

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 07 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Уравнения математической физики»**

Направление подготовки: 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»

Профиль подготовки:

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоёмкость, зач. ед. / час.	Лекций, час.	Практич. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачёт)
6	5 / 180	36	36	-	72	Экзамен; 36 часов
<b>Итого</b>	<b>5 / 180</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>-</b>	<b>72</b>	<b>Экзамен; 36 часов</b>

Владимир, 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины «Уравнения математической физики» — ознакомление с фундаментальными методами исследования соотношений между бесконечно малыми величинами, которые возникают при моделировании физических процессов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к базовой части программы подготовки по направлению 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» (бакалавриат). Логически и содержательно связана с другими математическими и естественнонаучными дисциплинами и безусловно является одной из необходимых опор при обучении ряду других профессиональных дисциплин. В результате изучения дисциплины обучающийся должен знать основы и применять методы теории дифференциальных уравнений математической физики, необходимые для анализа моделей физических процессов.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих профессиональных и общепрофессиональных компетенций:

- способности представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК-1);

- способности проводить физико-математическое моделирование исследуемых процессов нанотехнологии и объектов нано- и микросистемной техники с использованием современных компьютерных технологий (ПК-1).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать** основные понятия и методы теории уравнений математической физики уметь использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности (ПК-1, ОПК-1);

**уметь** применять математические методы для построения математических моделей и исследования объектов профессиональной деятельности (ПК-1, ОПК-1);

**владеть** навыками решения дифференциальных уравнений математической физики на уровне, позволяющем анализировать простейшие математические модели прикладных задач (ПК-1, ОПК-1).

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы, с применением интерактивных методов  (в часах / %)	Формы текущего контроля,  форма промежуточной аттестации
				Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Интегрирование систем ОДУ в нормальной форме	6	1	2		2			4		2 / 50 %	
2	Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка	6	2	2		2			4		2 / 50 %	
3	Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	6	3	2		2			4		2 / 50 %	
4	Классификация линейных уравнений 2-го порядка. Каноническая форма в области. Характеристики	6	4	2		2			4		2 / 50 %	
5	Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера. Единственность решения задачи Коши	6	5	2		2			4		2 / 50 %	
6	Задача Штурма-Лиувилля. Общая схема метода	6	6	2		2		+	4		2 / 50 %	Рейтинг-контроль №1

	Фурье в применении к гиперболическим уравнениям									
7	Общий случай неоднородности в первой краевой задаче для уравнения колебания струны	6	7	2		2		4	2 / 50 %	
8	Корректность краевой задачи. Примеры. Задача Коши для волнового уравнения при $n > 1$	6	8	2		2		4	2 / 50 %	
9	Решение задачи о колебаниях прямоугольной мембраны методом Фурье	6	9	2		2	+	4	2 / 50 %	
10	Цилиндрические функции и их свойства. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом Фурье	6	10	2		2		4	2 / 50 %	
11	Основные краевые задачи для эллиптических уравнений	6	11	2		2		4	2 / 50 %	
12	Принцип максимума для эллиптических уравнений. Единственность решения краевых задач	6	12	2		2		4	2 / 50 %	Рейтинг-контроль №2
13	Представимость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда и в виде интеграла Пуассона.	6	13	2		2		4	2 / 50 %	
14	Формула Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре	6	14	2		2		4	2 / 50 %	
15	Одномерное уравнение теплопроводности.	6	15	2		2		4	2 / 50 %	

	Постановка краевых задач. Решение смешанной задачи методом Фурье											
16	Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность решения смешанной задачи	6	16	2		2			4		2 / 50 %	
17	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Единственность решения задачи Коши	6	17	2		2			4		2 / 50 %	
18	Понятие о разностном методе решения задач математической физики	6	18	2		2			4		2 / 50 %	
Всего				36		36			72		36 / 50 %	экзамен

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекции и практические занятия).
2. Обучение в малых группах (выполнение практических работ в группах из двух или трёх человек).
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений).
4. Проведение занятий с применением компьютерных презентаций (на усмотрение лектора и преподавателя).

Объём учебной работы с применением интерактивных методов в среднем составляет 50% общего объёма аудиторной учебной работы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В рамках документа «**Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов**» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: текущего контроля (контрольных работ, рейтинг – контролей); самостоятельной работы (типовых расчетов, курсовых работ и др.) и промежуточной аттестации (зачёта, зачета с оценкой или экзамена).

Публикуемые компоненты ФОС:

1. Полный список теоретических вопросов промежуточной аттестации (несменяемая часть).
2. Типовые формы текущей аттестации (КР).
3. Типовые формы самостоятельной работы (ТР).

Для генерирования сменяемой части оценочных средств (задач), используются материалы библиотеки ВлГУ и указанных там же специальных сайтов.

### **Текущий контроль в форме рейтинг-контроля**

Рейтинг-контроль 1. Тема «Уравнения в частных производных 1-го порядка; гиперболические уравнения».

1. Методом характеристик осуществить следующее: 1) решить уравнение, 2) построить интегральные поверхности, 3) привести уравнение к каноническому виду.
2. Решение задачи Штурма-Лиувилля.
3. Уравнение колебания струны. Решение методом разделения переменных некоторых типов краевых задач.

Рейтинг-контроль 2. Тема «Эллиптические уравнения»

Решение методом разделения переменных краевых задач различного типа:

1. Уравнение Лапласа.
2. Некоторые виды уравнения Пуассона.

Рейтинг-контроль 3. Тема «Параболические уравнения».

1. Уравнение теплопроводности.
2. Решение методом разделения переменных краевых задач различного типа. Интеграл Пуассона.

Для выдачи конкретных заданий используются материалы сборника: Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты). — М: Высшая школа, 2009.

### **Промежуточная аттестация в форме экзамена**

Вопросы к экзамену

1. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, теорема об общем решении, локальная теорема существования и единственности решения задачи Коши).
2. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка (характеристики, построение общего решения).

3. Существование и единственность решения задачи Коши для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка. Метод построения решения задачи Коши.
4. Канонический вид линейного уравнения 2-го порядка от  $n$  переменных в точке. Классификация уравнений.
5. Характеристики линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области; классификация уравнений. Пример уравнения смешанного типа.
6. Теорема о канонической форме линейного уравнения 2-го порядка от двух переменных в области.
7. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для уравнения свободных колебаний струны (неограниченной и полуограниченной).
8. Задача Гурса. Формула решения в случае уравнения свободных колебаний струны.
9. Задача Штурма-Лиувилля; свойства её решений.
10. Общая схема решения первой краевой задачи для однородных гиперболических уравнений методом разделения переменных.
11. Решение смешанной задачи для уравнения свободных колебаний струны методом разделения переменных (случаи закреплённых концов и свободных концов).
12. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны: общий случай неоднородности.
13. Понятие корректности постановки краевой задачи. Примеры корректно и некорректно поставленных задач (в т.ч. пример Адамара).
14. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны. Устойчивость решения.
15. Единственность решения задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны.
16. Задача Штурма - Лиувилля в пространстве; свойства её решений.
17. Цилиндрические функции и их свойства.
18. Решение задачи о колебаниях круглой мембраны методом разделения переменных.
19. Преобразование оператора Лапласа к полярным координатам на плоскости. Общее решение уравнения Лапласа на плоскости.
20. Принцип максимума для эллиптических уравнений.
21. Доказательство единственности решения первой и третьей краевых задач для эллиптических уравнений с помощью принципа максимума.
22. Формулировка теоремы о единственности решения второй краевой задачи для эллиптических уравнений. Решение задачи Неймана для уравнения Лапласа в круге; условие разрешимости задачи.
23. Лемма о представимости решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде ряда (сходимость ряда метода Фурье).

24. Теорема о представлении решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге в виде интеграла Пуассона (непрерывные краевые условия).
25. Формулы Грина и их следствия.
26. Фундаментальные решения оператора Лапласа.
27. Лемма о представлении значения гармонической функции в точке в виде некоторого интеграла по границе области гармоничности.
28. Теоремы о среднем для гармонических функций.
29. Существование и свойства производных от гармонической функции.
30. Функция Грина для оператора Лапласа и её свойства. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа по известной функции Грина.
31. Вывод формулы Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.
32. Решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
33. Общий случай неоднородности в смешанной задаче для одномерного уравнения теплопроводности.
34. Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности.
35. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
36. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.

### **Самостоятельная работа в форме типового расчета.**

#### Типовой расчет №1

1. Методом характеристик построить общее решение линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка.
2. Методом характеристик построить интегральную поверхность линейного однородного либо квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка, проходящую через данное начальное многообразие.
3. Методом характеристик привести к каноническому виду линейное уравнение в частных производных второго порядка на плоскости.
4. Для данного линейного уравнения в частных производных второго порядка на плоскости (гиперболического или параболического типа) построить решение задачи Коши.
5. Для данного гиперболического уравнения на плоскости построить решение задачи Гурса.

#### Типовой расчет №2

1. Решить задачу Штурма-Лиувилля; задачу на собственные значения и собственные функции.



2. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения колебаний струны при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
3. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности при отсутствии «неоднородностей» в уравнении и граничных условиях либо при наличии таковых.
4. Методом разделения переменных решить задачу о колебаниях круглой мембраны.
5. Методом разделения переменных построить решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа либо уравнения Пуассона в круге (кольце, секторе, прямоугольнике и т.п.).

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература:**

1. Уравнения в частных производных [Электронный ресурс] / Треногин В.А., Недосекина И.С. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.
2. Соболева Е.С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]/ Соболева Е.С., Фатеева Г.М.— Электрон. текстовые данные. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
3. Типовой расчет по теме «Уравнения математической физики» по направлению 010800 [Электронный ресурс]/ — Электрон. текстовые данные. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 33 с.

### **Дополнительная литература:**

1. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Гриняев [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012. — 148 с.
2. Крупин В.Г. Высшая математика. Уравнения математической физики. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г.— Электрон. текстовые данные. — М.: Издательский дом МЭИ, 2011.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник для вузов/ Владимиров В.С., Жаринов В.В.— Электрон. текстовые данные. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

### **Периодические издания:**

1. Журнал «Успехи математических наук» РАН.
2. Журнал «Автоматика и телемеханика» РАН.

### **Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

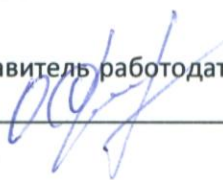
1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/> (Мир математических уравнений)
2. <http://www.mathnet.ru/> (общероссийский математический портал)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Стандартная лекционная аудитория с доской для письма мелом или маркером. Ознакомление с разностным методом решения уравнений математической физики по усмотрению преподавателя можно проводить в компьютерном классе (практическое занятие в форме выполнения лабораторной работы с применением того или иного математического пакета).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника».

Рабочую программу составил к.ф.-м.н., доц. каф. ФАиП М.А. Комаров 

Рецензент (представитель работодателя) - директор по маркетингу ЗАО «Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»  / Крисько О.В. /

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

протокол № 411 от 04.04.15 года.

Заведующий кафедрой ФАиП, д.ф.-м.н., профессор А.А. Давыдов 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника».

протокол № 88 от 07.04.15 года.

Председатель комиссии 

Программа переутверждена:

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

### ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_