найти все решения в натуральных числах уравнения  $x^2 - 2y^2 = 1$ .

**Задача 4.**

Решить уравнение  $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2y - 2x + 2 = 0$  в целых числах.

**Задача 5.**

Решить в целых числах уравнение  $(x^2 + 4)(y^2 + 1) = 8xy$

**Вопросы к зачету по курсу «Числовые системы»**

1. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Метод цепных дробей
3. Линейные диофантовы уравнения от двух переменных. Применение теории сравнений
4. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными. Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение
5. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод разложения на множители
6. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
7. Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных
8. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод бесконечного (непрерывного) спуска
9. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
10. Диофантовы уравнения второй степени с двумя переменными . Метод, основанный на выделении полного квадрата
11. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
12. Частные виды неопределенных уравнений второго порядка с двумя неизвестными.

***Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов***

Особое место в овладении данным курсом отводится самостоятельной работе, которая заключается в следующем: –самостоятельное изучение части теоретического материала, теоретическая подготовка к практическим занятиям, систематическое выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных заданий.

*Темы*

1. Классификация уравнений (алгебраических кривых)
2. Решение в рациональных положительных числах неопределённых уравнений второй степени с двумя неизвестными и систем неопределённых уравнений. Постановка вопроса у Диофанта
3. Обзор методов Диофанта в книге П «Арифметики»
4. Актуализация методов Диофанта

5. Исследование линейного диофантова уравнения с двумя переменными
6. Использование алгоритма Евклида
7. Использование цепных дробей
8. Использование сравнений
9. Исследование диофантова уравнения второй степени с двумя переменными
10. Метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение ...
11. Метод разложения на множители
12. Метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение
13. Метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных
14. Метод бесконечного (непрерывного) спуска
15. Метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби
16. Метод, основанный на выделении полного квадрата
17. Решение диофантовых уравнений в рациональных числах
18. Некоторые частные виды неопределенных уравнений второго порядка с двумя неизвестными
19. Некоторые задачи, сводящиеся к составлению неопределенных уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %
1	2	3	4	5	6	7
<b>Основная литература</b>						
1	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html</a>	20	100%
2	Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие.- Москва, Издательство Флинта, 2012, 465с.	2012		ЭБС «БиблиоРоссика» <a href="http://www.bibliorossica.com/ISBN978597650050">http://www.bibliorossica.com/ISBN978597650050</a>	20	100%
3	Данилова Т.В. Теория чисел. Задачи с примерами решений. Учебное пособие.- Архангельск, Федеральный университет им.Ломоносова, 2015, 105 с.	2015		ЭБС «БиблиоРоссика» <a href="http://www.bibliorossica.com/ISBN9785261010043">http://www.bibliorossica.com/ISBN9785261010043</a>	20	100%
<b>Дополнительная литература</b>						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.h">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.h</a>	20	100%

				tml		
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html</a>	20	100%
3	Алфутова Н.Б. Устинов А.В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. 3-е изд., испр. и доп.М.: МЦНМО, 2009.336 с.	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575504.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575504.html</a>	20	100%
4	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html</a>	20	100%
5	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html</a>	20	100%

#### Интернет-ресурсы:

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0>
2. [http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B\\_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B\\_%D0%B8\\_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8\\_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB](http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC%D1%8B_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D1%8B_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB)
3. <http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf>
4. видеокурс - [www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info](http://www.intuit.ru/studies/courses/616/472/info)
5. Примеры по курсу - <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp>
6. есты для самоконтроля - [fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm](http://fen.distant.ru/test/math/3/test-3.htm)
7. учебник - <http://www.cdl.bmstu.ru/fn1/LinAlg.pdf>
8. учебное пособие - <http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>

#### Периодические издания:

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант"  
<http://kvant.mccme.ru/key.htm>
2. Журнал "Известия Российской академии наук. Серия математическая"  
[http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im&option_lang=rus)
3. Сибирский математический журнал  
<http://www.emis.de/journals/SMZ/attention.htm>
4. Журнал «Математические заметки»  
<http://www.ams.org/mathscinet/search/journaldoc.html?jc=MATZA1>
5. Журнал вычислительной математики и математической физики.
6. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком. Средства обучения: мультимедийные слайды, электронные учебники (CD и сетевая версия), цифровые и электронные образовательные ресурсы, задачки, модели фигур, таблицы и др

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Физика. Математика»

Рабочую программу составил доц. Евсеева Ю.Ю.  
(ФИО, подпись)

Рецензент директор МАДОУ гимназия №3  
(место работы, должность, ФИО, подпись) Мартьянова Г.И.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа  
Протокол № 7 от 11.03.2016 года  
Заведующий кафедрой Жиков В.В.  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование  
Протокол № 5 от 29.08.16 года  
Председатель комиссии Артамонова М.В.

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_