

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

30 » 08 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки / специальность**

**28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Нанотехнологии и микросистемная техника**

(направленность (профиль) подготовки))

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» — научное представление о случайных событиях и величинах, а также о методах их исследования, знакомство с основными моделями и методами моделирования стохастических систем.

Задачи:

- усвоить методы количественной оценки случайных событий и величин;
- овладеть методами статистического анализа;
- научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части учебного плана.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции  | Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции  |  | Наименование оценочного средства  |
|--|---|--|---|
|  | Индикатор достижения компетенции  | Результаты обучения по дисциплине  |   |
| ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования | ОПК-1.1. Знает основные законы естественных наук, методы математического анализа и моделирования, основные законы и методы инженерных дисциплин.<br>ОПК-1.2. Умеет использовать физические законы и принципы в своей профессиональной деятельности, проводить эксперименты по определению физико-химических свойств неорганических и органических веществ, проводить измерение основных электрических величин, определять параметры и характеристик электрических и электронных устройств.<br>ОПК-1.3. Владеет математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических и химических систем, явлений и процессов, использования в обучении и профессиональной деятельности | <b>Знает</b> теорию вероятностей и математическую статистику.<br><b>Умеет</b> использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.<br><b>Владеет</b> методами теории вероятностей и математической статистики и, кроме того, научиться содержательно интерпретировать формальные результаты. | Типовой расчет.<br>Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации. |

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| <p>ОПК-3. Способен проводить измерения и наблюдения, обрабатывать и представлять экспериментальные данные</p>   | <p>ОПК-3.1. Знает принципы организации и проведения экспериментальных исследований, основы регрессионного анализа, статистические методы, методы системного анализа.<br/>ОПК-3.2. Умеет составлять схемы для проведения экспериментальных исследований, обрабатывать, анализировать, представлять и оформлять результаты экспериментальных исследований.<br/>ОПК-3.3. Владеет навыками выполнения измерений, обработки данных измерительных наблюдений, оценки погрешностей, методами и средствами измерения, поверки и контроля с использованием информационных систем, методами анализа и контроля наноструктурированных материалов и систем.</p> | <p><b>Знает</b> числовые характеристики и распределение случайных величин; оценку параметров распределений; проверку статистических гипотез; основы регрессионного анализа; статистические методы; методы системного анализа.<br/><b>Умеет</b> составлять схемы для проведения экспериментальных исследований; обрабатывать, анализировать, представлять и оформлять результаты экспериментальных исследований.<br/><b>Владеет</b> навыками выполнения измерений, обработки данных измерительных наблюдений, получения результатов измерений и оценки погрешностей; современными методами и средствами измерения, поверки и контроля с использованием информационных систем.</p> | <p>Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.</p> |
| <p>ПК-1. Способен проводить физико-математическое моделирование исследуемых процессов нанотехнологии и объектов нано- и микросистемной техники с использованием современных компьютерных технологий</p> | <p>ПК-1.1. Знает основные физико-математические модели процессов, явлений и объектов в области нанотехнологий и микросистемной техники, а также методы моделирования.<br/>ПК-1.2. Умеет проводить моделирование процессов, явлений и объектов в области нанотехнологий и микросистемной техники, в том числе с использованием современных программных средств.<br/>ПК-1.3. Владеет навыками анализа процессов и объектов нанотехнологий и микросистемной техники на основе физико-математического и компьютерного моделирования.</p>  | <p><b>Знает</b> физические и математические законы и модели физических процессов, лежащих в основе принципов действия объектов нанотехнологии и микросистемной техники.<br/><b>Умеет</b> решать задачи, использовать математический аппарат и численные методы компьютерного моделирования объектов нанотехнологии и микросистемной техники.<br/><b>Владеет</b> математическим аппаратом и методами компьютерных технологий для моделирования объектов нанотехнологии и микросистемной техники.</p>  | <p>Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.</p> |

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов

##### Тематический план форма обучения – очная

| № п/п    | Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Контактная работа обучающихся с педагогическим работником |                      |                     |                                 | Самостоятельная работа | Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|----------|--|---------|-----------------|---|----------------------|---------------------|---------------------------------|------------------------|---|
|          |  |         |                 | Лекции  | Практические занятия | Лабораторные работы | в форме практической подготовки |                        |   |
| <b>1</b> | <b>Элементарная теория вероятностей</b>  |         | <b>1-8</b>      | <b>16</b>   | <b>16</b>            |                     |                                 | <b>31</b>              |   |
| 1        | Предмет теории вероятностей. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов.  | 4       | 1-2             | 4   | 4                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 2        | Некоторые, отличные от классической, модели и распределения (биномиальное, геометрическое и другие)  | 4       | 3               | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 3        | Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события.                                    | 4       | 4-5             | 4   | 4                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 4        | Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева.  | 4       | 5-6             | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      | Рейтинг-контроль 1  |
| 5        | Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.         | 4       | 7               | 2   | 2                    |                     |                                 | 6                      |   |
| 6        | Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)   | 4       | 8               | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      |   |
| <b>2</b> | <b>Случайные величины</b>  |         | <b>8-14</b>     | <b>12</b>   | <b>12</b>            |                     |                                 | <b>30</b>              |   |
| 7        | Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах. Общее определение случайной величины.             | 4       | 8-9             | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 8        | Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания) | 4       | 9-10            | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 9        | Условные вероятности и условные математические ожидания относительно $\sigma$ -алгебр.   | 4       | 11              | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      |   |
| 10       | Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Нормальное распределение                   | 4       | 12              | 2   | 2                    |                     |                                 | 5                      | Рейтинг-контроль 2  |

|                            |  |   |       |           |           |  |           |                     |
|----------------------------|--|---|-------|-----------|-----------|--|-----------|---------------------|
| 11                         | Производящие и характеристические функции.   | 4 | 13    | 2         | 2         |  | 5         |                     |
| 12                         | Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.                               | 4 | 14    | 2         | 2         |  | 5         |                     |
| 3                          | Элементы математической статистики   |   | 15-18 | 8         | 8         |  | 20        |                     |
| 13                         | Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты. | 4 | 15    | 2         | 2         |  | 5         |                     |
| 14                         | Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Построение точечных и интервальных оценок.                       | 4 | 16    | 2         | 2         |  | 5         |                     |
| 15                         | Задача статистической проверки гипотез. Критерии согласия  | 4 | 17    | 2         | 2         |  | 5         |                     |
| 16                         | Корреляционно-регрессионные задачи.  | 4 | 17-18 | 2         | 2         |  | 5         | Рейтинг-контроль 3  |
| <b>Всего за 4 семестр</b>  |  |   |       | <b>36</b> | <b>36</b> |  | <b>81</b> | <b>Экзамен (27)</b> |
| <b>Итого по дисциплине</b> |  |   |       | <b>36</b> | <b>36</b> |  | <b>81</b> | <b>Экзамен (27)</b> |

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Раздел 1. Элементарная теория вероятностей

Тема 1-2. Предмет теории вероятностей. Построение вероятностного пространства. Пространство элементарных исходов, вероятностная интерпретация множества и операций над множествами. Понятие несовместных событий. Некоторые классические модели и распределения. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов: выбор с возвращением, выбор без возвращения, упорядоченный и неупорядоченный. Подсчет числа элементарных исходов. Структура пространства элементарных исходов в задаче размещения  $m$  шаров по  $n$  ячейкам (статистика Максвелла-Больцмана, статистика Бозе-Эйнштейна, статистика Ферми-Дирака), дуализм с выниманием  $m$  шаров из урны с  $n$  шарами.

Возникновение биномиального и мультиномиального (полиномиального) распределений в задачах выбора с возвращением. Возникновение геометрического и гипергеометрического распределений в задачах выбора без возвращений.

Геометрическая модель вероятностного пространства. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.

Тема 3. Условная вероятность, формула Байеса, априорная и апостериорная вероятность, формула полной вероятности, независимые события. Определение независимых в совокупности событий. Примеры. Схема Бернулли, распределение Бернулли, биномиальное распределение. Специфика вероятностного пространства для серии независимых испытаний.

Тема 4-6. Простые случайные величины (с конечным числом значений). Числовые характеристики. Неравенство Чебышева. Схема Бернулли. Предельные теоремы: закон больших чисел, локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Оценка вероятности успеха в схеме Бернулли (несмещенная эффективная, неравенство Рао-Крамера, доверительные интервалы)

#### Раздел 2. Случайные величины.

Тема 7-9. Аксиоматика Колмогорова. Измеримые пространства. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Теоремы о существовании наименьшей алгебры и  $\sigma$ -алгебры, содержащих множества из заданной системы множеств. Построение борелевской  $\sigma$ -алгебры в  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}^n$ . Способы задания вероятностных мер на измеримых пространствах (теоремы об эквивалентности аксиом аддитивности и непрерывности вероятности, о продолжении меры, о соответствии между вероятностными мерами и функциями распределения). Примеры. Общее определение случайной величины. Интеграл Лебега. Общее определение математического ожидания и его

свойства (теоремы о неравенствах и о предельных переходах под знаком математического ожидания). Разные виды сходимости последовательности случайных величин (по вероятности, с вероятностью 1, по распределению). Условные вероятности и условные математические ожидания относительно  $\sigma$ -алгебр.

Тема 10. Распределения случайных величин: функция распределения, плотность распределения (в одномерном и многомерном случаях). Примеры распределений. Нормальное распределение.

Тема 11-12. Производящие и характеристические функции. Определения, свойства, примеры. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.

### **Раздел 3. Элементы математической статистики.**

Тема 13. Основные понятия и задачи математической статистики. Выборка, эмпирическая функция распределения и эмпирические моменты.

Тема 14. Задача оценивания неизвестных параметров распределения. Свойства оценок (несмещенность, эффективность и состоятельность), методы построения. Построение точечных и интервальных оценок. Распределения «хи-квадрат», Стьюдента, Фишера-Снедекора. Теорема Фишера.

Тема 15. Задача статистической проверки гипотез. Ошибки I и II рода. Понятие мощности критерия. Примеры статистических гипотез о параметрах распределения, и о законах распределения. Критерии согласия.

Тема 16. Корреляционно-регрессионные задачи. Линейная регрессия. Оценки метода наименьших квадратов.

## **Содержание практических занятий по дисциплине**

### **Раздел 1. Элементарная теория вероятностей**

Темы 1-6. Решение задач.

### **Раздел 2. Случайные величины**

Темы 7-12. Решение задач.

### **Раздел 3. Элементы математической статистики**

Темы 13-16. Решение задач.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль №1 «Элементарная теория вероятностей»**

1. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.

2. По цели производят 5 выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,75. Найдите вероятность: а) ровно четырёх попаданий, б) не менее четырёх попаданий, в) менее трёх попаданий.

3. В магазин на продажу поступили холодильники с трёх заводов. Продукция с первого завода содержит 10% холодильников с дефектом, второго – 15% и третьего – 5%. Какова вероятность приобретения исправного холодильника, если в магазин поступило 25 холодильников с первого завода, 40 – со второго и 35 – с третьего?

4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2?

5. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение часа любой абонент независимо от остальных может сделать вызов с вероятностью 0,005. Требуется найти вероятность того, что в течение часа было не более 3 вызовов.

### Рейтинг-контроль №2 «Случайные величины»

1. Пункт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6, соответственно.

Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал.

Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

2. Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4}, & \text{при } 1 \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x > b \end{cases}$$

Найти: а) параметр  $b$ ; б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

3. Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

4.  $X$  – нормально распределённая случайная величина с параметрами  $a = 5$ ,  $\sigma = 1$ . Найти  $P(4 < X < 6)$ .

5. Случайная величина  $(X, Y)$  принимает значения в треугольнике  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x + y < 1$  с равномерной плотностью. Вычислить коэффициент корреляции.

### Рейтинг-контроль №3 «Элементы математической статистики»

#### Задача 1.

1. Представить исходную выборку в виде статистического ряда и изобразить его графически. Привести график эмпирической функции распределения.

2. Определить моду и медиану.

3. Определить точечные оценки для среднего арифметического, дисперсии, среднеквадратического отклонения.

4. Определить интервальные оценки для математического ожидания с уровнями значимости  $\alpha = 0,05$  и  $\alpha = 0,01$ .

Варианты заданий:

№ 1 50.0; 61.7; 72.1; 80.9; 90.9; 51.2; 61.9; 73.4; 81.3; 91.3; 52.7; 62.8; 74.5; 82.4; 92.5; 63.7; 76.7; 82.9; 64.0; 77.7; 83.7; 66.1; 64.1; 78.1; 65.8; 65.2; 79.8; 66.1; 68.5; 66.8; 67.4; 70.1.

#### Задача 2.

С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице:

| Время обслуживания, мин. | <2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 | >12 | Итого |
|--------------------------|----|-----|-----|-----|------|-------|-----|-------|
| Число клиентов           | 6  | 10  | 21  | 39  | 15   | 6     | 3   | 100   |

Используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – время обслуживания клиентов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

## 5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

### Вопросы к экзамену

#### Часть 1. Элементарная теория вероятностей.

- 1) Предмет теории вероятностей, два признака случайного явления, постулат теории вероятностей. Примеры построения пространств элементарных исходов.
- 2) Вероятностное пространство в задаче выбора с возвращением: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 3) Вероятностное пространство в задаче выбора без возвращения: набор упорядоченный и неупорядоченный.
- 4) Вероятностное пространство в задаче размещения различных частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистика Максвелла-Больцмана.
- 5) Вероятностное пространство в задаче размещения неразличимых частиц по уровням: размещение с запретом и без запрета. Статистики Бозе-Энштейна и Ферми-Дирака.
- 6) Понятие случайного события, операции над событиями.
- 7) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, теорема о существовании наименьшей алгебры ( $\sigma$ -алгебры), содержащей заданные события.
- 8) Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры событий, доказать, что система событий, содержащая достоверное событие, замкнутая относительно операции объединения и дополнения, образует алгебру ( $\sigma$ -алгебру).
- 9) Определение вероятностной меры, вероятность суммы событий (для несовместных событий и для произвольных). Общая формула.
- 10) Определение вероятностной меры, примеры классической и геометрической вероятностей.
- 11) Парадокс Бертрана.
- 12) Примеры конечных вероятностных пространств (биномиальное и полиномиальное распределения, гипергеометрическое)
- 13) Определение условной вероятности, ее свойства.
- 14) Вероятность произведения произвольных событий, общая формула, формула Байеса.
- 15) Полная группа событий, формула полной вероятности.
- 16) Полная группа событий, понятие априорной и апостериорной вероятностей, теорема Байеса.
- 17) Определение независимых в совокупности событий. Доказать, что из попарной независимости не следует независимость в совокупности.
- 18)\* Прямое произведение вероятностных пространств как специальное вероятностное пространство, связанное с независимыми событиями.
- 19) Схема Бернулли: традиционная постановка задачи и построение вероятностного пространства.
- 20) Схема Бернулли. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа. Неравенство Берри-Эссена.
- 21) Схема Бернулли. Предельная теорема Пуассона. Неравенство Прохорова.

#### Часть 2. Случайные величины.

- 1) Определение случайной величины и связанных с ней понятий: распределения и функции распределения.
- 2) Дискретные случайные величины, законы распределения, примеры (распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона).
- 3) Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
- 4) Математическое ожидание дискретной случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона.
- 5) Дисперсия и среднеквадратическое отклонение дискретной случайной величины, свойства дисперсии.
- 6) Определение независимых случайных величин. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.



- 7) Определение ковариации, связь между независимостью случайных величин и равенством нулю ковариации.
- 8) Определение коэффициента корреляции. Доказать утверждение:  

$$\rho(\xi_1, \xi_2) = 1 \Leftrightarrow \xi_1 = a\xi_2 + b.$$
- 9) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Бернулли, биномиальное распределение.
- 10) Дисперсия случайной величины, имеющей распределение Пуассона.
- 11) Лемма Маркова, неравенство Чебышева, правило "трех  $\sigma$ ".
- 12) Абсолютно непрерывные случайные величины, свойства плотности распределения.
- 13) Равномерное распределение: плотность и функция распределения с графиками. Числовые характеристики.
- 14) Распределение Коши и его особенности.
- 15) Нормальное распределение: плотность и функция распределения с графиками. Смысл параметров распределения.
- 16) Многомерные дискретные случайные величины: определение, совместный закон распределения, одномерные и условные законы распределения.
- 17) Абсолютно непрерывные двумерные величины: двумерная, одномерные и условные плотности распределения
- 18) Плотность двумерного нормального распределения, смысл параметров распределения.
- 19)\* Совместная плотность двух независимых нормально распределенных случайных величин. Доказать утверждение: если двумерная случайная величина  $(\xi_1 \ \xi_2)$  имеет нормальное распределение и  $\text{cov}(\xi_1 \ \xi_2) = 0$ , то  $\xi_1 \ \xi_2$  – независимые случайные величины.
- 20) Функции случайных величин, формула для новой плотности распределения.
- 21) Плотность суммы независимых случайных величин.
- 22) Производящие функции: определение, примеры и свойства.
- 23) Производящие функции: вычисление факториальных моментов, примеры.
- 24) Производящие функции суммы независимых случайных величин. Доказательство предельной теоремы Пуассона с использованием производящих функций.
- 25) Определение характеристической функции случайной величины, примеры.
- 26) Характеристическая функция равномерного распределения.
- 27) Характеристическая функция нормального распределения.
- 28) Используя равенство  $\varphi_{\xi}^{(k)}(t) \Big|_{t=0} = i^k M\xi^k$ , для всех  $k \leq n$ ,  $M|\xi^n| < \infty$ . Найти центральные моменты случайной величины, распределенной по нормальному закону.
- 29) Доказать, что сумма независимых случайных величин, имеющих нормальное распределение распределена нормально
- 30) Закон больших чисел.
- 31) Центральная предельная теорема.

### Часть 3. Элементы математической статистики.

- 1) Понятие выборки, полигоны частот и относительных частот, гистограмма и эмпирическая функция распределения.
- 2) Понятие о статистической оценке параметров, свойства оценок (состоятельность, несмещенность, эффективность).
- 3) Оценка вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 4) Оптимальность оценки вероятности "успеха" в схеме Бернулли.
- 5) Методы получения точечных оценок.
- 6) Законы распределений выборочных характеристик, используемые при оценке параметров.
- 7) Интервальные оценки параметров распределений: определение, построение доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии. (Выборка из нормального распределения.)
- 8) Проверка статистических гипотез о параметрах распределения.
- 9) Задача корреляционного анализа.

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типовых расчетов, оформляемых отдельными отчетами и защищаемых студентом. Методические указания и задания по разделам 1 и 2 можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/handle/123456789/1353>; по разделу 3 по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/handle/123456789/1351>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

| Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство  | Год издания | КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ   |
|--|-------------|---|
|  |             | Наличие в электронном каталоге ЭБС  |
| Основная литература  |             |   |
| 1. Маталыцкий, М. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М. А. Маталыцкий, Г. А. Хацкевич - Минск : Выш. шк. , 2017. - 591 с. - ISBN 978-985-06-2855-8.            | 2017        | <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/N9789850628558.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/N9789850628558.html</a> |
| 2. Чжун, К. Л. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / Чжун К. Л. - Москва : Лаборатория знаний, 2017. - 458 с. - ISBN 978-5-00101-524-6. | 2017        | <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/N9785001015246.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/N9785001015246.html</a> |
| 3. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. — 7-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2019. — 475 с. — ISBN 978-5-00101-642-7.                | 2019        | <a href="https://e.lanbook.com/book/116104">https://e.lanbook.com/book/116104</a>   |
| Дополнительная литература  |             |   |
| 1. Модели в теории вероятностей [Электронный ресурс] / Федоткин М.А. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012   | 2012        | <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/9785922113847.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/9785922113847.html</a>     |
| 2. Вероятность: В 2-х кн.Кн. 2. [Электронный ресурс] / Ширяев А.Н. - 4-е изд., переработ. и доп. - М.: МЦНМО, 2007.  | 2007        | <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/9785940571063.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN/9785940571063.html</a>     |

### 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

### 6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple

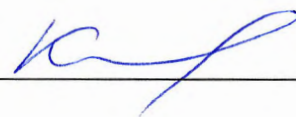
Рабочую программу составила:

ст. преподаватель каф. ФАиП Кастэн Ю.А.



Рецензент (представитель работодателя):

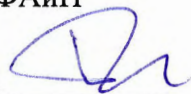
заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В.



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д.



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии

Зав. кафедрой ФиПМ, д.ф.-м.н. Аракелян С.М.



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20 22 / 20 23 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2022 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ *С.В. Абрам*

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20 \_\_\_\_ / 20 \_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_