

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

П.Н. Захаров

август 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**38.03.01 «Экономика»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Финансы и кредит**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» — научное представление о случайных событиях и величинах, а также о методах их исследования, знакомство с основными моделями и методами моделирования стохастических систем.

Задачи:

- усвоить методы количественной оценки случайных событий и величин;
- овладеть методами статистического анализа;
- научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, функциональный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

<i>Код формируемой компетенции</i>	<i>Уровень освоения компетенции</i>	<i>Планируемые результаты обучения по дисциплине характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)</i>
<b>ОПК-1</b> способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<i>Частичный</i>	<b>Знает</b> теорию вероятностей и математическую статистику. <b>Умеет</b> использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования. <b>Владеет</b> методами теории вероятностей и математической статистики и, кроме того, научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.
<b>ОПК-2</b> способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<i>Частичный</i>	<b>Знает</b> фундаментальные понятия теории вероятностей и математической статистики. <b>Умеет</b> применять методы и инструментальные средства теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач. <b>Владеет</b> методами теории вероятностей и математической статистики

<p><b>ОПК-3</b> способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы</p>	<p><i>Частичный</i></p>	<p><b>Знать:</b> общие принципы и инструментальные средства, используемые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей</p> <p><b>Уметь:</b> осуществлять выбор инструментов для обработки и анализа экономических данных, обоснования выводов</p> <p><b>Владеть:</b> современными методиками расчета, анализа, оценки, интерпретации полученных результатов, обоснования выводов, методами обработки массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей.</p>
---	-------------------------	---

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов

##### Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Объем учебной работы с применением интерактивных методов	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	<b>Элементарная теория вероятностей</b>	3	1-8	7	13		54		
1	Предмет теории вероятностей. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов.	3	1-2	1	2		9	1/33%	
2	Некоторые, отличные от классической, модели и распределения (биномиальное, геометрическое и другие)	3	3	1	2		9	2/66%	
3	Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события.	3	4-5	1	2		9	2/66%	
4	Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева.	3	5-6	1	3		9	2/50% Рейтинг-контроль 1	
5	Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.	3	7	1	2		9	2/66%	
6	Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная)	3	8	2	2		9	2/50%	

	эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)								
2	Случайные величины	3	8-14	6	13		45		
7	Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах. Общее определение случайной величины.	3	8-9	1	2		5	2/66%	
8	Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания)	3	9-10	1	2		8	2/66%	
9	Условные вероятности и условные математические ожидания относительно $\sigma$ -алгебр.	3	11	1	2		8	2/66%	
10	Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Нормальное распределение	3	12	1	2		8	2/66%	Рейтинг-контроль 2
11	Производящие и характеристические функции.	3	13	1	2		8	2/66%	
12	Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.	3	14	1	3		8	2/50%	
3	Элементы математической статистики	3	15-18	5	10		36		
13	Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты.	3	15	2	2		9	2/50%	
14	Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Построение точечных и интервальных оценок.	3	16	1	2		9	2/66%	
15	Задача статистической проверки гипотез. Критерии согласия	3	17	1	3		9	2/50%	
16	Корреляционно-регрессионные задачи.	3	17-18	1	3		9	2/50%	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 3 семестр</b>				<b>18</b>	<b>36</b>		<b>135</b>	31/57%	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>18</b>	<b>36</b>		<b>135</b>	31/57%	<b>Экзамен (27)</b>

**Тематический план**  
**форма обучения – очно-заочная**

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные	СРС		
<b>1</b>	<b>Элементарная теория вероятностей</b>	3	<b>1-8</b>	6	6		60		
1	Предмет теории вероятностей. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов.	3	1-2	1	1		10	1/50%	
2	Некоторые, отличные от классической, модели и распределения (биномиальное, геометрическое и другие)	3	3	1	1		10	1/50%	
3	Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события.	3	4-5	1	1		10	1/50%	
4	Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева.	3	5-6	1	1		10	1/50%	Рейтинг-контроль 1
5	Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.	3	7	1	1		10	1/50%	
6	Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)	3	8	1	1		10	1/50%	
<b>2</b>	<b>Случайные величины</b>	3	<b>8-14</b>	6	6		45		
7	Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах. Общее определение случайной величины.	3	8-9	1	1		10	1/50%	
8	Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания)	3	9-10	1	1		10	1/50%	
9	Условные вероятности и условные математические ожидания относительно $\sigma$ -алгебр.	3	11	1	1		10	1/50%	
10	Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и	3	12	1	1		10	1/50%	Рейтинг-контроль 2

	многомерном (случаях). Нормальное распределение								
11	Производящие и характеристические функции.	3	13	1	1		10	1/50%	
12	Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.	3	14	1	1		10	1/50%	
3	<b>Элементы математической статистики</b>	3	<b>15-18</b>	2	4		36		
13	Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты.	3	15	1	1		10	1/50%	
14	Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Построение точечных и интервальных оценок.	3	16	1	1		10	1/50%	
15	Задача статистической проверки гипотез. Критерии согласия	3	17		1		10	1/100%	
16	Корреляционно-регрессионные задачи.	3	17-18		1		9	1/100%	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 4 семестр</b>				<b>14</b>	<b>16</b>		<b>159</b>	<b>16/53%</b>	<b>Экзамен (27)</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>14</b>	<b>16</b>		<b>159</b>	<b>16/53%</b>	<b>Экзамен (27)</b>

## Содержание лекционных занятий по дисциплине

### Раздел 1. Элементарная теория вероятностей

Тема 1-2. Предмет теории вероятностей. Построение вероятностного пространства. Пространство элементарных исходов, вероятностная интерпретация множества и операций над множествами. Понятие несовместных событий. Некоторые классические модели и распределения. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов: выбор с возвращением, выбор без возвращения, упорядоченный и неупорядоченный. Подсчет числа элементарных исходов. Структура пространства элементарных исходов в задаче размещения  $m$  шаров по  $n$  ячейкам (статистика Максвелла-Больцмана, статистика Бозе-Эйнштейна, статистика Ферми-Дирака), дуализм с выниманием  $m$  шаров из урны с  $n$  шарами.

Возникновение биномиального и мультиномиального (полиномиального) распределений в задачах выбора с возвращением. Возникновение геометрического и гипергеометрического распределений в задачах выбора без возвращений.

Геометрическая модель вероятностного пространства. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.

Тема 3. Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события. Определение независимых в совокупности событий. Примеры. Схема Бернулли, распределение Бернулли, биномиальное распределение. Специфика вероятностного пространства для серии независимых испытаний.

Тема 4-6. Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева. Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)

### Раздел 2. Случайные величины.

Тема 7-9. Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Теоремы о существовании наименьшей алгебры и  $\sigma$ -алгебры, содержащих множества из заданной системы множеств. Построение борелевской  $\sigma$ -алгебры в  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}^n$ . Способы задания

вероятностных мер на измеримых пространствах (теоремы об эквивалентности аксиом аддитивности и непрерывности вероятности, о продолжении меры, о соответствии между вероятностными мерами и функциями распределения). Примеры. Общее определение случайной величины. Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания). Разные виды сходимости последовательности случайных величин (по вероятности, с вероятностью 1, по распределению). Условные вероятности и условные математические ожидания относительно  $\sigma$ -алгебр.

Тема 10. Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Примеры распределений. Нормальное распределение.

Тема 11-12. Производящие и характеристические функции. Определения, свойства, примеры. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.

### **Раздел 3. Элементы математической статистики.**

Тема 13. Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты.

Тема 14. Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Свойства оценок (несмещенность, эффективность и состоятельность), методы построения. Построение точечных и интервальных оценок. Распределения «хи-квадрат», Стьюдента, Фишера-Снедекора. Теорема Фишера.

Тема 15. Задача статистической проверки гипотез. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия. Примеры статистических гипотез о параметрах распределения, и о законах распределения. Критерии согласия.

Тема 16. Корреляционно-регрессионные задачи. Линейная регрессия. Оценки метода наименьших квадратов.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Элементарная теория вероятностей**

Темы 1-6. Решение задач.

### **Раздел 2. Случайные величины**

Темы 7-12. Решение задач.

### **Раздел 3. Элементы математической статистики**

Темы 13-16. Решение задач.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В преподавании дисциплины «Финансы» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

1. *Интерактивная лекция (тема № 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 13, 15)*
2. *Работа в малых группах (тема № 3, 8, 9, 10, 11, 13)*
3. *Анализ конкретной ситуации. Кейс-метод (тема № 3, 9, 10, 11, 13)*
4. *Решение задач (тема № 9, 10, 13, 15, 16)*
5. *Проектная технология. Метод проектов (тема № 9, 10, 13, 16)*
6. *Доклады (тема № 2, 5, 7, 12, 14, 17, 18)*
7. *Дискуссия (тема № 2, 5, 7, 12, 14, 17, 18)*
8. *Обучающие игры (тема № 8, 16)*
9. *Учебная аналитика (тема № 3, 9, 10, 13, 14, 16)*

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 6.1. Текущий контроль успеваемости

#### Рейтинг-контроль №1 «Элементарная теория вероятностей»

##### Вариант 1

1. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.

2. По цели производят 5 выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,75. Найдите вероятность: а) ровно четырёх попаданий, б) не менее четырёх попаданий, в) менее трёх попаданий.

3. В магазин на продажу поступили холодильники с трёх заводов. Продукция с первого завода содержит 10% холодильников с дефектом, второго – 15% и третьего – 5%. Какова вероятность приобретения исправного холодильника, если в магазин поступило 25 холодильников с первого завода, 40 – со второго и 35 – с третьего?

4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2?

5. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение часа любой абонент независимо от остальных может сделать вызов с вероятностью 0,005. Требуется найти вероятность того, что в течение часа было не более 3 вызовов.

#### Рейтинг-контроль №2 «Случайные величины»

##### Вариант 1

1. Пункт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6, соответственно.

Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал.

Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2. Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4}, & \text{при } 1 \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x > b \end{cases}$$

Найти: а) параметр  $b$ ; б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

3. Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

4.  $X$  – нормально распределённая случайная величина с параметрами  $a = 5$ ,  $\sigma = 1$ . Найти  $P(4 < X < 6)$ .

5. Случайная величина  $(X, Y)$  принимает значения в треугольнике  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x + y < 1$  с равномерной плотностью. Вычислить коэффициент корреляции.

#### Рейтинг-контроль №3 «Элементы математической статистики»

##### Вариант 1

Задача 1.

1. Представить исходную выборку в виде статистического ряда и изобразить его графически. Привести график эмпирической функции распределения.



2. Определить моду и медиану.
3. Определить точечные оценки для среднего арифметического, дисперсии, среднеквадратического отклонения.
4. Определить интервальные оценки для математического ожидания с уровнями значимости  $\alpha = 0,05$  и  $\alpha = 0,01$ .

Варианты заданий:

- № 1 50.0; 61.7; 72.1; 80.9; 90.9; 51.2; 61.9; 73.4; 81.3; 91.3; 52.7;  
62.8; 74.5; 82.4; 92.5; 63.7; 76.7; 82.9; 64.0; 77.7; 83.7; 66.1;  
64.1; 78.1; 65.8; 65.2; 79.8; 66.1; 68.5; 66.8; 67.4; 70.1.

Задача 2.

С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице:

Время обслуживания, мин.	<2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	>12	Итого
Число клиентов	6	10	21	39	15	6	3	100

Используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – время обслуживания клиентов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

## 6.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

#### Часть 1. Элементарная теория вероятностей.

- 1) Предмет теории вероятностей, два признака случайного явления, постулат теории вероятностей. Примеры построения пространств элементарных исходов.
- 2) Вероятностное пространство в задаче выбора с возвращением: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 3) Вероятностное пространство в задаче выбора без возвращения: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 4) Вероятностное пространство в задаче размещения различимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистика Максвелла-Больцмана.
- 5) Вероятностное пространство в задаче размещения неразличимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистики Бозе-Энштейна и Ферми-Дирака.
- 6) Понятие случайного события, операции над событиями.
- 7) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, теорема о существовании наименьшей алгебры ( $\sigma$ -алгебры), содержащей заданные события.
- 8) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, доказать, что система событий, содержащая достоверное событие, замкнутая относительно операции объединения и дополнения, образует алгебру ( $\sigma$ -алгебру).
- 9) Определение вероятностной меры, вероятность суммы событий (для несовместных событий и для произвольных). Общая формула.
- 10) Определение вероятностной меры, примеры классической и геометрической вероятностей.
- 11) Парадокс Бертрана.
- 12) Примеры конечных вероятностных пространств (биномиальное и полиномиальное распределения, гипергеометрическое)
- 13) Определение условной вероятности, ее свойства.

- 14) Вероятность произведения произвольных событий, общая формула, формула Байеса.
- 15) Полная группа событий, формула полной вероятности.
- 16) Полная группа событий, понятие априорной и апостериорной вероятностей, теорема Байеса.
- 17) Определение  $n$  независимых в совокупности событий. Доказать, что из попарной независимости не следует независимость в совокупности.
- 18) \* Прямое произведение вероятностных пространств как специальное вероятностное пространство, связанное с независимыми событиями.
- 19) Схема Бернулли: традиционная постановка задачи и построение вероятностного пространства.
- 20) Схема Бернулли. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Неравенство Берри-Эссена.
- 21) Схема Бернулли. Предельная теорема Пуассона. Неравенство Прохорова.

## Часть 2. Случайные величины.

- 1) Определение случайной величины и связанных с ней понятий: распределения и функции распределения.
  - 2) Дискретные случайные величины, законы распределения, примеры (распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона).
  - 3) Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
  - 4) Математическое ожидание дискретной случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона.
  - 5) Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, свойства дисперсии.
  - 6) Определение независимых случайных величин. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.
  - 7) Определение ковариации, связь между независимостью случайных величин и равенством нулю ковариации.
  - 8) Определение коэффициента корреляции. Доказать утверждение:
 
$$\rho(\xi_1, \xi_2) = 1 \Leftrightarrow \xi_1 = a\xi_2 + b.$$
  - 9) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение.
  - 10) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Пуассона.
  - 11) Лемма Маркова, неравенство Чебышева, правило "трех  $\sigma$ ".
  - 12) Абсолютно непрерывные случайные величины, свойства плотности распределения.
  - 13) Равномерное распределение: плотность и функция распределения с графиками.
- Числовые характеристики.
- 14) Распределение Коши и его особенности.
  - 15) Нормальное распределение: плотность и функция распределения с графиками. Смысл параметров распределения.
  - 16) Многомерные дискретные случайные величины: определение, совместный закон распределения, одномерные и условные законы распределения.
  - 17) Абсолютно непрерывные двумерные величины: двумерная, одномерные и условные плотности распределения
  - 18) Плотность двумерного нормального распределения, смысл параметров распределения.
  - 19) \* Совместная плотность двух независимых нормально распределенных случайных величин. Доказать утверждение: если двумерная случайная величина  $(\xi_1, \xi_2)$  имеет нормальное распределение и  $\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = 0$ , то  $\xi_1, \xi_2$  – независимые случайные величины.
  - 20) Функции случайных величин, формула для новой плотности распределения.
  - 21) Плотность суммы независимых случайных величин.
  - 22) Производящие функции: определение, примеры и свойства.

- 23) Производящие функции: вычисление факториальных моментов, примеры.
- 24) Производящие функции суммы независимых случайных величин. Доказательство предельной теоремы Пуассона с использованием производящих функций.
- 25) Определение характеристической функции случайной величины, примеры.
- 26) Характеристическая функция равномерного распределения.
- 27) Характеристическая функция нормального распределения.
- 28) Используя равенство  $\varphi_{\xi}^{(k)}(t) \Big|_{t=0} = i^k M\xi^k$ , для всех  $k \leq n$ ,  $M|\xi^n| < \infty$ . Найти центральные моменты случайной величины, распределенной по нормальному закону.
- 29) Доказать, что сумма независимых случайных величин, имеющих нормальное распределение распределена нормально
- 30) Закон больших чисел.
- 31) Центральная предельная теорема.

### Часть 3. Элементы математической статистики.

- 1) Понятие выборки, полигоны частот и относительных частот, гистограмма и эмпирическая функция распределения.
- 2) Понятие о статистической оценке параметров, свойства оценок (состоятельность, несмещенность, эффективность).
- 3) Оценка вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 4) Оптимальность оценки вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 5) Методы получения точечных оценок.
- 6) Законы распределений выборочных характеристик, используемые при оценке параметров.
- 7) Интервальные оценки параметров распределений: определение, построение доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии. (Выборка из нормального распределения.)
- 8) Проверка статистических гипотез о параметрах распределения.
- 9) Задача корреляционного анализа.

### 6.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типовых расчетов, оформляемых отдельными отчетами и защищаемых студентом. Методические указания и задания по разделам 1 и 2 можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/handle/123456789/1353>; по разделу 3 по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/handle/123456789/1351>.

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Матальцкий, М. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич - Минск : Выш. шк. , 2017. - 591 с. - ISBN 978-985-06-2855-8.	2017	<a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850628558.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850628558.html</a>

2. Чжун, К. Л. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / Чжун К. Л. - Москва : Лаборатория знаний, 2017. - 458 с. - ISBN 978-5-00101-524-6.	2017	<a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001015246.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001015246.html</a>
3. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. — 7-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2019. — 475 с. — ISBN 978-5-00101-642-7.	2019	<a href="https://e.lanbook.com/book/116104">https://e.lanbook.com/book/116104</a>
Дополнительная литература		
1. Модели в теории вероятностей [Электронный ресурс] / Федоткин М.А. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012	2012	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113847.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113847.html</a>
2. Вероятность: В 2-х кн. Кн. 2. [Электронный ресурс] / Ширяев А.Н. - 4-е изд., переработ. и доп. - М.: МЦНМО, 2007.	2007	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940571063.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940571063.html</a>

## 7.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

## 7.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

Рабочую программу составила:

к.ф.-м.н., доцент ФАиП Буланкина Л.А.



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

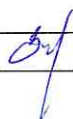
Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления  
38.03.01 «Экономика»

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Председатель комиссии



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_