

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»



Проректор по учебно-методической работе

А.А. Панфилов

« 08 » 12 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Направление подготовки: 38.03.01 – «Экономика»

Профиль подготовки: «Экономика предприятий и организаций»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения заочная

| Семестр       | Трудоём-<br>кость<br>зач. ед.,<br>час. | Лекций,<br>час. | Практич.<br>занятий,<br>час. | Лаборат.<br>работ<br>час. | СРС,<br>час. | Форма промежу-<br>точного<br>контроля<br>(экз/зачет) |
|---------------|--|-----------------|------------------------------|---------------------------|--------------|--|
| 3             | 5/180                                  | 6               | 10                           | -                         | 137          | Экзамен (27)   |
| <b>Итого:</b> | <b>5/180</b>                           | <b>6</b>        | <b>10</b>                    | <b>-</b>                  | <b>137</b>   | <b>Экзамен (27)</b>                                  |

Владимир 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания курса «Теория вероятностей и математическая статистика» - дать студентам научное представление о случайных событиях и величинах, а также о методах их исследования. В соответствии с целью студенты должны усвоить методы количественной оценки случайных событий и величин; овладеть методами статистического анализа. Кроме того, они должны научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 – «Экономика».

Связь с другими дисциплинами. Курс базируется на дифференциальном и интегральном исчислении, а также на линейной алгебре. В свою очередь, является основой для ряда дисциплин, как развивающих методы теории вероятностей и математической статистики, так и использующих эти методы для решения реальных задач.

Усвоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающимися позволит им

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- применять системный подход к анализу и синтезу сложных систем;
- строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

ОПК-1 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом требований информационной безопасности.

ОПК-2 готовность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

ОПК-3 способность выбрать инструментальные средства обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты должны:

**Знать:** теорию вероятностей и математическую статистику.  
(ОПК-1, ОПК-2)

**Уметь:** применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности; строить математические модели объектов профессиональной деятельности; использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.  
(ОПК-2, ОПК-3)

**Владеть:** методами статистического анализа и, кроме того, научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.  
(ОПК-2, ОПК-3)

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц, 180 часов.

| № п/п | Раздел (тема) дисциплины   | Семестр | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |                      |                     |     | Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %) | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|--|---------|--|----------------------|---------------------|-----|--|---|
|       |  |         | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы | СРС |  |   |
| 1     | Предмет теории вероятностей. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов.  | 3       | 1  | -                    |                     | 8   | 0,5 (50%)  |   |
| 2     | Некоторые классические модели и распределения (биномиальное, геометрическое, ...)  | 3       | -  | 1                    |                     | 8   | 0,5 (50%)  |   |
| 3     | Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события.                            | 3       | -  | 1                    |                     | 8   | 0,5 (50%)  |   |
| 4     | Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева.  | 3       | 1  | -                    |                     | 8   | 0,5 (50%)  |   |
| 5     | Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. | 3       | -  | 1                    |                     | 8   | 0,5 (50%)  |   |

|    |  |   |   |   |  |   |              |  |
|----|--|---|---|---|--|---|--------------|--|
| 6  | Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)   | 3 | 1 | - |  | 8 | 0,5<br>(50%) |  |
| 7  | Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства.<br>Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах. Общее определение случайной величины.          | 3 | 1 | - |  | 8 | 0,5<br>(50%) |  |
| 8  | Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания) | 3 | - | 1 |  | 9 | 0,5<br>(50%) |  |
| 9  | Условные вероятности и условные математические ожидания относительно $\sigma$ -алгебр.   | 3 | - | 1 |  | 9 | 0,5<br>(50%) |  |
| 10 | Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Нормальное распределение                   | 3 | 1 | - |  | 9 | 0,5<br>(50%) |  |
| 11 | Производящие и характеристические функции.   | 3 | 1 | - |  | 9 | 0,5<br>(50%) |  |
| 12 | Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.   | 3 | - | 1 |  | 9 | 0,5<br>(50%) |  |

|    |   |   |          |           |  |            |               |                  |
|----|---|---|----------|-----------|--|------------|---------------|------------------|
| 13 | Основные понятия и задачи математической статистики.<br>Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты. | 3 | -        | 1         |  | 9          | 0,5<br>(50%)  |                  |
| 14 | Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Построение точечных и интервальных оценок.                          | 3 | -        | 1         |  | 9          | 0,5<br>(50%)  |                  |
| 15 | Задача статистической проверки гипотез. Критерии согласия   | 3 | -        | 1         |  | 9          | 0,5<br>(50%)  |                  |
| 16 | Корреляционно-регрессионные задачи.   | 3 | -        | 1         |  | 9          | 0,5(50%)      |                  |
| 17 | <b>Итого:180</b>  |   | <b>6</b> | <b>10</b> |  | <b>137</b> | <b>8(50%)</b> | <b>Экз. (27)</b> |

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 5.1. Активные и интерактивные формы обучения

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек);
3. применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний). Объем учебной работы, с применением интерактивных методов 8 часов — 50%.

## 5.2 Самостоятельная работа студентов

**Целью самостоятельной работы** являются формирование личности студента, развитие его способности к самообучению и повышению своего профессионального уровня.

Насыщенность курса новыми для студента материалами предполагает интенсивную самостоятельную работу, эффективному характеру которой способствуют еженедельные консультации. Самостоятельная работа включает домашнюю работу с лекционными материалами с целью расширения и углубления теоретических знаний, выполнение заданий и самостоятельных изысканий, предусмотренных контрольными работами. В основе самостоятельной работы лежит изучение рекомендованной основной и дополнительной литературы, а также выполнение самостоятельных изысканий, включенных в учебно-методический макет по дисциплине.

Самостоятельная работа заключается в изучении содержания тем курса по конспектам, учебникам и дополнительной литературе, подготовке к практическим занятиям, к экзамену.

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций:

- самостоятельное изучение теоретического материала дисциплины с использованием Internet-ресурсов, информационных баз, методических разработок, специальной учебной и научной литературы;

- самостоятельная работа студента, направленная на углубление и закрепление знаний, а также развитие практических умений заключается в работе с материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме, выполнении домашних заданий, изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, изучении теоретического материала к практическим занятиям, подготовке к контрольным мероприятиям и экзамену.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний студентов в рамках изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает выполнение контрольных работ.

Контрольная работа №1 «Элементарная теория вероятностей»

Вариант 1

1. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.

2. По цели производят 5 выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,75. Найдите вероятность: а) ровно четырёх попаданий, б) не менее четырёх попаданий, в) менее трёх попаданий.

3. В магазин на продажу поступили холодильники с трёх заводов. Продукция с первого завода содержит 10% холодильников с дефектом, второго – 15% и третьего – 5%.

Какова вероятность приобретения исправного холодильника, если в магазин поступило 25 холодильников с первого завода, 40 – со второго и 35 – с третьего?

4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2?

Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение часа любой абонент независимо от остальных может сделать вызов с вероятностью 0,005. Требуется найти вероятность того, что в течение часа было не более 3 вызовов.

### Контрольная работа №2 «Случайные величины» Вариант 1

Пункт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6, соответственно.

Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4}, & \text{при } 1 \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x > b. \end{cases}$$

Найти:

- параметр  $b$ ;
- математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

1.  $X$  – нормально распределённая случайная величина с параметрами  $\mu = 5$ ,  $\sigma = 1$ . Найти  $P(4 < X < 6)$ .

2. Случайная величина  $(X, Y)$  принимает значения в треугольнике  $x > 0, y > 0, x + y < 1$  с равномерной плотностью. Вычислить коэффициент корреляции.

### Контрольная работа №3 «Элементы математической статистики» Вариант 1

Задача 1.

- Представить исходную выборку в виде статистического ряда и изобразить его графически. Привести график эмпирической функции распределения.
- Определить моду и медиану.
- Определить точечные оценки для среднего арифметического, дисперсии, среднеквадратического отклонения.

4. Определить интервальные оценки для математического ожидания с уровнями значимости  $\alpha = 0,05$  и  $\alpha = 0,01$ .

Варианты заданий:

№ 1

50.0; 61.7; 72.1; 80.9; 90.9; 51.2; 61.9; 73.4; 81.3; 91.3; 52.7;  
62.8; 74.5; 82.4; 92.5; 63.7; 76.7; 82.9; 64.0; 77.7; 83.7; 66.1;  
64.1; 78.1; 65.8; 65.2; 79.8; 66.1; 68.5; 66.8; 67.4; 70.1.

## Задача 2

С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице:

| Время обслуживания, мин. | <2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 | >12 | Итого |
|--------------------------|----|-----|-----|-----|------|-------|-----|-------|
| Число клиентов           | 6  | 10  | 21  | 39  | 15   | 6     | 3   | 100   |

Используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – время обслуживания клиентов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

## ЗАДАНИЯ НА СРС

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются студентом самостоятельно во внеаудиторное время, три типовых расчета за семестр.

### Типовой расчет №1, №2 «Теория вероятностей»

1. В первом ящике 2 красных и 5 синих папок, во втором – 4 красных и 3 синих. Из первого ящика переложили 2 папки во второй, после чего из второго ящика наудачу достали одну папку. Какова вероятность того, что она красного цвета?

2. Вероятность сдачи студентом контрольной работы в срок равна 0,7. Найти вероятность того, что из 5 студентов вовремя сдадут контрольную работу: а) ровно 3 студента; б) хотя бы один студент.

3. Всхожесть хранящегося на складе зерна равна 80%. Отбираются 400 зерен. Определить вероятность того, что из отобранных зерен взойдут: а) ровно 303; б) от 250 до 330.

4. Котировки акций могут быть размещены в Интернете на трех сайтах. Материал есть на первом сайте с вероятностью 0,7, на втором – с вероятностью 0,6, на третьем – с вероятностью 0,8. Студент переходит к новому сайту только в том случае, если не найдет данных на предыдущем. Составить закон распределения числа сайтов, которые посетит студент.



Найти:

- а) функцию распределения этой случайной величины и построить ее график;
  - б) математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
5. Случайная величина  $X$  имеет нормальный закон распределения с параметрами  $a$  и  $\sigma^2$ .

Найти:

- а) параметр  $\sigma^2$ , если известно, что математическое ожидание  $M(X)=5$  и вероятность  $P(2 < X < 8) = 0,9973$ ;
- б) вероятность  $P(X < 0)$ .

### Типовой расчет №3 «Математическая статистика»

1. При анализе среднедушевого дохода было обследовано 100 семей. Выявлено, что на одного члена семьи в месяц приходится  $\bar{X} = 200$  тыс.руб. дохода при  $S=50$  тыс.руб. В предположении нормального закона определите долю семей в городе, доход ( $X$ ) находится в пределах от 150 тыс.руб. до 250 тыс.руб.
2. Объем дневной выручки в 5 торговых точках составил: 10, 15, 20, 17,  $X_5$ . Учитывая, что  $\bar{X} = 16$  млн.руб., определите выборочную дисперсию  $S^2$ :
3. По данным 10 работников фирмы, на которой работают 200 человек, среднемесячная зарплата равна  $\bar{X} = 300$  тыс.руб. при  $S=90$  тыс.руб. Какая минимальная сумма должна быть на счете фирмы (в млн.руб.), чтобы с вероятностью 0.99 гарантировать выдачу зарплаты всем работникам.
4. С целью размещения рекламы было опрошено 400 телезрителей, из которых данную передачу смотрят 160 человек. С доверительной вероятностью 0.89 определите, какую часть телезрителей в лучшем случае может охватить реклама.
5. В паспорте купленного автомобиля утверждается, что расход бензина на 100 км пробега равен 10 литрам. Для оценки соответствия данного автомобиля этому параметру было проведено  $n=10$  наблюдений, по результатам которых получено  $\bar{X} = 11,0$  л и  $S=1$  л. Требуется при 5% уровне значимости сделать заключение об автомобиле.
6. Справедливо ли при  $\alpha = 0.05$  утверждение продюсера, что его передачу смотрят 30% телезрителей, если из 400 опрошенных данную передачу смотрело 100 человек.
7. На предприятии разработан новый технологический процесс вместо существовавшего. Провести сравнительный анализ существующего и нового технологического процесса по себестоимости продукции. Для этого по существующей технологии изготовлено  $n_1 = 6$  изделий, средняя себестоимость которых  $\bar{X}_1 = 12$  тыс.руб.,  $S_1^2 = 2$ , а по новой -  $n_2 = 7$  изделий,  $\bar{X}_2 = 10$  тыс.руб.,  $S_2^2 = 3$ . Считаете ли Вы целесообразным при 5% уровне значимости ввести новую технологию.
8. На пост мэра города претендуют два кандидата. Коммерческий банк решил финансировать избирательную кампанию одного из них. Для выбора наиболее перспективного кандидата, банк воспользовался результатами двух опросов, согласно которым из  $n_1=300$  опрошенных первому претенденту отдали предпочтение  $m_1=150$  горожан. Аналогично было получено  $n_2=300$ ,  $m_2=120$ . Можно ли утверждать на 5% уровне значимости, что горожане отдадут предпочтение одному из кандидатов.
9. При исследовании зависимости между среднедушевым доходом ( $X$ ) и сбережениями ( $Y$ ) было обследовано  $n=18$  семей. По результатам наблюдений получено:  $\bar{X} = 120$  тыс.руб.,  $S_x = 20$ ,  $\bar{Y} = 20$  тыс.руб.,  $S_y = 5$ ,  $\overline{XY} = 2460$ .

Требуется при  $\alpha = 0.05$  определить наличие линейной связи при  $X$  и  $Y$ .

## 6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

Часть 1. Элементарная теория вероятностей.

- 1) Предмет теории вероятностей, два признака случайного явления, постулат теории вероятностей. Примеры построения пространств элементарных исходов.
- 2) Вероятностное пространство в задаче выбора с возвращением: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 3) Вероятностное пространство в задаче выбора без возвращения: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 4) Вероятностное пространство в задаче размещения различимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистика Максвелла-Больцмана.
- 5) Вероятностное пространство в задаче размещения неразличимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистики Бозе-Энштейна и Ферми-Дирака.
- 6) Понятие случайного события, операции над событиями.
- 7) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, теорема о существовании наименьшей алгебры ( $\sigma$ -алгебры), содержащей заданные события.
- 8) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, доказать, что система событий, содержащая достоверное событие, замкнутая относительно операции объединения и дополнения, образует алгебру ( $\sigma$ -алгебру).
- 9) Определение вероятностной меры, вероятность суммы событий (для несовместных событий и для произвольных). Общая формула.
- 10) Определение вероятностной меры, примеры классической и геометрической вероятностей.
- 11) Парадокс Бертрана.
- 12) Примеры конечных вероятностных пространств (биномиальное и полиномиальное распределения, гипергеометрическое)
- 13) Определение условной вероятности, ее свойства.
- 14) Вероятность произведения произвольных событий, общая формула, формула Байеса.
- 15). Полная группа событий, формула полной вероятности.
- 16) Полная группа событий, понятие априорной и апостериорной вероятностей, теорема Байеса.
- 17) Определение  $n$  независимых в совокупности событий. Доказать, что из попарной независимости не следует независимость в совокупности.
- 18) Прямое произведение вероятностных пространств как специальное вероятностное пространство, связанное с независимыми событиями.
- 19) Схема Бернулли: традиционная постановка задачи и построение вероятностного пространства.
- 20) Схема Бернулли. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра – Лапласа. Неравенство Берри – Эссена.
- 21) Схема Бернулли. Предельная теорема Пуассона. Неравенство Прохорова.

Часть 2. Случайные величины.

- 1) Определение случайной величины и связанных с ней понятий: распределения и функции распределения.

- 2) Дискретные случайные величины, законы распределения, примеры (распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона).
- 3) Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
- 4) Математическое ожидание дискретной случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона.
- 5) Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, свойства дисперсии.
- 6) Определение независимых случайных величин. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.
- 7) Определение ковариации, связь между независимостью случайных величин и равенством нулю ковариации.  
Определение коэффициента корреляции. Доказать утверждение:  
$$\rho(\xi_1, \xi_2) = 1 \Leftrightarrow \xi_1 = a\xi_2 + b.$$
- 8) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение.
- 9) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Пуассона.
- 10) Лемма Маркова, неравенство Чебышева, правило "трех  $\sigma$ ".
- 11) Абсолютно непрерывные случайные величины, свойства плотности распределения.
- 12) Равномерное распределение: плотность и функция распределения с графиками. Числовые характеристики.
- 13) Распределение Коши и его особенности.
- 14) Нормальное распределение: плотность и функция распределения с графиками. Смысл параметров распределения.
- 15) Многомерные дискретные случайные величины: определение, совместный закон распределения, одномерные и условные законы распределения.
- 16) Абсолютно непрерывные двумерные величины: двумерная, одномерные и условные плотности распределения
- 17) Плотность двумерного нормального распределения, смысл параметров распределения.
- 18) Совместная плотность двух независимых нормально распределенных случайных величин. Доказать утверждение:  
если двумерная случайная величина  $(\xi_1, \xi_2)$  имеет нормальное распределение и  $\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = 0$ , то  $\xi_1, \xi_2$  - независимые случайные величины.
- 19) Функции случайных величин, формула для новой плотности распределения.
- 20) Плотность суммы независимых случайных величин.
- 21) Производящие функции: определение, примеры и свойства.
- 22) Производящие функции: вычисление факториальных моментов, примеры.
- 23) Производящие функции суммы независимых случайных величин. Доказательство предельной теоремы Пуассона с использованием производящих функций.
- 24) Определение характеристической функции случайной величины, примеры.
- 25) Характеристическая функция равномерного распределения.
- 26) Характеристическая функция нормального распределения.
- 27) Используя равенство  $\varphi_{\xi}^{(k)}(t) \Big|_{t=0} = i^k M\xi^k$ , для всех  $k \leq n$   $M|\xi^n| < \infty$ . Найти центральные моменты случайной величины, распределенной по нормальному закону.
- 28) Доказать, что сумма независимых случайных величин, имеющих нормальное распределение распределена нормально

- 29) Закон больших чисел.
- 30) Центральная предельная теорема.

Часть 3. Элементы математической статистики.

- 1) Понятие выборки, полигоны частот и относительных частот, гистограмма и эмпирическая функция распределения.
- 2) Понятие о статистической оценке параметров, свойства оценок (состоятельность, несмещенность, эффективность).
- 3) Оценка вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 4) Оптимальность оценки вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 5) Методы получения точечных оценок.
- 6) Законы распределений выборочных характеристик, используемые при оценке параметров.
- 7) Интервальные оценки параметров распределений: определение, построение доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии. (Выборка из нормального распределения.)
- 8) Проверка статистических гипотез о параметрах распределения.
- 9) Задача корреляционного анализа.

В конце семестра студенты сдают экзамен по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика». Экзамен сдается устно, по билетам, в которых представлено 2 вопроса из перечня «Вопросы для экзамена» и 3 задачи (по одной из каждого раздела дисциплины).

Эти средства в целом позволяют оценить степень усвоения теоретических знаний; приобретенные студентами практические умения, а также профессиональные компетенции студентов.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **7.1. Основная литература**

1. Вероятность и статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ, 2015. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329762.html>, по паролю.
2. Наглядная математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Лагутин М. Б. - 5-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ, 2015. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329557.html>, по паролю.
3. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебник / Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Издательство Московского государственного университета, 2012. - (Классический университетский учебник). Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785211062344.html>, по паролю.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Вероятность: В 2-х кн. Кн. 1. [Электронный ресурс] / Ширяев А.Н. - 4-е изд., переработ. и доп. - М.: МЦНМО, 2007. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940571056.html>, по паролю.

2. Вероятность: В 2-х кн. Кн. 1. [Электронный ресурс] / Ширяев А.Н. - 4-е изд., переработ. и доп. - М.: МЦНМО, 2007. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940572534.html>, по паролю.

3. Теория вероятностей для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Большакова. - М.: Финансы и статистика, 2009. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279033560.html>, по паролю.

4. Математическая статистика [Электронный ресурс] / Максимов Ю.Д. - М.: Проспект, 2015. Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392186662.html>, по паролю.

### **7.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
2. <http://www.mathnet.ru/>

### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

- № 101 - Лекционная аудитория, количество студенческих мест – 56, площадь 63 м<sup>2</sup>, оснащение: мультимедийное оборудование (проектор мультимедийный Epson “EB-W18” в комплекте с дополнительным кабелем Belsis VGA 15m, экран Lumien), доска настенная..
- Электронные учебные материалы на компакт-дисках.

