

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор  
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 22 » 01 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Полимино с симметриями**

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»

Профиль подготовки Информатика

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения заочная

Семестр	Трудоем- кость зач. ед, час.	Лек- ции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	5/180	8	8		164	зачет
Итого	5/180	8	8		164	зачет

г. Владимир 2016г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Полимино с симметриями» является приобретение студентами: знаний в области конструирования построения полимино с минимальными затратами времени;

Умение применять на практике основные принципы построения полимино, а также умение моделировать задачи, связанные с полимино с помощью ЭВМ.

Изучаемая тема относится к вариативной части профессионального цикла.

Изучение проводится на 1 курсе бакалавриата, включая 8 часов лекций и 8 часов практических занятий.

Курс базируется на материале ранее изученных дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Теория чисел».

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО.

Дисциплина относится к разделу «Дисциплины по выбору-». Спецкурс «Полимино с симметриями» развивает у студентов построение периодических фигур на плоскости и в пространстве. Используется рекурсивный подход, рассматриваются односвязные фигуры. Данный курс имеет много приложений – в кристаллографии, биоинженерии, в механике, технике, оптике и других разделах науки и техники.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-11

Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования. (ПК – 11).

В результате спецкурса «Полимино с симметриями» студент должен знать методы, факты, свойства, применяемые при решении задач, связанных с полимино.

*Алгебра, алгебраические системы и аналитическая геометрия. Система координат.*

1. Уметь использовать «метод звезды» и координационный метод для построения фигур на плоскости.

2. Умение работать с различными полимино 4,5,6 и более высоких порядков.

3. Уметь рассматривать не только односвязные фигуры, но и те, что не удовлетворяют этому требованию. Неодносвязными могут оказаться фигуры, состоящие минимум из 7 клеток. Возникают участки границы фигуры, которые начинаются и заканчиваются в одной и той же вершине. (это петли – их надо научиться выявлять.)

### *Кристаллография*

1. Определять трансляционную симметрию – это тип симметрии, при которой объект совмещается с собой при сдвиге на определенный вектор, который называется вектором трансляции.

2. Уметь строить трансляционную решетку – решетка, которая может быть получена при трансляции одного узла. Положение узла можно определить как:  $r = an_1 + bn_2 + cn_3$ , где  $a, b, c$  – элементарные вектора,  $n_1, n_2, n_3$  – целые числа,  $r$ -вектор характеризующий положение узла.

В результате освоения дисциплины студент должен знать виды трансляционных решеток на плоскости, способы построения полимино из  $n$  клеток, способы построения полиминных разбиений, прикладные задачи, для решения которых применяются полимино, построения правильных паркетов, изображение пространственных фигур – типа кубиков Сома.

Уметь грамотно выбирать способы построения полимино и полиминных разбиений в условиях конкретных задач, находить полимино заданной формы с заданным количеством клеток. Строить правильные паркетные различными способами.

Владеть методами расчета полимино  $n$  клеток, решением, связанных с этим вопросом прикладных задач.

Вывод: В результате изучения спецкурса происходит закрепление материала, связанного с построением фигур на плоскости, с изучением полимино и их простейших видов, построением полимино методом «звезды» (порождающая матрица), методом координатного пространства, построением полимино с осевой симметрией, использование полиминного дизайна. Кроме того рассматриваются периодические разбиения плоскости (основные приемы), трансляционная решетка и ее базис, фундаментальная область (способы построения), квадратная трансляционная решетка и ее симметрии связанные с геометрией на плоскости и в пространстве.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости и (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Определение полимино. Стандартное определение. Рекурсивный подход к построению домино, тримино, тетрамино, пентамино и т.д.	1		2				20		1/50	
2	Способы алгебраических разбиений.(построение полимино). Первый способ построения полимино – способ звезда.	1			2			20		1/50	
3	Симметричные разбиения плоскости. Для построения лучи должны быть 1.Центрально симметричными. 2.Центр симметрии лучей должен находится на горизонтальной или вертикальной линии сетки. Обратный процесс – получение звезды по заданному разбиению.	1		2				20		1/50	

4	Координационное пространство. Это второй способ получения полимино и их разбиений. Вектор, порождающий координационное пространство – вектор смещения. Мощности плоскости разными полимино.	1		2		20		1/50	
5	Рост полиминных разбиений.	1		2		20		1/50	
6	Симметрия и решетка трансляции. Трансляционная симметрия, трансляционная решетка. Периодическое разбиение всей плоскости. Способы задания решетки.	1		2		20		1/50	
7	Обобщение полимино. Квазеполмино. Квазетримино. Покрытия прямоугольников конгруэнтными $n$ -мино.	1		2		20		1/50	
8	Паркеты. Паркеты с тремя многоугольниками в вершине (четырьмя, пятью, шестью.) Замощение плоскости неправильными одинаковыми многоугольниками. Периодические замощения. Непериодические замощения.	1		2		24		1/50	
<b>ИТОГО</b>				<b>8</b>	<b>8</b>	<b>164</b>		<b>8/50</b>	<b>зачет</b>

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные

преподавателем. Зачет выставляется после решения всех задач контрольной работы и самостоятельного выполнения индивидуального задания (реферат) и предоставления презентаций по разделам спецкурса.

### **Мультимедийные технологии**

Отдельные виды занятий проводятся с исследованием компьютерного проектора и ноутбука. Поощряется, когда студенты делают презентации сообщений, докладов, защит проектов и др. Они могут воспользоваться электронным вариантом лекций. На лабораторных занятиях просматриваются записи уроков учителей или студентов.

—

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

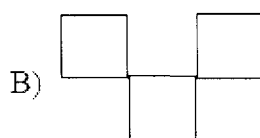
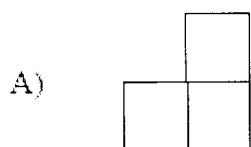
Контрольная работа оценивается по пятибалльной системе. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий, кроме того прослушиваются рефераты и идет просмотр презентаций.

### **6.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы**

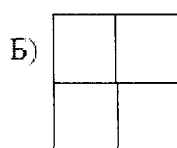
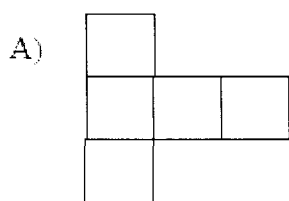
*Список заданий для самостоятельного изучения.*

1. Докажите, что примитивный треугольник всегда можно дополнить до фундаментального параллелограмма.
2. Докажите, что для любого числа  $M$  на решетке  $Z^2$  существует примитивные треугольник, все стороны которого больше числа  $M$ .
3. Докажите, что примитивный треугольник на решетке  $Z^2$  не может быть остроугольным.
4. Вершины треугольника являются узлами на решетке  $Z^2$  и на его сторонах нет других узлов решетки. Докажите, что если такой треугольник содержит внутри себя ровно один узел решетки, то этот узел является центром тяжести (точкой пересечения медиан) данного треугольника.
5. Пусть вершина выпуклого  $n$ -угольника находится на узлах решетки  $Z^2$ , внутри и на его сторонах нет других узлов решетки. Докажите, что  $n \leq 4$ .

6. Все вершины выпуклого пятиугольника являются узлами решетки  $Z^2$ , а его стороны целые числа. Докажите, что периметр такого пятиугольника является четным числом.
7. Сколько существует всевозможных различных с точностью до поворота пентомино?
8. Поместите всевозможные пентомино в двух прямоугольных сетках  $6 \times 10$  и  $5 \times 12$ . Вы можете поворачивать пентомино так, чтобы они поместились в сетке.
9. Существуют ли другие прямоугольные расчетные сетки, на которых можно разместить все пентомино? Почему вы так думаете? Начертите такую сетку и разместите в ней пентомино.
10. Существует ли прямоугольник площадью 60 квадратов, который не способен разместить одновременно все возможные пентомино?
11. Сколько существует различных с точностью до поворота тетромино. Возможно ли разместить все тетромино в сетке  $4 \times 5$ ?
12. Поделите все пентомино на 2 группы по 6 в каждой. А теперь попытайтесь разместить все пентомино в 2 сетки, каждая  $5 \times 6$ .
13. Какая из следующих фигур не является полимино:



14. Выберите полимино, не являющееся трансляционным:



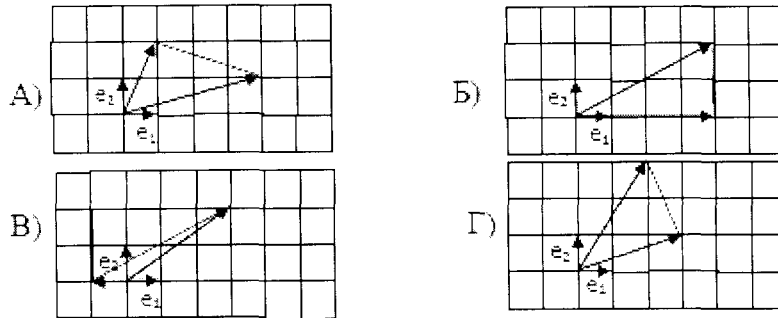
15. Выберите матрицу, с помощью которой можно построить базисный треугольник для тетрамино:

А)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$     Б)  $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$     В)  $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$     Г)  $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

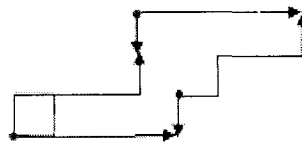
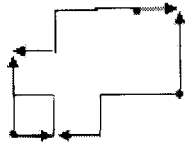
16. Выберите матрицу, с помощью которой можно построить базисный треугольник со сторонами 1 и 7 для гексамино:

A)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$     Б)  $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$     В)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$     Г)  $\begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

17. Выберите базисный треугольник, соответствующий матрице  $M = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

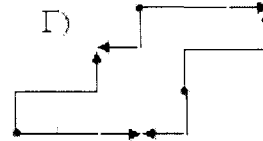
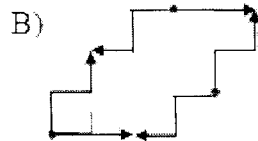


18. Какое из нижеперечисленных наномино нельзя построить с помощью матрицы  $M = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$



A)

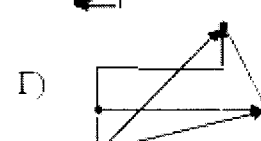
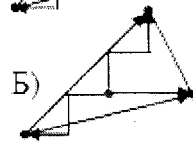
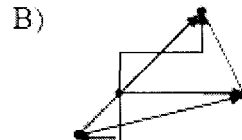
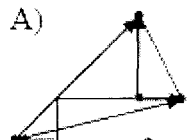
Б)



В)

Г)

19. С помощью какой из следующих звезд построено наномино А) из предыдущего задания.



A)

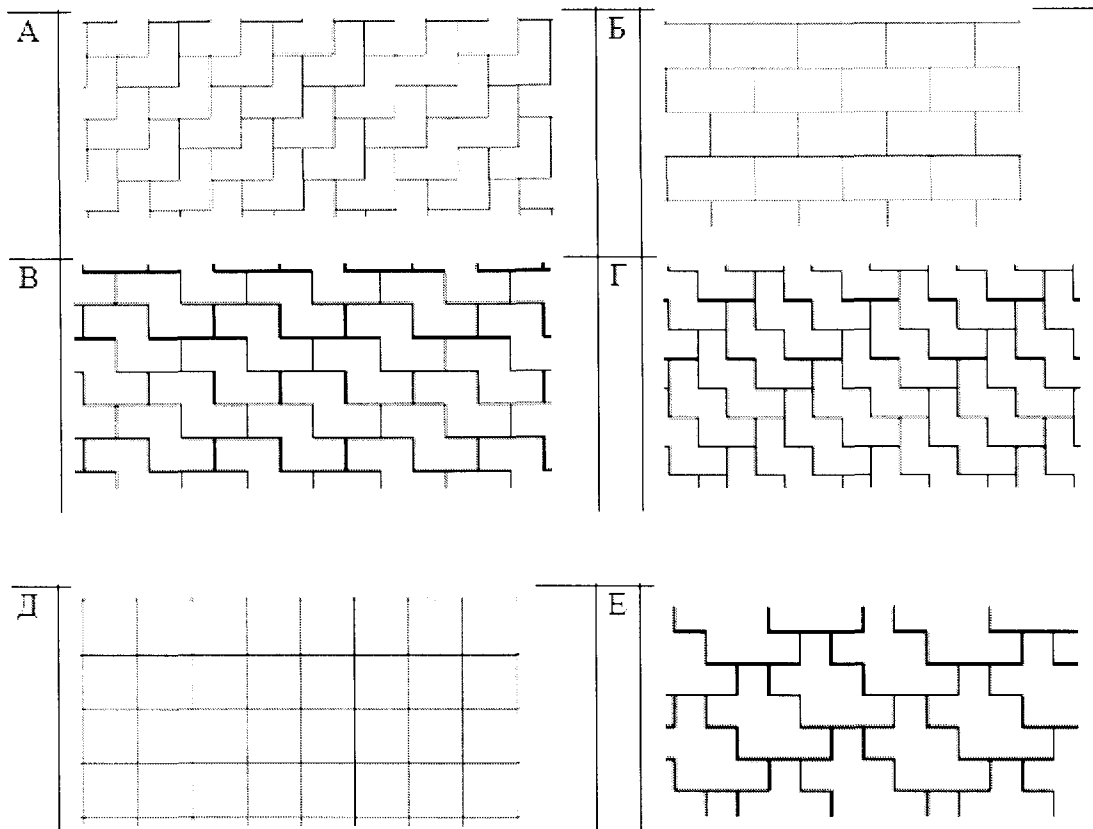
Б)

В)

Г)



20. Какое из нижеперечисленных разбиений составлено из 1-мино, 2-мино, 3-мино, 4-мино, 5-мино, 6-мино, 7-мино:



21. Построить целочисленную квадратную матрицу

$$M = \begin{pmatrix} ab \\ cd \end{pmatrix}$$

заданного определителя  $\det M = n$  для следующих натуральных

Таблица 1

n	5	7	10	17	23	31	33
---	---	---	----	----	----	----	----

22. Построить треугольную квадратную матрицу

$$M = \begin{pmatrix} a0 \\ cd \end{pmatrix}$$

заданного определителя  $\det M = n$  для всех натуральных  $n$  из таблицы 1.

23. Для квадратных матриц вида

$$M = \begin{pmatrix} ab \\ cd \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 \\ 23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ 49 \end{pmatrix}$$

построить базисные треугольники  $T_i$ .

24. Для базисных треугольников  $T_i$  из задания 3 выбрать центр и построить лучевую звезду  $St_i$ . Затем по каждой звезде  $St_i$  восстановить полимино  $Pol_i$ .

25. Полученными полимино  $Pol_i$  замостить всю плоскость  $R^2$ . Для замощений сделать цветовой дизайн.

## 6.2. Примерные тексты контрольных работ

### *Вариант №1.*

1. Что такое полимино?
2. Что такое порядок полимино?
3. Как называется фигура состоящая из  $1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$  квадратов.
4. Как получить полимино следующего порядка.
6. Что такое зеркальное отражение?
7. Сколько всего можно построить тетрамино.
8. Что такое четное и нечетное полимино?
9. Что такое симметрическое и несимметрическое полимино?
10. Привести примеры полимино с осью симметрии, с центром симметрии и с тем и с другим, и без того и без другого.
11. С помощью пяти тетрамино построить все пентамино.

### *Вариант №2.*

1. Что такое паркет?
2. Примеры простых паркетов?
3. Можно ли вымостить плоскость одинаковыми скобками?
4. Какую фигуру напоминает «скобка»?

5. Можно ли из других фигур пентамино построить паркет? Привести примеры чертежей.

6. Сколько всего существует пентамино.

7. Привести рисунок всех 12 пентамино.

8. Построить паркет из L пентамино (из 4 вместе взятых)

9. Можно ли построить прямую k из всех видов пентамино.

### **Вариант №3.**

1. Что такое кубики Сома?

2. Сколько элементов кубиков Сома?

3. Что такое игра тетрис?

4. Что такое полиамонд?

5. Что такое полигекс?

6. Что такое полиаболо?

7. Привести примеры фигур не являющихся полимино, состоящих из 4,5,6,7 квадратов.

8. Построить 12 пентамино из всех тетрамино.

9. Выбрать матрицу, с помощью которой можно построить базисный треугольник для тетрамино.

$$A) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} B) \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} B) \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Gamma) \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

### **6.3. Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Периодические разбиения плоскости. Основные приемы.
2. Трансляционная решетка и ее базис.
3. Фундаментальная область. Способы построения.
4. Квадратная трансляционная решетка и ее симметрии.
5. Понятие полимино и его простейшие виды.
6. Построение полимино методом звезды. Порождающая матрица
7. Виды дискретной симметрии. Алгебраическая запись.
8. Допустимые дискретные симметрии для квадратной трансляционной решетки.

9. Полимино с осевой симметрией.
10. Центральная симметрия и симметрия звезды.
11. Симметрия четвертого порядка и симметрия звезды.
12. Полиминный дизайн. Цветная симметрия.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература						
1	Н.Д. Золотарёва [и др.]; под ред. М. В. Федотова Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями [Электронный ресурс] / Н.Д. Золотарёва и др.; под ред. М. В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015 – 240с	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328017.html</a>	20	100%
2	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Г.Д. Ким. - М. : Проспект, 2015 – 225с	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392163397.html</a>	20	100%
3	В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015 – 144с	2015		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html</a>	20	100%
Дополнительная литература						
1	Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.- 512 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html</a>	20	100%
2	Гельфанд И.М., Шень А. Алгебра. [Электронный ресурс] / Гельфанд И.М., Шень А. - 2-е изд., испр. и дополн. - М.: МЦНМО, 2009. -144 с	2009		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574507.html</a>	20	100%
3	Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. -	2014		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html</a>	20	100%

4	Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю.В. Кочетова, Е.Е. Ширшова. - М. : Прометей, 2013. – 80 с	2013		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785704224549.html</a>	20	100%
5	Епихин В.Е. Алгебра и теория пределов. Элективный курс [Электронный ресурс] / Епихин В.Е. - М. : БИНОМ, 2012. – 352 с	2012		ЭБС «Консультант студента» <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309573.html</a>	20	100%

### **Интернет ресурсы.**

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Полимино>
2. [http://elementy.ru/problems/1053/Parkety\\_iz\\_polimino](http://elementy.ru/problems/1053/Parkety_iz_polimino)
3. <http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000022/>


### **Периодические издания**

1. Журнал «Математика в школе»  
[http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/"Matematika\\_v\\_shkole"/\\_ "Matematika\\_v\\_shkole".html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Лекционная аудитория с мультимедийным проектором и ПК (ауд. 230-7).
2. Аудитория с интерактивной доской (ауд. 121-7).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика»

Рабочую программу составил доц. Соловьева О.А. 

(ФИО, подпись)

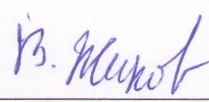
Рецензент Директор МБОУ г. Владимир СОШ №9

*Млаженко М.Я.*



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа

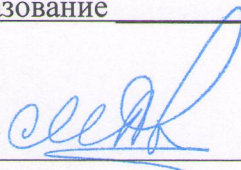
Протокол № 5 от 20.01.16 года

Заведующий кафедрой Жиков В.В. 

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.01 Педагогическое образование

Протокол № 1 от 22.01.16 года

Председатель комиссии Артамонова М.В. 

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_