Министерство образования и науки РФ

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Владимирский государственный педагогический университет

А.В. Гончаров

Физические основы электромагнетизма

Часть 1
Электростатическое поле и постоянный электрический ток

Владимир 2007

УДК 538. 3
ББК 22. 33
Г 65

Гончаров А.В. Физические основы электромагнетизма. Ч.1. Электростатическое поле и постоянный электрический ток: учебно-методическая разработка. – Владимир: ВГПУ, 2007. - 60 с. с илл.

Написана в соответствии с требованиями государственных стандартов педагогических специальностей (физика и математика) вузов. Рассмотрены физические свойства и законы электростатического поля в вакууме, диэлектриках и проводниках, а также законы постоянного электрического тока. Создание данного пособия потребовало от автора тщательного отбора материала из большого разнообразия учебников и пособий по курсу общей физики для вузов и его компактного изложения. При этом автор стремился освободить изложение материала от второстепенных и громоздких математических выкладок и обратить особое внимание студентов на физическую сущность законов, описывающих соответствующие процессы и явления природы. После каждой главы приводятся вопросы и качественные задачи, которые служат для студентов ориентиром при освоении материала темы.

Адресовано студентам физико-математических факультетов педагогических вузов.

Рецензент:
В.А.Игонин - кандидат физико-математических наук, доцент Владимирского государственного педагогического университета

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВГПУ

Глава 1. Электрическое поле в вакууме

§1. 1. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность

Все тела в природе состоят из молекул или атомов. Атомы в свою очередь состоят из ядра и электронов, обладающих электрическим зарядом. Существует два вида электрических зарядов. Их условно называют положительными и отрицательными зарядами. Носителем отрицательного *элементарного* (наименьшего) заряда является, например, *электрон*. Электрон это элементарная частица массой $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг и зарядом $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл. Носителем положительного элементарного заряда является, например, *протон* с массой $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг и зарядом $q_p = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл. Протоны входят в состав ядра атомов. Поэтому ядра атомов заряжены положительно. В каждом атоме количества положительного и отрицательного заряда одинаковы, поэтому обычно тела оказываются незаряженными.
Появление на телах электрического заряда обусловлено перераспределением электронов между телами. Например, при трении шелковой ткани о стеклянную палочку (электризация трением) электроны с палочки переходят на ткань. При этом стеклянная палочка заряжается положительно, а шелк - отрицательно. Опыты показывают, что тела могут иметь лишь заряд q равный целому кратному элементарного заряда e:

$$q = \pm \mathrm{N}|e| \tag{1. 1}$$

где N=1, 2, 3 … .

В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов тел (частиц) остается величиной постоянной:

$$\sum_{i=1}^{N} q_i = const\,. \tag{1. 2}$$

Уравнение (1. 2) выражает **закон сохранения электрического заряда.** Данный закон надежно проверен в многочисленных точных физических экспериментах. Между заряженными телами (в дальнейшем будем говорить между зарядами) возникают особые силы взаимодействия, называемые *электрическими силами*.
Из опытов следует, что между разноименными зарядами возникают силы притяжения, между одноименными - силы отталкивания.

Рассмотрим взаимодействие точечных электрических зарядов. *Точечным электрическим зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи*. Известно, что взаимодействие точечных неподвижных зарядов описывается *законом Кулона*: **два неподвижных точечных заряда в вакууме отталкивают или притягивают друг друга с силой, пропорционально произведению величин зарядов и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними**:

$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\,. \tag{1. 3}$$

Запишем (1. 3) в векторной форме:

$$\mathbf{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}\,, \tag{1. 4}$$

где $\mathbf{F}_{12}$ - сила, действующая со стороны заряда q_1 на одноименный заряд q_2 (рис. 1.1); r_{12} - расстояние между зарядами; $\mathbf{r}_{12} = -\mathbf{r}_{21}$ - радиус-вектор, соединяющий заряды q_1 и q_2; $\dfrac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$ -единичный вектор со направленный с $\mathbf{r}_{12}$.
Уравнение (1. 4) отражает и тот факт, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются и что сила, входящая в уравнение подчиняется третьему закону Ньютона: $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$.
Закон Кулона является основным законом *электростатики* - учения об электрическом взаимодействии *неподвижных* зарядов.
Коэффициент k в (1. 4) по особым соображениям принято выбирать в системе СИ в виде

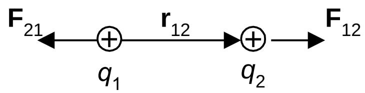


Рис. 1.1

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,,$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2) – электрическая постоянная, поэтому $k = 9{,}0 \cdot 10^9$ Н·м^2/Кл^2.

Согласно современным представлениям, передача силовых взаимодействий между разобщенными телами не может осуществляться без участия материи. Всякое действие передается с помощью материального объекта, причем с конечной скоростью. И в тех случаях, когда между отдельными телами нет никакого вещества (вакуум), взаимодействие тел осуществляется посредством особого материального объекта - поля. Поле существует реально так же, как и вещество. Частицы и поле – два вида материи.

В пространстве, окружающем заряд, всегда существует поле, порожденное этим зарядом - *электрическое поле.* Электрическое поле *неподвижных зарядов называется электростатическим.* Основным свойством электрического поля является его способность действовать с некоторой силой на заряды (как движущиеся, так и неподвижные), помещенные в данное поле. Важной характеристикой электрического поля является *напряженность*. Чтобы вычислить *напряженность электрического* поля **E** в некоторой точке, нужно разделить силу **F**, с которой электрическое поле действует на заряд q_0, помещенный в данную точку, на его величину. При этом нужно убедиться, что присутствие заряда q_0 не меняет положения зарядов, создающих данное поле. Таким образом,

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}. \qquad (1.\ 5)$$

Направление вектора **E** совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Если электрическое поле создается *неподвижным точечным зарядом* q, то напряженность поля в точке А, находящейся на

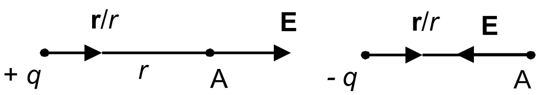


Рис. 1.2

расстоянии r от q (рис. 1.2), с учетом уравнений (1. 4) и (1. 5) равна:

$$\mathbf{E} = k\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (1.\ 6)$$

Напряженность является силовой электрического поля. Сила, действующая со стороны поля на произвольный точечный заряд q,

равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}. \qquad (1.\ 7)$$

Из опытов следует, что сила, с которой система точечных зарядов действует на некоторый точечный заряд, равна векторной сумме сил, с которыми действует на него каждый из зарядов системы. Таким образом, *электрическое поле системы зарядов определяется векторной суммой напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами системы*:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{N}\mathbf{E}_i\ . \qquad (1.\ 8)$$

Уравнение (1. 8) выражает *принцип суперпозиции* электрических полей. На рис. 1.3 показано как находить напряженность поля в точке А, создаваемого системой из двух точечных зарядов.

Используя уравнения (1. 6) и (1. 8), рассчитаем *поле диполя*. Под диполем понимается система из двух равных по величине, но противоположных по знаку точечных электрических зарядов, расположенных на расстоянии l, малом по сравнению с расстоянием r до интересующей нас точки поля. Диполь характеризуется *электрическим моментом*:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где $\mathbf{l}$ - плечо диполя. Электрический момент диполя – вектор, направленный по оси диполя от его отрицательного заряда к положительному.

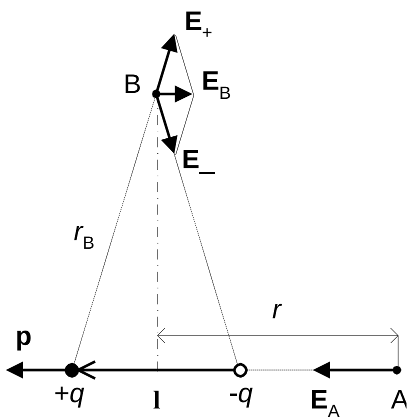


Рис. 1.3

Определим напряженность поля в точке А, расположенной на оси диполя (рис. 1.3):

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{E}_{+A} + \mathbf{E}_{-A},$$

где напряженность поля, создаваемого зарядом $+q$, $\mathbf{E}_{-A}$– зарядом $-q$. Так как эти вектора направлены в противоположные стороны, получим:

$$E_A = E_{-A} - E_{+A} = k\left[\frac{|-q|}{(r-l/2)^2} - \frac{q}{(r+l/2)^2}\right] \approx k\frac{2ql}{r^3} = k\frac{2p}{r^3}.$$

Напряженность поля диполя для точек (точка В), расположенных на перпендикуляре к оси диполя, проходящем посредине между зарядами (рис. 1.3),найдем из подобия треугольников В+q-q и ВЕ$_+$Е: $\frac{E}{E_+} = \frac{l}{r_B}$ или

$$E = k\frac{q}{r_B^2}\cdot\frac{l}{r_B} \approx k\frac{ql}{r^3} = k\frac{p}{r^3},$$

где r–расстояние от оси диполя до точки В. Можно показать, что и для всех точек поля (при $r >> l$)

$$E \sim \frac{p}{r^3}. \qquad (1.\,9)$$

Таким образом, напряженность поля диполя убывает как третья степень расстояния.

§1. 2. **Теорема Гаусса**

Для наглядного описания электрического поля используется метод *линий напряженности* (силовых линий). В каждой точке пространства касательная к линии напряженности сов- падает по направлению с вектором напряженности электрического поля (рис. 1.4). Линии напряженности электрического поля неподвижных зарядов (электростатического поля) начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах, либо уходят в бесконечность (рис. 1.5).

По густоте линий напряженности можно судить о величине E. Число линий, пронизывающих единицу поверхности площадки (ΔS=1 м^2),

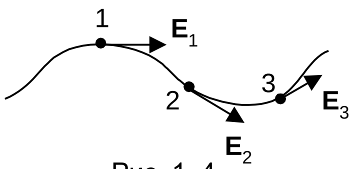


Рис. 1. 4

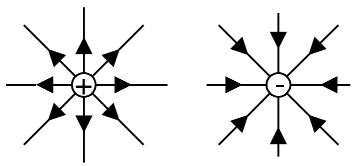


Рис. 1. 5

перпендикулярной к линиям напряженности, равно численному значению E в данной области пространства.

Основной задачей электростатики является расчет электрического поля (**Е)** по заданному распределению зарядов. Одним из способов ее решения является использование понятия *потока вектора напряженности (*потока электрического поля*)* и *теоремы Гаусса*. По определению, элементарный поток вектора напряженности dФ через элементарную площадку dS есть скалярное произведение вектора **Е** на вектор элемента площадки d**S** (рис. 1. 6). Под d**S** понимается вектор, направленный перпендикулярно к плоскости dS и равный по величине $|d\mathbf{S}|$. Направление d**S** задается правилом обхода контура площадки и для замкнутых поверхностей совпадает с направлением внешней нормали. Таким образом, *элементарный поток вектора* **Е** равен

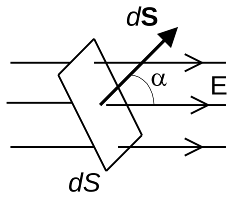


Рис. 1. 6

$$d\Phi = \mathbf{E}d\mathbf{S}, \qquad (1.\,10)$$

или

$$d\Phi = EdS\cdot\cos\alpha, \qquad (1.\,11)$$

где α угол между векторами **Е** и d**S** . Поток вектора **Е** через произвольную поверхность S равен интегралу по данной поверхности:

$$\Phi = \int_S \mathbf{E}d\mathbf{S}. \qquad (1.\,12)$$

Рассчитаем поток электрического поля точечного заряда q через сферическую поверхность (рис. 1.7), центр которой совпадает с положением заряда. С учетом уравнений (1. 6) и (1. 11) получим:

$$\Phi_{\text{сфер.пов.}} = \oint_S k\frac{q}{R^2}dS = k\frac{q}{R^2}\oint_S dS = k\frac{q}{R^2}\cdot 4\pi R^2 = 4\pi kq, \qquad (1.\,13)$$

где R - радиус сферической поверхности. Согласно (1. 12), поток не зависит от размеров сферы. Из рис. 1.7 видно, что число линий напряженности, пронизывающих сферическую поверхность и ее деформированную поверхность S' одинаково, т. е. поток вектора **Е** через замкнутую поверхность произвольной формы, охватывающую заряд q, будет таким же, как и для сферы:

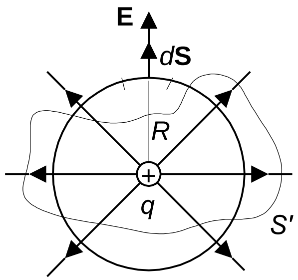


Рис. 1. 7

$$\Phi_{произв.замкн.пов.} = 4\pi kq\ . \qquad (1.\ 14)$$

Пусть внутри некоторой замкнутой поверхности S находится произвольное число (N) точечных зарядов любого знака. В силу принципа суперпозиции (1. 9) результирующее поле **E** данной системы зарядов равно векторной сумме полей каждого из зарядов: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_N$. Тогда поток вектора **E** через поверхность S, с учетом (1. 14), равен

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \oint_S \mathbf{E}_1 d\mathbf{S} + \oint_S \mathbf{E}_2 d\mathbf{S} + \dots + \oint_S \mathbf{E}_N d\mathbf{S} = 4\pi kq_1 + 4\pi kq_2 + \dots + 4\pi kq_N$$

или

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = 4\pi k \sum_{i=1}^{N} q_i\ . \qquad (1.\ 15)$$

Уравнение (1. 15) выражает *теорему Гаусса*: **поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен произведению 4πk на алгебраическую сумму зарядов, охватываемых данной поверхностью.**

Если же заряды находится вне замкнутой поверхности, то линии напряженности пронизывают данную поверхность дважды (сколько войдет линий напряженности, столько и выйдет). В результате поток электрического поля через поверхность, не охватывающую заряды, равен нулю.

Теорема Гаусса, во-первых, устанавливает связь между полем (**E**) и его источником (q), в некотором смысле обратную той, что дает закон Кулона. Закон Кулона позволяет определить электрическое поле по заданным зарядам. По уравнению (1. 15) можно определить величину заряда в любой области, в которой известна величина поля (**E**). Во-вторых, уравнение (1. 15) является мощным аналитическим инструментом при решении основной задачи электростатики.

§1. 3. Применение теоремы Гаусса для расчета электрических полей

Практический интерес представляют поля, созданные длинной равномерно заряженной проволокой (цилиндром) радиусом R, бесконечной плоской пластины из металла или диэлектрика, сферической поверхности и диэлектрическим шаром.

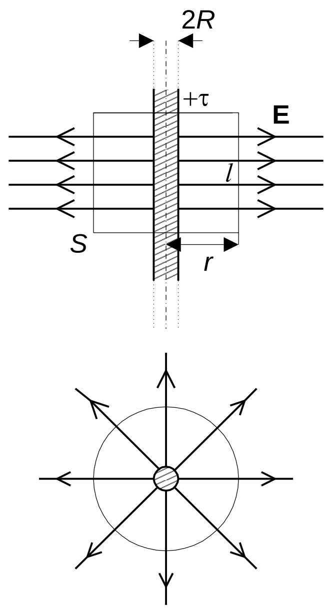


Рис. 1. 8

Так как заряженные тела содержат весьма большое количество элементарных зарядов, то распределение заряда на них можно считать непрерывным. Это позволяет ввести понятие плотности электрического заряда:

$$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}\ , \qquad (1.\ 16)$$

где λ – *линейная плотность* заряда, Δl – элемент длины заряженной проволоки, Δq – элементарное количество заряда, приходящего на Δl;

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}\ , \qquad (1.\ 17)$$

где σ – *поверхностная плотность* заряда, ΔS – элемент поверхности, на котором имеется заряд Δq;

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}\ , \qquad (1.\ 18)$$

где ρ – *объемная плотность* заряда, ΔV – элемент объема, содержащий заряд Δq.

Теорема Гаусса позволяет рассчитать напряженности полей, создаваемые выше перечисленными заряженными телами.

Поле равномерно заряженной с плотностью τ бесконечно длинной проволоки радиуса *R* (рис. 1.8). В силу симметрии линии напряженности данного поля направлены по нормалям к боковой поверхности проволоки (по радиусам) и на одинаковых расстояниях от нее напряженность поля одинакова по модулю (в противном случае равновесие зарядов на проволоке будет нарушено). Поэтому поверхность интегрирования *S* удобнее всего выбрать в виде коаксиального цилиндра радиусом *r* и высотой *l*, при этом поток через основание отсутствует. Таким образом

$$\Phi_S = E \cdot 2\pi r\, l = 4\pi k\, l\, \tau ,$$

где $l\,\tau$ – заряд, охватываемый поверхностью *S.* Откуда

$$E = k\frac{2\lambda}{r} \qquad .(1.\ 19)$$

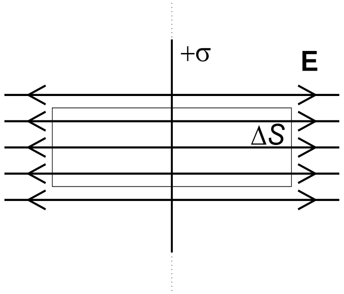


Рис. 1. 9

Согласно (1. 19), поле бесконечно длинной проволоки (провода) с равномерной плотностью заряда λ обратно пропорционально расстоянию от проволоки. На поверхности проволоки имеем:

$$E = k\frac{2\lambda}{R} .$$

Поле равномерно заряженной с плотностью σ бесконечной плоскости. Из соображений симметрии, очевидно, что линии напряженности данного поля направлены перпендикулярно к плоскости. В качестве поверхности интегрирования *S* выберем цилиндрическую поверхность с образующими, перпендикулярными к плоскости, и основаниями площадью ΔS параллельными ей (рис. 1.9). Поток поля через боковую поверхность равен нулю (линии напряженности параллельны боковой поверхности). Поток через основания цилиндрической поверхности по теореме Гаусса равен

$$2E\Delta S = 4\pi k\sigma\Delta S ,$$

откуда напряженность поля заряженной плоскости равна

$$E = 2\pi k\sigma . \qquad (1.\ 20)$$

Таким образом, поле заряженной бесконечной плоскости *однородно,* т.е. во всех точках поля вектор напряженности имеет одинаковое направление и одинаковую величину.

Поле двух параллельных разноименно заряженных с поверхностной плотностью σ бесконечных плоскостей.

Из рис. 1.10 видно, что напряженность поля слева от положительно заряженной плоскости и справа от отрицательно заряженной, в силу принципа суперпозиции, равна нулю (поле отсутствует). Поле в пространстве между плоскостями равно

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- ,$$

где $\mathbf{E}_+$ и $\mathbf{E}_-$ – напряженности полей, создаваемые положительно и отрицательно заряженными плоскостями, или

$$E = 4\pi k\sigma . \qquad (1.21)$$

Таким образом, поле между плоскостями является однородным.

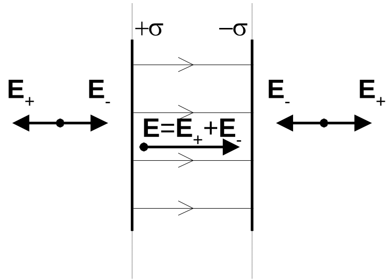


Рис. 1.10

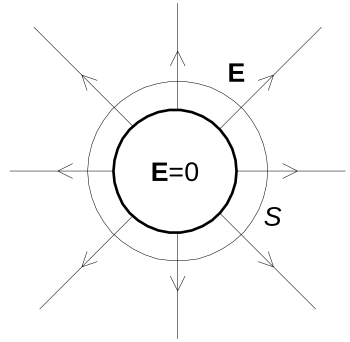


Рис. 1.11

Поле заряженной с поверхностной плотностью σ сферы радиуса *R*.

Поле заряженной сферической поверхности обладает центральной симметрией, т.е. направление вектора **E** совпадает с направлением радиуса **r** (рис. 1.11). Согласно теореме Гаусса, напряженность поля внутри сферы **E**=0, так как внутри сферы нет зарядов. Для расчета поля вне сферы в качестве поверхности интегрирования выберем коаксиальную сферическую поверхность *S* радиуса *r* > *R*. По теореме (1. 15) имеем $E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \cdot \sigma 4\pi R^2 = 4\pi k q$. Откуда

$$E = k\frac{q}{r^2} . \qquad (1.\ 22)$$

Таким образом, поле заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы. На поверхности или вблизи поверхности сферы (r=R) поле равно

$$E = k\frac{q}{R^2} = k\frac{4\pi R^2\sigma}{R^2} = 4\pi k\sigma \ . \qquad (23)$$

§1. 4. Работа сил электрического поля. Циркуляция вектора напряженности

При перемещении зарядов в электрическом поле силы, приложенные к зарядам, совершают работу. Выясним, от чего зависит эта работа. Рассмотрим положительный точечный заряд q_0, который перемещается в поле заряда q из точки 1 в точку 2 (рис. 1.12). Для того, чтобы определить работу на всем конечном перемещении 1 - 2, разобьем его на бесконечно малые перемещения dl . Элементарная работ, совершаемая на данном перемещении силой Кулона **F,** равна

$$dA = Fdl\cdot\cos\alpha = Fdr \ ,$$

где dr – элементарное изменение расстояния между зарядами (длины радиус-вектора **r**). Полная работа на пути 1 - 2 равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{qq_0}{r^2}dr \ ,$$

взяв данный интеграл, получим

$$A = kqq_0\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad 1.\ 24)$$

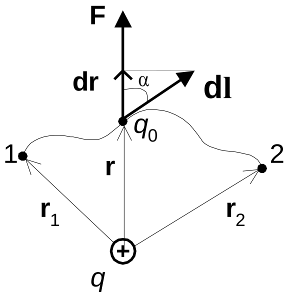


Рис. 1.12

Из уравнения (1. 24) следует, что работа в электрическом поле *не зависит от формы пути и определяется только относительными положениями зарядов q и q_0 в начале и конце пути.* Отсюда, в частности, следует, что *работа по перемещению заряда q_0 по замкнутому контуру равна нулю*. Следовательно, электрическое поле является ***потенциальным***.

Условие потенциальности поля можно записать в другой форме. Очевидно, что

$$dA = \mathbf{F}d\mathbf{l} = q_0\mathbf{E}d\mathbf{l} \ ,$$

где **E** – вектор поля, создаваемого зарядом q (рис. 1.12). Так как работа по замкнутому контуру L $\oint_L dA = \oint_L q\mathbf{E}d\mathbf{l} = 0$, то

$$\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0 \ . \qquad (1.\ 25)$$

Выражение $\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l}$ называется *циркуляцией вектора напряженности по контуру L.* (рис. 1.13). Таким образом, условие потенциальности электрического поля неподвижных зарядов выражается уравнением (1. 25): циркуляция вектора напряженности по любому замкнутому контуру равна нулю.

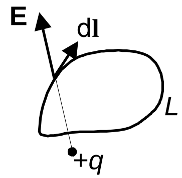


Рис. 1.13

Подчеркнем, что уравнение (1. 25) несправедливо, если заряды, создающие поле, движутся.

§1. 5. Потенциал и разность потенциалов электрического поля

Так как электрическое поле является потенциальным, то работа сил данного поля равна убыли потенциальной энергии заряда, переносимого из одной точки поля в другую:

$$A = \int_1^2 q_0\mathbf{E}d\mathbf{l} = -\Delta W = W_1 - W_2 \ , \qquad (1.\ 26)$$

где W_1 и W_2 – потенциальные энергии заряда q_0, переносимого из точки 1 в точку 2. За начало отсчета потенциальной энергии удобно выбрать потенциальную энергию заряда на бесконечности (W_∞=0).

Если заряд q_0 перенести из бесконечности в точку, расположенную на расстоянии r от точечного заряда q, то уравнение (1. 26) примет вид:

$$A_\infty = W_\infty - W_r = -W_r \ , \qquad (1.\ 27)$$

а уравнение (1. 24) можно записать так:

$$A_{\infty} = kqq_0\left(\frac{1}{r_{\infty}} - \frac{1}{r}\right) = -k\frac{qq_0}{r}. \qquad 1.28)$$

Приравняв правые части уравнений (1. 27) и (1. 28), получим, что потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q равна

$$W_r = k\frac{qq_0}{r}. \qquad 1.29)$$

Любую точку в электрическом поле можно характеризовать величиной

$$\varphi = \frac{W_r}{q_0}, \qquad (1.30)$$

которую называют *электрическим потенциалом*. ***Электрическим потенциалом данной точки поля называется физическая величина, равная отношению потенциальной энергии заряда, помещенного в данную точку, к величине этого заряда***. В силу введенного определения потенциала уравнение (1. 26), т.е. работу по перемещению заряда q_0 в электрическом поле из точки 1 в точку 2 определяется разностью потенциалов этих точек:

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (1.31)$$

или

$$A = q_0 U, \qquad 1.32)$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – называется *напряжением* между данными точками электрического поля. Таким образом, ***разность потенциалов или напряжение между двумя точками электрического поля представляет собой работу по перемещению единичного заряда из одной точки в другую.***

§1. 6 Связь между напряжённостью и потенциалом

Общее выражение для разности потенциалов можно получить, разделив уравнение (1. 26) на q_0:

$$\int_1^2 \mathbf{E}d\mathbf{l} = \varphi_1 - \varphi_2. \qquad (1.33)$$

Из уравнения (1. 33) следует, что $\mathbf{E}d\mathbf{l} = -d\varphi$ или

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz\right),$$

откуда компоненты вектора **E** равны:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x};\ \ E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y};\ E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \qquad (1.34)$$

и

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi.$$

Указанная процедура дифференцирования потенциала носит название нахождения *градиента потенциала* и обозначается как grad или ∇. Таким образом, ***напряженность электрического поля в данной точке равна взятому со знаком минус градиенту потенциала поля в той же точке***:

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi. \qquad (1.35)$$

Вектор gradφ всегда направлен в сторону наиболее быстрого возрастания потенциала и показывает, как меняется потенциал поля на единицу длины. В уравнении (1. 35) знак минус означает, что вектор **E** всегда направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического представления электрического поля вводят, наряду с линиями напряженности, *эквипотенциальные поверхности*, т.е. поверхности равного потенциала, которые пределяются уравнениями $\varphi(x, y, z) = \mathrm{const}$. На лоскости эти поверхности вырождаются в эквипотенциальные линии. Между двумя точками эквипотенциальной поверхности разность потенциалов равна нулю, поэтому из уравнения (1. 33) следует, что скалярное произведение $\mathbf{E}d\mathbf{l} = Edl\cos\alpha = 0$.

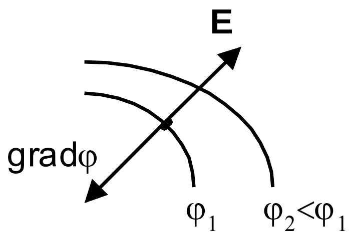


Рис. 1.14

При $E \neq 0$ и d$l \neq 0$ должно быть cosα=0, т.е. $\mathbf{E}\perp d\mathbf{l}$. Следовательно, эквипотенциальные поверхности всегда перпендикулярны к линиям напряженности (рис. 1.14).

В заключении данного параграфа отметим, что согласно формулам (1. 34), напряженность поля можно измерять в *вольтах на метр*.

§1. 7.Потенциалы некоторых полей

Потенциал поля точечного заряда. Рассмотрим в данном поле некоторую точку, находящуюся на расстоянии r от заряда q. Помещенный в эту точку заряд q_0, обладает потенциальной энергией, которая рассчитывается по формуле (1. 29). Согласно определению потенциала (1. 30), имеем:

$$\varphi = k\frac{q}{r} . \qquad (1.\ 36)$$

Такую же формулу можно получить, используя уравнение (1. 33) и проводя интегрирование вдоль линии напряженности (разность потенциалов не зависит от формы пути) от r (точка с потенциалом φ) до бесконечности (φ_∞=0):

$$\varphi - \varphi_\infty = \int_r^\infty k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}d\mathbf{r} = \int_r^\infty k\frac{q}{r^2}dr = k\frac{q}{r} \text{ или } \varphi = k\frac{q}{r}.$$

Знак потенциала, как следует из (1. 36), определяется знаком заряда, создающего поле в данной точке.

Потенциал поля системы точечных зарядов по принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых в рассматриваемой точке каждым из зарядов:

$$\varphi = k\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i} , \qquad (1.\ 37)$$

где r_i - расстояние от заряда q_i.

Разность потенциалов (напряжение) в поле, созданном двумя заряженными плоскостями (рис. 1.10). Выберем произвольную точку, удаленную на расстоянии x от положительно заряженной плоскости. Воспользуемся уравнениями (1. 33) и (1. 21):

$$U = \int_0^x Edx = \int_0^x 4\pi k\sigma dx = 4\pi k\sigma x . \qquad (1.\ 38)$$

Напряжение между плоскостями U_0 равно

$$U_0 = 4\pi k\sigma d , \qquad (1.\ 39)$$

где d – расстояние между пластинами. Поэтому также

$$U = U_0\frac{x}{d} . \qquad (1.\ 40)$$

Таким образом, в данном поле напряжение изменяется с расстоянием по линейному закону.

Напряжение между двумя заряженными (q и -q) концентрическими сферами с радиусами R_1 (внутренняя) и R_2 (внешняя). Напряжение между внутренней сферой (считаем, что она заряжена положительно) и какой-либо точкой, удаленной на расстояние $r < R_2$ от центра сфер, определим, используя уравнения (1. 33) и (1. 22):

$$U = \int_{R_1}^{r} Edr = \int_{R_1}^{r} k\frac{q}{r^2}dr = kq\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r}\right) ,$$

откуда напряжение между сферами

$$U = kq\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \qquad (1.\ 41)$$

Вопросы и качественные задачи

1. Какие частицы обычно перераспределяются в пространстве, когда тело заряжается отрицательно? Положительно?

2. а) Можно ли зарядить тело зарядом 10^{-20} Кл? 10^{-10} Кл?
б) Можно ли равномерно зарядить макроскопическое тело, сообщив ему заряд $3{,}2\cdot 10^{-19}$ Кл? 1 Кл?

3. Можно ли считать заряд ядра в атоме точечным? Почему?

4.Является ли электрическое поле просто удобным способом описания электрических явлений или оно реально существует?

5. Является ли в общем случае силовая линия траекторией заряда в поле?

6. Могут ли силовые линии электрического поля пересекаться?

7. Поток вектора напряженности электрического поля, созданного системой зарядов через некоторую замкнутую поверхность, содержащую точку А, равен нулю. Можно ли утверждать, что на заряд помещенный в эту точку силы не действуют?

8. В начало координат помещен положительный заряд q_1, а положительный заряд q_2 перемещается из бесконечности в точку, отстоящую на расстоянии r от q_1. Какова величина энергии, которую необходимо затратить? Какова эта энергия, если заряд q_1 отрицательный?

9. Как будут двигаться в поле положительный и отрицательный заряды: от точки с низким потенциалом к точке с высоким потенциалом или наоборот

Глава 2. Диэлектрики в электрическом поле

§2. 1. Поляризационные заряды. Типы диэлектриков

Все тела в природе можно условно разделить по их электрическим свойствам на три категории: *проводники, полупроводники и диэлектрики (изоляторы)*. Электрические свойства тел зависят от их внутреннего строения.

К проводникам относятся вещества, которые при обычных условиях имеют достаточно большую концентрацию ($\sim 10^{22}$ см$^{-3}$) свободных носителей заряда. Через проводники под действием внешнего электрического поля переносятся электрические заряды. Проводниками, например, являются металлы и электролиты. В диэлектриках при обычных условиях свободные носители заряда практически отсутствуют, поэтому они не обладают способностью проводить электрические заряды. В полупроводниках при обычных условиях концентрация свободных носителей заряда $\sim 10^{10}$ см$^{-3}$ и по способности проводить заряды они занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками.

Деление веществ на проводники и изоляторы по их способности проводить заряды весьма условно. В сильных электрических полях даже хорошие диэлектрики становятся проводниками электрических зарядов.

Опыты показывают, что на поверхности диэлектрика, помещенного во внешнее электрическое поле, возникают электрические заряды. Такие заряды называются *поляризационными* или *связанными.* В дальнейшем, поверхностную плотность поляризационных зарядов будем обозначать σ'. Поляризационные заряды не нарушают электронейтральности диэлектрика в целом.

Процессы, проходящие в диэлектриках, можно понять, если диэлектрик рассматривать как систему электрических диполей. Диэлектрики, молекулы которых имеют отличный от нуля электрический момент, называются *полярными*. К полярным диэлектрикам, например, относится вода. На рис. 2.1 изображена молекула воды и соответствующей ей эквивалентный диполь. Воздействие внешнего электрического поля на такую электронейтральную молекулу можно рассматривать как воздействие на соответствующий эквивалентный диполь

При этом в однородном поле на диполь действует вращательный момент сил (рис. 2. 2):

$$M = F\,l\,sin\alpha,$$

который ориентирует диполь вдоль линий напряженности. В отсутствии внешнего электрического поля все диполи молекул полярного диэлектрика вследствие беспорядочного теплового движения ориентированы хаотически (рис. 2.3а). Включение внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$ приводит к частичной ориентации диполей по полю и, как следствие этого процесса, к появлению поляризационных зарядов на поверхности диэлектрика (рис. 2.3б). Данная ориентация не может быть полной, так как этому препятствует тепловое движение молекул.

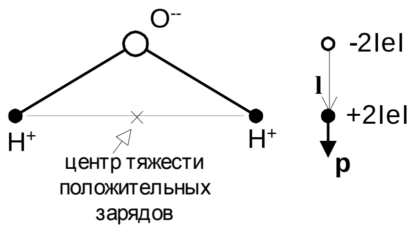


Рис. 2.1

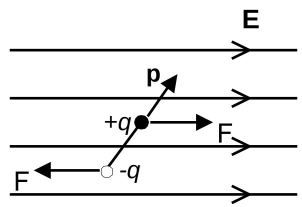


Рис. 2.2

Электрический момент молекул многих других диэлектриков в отсутствие внешнего электрического поля равен нулю. Такие диэлектрики называются *неполярными*. Примером

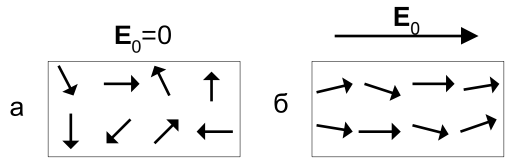


Рис. 2.3

неполярного диэлектрика является метан. При отсутствии внешнего электрического поля молекула

метана CH_4 (рис. 2.4а) не является диполем, так как центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают.

Во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}_0$ разноименные заряды молекулы сдвигаются в разные стороны (на рис. 2.4а пунктиром изображено положение атомов молекулы CH_4 во внешнем поле) и

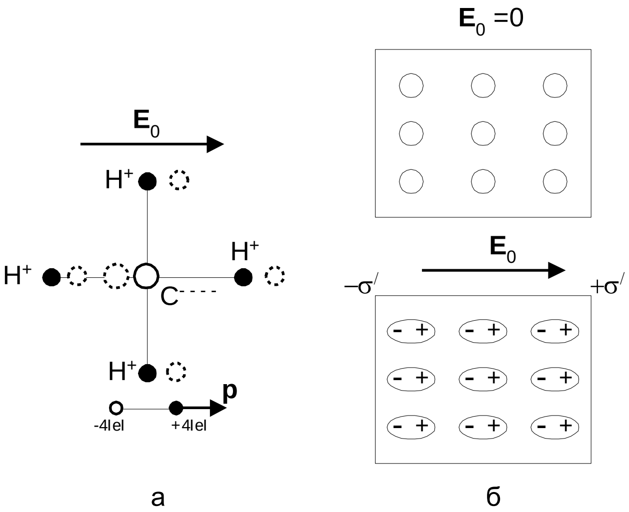


Рис. 2.4

вся молекула приобретает электрический момент. Электрический момент **p** направлен параллельно линиям напряженности и определяется степенью сдвига атомов из положения равновесия. На рис. 2.4б показано появление поляризационных зарядов на поверхности неполярного диэлектрика.

§2. 2. Вектор поляризации. Электрическое поле в диэлектриках

Для количественного описания свойств диэлектриков вводится физическая величина – *вектор поляризации* **P**. Вектор поляризации определяется как предел отношения

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{\Delta V}, \qquad (2.\ 1)$$

где ΔV – некоторый физический бесконечно малый элемент объема диэлектрика, $\sum_i \mathbf{p}_i$ – векторная сумма электрических моментов молекул, находящихся в этом элементе объема. Согласно (2. 1), вектор поляризации это электрический момент единицы объема диэлектрика. Вектор поляризации, являясь усредненной характеристикой диэлектрика, позволяет описать явления, не вдаваясь в подробности его микроструктуры.

В отсутствии внешнего электрического поля вектор поляризации равен нулю. Как показывает расчет, при *не слишком больших полях* вектор поляризации полярных и неполярных диэлектриков пропорционален напряженности электрического поля **E** внутри диэлектрика:

$$\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E}, \qquad (2.\ 2)$$

где χ – *диэлектрическая восприимчивость* (безразмерная величина), она определяется плотностью и внутренним строением диэлектриков. Для полярных диэлектриков χ зависит от их температуры. Электрическое поле **E** внутри диэлектрика (рис. 2.5), находящегося во внешнем поле $\mathbf{E}_0$, согласно принципа суперпозиции, определяется так

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}', \qquad (2.\ 3)$$

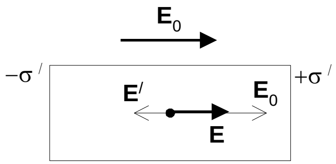


Рис. 2.5

где $\mathbf{E}'$ – напряженность электрического поля, созданного поляризационными зарядами диэлектрика.

Зная вектор поляризации, можно определить поляризационные заряды и наоборот. Рассмотрим в поле $\mathbf{E}_0$ однородный диэлектрик в виде наклонной призмы с основанием S и ребром l, параллельным $\mathbf{E}_0$ (рис. 2.6). В этом случае призма при однородной поляризации (вектор **P** одинаков по всему диэлектрику) приобретет электрический момент **p**:

$$p = q'l = \sigma' S l. \qquad (2.\ 4)$$

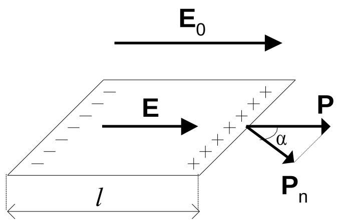


Рис. 2.6

Объем призмы равен $V = Sl\cos\alpha$, поэтому, электрический момент единицы объема или численное значение вектора поляризации равно

$$P = \frac{p}{V} = \frac{\sigma'}{\cos\alpha},$$

откуда

$$\sigma' = P\cos\alpha = P_n, \qquad (2.\ 5)$$

где P_n – проекция вектора поляризации **P** на направление внешней нормали к рассматриваемой поверхности.

Таким образом, *поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности*.

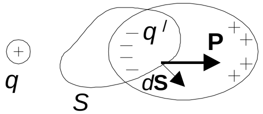


Рис. 2.7

Можно показать, что поток вектора поляризации через любую замкнутую поверхность S (рис. 2.7) равен, взятой с обратным знаком, алгебраической сумме поляризационных зарядов, охватываемых данной поверхностью:

$$\oint_S \mathbf{P}\, d\mathbf{S} = -q'. \qquad (2.\ 6)$$

§2. 3.Электрическое смещение. Теорема Гаусса для диэлектриков

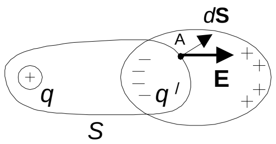


Рис. 2.8

Рассмотрим однородный и изотропный диэлектрик в электрическом поле $\mathbf{E}_0$, созданным свободными электрическими зарядами q, и поставим задачу рассчитать электрическое поле **E** в диэлектрике, например, в произвольной точке А (рис. 2.8). Воспользуемся теоремой Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = 4\pi k(q + q') = \frac{(q+q')}{\varepsilon_0}$$

или

$$\oint_S \varepsilon_0 \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = q + q', \qquad (2.\ 7)$$

где $(q + q')$ – алгебраическая сумма свободных и поляризационных зарядов, охватываемых поверхностью S.

Величина поляризационных зарядов q' заранее не известна, поэтому в уравнение (2. 7) их надо исключить. Для этого сложим уравнения (2. 6) и (2. 7), и получим

$$\oint_S \left(\varepsilon_0 \mathrm{E} + \mathrm{P}\right) d\mathrm{S} = q,$$

или

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = q, \qquad (2.\ 8)$$

где

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\, \mathbf{E} + \mathbf{P}. \qquad (2.\ 9)$$

Вектор **D** называется *вектор электрического смещения* или *вектор электрической индукции*. Воспользуемся уравнением (2. 2) для **P** и получим, что

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \qquad (2.\ 10)$$

где коэффициент $\varepsilon = 1 + \chi$ называется *диэлектрической проницаемостью* среды.

Величина $\varepsilon > 1$ и определяется теми же физическими параметрами, что и диэлектрическая восприимчивость χ.

Уравнение (2. 8) выражает теорему Гаусса для диэлектриков: *поток вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.* Если распределение свободных зарядов внутри этой поверхности характеризуется объемной плотностью ρ, то уравнение (2. 8) можно записать так

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \int_V \rho\, dV. \qquad (2.\ 11)$$

Таким образом, для решения задачи, поставленной в начале данного параграфа, можно воспользоваться теоремой Гаусса (2. 8 или 2. 11) и определить численное значение вектора **D**. Затем, зная диэлектрическую проницаемость, из уравнения (2. 10) рассчитать величину напряженности **E** в данной точке диэлектрика.

В частном случае (рис. 2.9), когда пространство между заряженными бесконечными параллельными металлическими пластинами полностью заполнено однородным изотропным

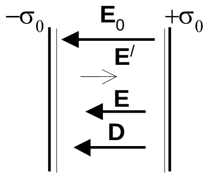


Рис. 2.9

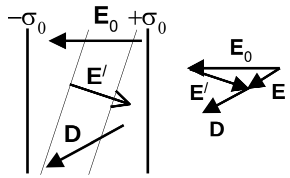


Рис. 2.10

диэлектриком, имеет место соотношение

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 (E_0 - E') + P = \varepsilon_0 E_0 \text{ или } D = \sigma ,$$

т. е. вектор **D** с точностью до ε_0 совпадает с электрическим полем $\mathbf{E}_0$, созданным распределением свободных зарядов с плотностью σ на данных плоскостях в отсутствии диэлектрика между ними. Соотношение $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$ имеет место для бесконечных, однородных и изотропных диэлектриков. В общем случае (рис. 2.10), когда границы диэлектрика не параллельны заряженным плоскостям, вектор **D** не параллелен $\mathbf{E}_0$.

Поле вектора **D** можно графически изобразить линиями электрического смещения, которые определяются аналогично линиям напряженности электрического поля.

§4. Закон Кулона для диэлектриков

Рассмотрим два неподвижных точечных заряда q_1 и q_2, находящихся в однородном, изотропном и бесконечном диэлектрике. Поле точечного заряда q_1 в вакууме определяется как $\mathbf{E}_0 = k\dfrac{q_1}{r^2}\cdot\dfrac{\mathbf{r}}{r}$. В однородном, изотропном и бесконечном диэлектрике справедливо соотношение $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$. Следовательно, вектор электрического смещения точечного заряда q_1 в таком диэлектрике равен

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 k \frac{q_1}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r},$$

а его электрическое поле в диэлектрике равно

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{q_1}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}.$$

Это поле действует на заряд q_2 с силой $\mathbf{F} = q_2 \mathbf{E}$ или

$$\mathbf{F} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (2.\ 12)$$

Уравнение (2. 12) выражает закон Кулона для диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость ε показывает, в частности, во сколько раз сила взаимодействия между точечными зарядами в среде *меньше* силы взаимодействия между теми же зарядами в вакууме.

Циркуляция вектора **E** по любому замкнутому контуру в диэлектриках, как и в вакууме, равна нулю. Доказательство этого утверждения в случае диэлектрика проводится так же, как и для вакуума.

Потенциал электрического поля в диэлектриках, как и в вакууме, определяет вектор **E** посредством соотношения

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi \ .$$

В однородном, изотропном и бесконечном диэлектрике $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 / \varepsilon$, следовательно, в таком диэлектрике данная система внешних зарядов создает потенциал

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\varepsilon} \ ,$$

где φ_0 – потенциал в вакууме.

§5. Неоднородные диэлектрики. Граничные условия

Бесконечно протяженных однородных диэлектриков в природе не существует. В общем случае плотность, температура диэлектрика могут плавно меняться от точки к точке. Для таких диэлектриков остается справедливым уравнение (2. 9), но направление вектора **D**, как правило не совпадает с направлением вектора $\mathbf{E}_0$. На практике часто приходится иметь дело с образцами, состоящими из нескольких однородных диэлектриков, разделенных резкой границей. В этом случае при определении напряженности электрического поля **E** и вектора электрического смещения **D** следует учитывать соответствующие граничные условия.

Выбирается небольшой участок раздела двух диэлектриков, который в пределе может считаться плоским. Граничные условия записываются отдельно для нормальных и тангенциальных составляющих векторов **E** и **D**.

Граничные условия для нормальных составляющих определяются по теореме Гаусса. Найдем поток вектора **D** через поверхность параллелепипеда (рис. 2.11) вблизи границы двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Согласно теореме Гаусса для диэлектриков (2. 8) и с учетом направления внешних $d\mathbf{S}$, поток будет равен

$$\left(D_{n2} - D_{n1}\right)S = q\ ,$$

где q – сумма свободных зарядов внутри выбранной поверхности интегрирования. Если на поверхности раздела диэлектриков нет специально нанесенных свободных зарядов, то

$$\left(D_{n2} - D_{n1}\right)S = 0 \text{ и } D_{n1} = D_{n2}\,.$$

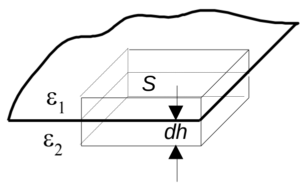


Рис. 2.11

Таким образом, *нормальная составляющая вектора электрического смещения* на любой поверхности, не несущей поверхностного заряда, *непрерывна*. Можно показать, что *нормальная составляющая вектора электрического поля* **E** на поверхности раздела диэлектриков терпит разрыв:

$$E_{n1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}E_{n2}\ .$$

Граничные условия для тангенциальных составляющих определяются из требования:

$$\oint_L \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = 0\,.$$

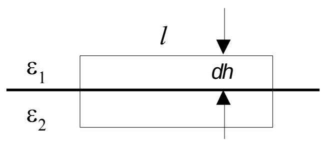


Рис. 2.12

Интегрируя по замкнутому прямоугольному контуру вблизи границы раздела двух диэлектриков (рис. 2.12), получим

$$\left(E_{\tau 1} - E_{\tau 2}\right)l = 0\ ,$$

из которого следует

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}\,.$$

Тангенциальная составляющая вектора напряженности электрического поля на поверхности раздела диэлектриков всегда непрерывна. В свою очередь, тангенциальная составляющая

вектора электрического смещения на границе раздела диэлектриков терпит разрыв:

$$D_{\tau 1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}D_{\tau 2}\ .$$

Вопросы и качественные задачи

1. Пластину из диэлектрика внесли в заряженный плоский конденсатор. Получится ли два разноименно заряженных куска диэлектрика, если распилить пластину параллельно обкладкам конденсатора? Сопоставьте результаты такого опыта для диэлектрика и проводника.
2. Что можно сказать о внутреннем устройстве диэлектрика, если известно, что его диэлектрическая проницаемость значительно изменяется с температурой? Что о нем можно сказать, если эта зависимость очень слабая?
3. Положительный и отрицательный точечные заряды притягиваются с некоторой силой. Как изменится сила, действующая на каждый из этих зарядов, если поместить между зарядами шар из этого диэлектрика?

Глава 3. Проводники в электрическом поле. Электроемкость. Конденсаторы

§ 3.1. Электрическое поле заряженного проводника

Если к проводнику добавить или у него снять часть электронов, то он окажется заряженным отрицательно или положительно. Избыточные заряды расположатся на поверхности проводника. Это происходит потому, что одноименные заряды отталкиваются и стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

Условия равновесия электрических зарядов заряженного проводника сводятся к тому, что, во-первых, *напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю;*

во-вторых, *вектор напряженности* **E** *на поверхности проводника должен быть в каждой точке направлен по нормали к его поверхности.* Из данных условий вытекает, что *объем проводника эквипотенциален.*

помощью закона Гаусса легко найти выражение для напряженности электрического поля вблизи поверхности проводника.

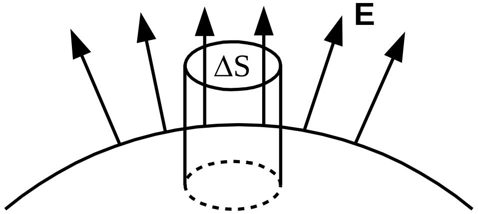


Рис. 3.1

В качестве поверхности интегрирования проведем малую замкнутую цилиндрическую поверхность, образующие которой перпендикулярны к поверхности проводника, а основания *ΔS* параллельны его поверхности (рис. 3. 1). При таком выборе замкнутой поверхности поток вектора напряженности проходит только через верхнее основание: Φ = EΔS, так как внутри металла E = 0. По закону Гаусса $E\Delta S = 4\pi k_0 \sigma \Delta S$,откуда

$$E = 4\pi k_0 \sigma, \qquad (3.\ 1)$$

где σ – поверхностная плотность заряда проводника.

Подчеркнем, что формула (3.1) дает выражение для напряженности полного электростатического поля, существующего вблизи поверхности проводника, независимо от того, создается ли это

поле только самим заряженным проводником или еще и другими зарядами. Из (3.1) следует, что напряженность результирующего поля вблизи поверхности проводника пропорциональна плотности зарядов на его поверхности.

Распределение зарядов на поверхности проводника существенно зависит от формы его поверхности. Опыты и расчеты показывают, плотность зарядов пропорциональна кривизне проводника.

Согласно (3. 1), напряженность поля особенно велика вблизи острых выступов проводника. Эти поля могут достигнуть такой большой величины, что ионизируют молекулы воздуха вблизи острия.

§ 3. 2. Проводники в электрическом поле

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле (рис. 3.2) свободные электроны проводника перемещаются против направления линий напряженности внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$. Что приводит к образованию на одной стороне проводника избытка отрицательных зарядов, на другой - избытка положительных зарядов. Это явление называется электростатической индукцией.

Поле **E′** индуцированных зарядов q′ (появившихся на поверхности проводника) полностью компенсируют внутри проводника внешнее поле $\mathbf{E}_0$. В противном случае, внутри проводника происходил бы перенос электрических зарядов.

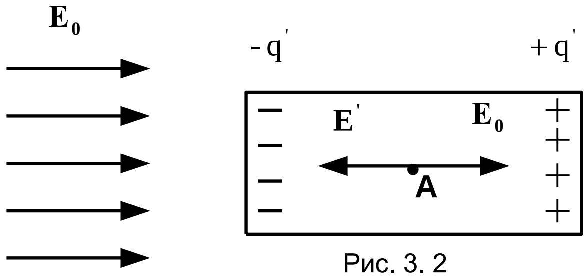


Рис. 3. 2

Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном распределении зарядов по поверхности проводника внутри полости поле также отсутствует. На свойстве проводников экранировать (не пропускать внутрь области, окруженной проводником) внешние поля основывается защита от действия внешних электрических полей.

Замкнутый полый проводник экранирует полость внутри себя только от внешних полей (рис. 3.3).

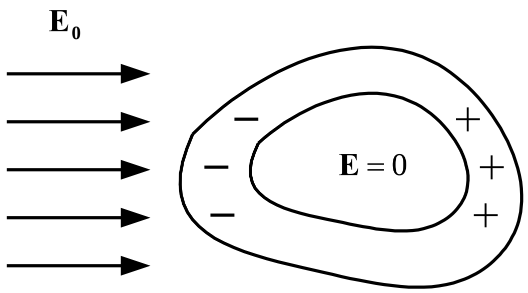


Рис. 3. 3

Если же заряды находятся внутри полости (рис. 3.4), то они вызывают появление индукционных зарядов и на внутренней (-q′), и на внешней (q′) поверхности проводника. При этом внутри проводника поле равно нулю, а внутри полости отлично от нуля.

Используя теорему Гаусса (в качестве поверхности интегрирования выбирается поверхность S′, проходящая внутри оболочки), можно доказать, что *на внутренней поверхности оболочки образуется заряд, равный по абсолютной величине заряду внутри полости и противоположный ему по знаку* ($|q| = |q'|$).

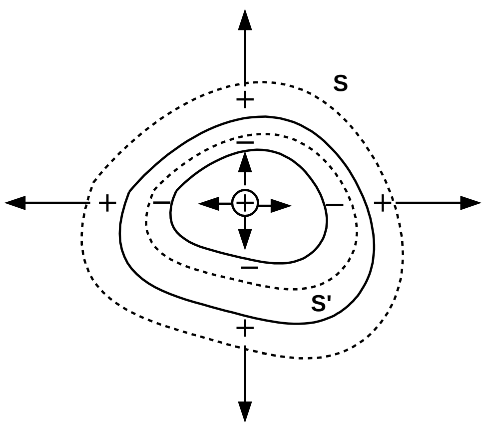


Рис. 3. 4

Для доказательства существования электрического поля во внешнем пространстве также воспользуемся теоремой ремой Гаусса. В этом случае поверхность интегрирования S (рис. 3.4), окружает оболочку. Полный заряд в объеме, ограниченном этой замкнутой поверхностью, равен заряду q внутри полости.

Следовательно, согласно (1.15) имеем

$$\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = 4\pi k q, \qquad (3.\ 3)$$

т. е. напряженность поля не равна нулю в окружающем оболочку пространстве.

Заземлим оболочку, т. е. соединим её проводником с Землей. В этом случае все заряды с внешней поверхности уйдут на Землю, а на внутренней поверхности останутся (рис. 3. 5). Согласно, теореме Гаусса уравнение (3. 3) примет вид

$$\oint_S \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = 4\pi k(q + (-q')) = 0,$$

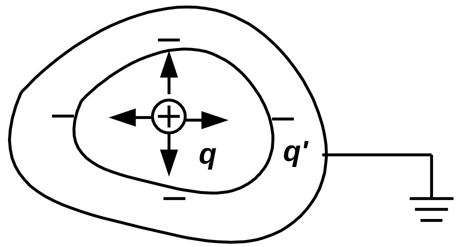


Рис. 3. 5

т. е. напряженность поля **E** во внешнем пространстве, окружающем оболочку, равна нулю. Таким образом, *заземленная замкнутая металлическая оболочка экранирует внешнее пространство от зарядов, расположенных в объёме , окруженном этой оболочкой. Незаземленная оболочка такой экранировки не создает.*

§ 3. 3. Электроемкость. Конденсаторы.

Увеличение заряда на проводнике, согласно (3. 1), пропорционально увеличению напряженности электрического поля. Это, в свою очередь, приводит к возрастанию работы по переносу заряда из бесконечности на поверхность проводника в тоже самое число раз. Согласно (1. 33), данная работа равна потенциалу проводника:

$$\varphi = \int_{\text{проводник}}^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l}.$$

Следовательно, потенциал уединённого проводника пропорционален его заряду:

$$\varphi = \frac{1}{C} q.$$

Коэффициент пропорциональности C между зарядом называется электроемкостью (или емкостью) проводника. Таким образом, **емкостью уединённого проводника называется физическая**

величина равная заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на единицу:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (3.\ 4)$$

Емкость характеризует способность проводника накапливать заряды. Емкость проводника зависит от его размеров и формы. В этом можно убедиться, если рассчитать емкость уединенной проводящей сферы. Из формулы (1. 41) при R_2 стремящемся к бесконечности и R_1=R следует, что потенциал сферы радиусом R равен

$$\varphi = k\frac{q}{R},$$

тогда емкость данного шара равна

$$C = kR = 4\pi\varepsilon_0 R, \qquad (3.\ 5)$$

т. е. емкость пропорциональна радиусу сферы.

На практике часто требуются проводники с большой емкостью, способные при небольшом потенциале накапливать значительный заряд. Увеличение емкости проводника можно достигнуть, не только увеличивая его размеры, но и приблизив к нему другой проводник или диэлектрик.

Устройства, основанные на свойстве проводников увеличивать свою емкость в присутствии других проводников, называются **конденсаторами**.

Конденсатор состоит из двух проводников, заряженных разноименными, равными по абсолютной величине зарядами.

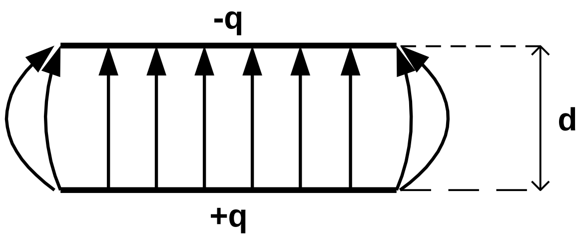


Рис. 3.6

Проводники должны иметь такую геометрическую форму и должны быть так расположены друг относительно друга так, чтобы

электрическое поле, созданное этими проводниками, было сосредоточено между ними. Проводники, которые образуют конденсатор, называются обкладками. Зарядом конденсатора называется абсолютная величина заряда одной из обкладок конденсатора.

Емкостью конденсатора называется отношение заряда конденсатора q к напряжению между его обкладками:

$$C = \frac{q}{U}. \qquad (3.\ 6)$$

Примерами конденсаторов могут служить плоский конденсатор (рис. 3. 6) и сферический (3. 7).

Емкость плоского конденсатора можно вычислить, считая, что расстояние между обкладками d много меньше их линейных размеров. В этом случае можно считать, что поле сосредоточено внутри конденсатора и напряжение между его обкладками определяется формулой (1. 39). Тогда, $C = \dfrac{g}{4\pi\varepsilon_0 d}$. С учетом того, что $\sigma = \dfrac{g}{S}$ и $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, окончательно имеем

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \qquad (3.\ 7)$$

где S – площадь обкладки конденсатора. Если между обкладками конденсатора имеется диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε, то формула (3. 7) примет вид:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \qquad (3.\ 8)$$

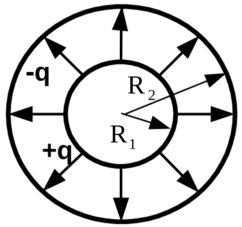


Рис. 3. 7

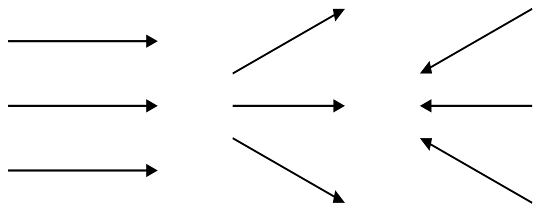
Емкость феерического конденсатора с диэлектриком между обкладками, с учетом формул (3. 6) и (1. 41), вычисляется так

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (3.\ 9)$$

где R_1 – радиус внутренней обкладки, R_2 – радиус внешней обкладки.

Вопросы и качественные задачи

1. Положительный и отрицательный точечные заряды притягиваются с некоторой силой. Как изменится сила, действующая на каждый из этих зарядов, если поместить между зарядами шар из этого диэлектрика?
2. Как, имея отрицательный заряженный проводник, зарядить положительно другой проводник, не меняя заряд первого?
3. Два металлических шара одинакового радиуса расположены на небольшом расстоянии друг от друга. Одинакова ли будет величина силы электрического взаимодействия шаров в случаях, когда они заряжены одноименно и разноименно?
4. На рисунке показаны силовые линии трех электрических полей. Как будет вести себя металлический шарик, помещенный в каждое из этих полей? Почему?



5. Внутри проводящей незаряженной, но заземленной сферы помещен положительный заряд q. Каково будет распределение зарядов на сфере? Какова величина заряда, индуцированного на ней? Нарисуйте картину силовых линий. Как изменится эта картина, если сферу не заземлять?
6. Заряженный металлический шар присоединен к электрометру. Как будут меняться показания электрометра, если шар подносить близко к проводящим заземленным предметам? Почему?
7. Емкость плоского конденсатора вычисляется по формуле $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Будет ли емкость стремиться к нулю, если расстояние между пластинами увеличивать до бесконечности?
8. В середине плоского конденсатора поместили тонкую металлическую пластину. Как изменится емкость конденсатора? Как она изменится, если пластину соединить проволокой с одной из обкладок? Если внести в конденсатор пластину из диэлектрика с

$\varepsilon = 2$ и толщиной, равной половине расстояния между обкладками?
9. Обкладки плоского воздушного конденсатора присоединены к аккумулятору. Уменьшится ли напряженность поля в конденсаторе, если поместить его в непроводящую жидкость с диэлектрической проницаемостью ε?
10. Плоский конденсатор заряжается от батареи, которая затем отключается. Между обкладками помещается пластина из диэлектрика. Как изменится заряд, разность потенциалов между обкладками, напряженность поля? Рассмотреть те же вопросы в случае, если батарея не отключается.

Глава 4. Энергия электрического поля

§ 4. 1. Энергия системы зарядов

Система заряженных тел обладает потенциальной энергией, так как силы, с которыми они взаимодействуют, являются консервативными. Рассмотрим систему, состоящую из двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r_{12} друг от друга. При удалении одного из зарядов на бесконечность силы взаимодействия между ними уменьшаются до нуля. При сближении зарядов на расстояние r_{12} необходимо совершить работу, которая идет на увеличение или на уменьшение (в зависимости от относительного знака зарядов) потенциальной энергии системы зарядов.

Пусть заряд q_1 приближается к заряду q_2 из бесконечности на расстояние r_{12}. Работа по его перемещению равна $A_1 = q_1\varphi_1$, где φ_1- потенциал создаваемый зарядом q_2, или $A_1 = kq_1q_2/\varepsilon r_{12}$. С другой стороны, если заряд q_2 приближается из бесконечности к заряду q_1 на тоже самое расстояние, то при этом совершается работа $A_2 = q_2\varphi_2$, где φ_2- потенциал, созданный не подвижным зарядом q_1, или $A_2 = kq_1q_2/\varepsilon r_{12}$. Работы получились одинаковыми , поскольку начальное и конечное расположение зарядов одинаково. Каждая из работ A_1 и A_2 равна энергии взаимодействия двух зарядов

$$W = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2$$

или в симметричной форме

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2).$$

Если добавить к данной системе еще один заряд q_3, перенесенный из бесконечности, то работа A_3, затрачиваемая при таком перемещении, равна $A_3 = q_3\varphi_3$, где φ_3 - потенциал, создаваемый зарядами q_1 и q_2 в точке, где находится заряд q_3, или

$$A_3 = \frac{k}{\varepsilon}q_3\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right).$$

Энергия взаимодействия трех точечных зарядов W равна сумме работ A_1, A_2 и A_3:

$$W = \frac{k}{\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{k}{\varepsilon}q_3\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right),$$

или в симметричной форме:

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3).$$

Таким образом, потенциальная энергия системы из N зарядов определяется выражением:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\varphi_i \ , \qquad (4.\ 1)$$

где φ_i - потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i - го, в точке, где находится i- й заряд.

§ 4. 2. Энергия заряженного конденсатора

Энергию заряженного конденсатора можно вычислить следующим образом. Обкладки конденсатора разбиваются на малые участки, заряд которых Δq_i принимается за точечный. Учтем, что обкладки являются эквипотенциальными поверхностями. Пусть первая обкладка имеет заряд q потенциал φ_1, а вторая имеет заряд -q и потенциал φ_2. Тогда энергия первой обкладки, согласно (4.1), равна $W_1 = \frac{1}{2}q\varphi_1$, а энергия второй равна $W_2 = -\frac{1}{2}q\varphi_2$.

Полная энергия заряженного конденсатора равна

$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2)$ или, с учетом (3. 6)

$$W = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2. \qquad (4.\ 2)$$

С помощью данного выражения можно найти силу, с которой обкладки плоского конденсатора притягиваются друг к другу. Для этого предположим, что расстояние между пластинами меняется, и в формулу (4. 2) подставим выражение (3. 7), обозначив переменный зазор между обкладками через x (вместо d):

$$W = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S}x. \qquad (4.3)$$

Будем считать заряд на обкладках постоянным (конденсатор отключен от источника напряжения) и, воспользовавшись соотношением, связывающим энергию и силу, получим

$$F = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S}. \qquad (4.\ 4)$$

В формуле (4. 4) знак минус указывает на то, что сила стремится уменьшить расстояние x между обкладками и является силой притяжения.

§ 4. 3. Энергия электрического поля. Плотность энергии

Напряженность поля плоского конденсатора связана с разностью потенциалов между обкладками U и расстоянием между ними d соотношением E=U/d. Поэтому, с учетом формул (3. 8) и (4. 2), его энергию можно записать так

$$W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V, \qquad (4.5)$$

где V=Sd - объем пространства между обкладками конденсатора.

Из сравнения формул (4. 2) и (4. 5) следует, что энергия конденсатора определяется либо зарядом на его обкладках, либо напряженностью электрического поля в конденсаторе. В рамках электростатики вопрос о том, что является носителем энергии - заряды или поле, остается открытым, поскольку постоянные во времени поля не могут существовать без зарядов.

Переменные во времени поля могут существовать независимо от зарядов, распространяясь в пространстве в виде электромагнитных волн, которые переносят энергию.

Поэтому носителем энергии является поле, посредством которого осуществляется взаимодействие между зарядами. Распределение энергии поля в пространстве характеризуется **плотностью энергии**:

$$w = \frac{dW}{dV}, \qquad (4.\ 6)$$

где dW - энергия поля в элементарном объеме dV. Для однородного электрического поля, как в плоском конденсаторе, имеем

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}. \qquad (4.7)$$

Данная формула оказывается справедливой и для неоднородных электрических полей. Зная плотность энергии, полная энергия электрического поля вычисляется интегрированием по всему объему, занимаемому полем:

$$W = \int w dV = \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2}\int E^2 dV. \qquad (4.\ 8)$$

Вопросы и качественные задачи

1. Докажите, что для вычисления энергии сферического конденсатора можно пользоваться формулой

$$W = \frac{1}{2}CU^2.$$

2. Плоский конденсатор заряжается от батареи, которая затем отключается. Между обкладками помещается пластина из диэлектрика. Как изменится заряд, разность потенциалов между обкладками, напряженность поля, емкость конденсатора и запасенная в нем энергия? Почему изменилась энергия? Рассмотреть те же вопросы в случае, если батарея не отключается.
3. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками плоского конденсатора вдвое (начальная разность потенциалов U, а емкость C)? Рассмотреть два случая: источник напряжения отсоединен и присоединен.
4. Когда конденсатор присоединили к батарее, он приобрел энергию 1 Дж. Какую работу совершила батарея? Какая энергия перешла в тепло?

Глава 5. Постоянный электрический ток

§ 5. 1. Электрический ток. Плотность и сила тока. Закон Ома. Закон Джоуля-Ленца

Заряженные частицы (электроны и ионы), входящие в состав вещества, совершают хаотическое тепловое движение. При этом в единицу времени через произвольно выбранную площадку в веществе в одном и другом направлении проходит одинаковое количество зарядов, т.е. суммарный заряд, проходящий через данную площадку равен нулю. Если по какой либо причине возникает **упорядоченное или направленное движение заряженных частиц**, то говорят о возникновении **электрического тока**.

Для возникновения и существования электрического тока в веществе необходимы два условия: **наличие свободных заряженных частиц и наличие электрического поля (или разности потенциалов)**,которое действует на эти частицы с некоторой силой в определенном направлении.

О наличии тока можно судить последующим внешним эффектам: нагревание проводника, по которому идет ток; свечение газа, в котором создан ток, притяжение или отталкивание проводников с током; силовое взаимодействие между проводником с током и магнитной стрелкой.

Для количественного описания электрического тока водятся такие понятия как **сила тока** i и **вектор плотности тока j.**

Силой тока называется скалярная величина, равная отношению электрического заряда dq**, прошедшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени** dt**, к данному промежутку времени:**

$$i = \frac{dq}{dt}. \qquad (5.\ 1)$$

Вектор плотности тока численно равен силе тока di через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения заряженных частиц площадку $dS_\perp$, отнесенной к величине этой площадки:

$$j = \frac{di}{dS_\perp}. \qquad (5.\ 2)$$

За направление **j** принимается направление вектора скорости упорядоченного движения положительно заряженных частиц (положительных носителей тока).

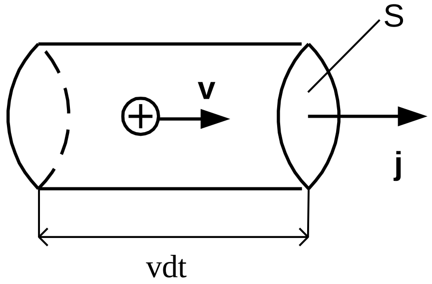


Рис. 5. 1

Зная вектор плотности тока в каждой точке проводника, можно рассчитать силу тока через любую поверхность S:

$$i = \int_S \boldsymbol{j} d\boldsymbol{S}, \qquad (5.\ 3)$$

где $d\boldsymbol{S}$ – вектор элемента площади.

Вектор плотности тока можно выразить через концентрацию носителей тока n и их скорость упорядоченного движения **v**. Выделим внутри проводника элементарный объем в виде цилиндра (рис. 5. 1) таким образом, чтобы во всех его точках вектор **j** оставался неизменным. Тогда уравнение (5. 3) будет иметь вид

$$i = jS \quad \text{или} \quad j = \frac{i}{s} = \frac{dq}{Sdt} = nev,$$

где $dq = neSvdt$ - элементарный заряд, прошедший за время dt через сечение S; e- заряд носителей тока. Учитывая, что вектора **v** и **j** сонаправлены, окончательно получим:

$$\boldsymbol{j} = ne\boldsymbol{v} \qquad (5.\ 4)$$

Если в веществе возможно движение носителей тока разного знака, то **полная плотность тока определяется векторной суммой плотностей тока зарядов каждого знака**.

Электрический ток, плотность и сила которого не меняются со временем, называется постоянным.

Обозначим силу постоянного тока I и выражение (5. 1) можно заменить как

$$I = \frac{q}{t}, \qquad 5)$$

где q- заряд переносимый через рассматриваемую поверхность за время t.

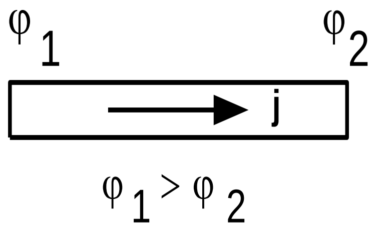


Рис. 5. 2

В электротехнике большое значение имеет понятие о линейном проводнике. Линейный проводник – это длинный и очень тонкий провод (сечение проводника мало по сравнению с его длиной).

Допустим, что по линейному проводнику (рис. 5. 2) протекает постоянный электрический ток, который обусловлен напряжением $U = \varphi_1 - \varphi_2$, приложенным к концам проводника. Опыты показывают, что в этом случае сила тока пропорциональна напряжению на проводнике:

$$I = \frac{1}{R}U, \qquad (5.\ 6)$$

где величина R называется электрическим сопротивлением проводника. Величина сопротивления при данной температуре зависит от формы и размеров проводника, а также от свойств материала, из которого он сделан. Для однородного линейного проводника с постоянной площадью сечения (S=const)

$$R = \rho\frac{l}{S}, \qquad (5.\ 7)$$

где l - длина проводника, S – площадь его поперечного сечения, ρ - удельное электрическое сопротивление проводника.

Для большинства металлов ρ растет с повышением температуры по линейному закону:

$$\rho = \rho_0\left(1 + \alpha t^0\right), \qquad (5.\ 8)$$

где ρ_0 -удельное сопротивление при проводника при 0^0 С

t^0-температура по шкале Цельсия, α - температурный коэффициент сопротивления, численно равный примерно $1/273^0$С.

Формула (5. 6) выражает **закон Ома для участка цепи**.

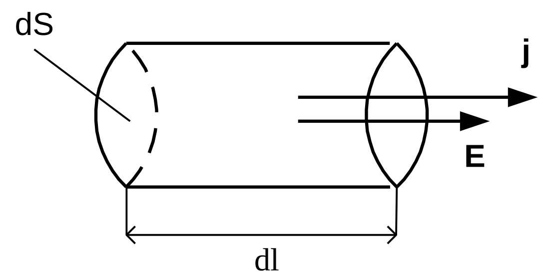


Рис. 5. 3

Закон Ома можно записать в дифференциальной форме. Выделим в окрестности некоторой точки внутри проводника элементарный цилиндрический объем (рис. 5. 3) с образующими, параллельными вектору плотности тока **j** в данной точке. Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой $I = jdS$. Напряжение, приложенное к цилиндру равно Edl, где E – напряженность электрического поля в данном объеме. Сопротивление цилиндра, согласно формуле (5. 7) равно $\rho\frac{dl}{dS}$. Подставив эти значения в формулу (5. 6), получим

$$jdS = \frac{dS}{\rho dl}Edl.$$

Учитывая, что в изотропных средах вектора **j** и **E** направлены одинаково, перепишем предыдущее уравнение так

$$\boldsymbol{j} = \frac{1}{\rho}\boldsymbol{E} = \sigma\boldsymbol{E}, \qquad (5.\ 9)$$

где $\sigma = 1/\rho$ - величина, называемая **удельной проводимостью** вещества проводника.

Уравнение (5. 9) представляет **закон Ома в дифференциальной форме**, применимой в каждой точке проводника.

При прохождении по проводнику тока (рис. 5. 2) проводник нагревается. Экспериментально было установлено, что количество теплоты Q, которое выделяется в проводнике, пропорционально его сопротивлению, квадрату силы тока и времени протекания тока:

$$Q = RI^2 t \ . \qquad (5.\ 10)$$

Если сила тока изменяется со временем, то

$$Q = \int_0^t Ri^2 dt \ . \qquad (5.\ 11)$$

Эти уравнения выражают закон Джоуля – Ленца. Покажем, что нагревание проводника происходит за счет работы электрического поля. За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд $dq = idt$. При этом электрическое поле совершает работу $dA = Udq = Uidt = Ri^2 dt$. Интегрируя данное уравнение, получим выражение, совпадающее с соотношением (5. 11).

Таким образом, работа сил электрического поля в неподвижном проводнике, по которому идет ток, расходуется на изменение его внутренней энергии, выражающееся в выделении тепла данным проводником.

Закон Джоуля – Ленца можно выразить в дифференциальной форме. Выделим в проводнике таким же образом, как это было сделано выше при выводе формулы (5. 9), элементарный объем (dV=dldS) в виде цилиндра. Согласно (5.11), в этом объеме за время dt выделится количество теплоты

$$dQ = Ri^2 dt = \rho \frac{dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dvdt. \qquad (5.12)$$

Количество теплоты dQ, отнесенное к единице времени и единице объема, называют **удельным количеством теплоты** или **удельной мощностью тока** w. Из уравнения (5. 12) получим

$$w = \rho j^2, \qquad 5.13)$$

или, с учетом (5. 9)

$$w = \sigma E^2 \ . \qquad 14)$$

Две последних формулы выражают закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

§ 5. 2. Электродвижущая сила.
Закон Ома для замкнутой цепи

Допустим, что имеются два разноименно заряженных тела A и B с потенциалами φ_1 и φ_2 ($\varphi_1 \rangle \varphi_2$). Если эти тела соединить проводником l (рис. 5. 4), то течение некоторого времени за счет сил электрического поля будет происходить перемещение свободных электронов от B к A до тех пор, пока потенциалы проводников A и B не выровняются. Сила тока в проводнике l сначала возрастает от нуля (в момент соединения) до некоторого максимума, а затем постепенно убывает до нуля.

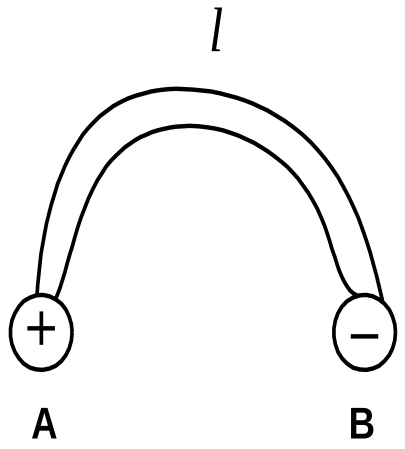


Рис. 5.4

Таким образом, система проводников, где действуют только электростатические силы, со временем переходит в состояние, при котором напряженность электрического поля в проводниках становится равной нулю. При этом упорядоченное движение заряженных частиц прекращается.

Для того, чтобы поддержать в проводнике l электрический ток сколь угодно долго, необходимо иметь устройство, которое “перекачивало” бы электроны обратно из проводника A к проводнику B, таким образом, поддерживало бы разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ в проводнике.

Устройства, которые включают в электрическую цепь и обеспечивают поддержание тока, называются **источниками тока**. Внутри источника на свободные заряды, кроме сил электростатического поля **F** (кулоновские силы), действуют силы не электростатического происхождения. Такие силы называют **сторонними** $\mathbf{F}_{ст}$ (рис. 5. 5).

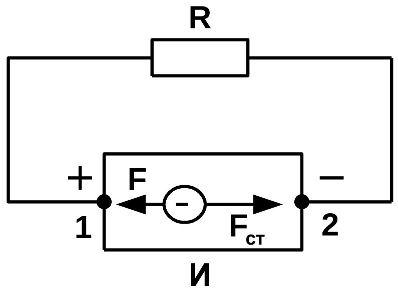


Рис. 5. 5

Сторонние силы возникают в генераторах электрического тока придвижении проводника в магнитном поле, в галванических элементах и аккуляторах – благодоря химическим реакциям, в термоэлементах и т. д. .

Рассмотрим простейшую электрическую цепь (рис. 5. 5), которая содержит источник тока "И", электрический прибор с сопротивлением R и соединительные провода, сопротивления которых можно не учитывать.

Для того чтобы поддерживать разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ постоянной, источник тока должен непрерывно перебрасывать электроны обратно от точки 1 к точке 2. При этом необходимо преодолеть притяжение электронов к положительно заряженной точке 1 и отталкивание от отрицательно заряженной точки 2, т. е. преодолеть электростатическую силу **F** (рис. 5. 5).

Таким образом, источник тока должен приложить к электронам стороннюю силу $\mathbf{F}_{ст}$**,** направленную против силы **F**.

Стороннюю силу, действующую на заряд q, можно записать в виде

$$\mathbf{F}_{ст} = q\mathbf{E}^*, \qquad (5.\ 15)$$

где $\mathbf{E}^*$ - векторная величина, которая **называется апряженностью поля сторонних сил**.

Сторонние силы совершают работу $A_{ст}$ по перемещению заряда q по электрической цепи. Величина, **равная работе сторонних сил, отнесенная к единице положительного заряда**, **называется электродвижущей силой (э. д. с.)** ξ **, действующей в цепи или на её участке**:

$$\xi = \frac{A_{ст}}{q}. \qquad (5.\ 16)$$

Работа сторонних сил по замкнутой цепи, в отличии от работы электростатических сил, не равна нулю:

$$A_{ст} = q\oint_L E^* dl\ ,$$

разделив эту работу на q, получим э. д. с., действующую в цепи:

$$\xi = \oint_L E^* dl. \qquad (5.\ 17)$$

Электродвижущая сила, действующая на участке цепи 1- 2, очевидно равна

$$\xi = \int_1^2 \mathbf{E}^* d\mathbf{l}. \qquad (5.\ 18)$$

Рассмотрим участок цепи, содержащий э. д. с. (рис. 5. 6).Такой участок цепи называют **неоднородным**. На этом участке кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля, которое обусловлено разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, приложенной к данному участку. Поэтому соотношение (5. 9) нужно написать в виде

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) \qquad (5.19)$$

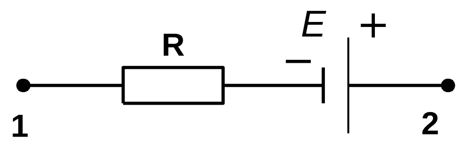


Рис. 5. 6

Проинтегрируем выражение (5. 19) вдоль данного участка и получим:

$$\int_1^2 \frac{\mathbf{j}}{\sigma} d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int \mathbf{E}^* d\mathbf{l} = \varphi_1 - \varphi_2 + \xi \qquad (5.\ 20)$$

где d**l** - элементарное перемещение единичного положительного заряда вдоль участка 1-2. Учитывая, что вектора **j** и d**l** сонаправлены, получим:

$$\int_1^2 \frac{j}{\sigma} dl = I\int \rho \frac{dl}{ds} = IR_0 = U,$$

где R_0 - полное сопротивление участка цепи, равное сумме сопротивления участка 1 - 2 R и внутреннего сопротивления источника тока r, т. е. R_0=R+r, U - величина, называемая **падением**

напряжения или просто напряжением на данном участке цепи, Тогда уравнение (5. 20) можно переписать так:

$$I=(R+r)=\varphi_1-\varphi_2+\xi \qquad (5.21)$$

или

$$U=\varphi_1-\varphi_2+\xi. \qquad (5.22)$$

Из соотношения (5. 22) вытекает физический смысл напряжения: **напряжение равно работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи**.
Из соотношения (5. 21) для силы тока получим

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\xi}{R+r}. \qquad (5.23)$$

Формула (5.23) выражает **закон Ома для неоднородного участка** цепи. При ξ=0 формула (5.23) переходит в выражение (5. 6) для однородного участка цепи. Положим в (5.23)
$\varphi_1=\varphi_2$ получим выражение **закона Ома для замкнутой** цепи:

$$I=\frac{\xi}{R+r}. \qquad (5.24)$$

Максимальный ток, который может протекать в цепи, возникает при "**коротком замыкании**", когда R=0. Сила тока в этом случае равна

$$I=\frac{\xi}{r}. \qquad (5.25)$$

§5. 3. Коэффициент полезного действия источника тока

В замкнутой цепи работа, совершаемая над переносимым вдоль цепи зарядом q , равна

$$A=\oint_L q\mathbf{E}d\mathbf{l}+\oint_L q\mathbf{E}^*d\mathbf{l}=q\oint_L \mathbf{E}^*d\mathbf{l}=q\xi\ , \qquad (5.26)$$

где **E** - напряженность электростатического поля, **E*** - напряженность поля сторонних сил. Разделив работу A на время t, за которое она совершается, получим **полную мощность**, развиваемую источником э. д. с., во всей цепи:

$$P=\xi I\ . \qquad (5.27)$$

Используя соотношение (5. 24), полную мощность можно выразить, как

$$P=\frac{\xi^2}{R+r}. \qquad (5.28)$$

В потребителе тока (электрическом приборе) или нагрузке выделяется только часть этой мощности:

$$P_n=I^2R=\frac{\xi^2}{(R+r)^2}, \qquad (5.29)$$

которую называют *полезной мощностью*. Остальная мощность расходуется в источнике тока.
Отношение полезной мощности к полной называется коэффициентом полезного действия источника тока:

$$\eta=\frac{P_n}{P}=\frac{R}{R+r} \qquad (5.30)$$

Из этой формулы следует, что к. п. д. будет тем больше, чем больше сопротивление нагрузки R по сравнению с внутренним источником тока r. Поэтому сопротивление источника тока стремятся делать как можно меньшим.

§5. 4. Расчет электрических цепей. Правила Кирхгофа

Закон Ома позволяет рассчитывать лишь простейшие электрические цепи. Рассчитать сложную разветвленную цепь постоянного тока можно с помощью правил Кирхгофа. Эти правила можно вывести на основе закона сохранения заряда и закона Ома для неоднородного участка цепи. При этом предполагается, что силы токов, сопротивления и разности потенциалов в различных участках цепи не изменяются с течением времени.
Первое правило**: алгебраическая сумма сил токов в узле равна нулю**:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k=0, \qquad (5.31)$$

где n обозначает число проводов сходящихся в узле. Под узлом понимается точка, в которой пересекается три и более проводников. Условимся считать подходящие к узлу токи положительными, а исходящие из узла - отрицательными.

Второе правило: **в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений на участках контура равна алгебраической сумме э. д. с. , действующих в этом контуре**:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{i=1}^{m} \xi_i \ , \qquad (5.\ 32)$$

где n – число неразветвленных участков в данном контуре, m – число э. д. с., действующих в контуре.

При составлении уравнений вида (5. 32) следует обратить внимание на определение знаков слагаемых. Для этого выбирается направление обхода контура (например, по ходу часовой стрелки). Произведение IR будет положительным, если направление тока совпадает с направлением обхода контура, в противном случае - отрицательным.

Положительными будут те э. д. с., которые действуют в направлении обхода контура.

Применение правил Кирхгофа рассмотрим при решении следующей задачи: элементы цепи (рис. 5. 7) имеют значения: $\xi_1 = 1,5$ В, $\xi_2 = 1,6$ В, R_1 = 1, 0 кОм, R_2 = 2, 0 кОм. Определить показания вольтметра, если его сопротивление равно R_v = 2, 0 кОм. Сопротивлением источников и соединительных проводов пренебречь.

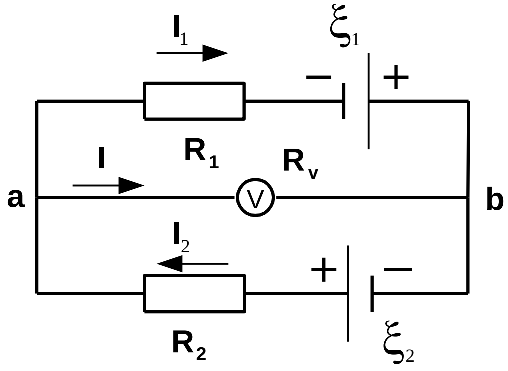


Рис. 5. 7

Направление токов выберем произвольно. Искомая разность потенциалов по закону Ома для участка цепи равна

$$U_{ab} = IR_v \ . \qquad (5.\ 33)$$

Чтобы определить силу тока I , применим правила Кирхгофа. Согласно первому правилу для узла **a** запишем:

$$I_2 - I_1 - I = 0 \ . \qquad (5.\ 34)$$

По второму правилу (обход по часовой стрелки) для контуров **aR₁ba** и **abR₂a** получим соответственно:

$$I_1 R_1 - IR_v = \xi_1 \ , \qquad (5.\ 35)$$

$$IR_v + I_2 R_2 = \xi_2 \ . \qquad (5.\ 36)$$

Решив систему из трех уравнений (5. 34), (5. 35), (5. 36) относительно тока I , найдем

$$I = \frac{\xi_2 R_1 - \xi_1 R_2}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_v} \ . \qquad (5.\ 37)$$

Подставив значение I в (5. 33) и произведя вычисления, получим

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_2 = -0,35 \text{ В.}$$

Знак минус в ответе означает, что $\varphi_b \rangle \varphi_a$ и в действительности ток на участке **ab** имеет направление, противоположное тому, что мы предположили, т. е. от точки a к точке b.

Вопросы и качественные задачи

1. В электростатике было установлено, что
а) поверхность проводника является эквипотенциальной;
б) внутри проводника электрическое поле отсутствует;
в) силовые линии поля вне проводника перпендикулярны к его поверхности.
Остаются ли справедливыми эти утверждения в случае протекания по проводнику постоянного тока?

2. От выключателя к электрической лампочке ведет медный провод сечением 1 мм^2 и длиной 3 м. Через какое время электрон, находящийся у выключателя, достигнет лампочки, если сила тока 1 А, а концентрация электронов в меди $n = 10^{23} см^{-3}$. Не противоречит ли результат этой оценки нашему обыденному опыту?

3. Как изменится дрейфовая скорость носителей заряда и сила тока, если при неизменной разности потенциалов на концах проводника увеличить вдвое:
а) длину проводника;
б) площадь его поперечного сечения?
4. При каких условиях напряжение на зажимах батареи может больше, чем ее ЭДС?

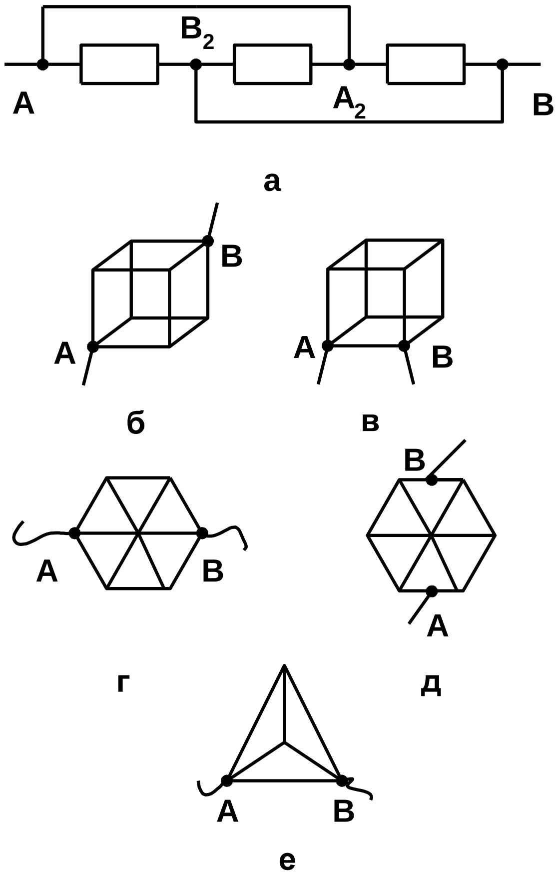


Рис. 5. 8

5. На каких положениях основано первое правило Кирхгофа? Поясните, к каким бы следствиям привело бы нарушение этих положений.
6. За некоторый промежуток времени электрическая плитка, включенная в сеть с постоянным напряжением, выделила количество теплоты Q. Какое количество теплоты выделяет за то же время две такие плитки, включенные в туже сеть последовательно, параллельно?.
7. Две лампочки разной мощности рассчитаны на одинаковые напряжения. Сравните их сопротивления.
8. Вычислите сопротивление участка (рис. 5. 8, а), состоящего из трех одинаковых сопротивлений R. Сопротивлением проводов можно пренебречь.
9. Определите сопротивления между точками А и В в следующих схемах (рис. 5. 8, б, в, г, д, е). На схемах все сопротивления равны R.
10. Выражение для мощности тока $P=I^2R$, по- видимому, указывает на то, что выделение тепла уменьшается с уменьшением сопротивления R. Равенство $P=U^2/R$ указывает на обратное. Как примирить эти явно противоречивые выводы?
11. Какими специальными характеристиками должны обладать:
а) провод спирали нагревательного прибора; б) провод в плавком предохранителе?
12. Толстая и тонкая проволоки из одного материала, имеющие одинаковую длину, соединены последовательно (параллельно) и подключены к источнику тока. Какая из них сильнее нагреется?
11. Изобразите на графике зависимости полезной мощности, полной мощности, выделяющейся в цепи, мощности, рассеивающейся внутри источника, и КПД источника от сопротивления нагрузки. Проанализируйте эти графики

Основные и важнейшие производные единицы
для измерения электрических величин
в СИ (System International)

Величина	Уравнение, служащее для опре-деления единицы	Единица измерения	Сокращен-ное обозначе-ние единицы
Основные единицы			
Длина l	-	метр	м
Масса m	-	килограмм	кг
Время t	-	секунда	с
Сила электрического тока	-	Ампрер	А
Производные единицы			
электрический заряд	$q = It$	Кулон	Кл
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = q/l$	Кулон на метр	Кл/м
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = q/S$	Кулон на квадратный метр	Кл/м^2
Объемная плотность электрического зарда	$\rho = q/V$	Кулон на кубический метр	Кл/м^3
Электрическое смещение	$D = \sigma$	Кулон на квадратный метр	Кл/м^2
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$U = A/q$	Вольт	В
Напряженность электрического поля	$E = F/q$	Ньютон на Кулон	Н/Кл
	$E = U/l$	Вольт на метр	В/м
Электроемкость	$C = q/U$	Фарад	Ф
Электрическое сопротивление	$R = I/U$	Ом	Ом
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = RS/l$	Ом-метр	Ом·м
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = 1/\rho$	Сименс на метр	См/м
Плотность тока	$j = I/S$	Ампер на квадратный метр	А/м^2

Рекомендуемая литература

1. *Гершензон, Е. М., Малов, Н. Н.* Курс общей физики / Е. М.Гершензон [и др.].- М. : Просвещение, 1980.
2. *Иродов, И. Е.* Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов.- М.-СПб. : Физматлит, 2000.
3. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. Т. 2 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1978.
4. *Калашников, С. Г.* Электричество / С. Г. Калашников. МО РФ. – М. : Физматлит, 2004.
5. *Сахаров, Д. И.* Сборник задач по физике / Д. И. Сахаров. – М. : Издательский дом «Оникс 21 век», 2003.
6. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. –СПб. : Книжный мир, 2003.
7. *Гладский, В. М*. Сборник задач по физике с решениями / В. М. Гладский. МО РФ – М. : Дрофа, 2002.
8. *Тульчинский, М. Е.* Качественные задачи по физике / М. Е. Тульчинский. – М. : Просвещение, 1975.

Оглавление

Оглавление

Глава 5. Постоянный электрический ток

Гончаров Александр Васильевич

Физические основы электромагнетизма

Часть 1
Электростатическое поле и постоянный электрический ток

Редактор – Н. Н. Глебова
Компьютерная верстка –

План университета 2006 г.
Позиция 11

Подписано в печать	Формат 60х84 1/16
Усл.п.л. 4,22	Уч.-изд. л.
Бумага офсетная	Печать трафаретная
Заказ №	Тираж 50 экз

Отпечатано с готового оригинал – макета
в отделе оперативной полиграфии ВГПУ
600024, г. Владимир, ул. Университетская, д. 2
Тел.: (4922) 33-87-40