

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« dd » 01 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая логика

(наименование дисциплины)

Направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»

Профиль подготовки Информатика.

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения заочная

| Семестр | Трудоем- кость зач. ед, час. | Лек- ции, час. | Практич. занятия, час. | Лаборат. работы, час. | СРС, час. | Форма промежуточного контроля (экз./зачет) |
|---------|------------------------------------|----------------------|------------------------------|-----------------------------|--------------|--|
| 1 | 3/108 | 4 | 4 | | 100 | зачет |
| Итого | 3/108 | 4 | 4 | | 100 | зачет |

г. Владимир 2016г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Роль логического аппарата как средства получения новых результатов в области математики нельзя переоценить.

Математическая логика связана с большинством разделов и тем современной математики. Символический язык математической логики – важный метод в изучении основ многих предметов высшей школы.

В результате освоения дисциплины студенты должны получить базовые знания, умения и навыки в работе с логическими формулами, законами логики.

Кроме изучения высказываний, их основных формул, изучаются аксиомы и правила вывода. Подробно рассматриваются формулы логики предикатов, проводится исследование системы аксиом на непротиворечивость и полноту.

Затем, изученная теория применяется к построению математических теорем, обоснованию методов аргументации и доказательства.

В процессе обучения математической логике предполагается большой объем учебной и самостоятельной работы позволяющей студентам получить навык как при конструирование формул, схем, так и для решения задач. Предполагается провести три рейтинга, тест, устные коллоквиумы и контрольную работу.

В нашем курсе изучается двузначная логика. Показывается как этот метод легко обобщается и на многозначные логики.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение математической логики. Сюда входят суждения, умозаключения, высказывания. Освоение таблиц истинности для высказываний, как для основных операций, так и доказательных (штрих Шеффера, стрелка Пирса и др.). Сравнение функций с функциями алгебры Буля. Рассмотреть их от 2, 3 переменных. В алгебре логики уделить внимание двум достойным приложениям – логические задачи самого различного уровня и контактно – релейным схемам.

Систематизировать известные знания по теории множеств, использовать необходимые схемы, рисунки, графики при изучении темы: «Кванторы и предикаты». Изучить определения, теоремы на языке математической логики. Использовать кванторы для построения новых операций и теорем. Научить строить отрицание операций и теорем, противоположные и обратные теоремы.

Цели изучения дисциплины:

- Систематизировать знания в области алгоритмов, являющийся фундаментальными основанием, как материальной части компьютера, так и его программного обеспечения.
- Повышать познавательный интерес к изучению компьютерной алгебры, используя активные методы и современные технические средства обучения.
- Развивать самостоятельность, элементы поисковой деятельности, творческий подход к решению задач.
- Успеть переформулировать задачи на язык логики: делать обоснованные выводы, готовить презентации как для конкретных тем, так и для общего обзора математической логики.

Задачи изучения дисциплины:

- Научить студента проявлять самостоятельность и творческий подход в овладении этой дисциплиной.
- Научить студента оперировать, как с классическими основами математической логики, так и с их обобщениями на многозначную логику.
- Рассмотреть различные приложения математической логики в контактных схемах, логических задачах, ПК и других.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина « Математическая логика» относится к вариативной части учебного плана. Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения всех дисциплин математического, физического и предметов общекультурного цикла, полученные на предыдущем уровне образования. Это фундамент высшего математического образования. Знания и умения, полученные в процессе изучения дисциплины (модуля) будут в

дальнейшем использоваться в других дисциплинах и практической деятельности выпускника. В частности, для данной специальности особенно важно изучение тем, связанных с обработкой результатов наблюдения

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования: ПК-11.12

Выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для определения и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11);

Способность руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12)

В результате спецкурса «Математическая логика» студент должен знать следующие методы, факты, свойства, применяемые при решении задач, связанных с кватернионами.

Алгебра, алгебраические системы.

1. Множества. Основные операции над множествами.
2. Составление формулы по тексту.
3. Связь предикатов с множествами. Операции над предикатами и множествами.

Числовые системы

1. Использование кругов Эйлера для изображения множеств. Пересечение, объединение, дополнение к множеству.

Система координат

1. Уметь изображать области истинности предикатов. Связать эту теорию с нахождением области истинности функций.

2. Пересекать области истинности на координатной плоскости.

3. Перейти к пересечению областей истинности в трехмерном пространстве с помощью ПК

4. СТРУКТУРА СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единица, 108 часов.

| № п/п | Раздел (тема) дисциплины | Семестр | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %) | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|---|---------|--|--------|----------|----------------------|-------------|--------------------|---|---|
| | | | Неделя семестра | Лекции | Семинары | Практические занятия | Лаб. работы | Контрольные работы | | |
| 1 | Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики. Логические операции над высказываниями. | 1 | 2 | | | | | 25 | 1/50 | |
| 2 | Равносильные формулы алгебры логики. Основные равносильности. Равносильные преобразования формул. | 1 | | | 2 | | | 25 | 1/50 | |
| 3 | Алгебра Буля. Функции алгебры логики, представление произвольной функции алгебры логики в виде формул алгебры логики. СДНФ, СКНФ. | 1 | 2 | | | | | 25 | 1/50 | |
| 4 | Проблема разрешимости исчисления высказываний. Проблема непротиворечивости исчисления высказываний. Проблема полноты исчисления высказываний. Проблема независимости аксиом | 1 | | | 2 | | | 25 | 1/50 | |

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|---|---|--|--|-----|------|--|--|-------|--|
| исчисления высказываний. | | | | | | | | | | | |
| Всего | | 4 | 4 | | | 100 | 4/50 | | | Зачет | |

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Зачет выставляется после решения всех задач контрольной работы и самостоятельного выполнения индивидуального задания (реферат) и предоставления презентаций по разделам курса.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

Задача № 1.

При составлении расписания на среду преподаватели ФМФ просили, чтобы пары проходили в следующем порядке:

- Математика 1 или 2 пары
- Информатика 3 или 4 пары
- Программирование 3 или 4 пары
- Физика 1 или 2 пары

Необходимо составить расписание занятий, учитывая все пожелания преподавателей.

Задача № 2.

В поездке пятеро друзей – Антон, Борис, Вадим, Дима и Гриша, познакомились с попутчицей. Они предложили ей отгадать их фамилии, причём каждый из них высказал одно истинное и одно ложное утверждение:

Дима сказал: "Моя фамилия – Мишин, а фамилия Бориса – Хохлов".

Антон сказал: "Мишин – это моя фамилия, а фамилия Вадима – Белкин".

Борис сказал: "Фамилия Вадима – Тихонов, а моя фамилия – Мишин".

Вадим сказал: "Моя фамилия – Белкин, а фамилия Гриши – Чехов".

Гриша сказал: "Да, моя фамилия Чехов, а фамилия Антона – Тихонов".

Какую фамилию носит каждый из друзей?

Задача № 3.

Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 – в Италии, 6 – в Англии; в Англии и Италии – 5; в Англии и Франции – 6; во всех трех странах – 5 сотрудников. Сколько человек

посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Задача №5.

Девушка, играющая на гитаре, говорит по – испански. Ни Лида, ни Маша не играют на скрипке и баяне, не знают английского языка. Девушка, которая говорит по – немецки, не играет на баяне. Женя знает французский язык, но не играет на скрипке. Кто играет на каком инструменте и каким иностранным языком владеет?

6.2. Примерные тексты контрольных работ

Вариант 1

1. Что называется высказыванием?
2. Приведите пример высказываний. Какое высказывание называется истинным?
3. Какое высказывание называется ложным?
4. Что называется составным высказыванием?
5. Перечислить виды логических операций над высказываниями и сформулировать их определение.
6. Привести примеры дополнительных связей.
7. Какие основные символы используются в теории высказываний.
8. Что такое таблица истинности высказывания и как она строится? Как ещё называется эта таблица?
9. Какие существуют логические отношения между высказываниями?
10. Перечислить варианты импликации.
11. Сформулировать основные законы алгебры высказываний.
12. Как доказать основные законы алгебры высказываний.

Задача № 1.

В соревнованиях по плаванию участвовали Андрей, Виктор, Саша и Дима. Их друзья высказывали предположения о возможных победителях:

- 1) первым будет Саша. Виктор будет вторым;
- 2) вторым будет Саша, Дима будет третьим;
- 3) Андрей будет вторым, Дима будет четвертым.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом из предположений только одно из высказываний истинно, другое ложно.

Какое место на соревнованиях занял каждый из юношей, если все они заняли разные места.

Задача №2.

Составьте таблицу истинности формулы: $(X \oplus Y) \rightarrow (X | (\bar{Y} \wedge \bar{X}))$

Задача №3.

Для каждого из следующих высказываний: 1) найдите символическую форму; 2) постройте таблицу истинности. Воспользуйтесь буквенными обозначениями: X для «Андрей богат»; Y для «Иван беден»; Z для «Андрей поедет в Италию».

- (a) Если Андрей богат, а Иван беден, то Андрей поедет в Италию.
- (b) Андрей поедет в Италию в том и только в том случае, если он богат или если Иван беден.
- (c) Если Иван беден, а Андрею не удалось поехать в Италию, то Андрей не богат.

Задача №4.

Таблица истинности высказывания, составленного из двух простых высказываний, состоит из четырех строк; а таблица истинности высказывания, составленного из трех простых высказываний, — из восьми строк. Сколько строк должна иметь таблица истинности высказывания, составленного из четырех простых высказываний? Сколько — из пяти? Сколько — из n? Укажите способ систематической записи таблиц истинности для произвольного n?

Указание. Для систематической записи таблиц истинности для произвольного n можно применить метод «последовательного половинного деления столбцов» — столбец первой переменной делят пополам и заполняют верхнюю половину нулями, а нижнюю половину — единицами, затем каждую половину второго столбца делят пополам и опять заполняют полученные половины нулями и единицами и т. д.

Вариант 2

1. Что такое Булева функция?
2. Как строится таблица для Булевых функций?
3. Что такое КНФ и ДНФ?
4. Привести правило преобразования формул в СДНФ и СКНФ.
5. Как Булевы функции связаны с формулами алгебры высказываний?
6. Что называется предикатом?
7. Приведите примеры предикатов.
8. Какой предикат называется разрешимым, тождественно истинным?
9. Какой предикат называется тождественно ложным?
10. Перечислить операции, которые можно осуществлять над предикатами.
11. Как применяются предикаты в алгебре?
12. Что такое множество истинности предикатов?
13. Из чего состоит алфавит логики предикатов?
14. Что такое квантор?
15. Что называется формулой логики предикатов?
16. Сформулировать основные правила построения формул.
17. Сформулировать основные правила перехода к новым равносильным формулам.
18. Какая формула называется непротиворечивой, общезначимой?
19. Какая формула называется нормальной формой?
20. Сформулировать алгоритм приведения формул к нормальной формуле.
21. Что называют исчислением предикатов?
22. Сформулируйте аксиомы исчисления предикатов.

Задача №1.

Следующую формулу привести к СДНФ, предварительно приведите ее равносильными преобразованиями к ДНФ: $A = a(bc \rightarrow ab)$.

Задача №2

Среди следующих предложений выделить предикаты и для каждого из них указать область истинности, если $M = R$ для одноместных предикатов и $M = R \times R$ для двухместных предикатов:

- 1) $x + 2 = -1$;
- 2) при $x = 4$ выполняется равенство $x^2 - 1 = 0$;
- 3) $x^2 - 2x + 1 = 0$;
- 4) существует такое число x , что $x^2 - 2x + 1 = 0$;
- 5) $x + 2 < 3x - 4$;

6) однозначное число x кратно 3;

7) $(x+2) \mid (3x-4)$;

8) $x^2 + y^2 > 0$.

Задача №3.

Выяснить, какие из следующих предикатов являются тождественно истинным:

1) $x^2 + y^2 \geq 0$;

2) $x^2 + y^2 > 0$;

3) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;

4) $(x + 1)^2 > x - 1$;

5) $x^2 + 1 \geq (x + 1)^2$.

Задача №4.

Пусть даны предикаты $A(x,y)$ и $B(x,y)$, определенные на множестве $M = M_1 \times M_2 \subset R \times R$.

Найти множество истинности предиката $A(x, y) \leftrightarrow B(x, y)$ и

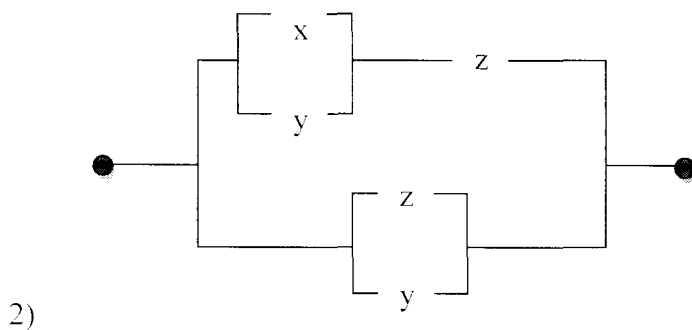
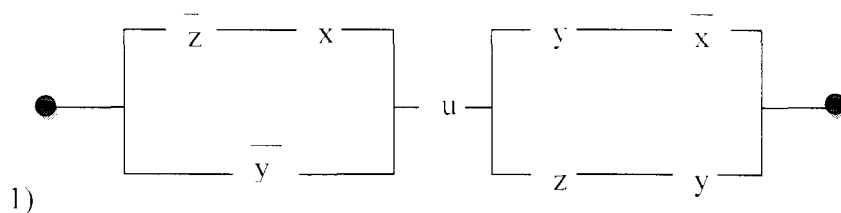
изобразить ее с помощью кругов Эйлера-Венна.

Вариант 3

1. Какие приложения алгебры логики в технике?
2. Устройство релейно-контактных схем.
3. Изобразить последовательное соединение проводников и обозначить операцию.
4. Изобразить параллельное соединение проводников и обозначить операцию.
5. Что такое проблема минимизации?
6. Привести пример задачи, связанный с РКС.
7. Решение логических задач методом рассуждений.
8. Решение логических задач методом кругов Эйлера-Венна.
9. Решение логических задач методом графов.
10. Решение логических задач методом бильярдного стола.

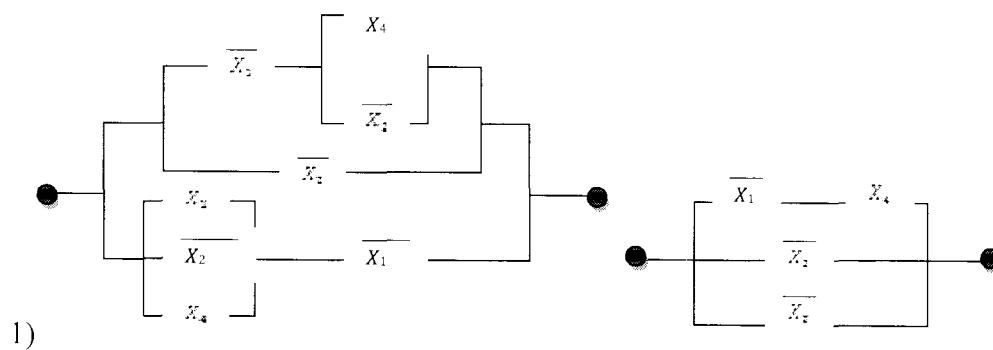
Задача №1.

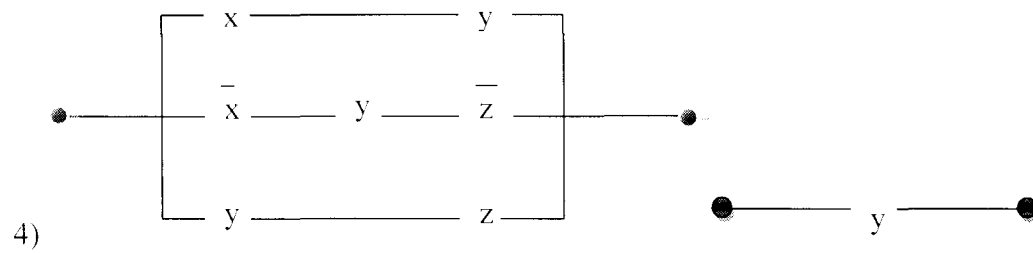
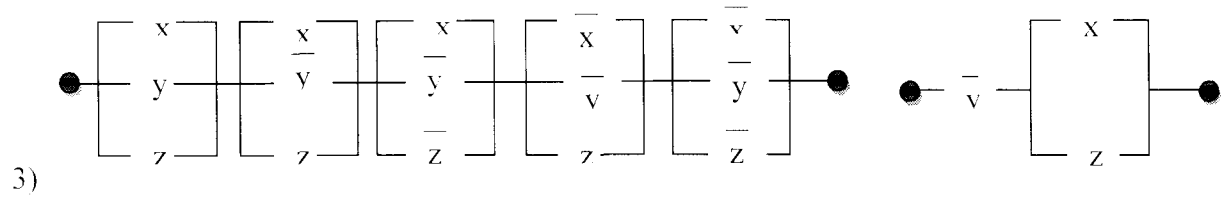
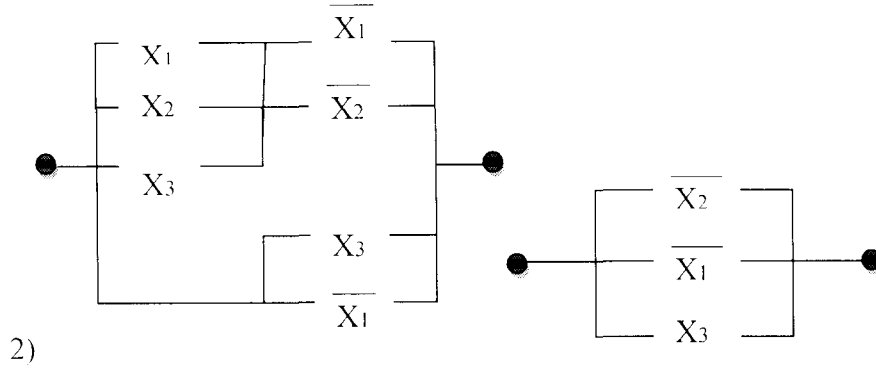
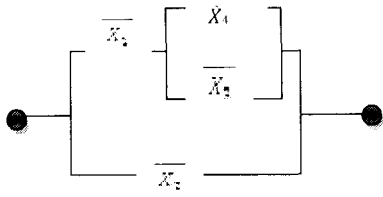
По данной схеме найти схему проводимости и условия работы



Задача №2.

Проверить равносильность схем





Задача №3.

Электрическая цепь, изображённая на рисунке 1 содержит только двухпозиционные выключатели. Можно ли эту цепь заменить более простой цепью, изображенной на рисунке 2?

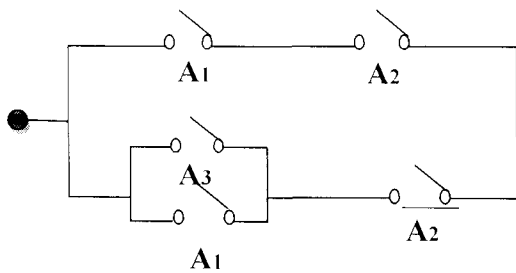


Рис.1

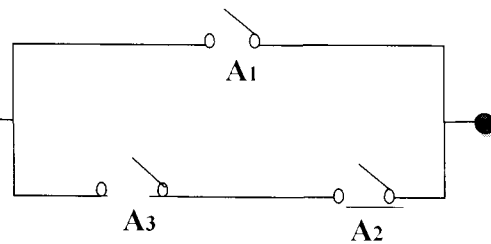


Рис.2

6.3. Примерный перечень вопросов к зачету

1. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики. Математическая логика, формальные языки и языки программирования, компьютерное моделирование, автоматические системы управления.
2. Алгебра логики. Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция (эквивалентность), штрих Шеффера.
3. Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики.
4. Основные равносильности.
5. Равносильности, выражающие одни логические операции через другие.
6. Равносильности, выражающие основные законы алгебры логики.
7. Равносильные преобразования формул.
8. Полные и неполные системы связок.
9. Функции алгебры логики (функции Буля).
10. Представление функций алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
11. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
12. Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
13. Тавтологии – законы логики высказываний. Законы контрапозиции, исключенного третьего, двойного отрицания, приведение к абсурду и др.
14. Решение логических задач методами алгебры логики.
15. Исчисление высказываний. Понятие алфавита и формулы исчисления высказываний. Система аксиом исчисления высказываний. Правила вывода: правило подстановки, правило заключения.
16. Определение доказуемой формулы. Пример доказательства рефлексивности импликации.
17. Производные правила вывода: правило одновременной подстановки, сложного заключения, силлогизма, контрапозиции, снятия двойного отрицания. Теорема дедукции.
18. Связь исчисления высказываний с алгеброй высказываний. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний: разрешимость, непротиворечивость, полнота, независимость аксиом исчисления высказываний.
19. Логика предикатов. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
20. Кванторные операции: квантор всеобщности, квантор существования. Примеры кванторов.
21. Понятие формулы логики предикатов. Равносильные формулы логики предикатов.

22. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицаний предложений.
23. Язык первого порядка.
24. Теорема дедукции.
25. Теорема Гёделя о неполноте.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| № п/п | Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц) | Год издания | Количество экземпля- ров в библиотеке университе- та | Наличие в электрон-ной библиотеке ВлГУ | Количество студентов, использую- щих указанную литературу | Обеспечен- ность студентов литерату- рой, % |
|----------------------------------|--|----------------|---|---|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Основная литература | | | | | | |
| 1 | С.Ф. Тюрин, Ю.А. Аляев Дискретная математика: Практическая дискретная математика и ма- тематическая логика[Электр онный ресурс] : учеб. пособие / С.Ф. Тюрин, Ю.А. Аляев. - М. : Финансы и статистика, 2012. – 384 с. | 2012 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.stu dentlibrary.ru/b ook/ISBN9785 279034635.ht ml | 20 | 100% |
| 2 | "Теория систем и системный анализ в управлении организациями [Электронный ресурс] : справочник : учеб. пособие / под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова.; под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова. - М. : Финансы и статистика, 2012 ." – 848 с. | 2012 | | ЭБС «Консультант студента» http://www.stu dentlibrary.ru/b ook/ISBN9785 279029334.ht ml | 20 | 100% |
| 3 | Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2016. - 399 с | 2016 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-5- 16-005204-5 | 20 | 100% |
| Дополнительная литература | | | | | | |
| 1 | Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. - 6-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с. | 2011 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-5- 9221-1301-4 | 20 | 100% |
| 2 | Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник / Пруцков А.В., Волкова Л.Л. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 152 с. | 2016 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-5- 906818-74-4 | 20 | 100% |
| 3 | Вводный курс математической логики / В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. - 2- е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 128 с. | 2007 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-5- 9221-0278-0 | 20 | 100% |
| 4 | Малыхина, Г.И. Логика [Электронный ресурс] : учебник / Г.И. Малыхина. – Минск: Выш. шк., 2013. - 334 с. | 2013 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-985- 06-2297-6 | 20 | 100% |
| 5 | с Логика: Учебное пособие / В.К. Батурин. - М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 96 с. | 2013 | | ЭБС «znanium» ISBN 978-5- 905554-06-3 | 20 | 100% |

Периодические издания:

1. Журнал «Математика в школе»

[http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/"Matematika_v_shkole"/_Matematika_v_shkole".html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/)

Интернет ресурсы:

При изучении данной дисциплины рекомендуется использовать:

Электронный оптический диск (CD-ROM), подготовленный для студентов математического факультета с учебными и методическими материалами по дисциплинам кафедры алгебры и теории чисел.

Цифровые образовательные ресурсы сети Интернет

www.exponenta.ru;


www.school.edu.ru),


<http://e-lib.uspu.ru>.

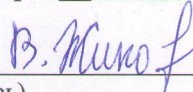
7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

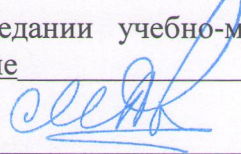
Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий. Мультимедийная техника на практических занятиях.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика»

Рабочую программу составил доц. Соловьева О.А. 
(ФИО, подпись)

Рецензент Директор МБОУ г. Владимир СОШ №9 Мачнева М.П. 
(место работы, должность, ФИО, подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 5 от 20.01.16 года
Заведующий кафедрой Жиков В.В. 
(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 44.03.01 Педагогическое образование
Протокол № 1 от 22.01.16 года
Председатель комиссии Артамонова М.В. 

ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____