

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Владимирский государственный университет имени  
Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по УМР

А.А. Панфилов

« 17 » 03 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»**

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль подготовки Физика. Математика.

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед., час.	Лек- ций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. лабот, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля
6	3/180		36	-	36	экзамен (36 ч.)
Итого	3/180		36	-	36	экзамен (36 ч.)

Владимир, 2016

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Целями курса* «Теория функций комплексной переменной» являются:

- формирование математической культуры студентов;
- формирование систематических знаний в области ТФКП;
- овладение аппаратом ТФКП для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачи дисциплины:

1. овладение знаниями:

- 1) теоретических основ науки, терминологии, истории становления,
- 2) методов экспериментальных и теоретических исследований,
- 3) предмета и объекта исследований данной науки,

2. овладение навыками:

- 1) решения расчетных задач,
- 2) работы с учебной и научной литературой,
- 3) овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Входит в вариативную часть дисциплин по выбору.

Для освоения дисциплины «Теория функции комплексной переменной» студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения математики, геометрии в общеобразовательной школе. Дисциплина «Теория функции комплексной переменной», наряду с дисциплинами «Алгебра» и «Математический анализ», является фундаментом высшего математического образования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код компетенций по ФГОС	Компетенции	Планируемые результаты
ПК-11	Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки решения исследовательских задач в области образования	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• теоретические основы науки, терминологии, истории становления,</li><li>• методы теоретических исследований,</li><li>• предмет и объект исследований данной науки,</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• выделять физическое содержание в прикладных задачах и использовать законы физики в профессиональной деятельности,</li><li>• применять математический аппарат для решения практических задач,</li></ul> <b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• математическим аппаратом решения математических моделей.</li></ul>

"В соответствии с профессиональным стандартом педагога (приказ Министерства труда и социальной защиты населения РФ № 544н от 18.10.2013г.) преподаватели в средней школе при разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы, а также при планировании и проведении учебных занятий должны владеть общепользовательскими и общепедагогическими ИКТ-компетентностями (ИКТ - информационно-коммуникационные технологии). "

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные	СРС	КП/КР		
1	Комплексные числа. Тригонометрические и алгебраические формы комплексных чисел.	6	1-2		4			4		1/25%	
2	Действия над комплексными числами. Числовые последовательности и ряды	6	3-4		4			4		1/25%	
3	Степенные ряды. Признак Коши – Адамара	6	5-6		4			4		1/25%	РК-1
4	Функция комплексного переменного. Непрерывность функции комплексного переменного	6	7-8		4			4		1/25%	
5	Дифференцируемость функции комплексного переменного.	6	9-10		4			4		1/25%	
6	Определение и свойства аналитической функции.	6	11-12		4			4		1/25%	РК-2
7	Элементарные аналитические функции	6	13-14		4			4		1/25%	
8	Существование и вычисление интеграла. Свойства интеграла. Интегральная формула Коши.	6	15-16		4			4		1/25%	
9	Разложение аналитической функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение элементарных аналитических функций в ряд Тейлора.	6	17-18		4			4		1/25%	РК-3
<b>Всего</b>					<b>36</b>			<b>36</b>		<b>9/25%</b>	<b>Экзамен (36)</b>

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

N п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии
1.	Лекция	-проблемная лекция
2.	Практические занятия	- выполнение расчетных работ; - поиск и анализ информации в сети Интернет; - проектные технологии; - технология учебного исследования
3.	Самостоятельная работа	- внеаудиторная работа студентов (освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, работа с электронным учебно-методическим комплексом, подготовка к текущему и итоговому контролю)
4.	Текущий контроль	- решение задач на практических занятиях; - ответы на коллоквиумах

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Примерные темы на рейтинг-контроль № 1

1. Сложение, умножение и представление в тригонометрической форме комплексных чисел.
2. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
3. Изображение множеств, задаваемых на комплексной плоскости.
4. Решение уравнений с комплексными коэффициентами.

Примерные темы на рейтинг-контроль № 2

1. Решение линейных неоднородных систем уравнений с комплексными коэффициентами.
2. Дифференцируемость функции комплексной переменной.
3. Аналитичность функции.

#### 4. Восстановление функции комплексной переменной

### Примерные темы на рейтинг-контроль № 3

1. Ряды с комплексными членами.
2. Применение интегральной формулы Коши.
3. Особые точки.
4. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
5. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.

### **Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (36 часов)**

Приводится характеристика всех видов и форм самостоятельной работы студентов, включая текущую и творческую/исследовательскую деятельность студентов:

**Текущая СРС**, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений включает:

- работу с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса,
- выполнение домашних заданий, контрольных работ,
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку,
  - подготовку к практическим и семинарским занятиям;
  - подготовка к контрольной работе, к зачету, экзамену.

**Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)**, ориентированная на развитие интеллектуальных умений, комплекса универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов включает следующие виды работ по основным проблемам курса:

- поиск, анализ, структурирование и презентация информации,
- анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме.

### **Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине**

#### **Темы домашних заданий:**

1.
  - а) Найти модуль и аргумент чисел  $z_1 = 1 - 2i$  и  $z_2 = 4 - 2i$ . Изобразить числа на комплексной плоскости. Представить числа в тригонометрической и показательной форме.
  - б) Найти:  $\bar{z}_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\sqrt[3]{z_2 - \bar{z}_1}$ .

2. Вычислить значение функции  $f(z)$  в точке  $z_0$ , ответ представить в алгебраической форме комплексного числа:

а)  $f(z) = \cos z, z_0 = \frac{\pi}{3}i - 1;$

б)  $f(z) = e^z, z_0 = \frac{3}{2} + \frac{\pi}{2}i.$

3. Указать область дифференцируемости функции  $f(z) = \cos z^2$  и вычислить производную. Выделить действительную и мнимую часть полученной производной.

4. Определить вид кривой  $z = 3 \sec t + i2 \operatorname{tg} t$

5. Построить область плоскости  $z$ , определяемую данными неравенствами.

а)  $\begin{cases} |z-1| \leq 1, \\ |z+1| > 2. \end{cases};$

б)  $\begin{cases} \operatorname{Im}(z - \bar{z}) \geq 1, \\ z\bar{z} - (z + \bar{z}) > 0, \\ z\bar{z} - (z + \bar{z}) \leq 3. \end{cases}$

6. Проверить, может ли функция  $u = x^2 - y^2 + x$  быть действительной частью некоторой аналитической функции  $f(z)$ , если да – восстановить ее, при условии  $f(0) = 0$ .

7. Найти область плоскости  $W$ , в которую отображается с помощью функции  $w = \frac{1}{z}$  область  $D$ :

$$D: \begin{cases} |z| = 1 \\ 0 \leq \arg z \leq \pi \end{cases} \text{ плоскости } Z.$$

8. Найти все лорановские разложения данной функции  $f(z)$  по степеням  $z - z_0$ . Указать главную и правильную части ряда.

а)  $f(z) = \frac{z-2}{2z^3 + z^2 - z}, z_0 = 0;$

б)  $f(z) = \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = 1 + 2i.$

9. Функцию  $f(z) = z \cos \frac{1}{z-2}$  разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0 = 2$ .

10. Для функции  $f(z)$  найти изолированные особые точки, провести их классификацию, вычислить вычеты относительно найденных точек.

а)  $f(z) = \frac{(z+1)^2}{(z^2 - 3z + 2)^2};$

б)  $f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^5}.$

11. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного:

$$\int_{AB} \bar{z}^2 dz; AB: \{y = x^2; z_A = 0; z_B = 1 + i\}$$

12. Вычислить интегралы, используя теорему Коши о вычетах.

а)  $\int_{|z+i|=3} \frac{\sin z dz}{(z+1)^3};$

$$б) \oint_{|z|=4} \frac{e^z}{z - \pi i} dz.$$

13. Вычислить интегралы с помощью вычетов.

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2 + 4)^2} dx$$

$$3. \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 + \sqrt{3} \sin x}$$

$$4. \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(1 + \sqrt{\frac{10}{11}} \cos x)^2}$$

### Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей. Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- контрольные вопросы, задаваемые при проведении практических занятий,
- вопросы для самоконтроля;
- вопросы тестирований;
- выполнение домашних работ;
- выполнение самостоятельных и контрольных работ
- вопросы, выносимые на зачет.
- реферат с элементами проектирования;
- доклады на конференц-неделях.

Оценка качества освоения дисциплины производится по результатам следующих контролируемых мероприятий:

Контролирующие мероприятия	Результаты обучения по дисциплине
Самостоятельные работы на практических занятиях	Знание основных формул и определений
Контрольные работы на практических занятиях	Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи
Участие студентов в научной дискуссии по подготов-	Овладение опытом анализа ин-



ленным и представленным презентациям, рефератам во время проведения конференц-недели	формационных источников; выступлений с докладами и участия в дискуссиях; разделения научного и ненаучного знания;
Выполнение и защита индивидуальных заданий	Знание основных формул и определений. Умение самостоятельно находить решение поставленной задачи

Контроль со стороны преподавателя и самоконтроль осуществляется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины, во время практических и лабораторных занятий, коллоквиумов, защиты домашних заданий.

### Вопросы к экзамену

1. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость, сфера Римана, стереографическая проекция.
2. Предел, непрерывность.
3. Степенные ряды. Свойства степенных рядов, связанные с дифференцированием и интегрированием.
4. Некоторые элементарные функции их определение. Доказательство формул Эйлера.
5. Одно из свойств экспоненты  $e^{u+v} = e^u e^v$ . Периодичность  $\sin$ ,  $\cos$ . Основное тригонометрическое тождество. Связь тригонометрических и гиперболических функций.
6. Аналитическая функция. Условия Коши-Римана. Необходимые и достаточные условия аналитичности функции в односвязной области.
7. Аналитичность суммы степенного ряда. Выражение коэффициентов степенного ряда.
8. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Определение углов поворота кривых при отображениях.
9. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по её действительной части. Сопряжённые функции. Действительная и мнимая части аналитической функции, как сопряжённые функции.
10. Конформное отображение. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Угол между кривыми в бесконечности. Сохранение углов и масштабов.
11. Преобразование инверсии. Необходимое и достаточное условие симметрии (ортogonalность).

12. Дробно линейное отображение. Сохранение углов и окружностей.
13. Дробно линейное отображение. Сохранение симметрии.
14. Дробно линейное отображение. Перевод трёх точек в три точки.
15. Как узнать, что является образом обобщенной окружности при дробно-линейном отображении. Как находить образ обобщенной окружности при дробно-линейном отображении.
16. Понятие точки ветвления на примере корня и логарифма. Выделение ветвей.
17. Однолиственность. Поверхность Римана.
18. Отображение, осуществляемое степенной функцией. Области однолиственности.
19. Отображения осуществляемые экспонентой и её обратной функцией. Области однолиственности.
20. Отображения осуществляемые функцией Жуковского. Окружности и лучи. Простейшие области, переводимые функцией Жуковского в полуплоскость. Действие функцией Жуковского на простейшие области.
21. Интеграл и его простейшие свойства.
22. Теорема Коши. Обобщённая теорема Коши.
23. Интегральная формула Коши.
24. Интеграл типа Коши. Существование производных любого порядка у аналитических функций.
25. Первообразная. Теорема Морера.
26. Свойство первообразных одной и той же функции. Формула Ньютона-Лейбница.
27. Ряд Тейлора аналитической функции. Теорема Тейлора.
28. Неравенство Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
29. Нули аналитической функции. Внутренняя теорема единственности аналитических функций.
30. Принцип максимума модуля.
31. Теорема Вейерштрасса о дифференцировании ряда из аналитических функций
32. Теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости ряда из аналитических функций.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издатель- ство, издания, количество страниц)	Год изда- ния	Количество экземпля- ров в биб- лиотеке университе- та	Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использую- щих ука- занную ли- тературу	Обеспеч- чен- ность студен- тов лите- рату-рой, % 7
2	3	4	5	6	7	

### Основная литература

	Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс] : Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Асланов Р.М., Ли О.В., Мурадов Т.Р. - М. : Прометей, 2014.	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html</a>	20	100
	Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1).	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html</a>	20	100
	Лекции по математическому анализу. Ч.1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Т. Дубровин. - 3-е изд., перераб. и доп. - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2012. - <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html</a>	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785905787430.html</a>	20	100

### Дополнительная литература:

	Теория функций комплексного переменного: Учеб. пособ / Карасёв И. П. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 216 с.	2008		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785922109604-SCN0002.html">http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785922109604-SCN0002.html</a>	20	100
	Высшая математика. Основы математического анализа [Электронный ресурс] / Геворкян П.С. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011	2011		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN5922105493-SCN0008.html">http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN5922105493-SCN0008.html</a>	20	100
	Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление [Электронный ресурс] : Учеб. пособие для	2011		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.stu">http://www.stu</a>	20	100

	вузов / С.В. Галкин. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011.			dentlibrary.ru/ book/bauman_ 0392.html		

### **Периодические издания**

1. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 13, 2009.
2. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 14, 2010.
3. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 15, 2011.
4. Математическое просвещение. Третья серия // М.: МЦНМО. Выпуск 16, 2012.

### **Интернет-ресурсы**

[exponenta.ru](http://exponenta.ru), [poiskknig.ru](http://poiskknig.ru)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**


Лекционные аудитории, оснащённые доской (для мела или маркера), экраном для проекционных систем, проектором и ноутбуком (230).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование профили «Физика. Математика»

Рабочую программу составил  ст. пр. Тихомиров Р.Н.  
(ФИО, подпись)

Рецензент МАОУ Гимназия №3 Мартынова Г.И.  
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа  
Протокол № 7 от 11.03.2016 года  
Заведующий кафедрой Жиков В.В. В. Жиков  
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.05 Педагогическое образование  
Протокол № 3 от 11.03.2016 года  
Председатель комиссии Артамонова М.В. 

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_