

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Институт машиностроения и автомобильного транспорта
Кафедра «Технология машиностроения»

Методические указания

к выполнению практических работ по дисциплине
«ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению
27.03.05 «Инноватика»

Составители:
доцент кафедры ТМС Рязанов А.А.
доцент кафедры ТМС Федотов О.В.

Владимир 2022

Методические указания, содержащие рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине «Прикладная механика» для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению 27.03.05 «Инноватика».

Настоящие методические указания составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП направления подготовки 27.03.05 «Инноватика», рабочей программы дисциплины «Прикладная механика». В качестве рекомендаций для организации эффективной работы студентов использованы методические пособия ведущих ВУЗов России.

Рекомендации предназначены для студентов очной формы обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседании

НМС направления 27.03.05

Протокол № 1 от 31.08.2022 г.

Рукописный фонд кафедры ТМС ВлГУ

Оглавление

Введение

Практическая работа 1. Метод сечений. Правила определения и построения эпюр внутренних силовых факторов.

Практическая работа 2. Прочность и жёсткость при растяжении и сжатии.

Практическая работа 3. Прочность и жёсткость при кручении.

Практическая работа 4. Прочность и жёсткость при плоском поперечном изгибе.

Приложение. Титульный лист отчёта по практическому заданию

Практическая работа 1. Метод сечений. Правила определения и построения эпюр внутренних силовых факторов.

Цель: ознакомление с методом сечений и правилами построения эпюр внутренних силовых факторов в стержневых элементах конструкций.

Занятие проводится в **форме тренинга**. Студенты обучаются решать задачи по определению внутренних силовых факторов (ВСФ) с использованием метода сечений. Занятие формирует навыки определения ВСФ и построения эпюр.

Пример решения задания 1. Случай 1 – жёсткая заделка. Пользуясь методом сечений построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающего момента M_x для балки с жёсткой заделкой.

Решение.

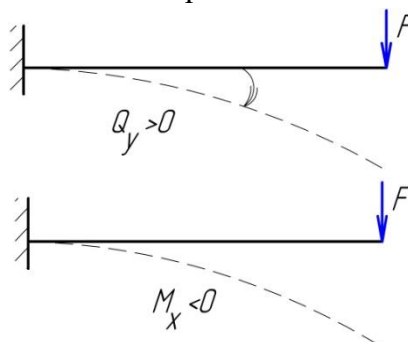
Проведём две оси, параллельные оси балки (одну для эпюры Q_y , вторую для эпюры M_x).

Строим эпюру Q_y .

Сделаем сечение 1-1, отбросим жёсткую заделку. Учитывая правило знаков, получим:

$$\sum y = Q_y - F = 0; Q_y = F = 6 \text{ кН}$$

Сила $Q_y > 0$, так как сила F поворачивает оставшуюся часть балки вокруг сечения по часовой стрелке. Положительные значения поперечной силы откладываются всегда выше оси.



Соединим их прямой линией, поставим знак, эпюру заштрихуем.

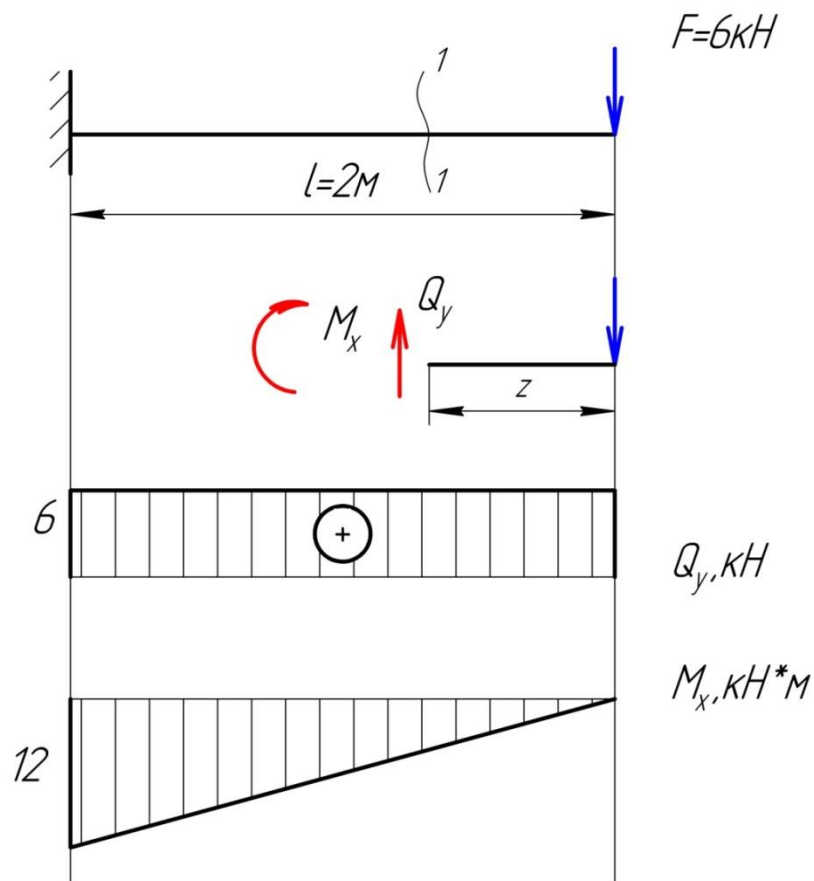
Строим эпюру M_x .

Учитывая правило знаков, получим:

$$\sum m_x = M_x + F \cdot z = 0; M_x = -F \cdot z, \\ 0 < z < 2 \text{ м,}$$

при $z = 0$ $M_x^{(1)} = 0$; при $z = 2$ $M_x^{(2)} = -6 \cdot 2 = -12 \text{ кНм}$

Для эпюры изгибающих моментов принимается следующее правило: значения моментов откладываются от оси в сторону сжатого волокна. Сила F растягивает верхние волокна и сжимает нижние, поэтому полученное значение M_x откладываем ниже оси. Соединяем отложенные значения прямой линией. Знак на эпюре изгибающих моментов можно не ставить. Эпюру штрихуем.



Пример решения задания 1. Случай 2 – консоль. Пользуясь методом сечений построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающего момента M_x для балки с консолью.

Решение.

Проведём две оси, параллельные оси балки (одну для эпюры Q_y , вторую для эпюры M_x).

Балка может быть разделена на два участка.

Определение реакций опор. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum m_B = 0, R_A \cdot 2 - 0,5q = 0,$$

$$R_A = \frac{0,5 \cdot 6}{2} = 1,5 \text{ кН},$$

$$\sum m_A = 0, R_B \cdot 2 - 2,5q = 0,$$

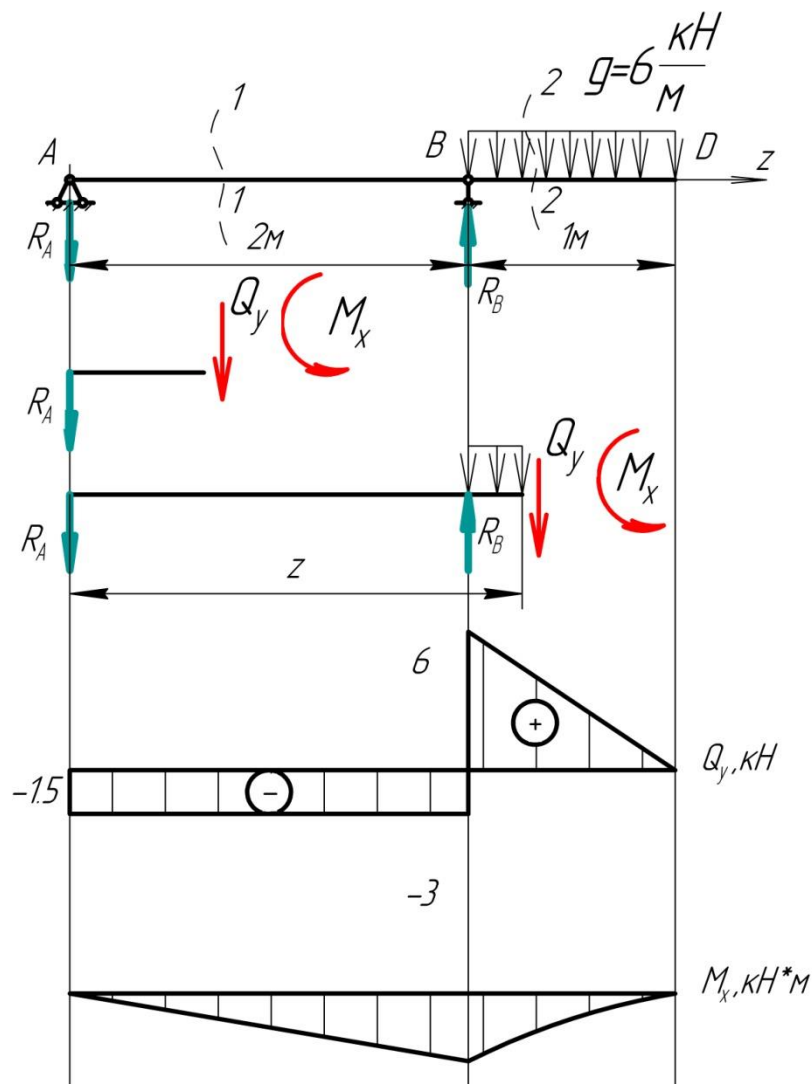
$$R_B = \frac{2,5 \cdot 6}{2} = 7,5 \text{ кН}.$$

$$\text{Проверка: } \sum y = 0, R - R_B + qa = 1,5 - 7,5 + 6 = 0.$$

Строим эпюру Q_y . Сделаем сечение 1-1. Учитывая правило знаков, получим

$$\sum y = Q_y + R_A = 0; Q_y = -R_A = -1,5 \text{ кН}$$

В сечении A происходит скачок вниз на величину реакции R_A и $Q_A = -R_A$. На всём протяжении участков AC и CB распределённая нагрузка отсутствует ($q = 0$), поэтому эпюра Q_y представляется отрезком прямой, параллельной оси абсцисс.



Сделаем сечение 2-2. Учитывая правило знаков, получим

$$\sum y = Q_y + R_A - R_B + q(z - 2) = 0;$$

$$Q_y = -R_A + R_B - q(z - 2) = 6 - 6(z - 2);$$

$$2\text{м} < z < 3\text{м},$$

при $z = 2$ $Q_y^{(1)} = 6\text{кН}$; при $z = 3$ $Q_y^{(2)} = 6 - 6 = 0$.

В сечении B происходит скачок вверх, равный по величине приложенной реакции R_B . На участке BD поперечная сила изменяется по линейному закону. По условию нагружения балки в сечении D нет сосредоточенной силы, поэтому $Q_y^{(2)} = 0\text{кН}$.

Строим эпюру M_x .

В сечении 1-1 учитывая правило знаков, получим:

$$\sum m_x = M_x + R_A \cdot z = 0; M_x = -1,5 \cdot z;$$

$$0 < z < 2\text{м},$$

при $z = 0$ $M_x^{(1)} = 0$; при $z = 2$ $M_x^{(2)} = -1,5 \cdot 2 = -3\text{кНм}$

На опоре A нет пары сил, поэтому $M_A = 0$. На участке AB момент изменяется по линейному закону.

В сечении 2-2, учитывая правило знаков, получим:

$$\sum m_y = M_y + R_A \cdot z - R_B(z - 2) + q \frac{(z - 2)^2}{2} = 0;$$

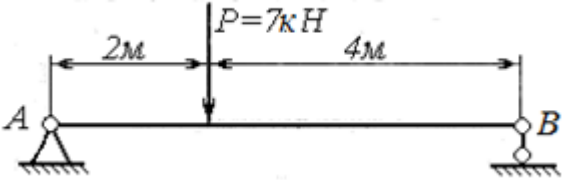
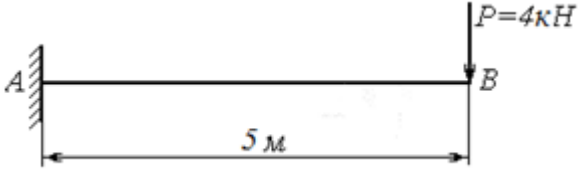
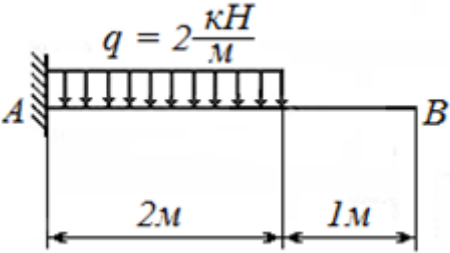
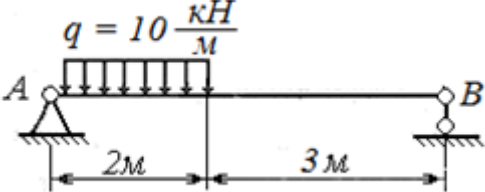
$$M_y = -1,5 \cdot z + 7,5(z - 2) - 6 \frac{(z - 2)^2}{2};$$

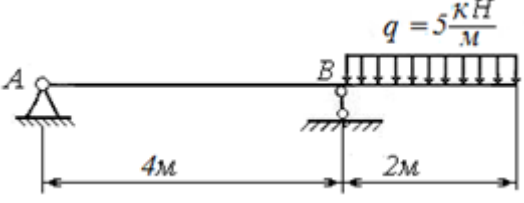
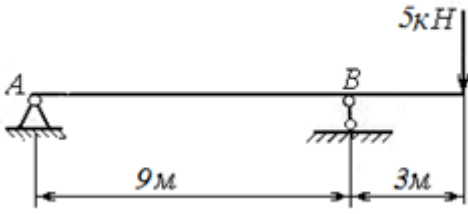
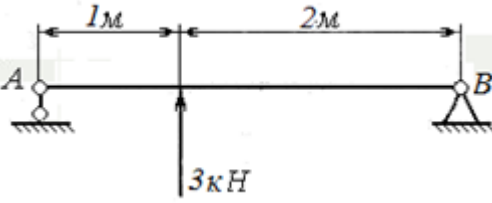
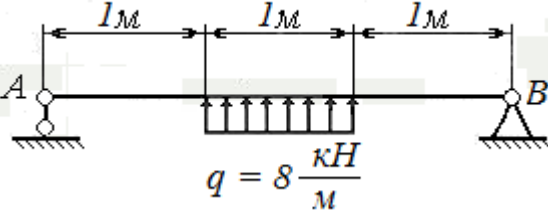
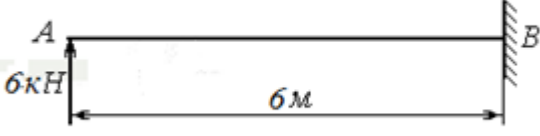
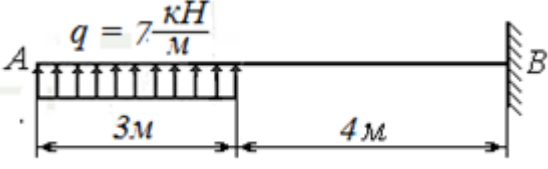
$$2\text{м} < z < 3\text{м},$$

при $z = 2\text{м}$ $M_x^{(1)} = -3\text{кНм}$; при $z = 3\text{м}$ $M_x^{(2)} = 4,5 - 7,5 - 3 = 0$

На участке BD момент изменяется по закону квадратичной параболы, достигая в сечении D значения, равного 0. По точкам B и D приближённо строим параболу, обращённую выпуклостью вниз (в направлении нагрузки q). Вершина параболы совпадает с точкой D , так как $Q_D = 0$.

Варианты заданий

	<p>Вариант 1. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 2. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 3. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 4. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>

	<p>Вариант 5. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 6. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 7. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 8. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 9. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>
	<p>Вариант 10. Для бруса, показанного на рисунке, требуется построить эпюры внутренних силовых факторов.</p>

Контрольные вопросы по работе

1. Что такое расчётная схема?
2. Какие силы относятся к внешним?
3. Какие силы относятся к внутренним?
4. Какие усилия называются активными?

5. Какие усилия называются реактивными?
6. Что такое внутренние силовые факторы (ВСФ)?
7. Перечислите, какие усилия относятся к ВСФ.
8. Как определяются величины внутренних силовых факторов?
9. В чем суть метода сечений?
10. Что такое эпюры ВСФ?
11. Как связаны между собой внешняя нагрузка и ВСФ?
12. Для чего определяются ВСФ?

Практическая работа 2. Прочность и жёсткость при растяжении и сжатии.

Цель: ознакомление с аналитическими методами расчёта конструкций на прочность и жёсткость при растяжении (сжатии).

Занятие проводится **в форме тренинга**. Студенты обучаются решать задачи по расчёту конструкций на прочность и жёсткость при растяжении (сжатии). Занятие формирует навыки решения прочностных задач.

Пример решения задания 2. Случай 1 - сталь. Стальной стержень круглого сечения растягивается усилиями $F_1 = 40\text{кН}$, $F_2 = 30\text{кН}$, $q_1 = 10\text{кН/м}$, $q_2 = 20\text{кН/м}$. Относительное удлинение не должно превышать $l/2000$, а напряжение 120 МПа . Найти наименьший диаметр, удовлетворяющий этим условиям, если модуль упругости стали $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$.

Решение.

Определяем ВСФ, действующие в сечениях балки, и строим их эпюры.

Чтобы избавиться от жёсткой заделки, намечаем сечения, нумеруя их от свободного конца стержня к заделке.

Определяем продольную силу N_z в каждом характерном сечении, рассматривая всегда ту отсечённую часть, в которую не попадает заделка.

Сечение 1-1

$$\sum z = N_z - q_1 z_1 = 0; N_z = q_1 z_1; 0 \leq z_1 \leq 2\text{м}$$

$$\text{при } z_1 = 0, N_z = 0; \text{при } z_1 = 2, N_z = 20\text{кН}$$

Сечение 2-2

$$\sum z = N_z - q_1 2 = 0; N_z = q_1 2 = 20\text{кН.}$$

Сечение 3-3

$$\sum z = N_z - q_1 2 + F_1 = 0;$$

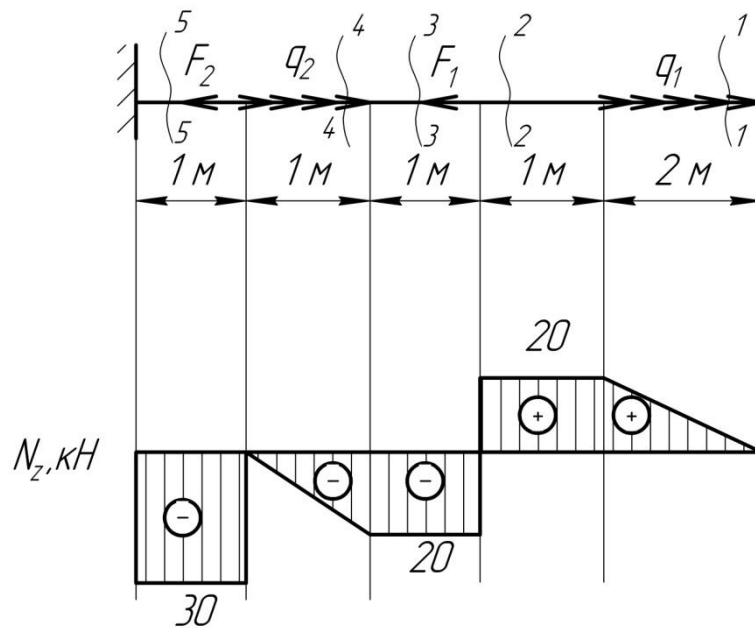
$$N_z = q_1 2 - F_1 = 20 - 40 = -20\text{кН}$$

Сечение 4-4

$$\sum z = N_z - q_1 2 + F_1 - q_2 (z_4 - 4) = 0;$$

$$N_z = q_1 2 - F_1 + q_2 (z_4 - 4); 4\text{м} \leq z_4 \leq 5\text{м}$$

$$\text{при } z_4 = 4\text{м}, N_z = -20\text{кН}; \text{при } z_1 = 5\text{м}, N_z = 0$$



Сечение 5-5

$$\sum z = N_z - q_1 \cdot 2 + F_1 - q_2 \cdot 1 + F_2 = 0;$$

$$N_z = q_1 \cdot 2 - F_1 + q_2 \cdot 1 - F_2 = -30 \text{ кН};$$

По найденным значениям строим эпюру N_z . Положительные значения откладываются (в выбранном масштабе) над осью эпюры, отрицательные – под осью.

Определяем диаметр балки.

По условию задачи напряжение не должно превышать 120 МПа, т.е. данная величина может быть принята за расчётное сопротивление материала балки на растяжение. По аналогии заданное относительное удлинение можно принять за предельно допустимое для данного стержня, то есть $[\varepsilon] = l/2000$. В результате необходимо подобрать диаметр балки, удовлетворяющий условию прочности и условию жёсткости.

Наибольшее продольное растягивающее усилие равно по величине внешней нагрузке, действующей на стержень $N_z = 30 \text{ кН}$;

Требуемая площадь поперечного сечения балки из условия прочности (1.8) будет определяться выражением: $A_{\text{тр}} = \frac{N_z}{[\sigma]} = \frac{30}{120} = 250 \text{ мм}^2$

Зная требуемую площадь, выразим необходимый из условия прочности диаметр:

$$A_{\text{тр}} = \frac{\pi d_{\text{тр}}^2}{4} \quad \text{отсюда} \quad d_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{4A_{\text{тр}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 250}{3,14}} = 17,85 \text{ мм}$$

Условие жёсткости при центральном растяжении – сжатии:

$$\varepsilon^{\text{max}} \leq [\varepsilon],$$

пользуясь зависимостями (1.6) и (1.7) получаем:

$$\frac{\Delta l^{\text{max}}}{l} \leq \frac{l}{2000}, \quad \frac{Nl}{EA} \leq \frac{l}{2000}, \quad \frac{N}{EA} \leq \frac{l}{2000}.$$

Выражаем из предельного неравенства требуемую из условия жёсткости площадь поперечного сечения:

$$A_{\text{тр}} = \frac{2000N_z}{E} = \frac{2000 \cdot 30}{2 \cdot 10^5} = 300 \text{ мм}^2$$

Диаметр стержня из условия жёсткости определим по формуле:

$$d_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{4A_{\text{тр}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 300}{3,14}} = 19,5 \text{ мм} .$$

Окончательно принимаем из двух диаметров большее значение $d = 19,5 \text{ мм}$.

Пример решения задания 2. Случай 1 - чугун. Для чугунного стержня круглого поперечного сечения $d = 17 \text{ мм}$ определить максимальные действующие напряжения, если $F = 8 \text{ кН}$. Проверить прочность опасного сечения. Принять $[\sigma_c] = 250 \text{ МПа}$, допускаемый коэффициент запаса прочности $[n] = 3$.

Решение.

Определяем продольную силу N_z в каждом характерном сечении, рассматривая всегда ту отсечённую часть, в которую не попадает жёсткая заделка.

Сечение 1-1

$$\sum Z = N_z + F = 0; N_z = -F = -8 \text{ кН}$$

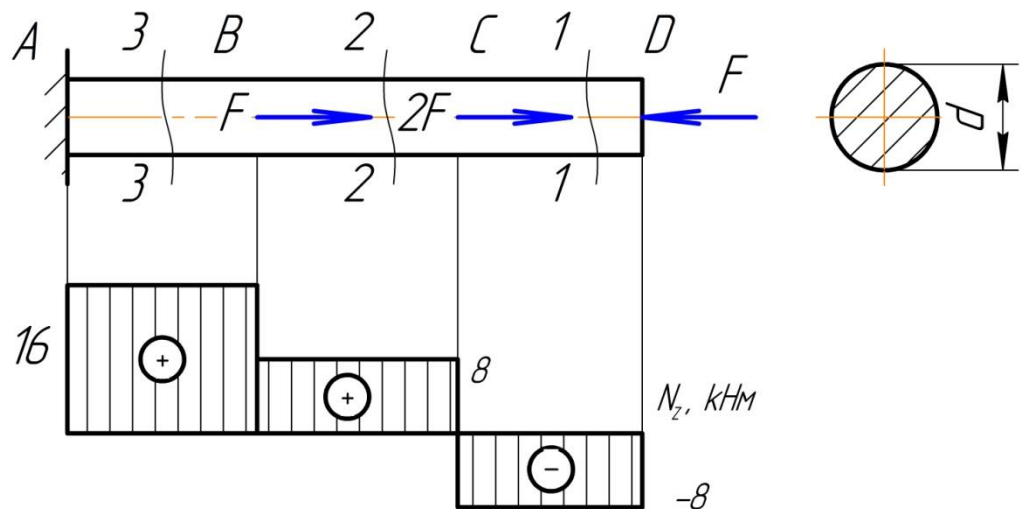
Сечение 2-2

$$\sum Z = N_z + F - 2F = 0; N_z = 2F - F = 8 \text{ кН}$$

Сечение 3-3

$$\sum Z = N_z + F - 2F - F = 0; N_z = 2F + F - F = 16 \text{ кН}$$

Устанавливаем, что опасное сечение имеет место в заделке, где действует наибольшая продольная сила $N_{\text{max}} = 16 \text{ кН}$.




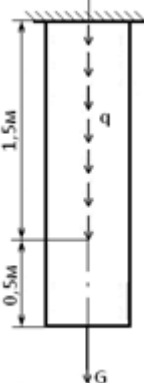


Площадь поперечного сечения балки из условия прочности будет определяться выражением: $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 17^2}{4} = 226,87 \text{ мм}^2$

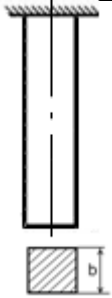
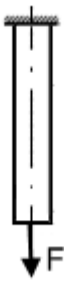
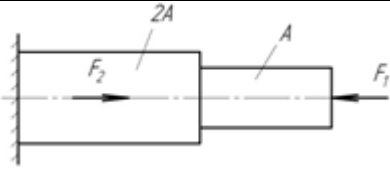
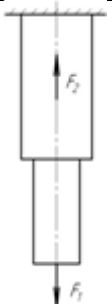
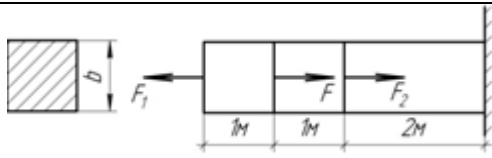
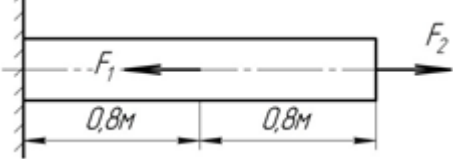
Определяем нормальное напряжение в опасном сечении стержня:

$$\sigma = \frac{N_z}{A} = \frac{16 \cdot 10^3}{226,87} = 70,52 \text{ МПа},$$

Коэффициент запаса прочности $n = \frac{[\sigma_c]}{\sigma} = \frac{250}{70,52} = 3,55 \geq [n]$ - прочность обеспечена.

Варианты заданий

	<p>Вариант 1. Стальной стержень квадратного поперечного сечения со стороной $b = 30$ мм нагружен силами: $F_1 = 40$ кН, $F_2 = 30$ кН, $q_2 = 20$ кН/м. Найти наибольшее напряжение в нем и проверить прочность опасного сечения, если $[n] = 1,5$, а $[\sigma] = 100$ МПа.</p>
	<p>Вариант 2. Подобрать минимальный диаметр поперечного сечения чугунного стержня, если: $[\sigma_c] = 120$ МПа; относительное удлинение не более $l/1500$; $q = 7$ кН/м, $G = 5$ кН, $E = 1 \cdot 10^5$ МПа.</p>
	<p>Вариант 3. Стальной стержень квадратного поперечного сечения со стороной $b = 25$ мм нагружен силами: $F_1 = 40$ кН, $F_2 = 30$ кН. Найти наибольшее напряжение в нем и проверить прочность опасного сечения, если $[n] = 2$, а $[\sigma] = 110$ МПа.</p>
	<p>Вариант 4. Круглый стальной стержень с диаметром поперечного сечения $d = 40$ мм, подвергается растяжению-сжатию. Найти наибольшее напряжение в нем и проверить прочность опасного сечения, если $[\sigma] = 120$ МПа; $F = 40$ кН; $[n] = 2,5$.</p>

	<p>Вариант 5. Чугунный стержень находится под действием только своего веса G. Подобрать размер b сечения, если: $[\sigma_c] = 130$ МПа; относительное удлинение не более $l/2500$, $G = 100$Н, $E = 1 \cdot 10^5$ МПа.</p>
	<p>Вариант 6. Подобрать диаметр сечения чугунного стержня, если: $[\sigma_c] = 250$ МПа; относительное удлинение не более $l/900$, $F = 70$кН, $E = 1 \cdot 10^5$ МПа.</p>
	<p>Вариант 7. Круглый стальной стержень нагружен силами: $F_1 = 10$кН, $F_2 = 15$кН. Найти наибольшее напряжение в нем и проверить прочность опасного сечения, если $A = 78,5$ мм²; $[\sigma] = 250$ МПа; $[n] = 2,1$.</p>
	<p>Вариант 8. Круглый стальной стержень нагружен силами: $F_1 = 5$ кН, $F_2 = 20$ кН. Найти наибольшее напряжение в нем и проверить прочность опасного сечения, если $d_1 = 15$мм; $d_2 = 2d_1$; $[\sigma] = 180$ МПа; $[n]=2,2$.</p>
	<p>Вариант 9. Подобрать размер b сечения чугунного стержня, если: $[\sigma_c] = 300$ МПа, $F = 20$кН; $F_1 = 10$кН, $F_2 = 15$кН, относительное удлинение не более $l/2200$.</p>
	<p>Вариант 10. Подобрать диаметр сечения стального стержня, если: $[\sigma_c] = 320$ МПа, $F_1 = 25$ кН, $F_2 = 55$ кН, относительное удлинение не более $l/2150$.</p>

Контрольные вопросы по работе

1. Какие ВСФ возникают в сечениях бруса при растяжении-сжатии?
2. Как определяются эти ВСФ?
3. Какие напряжения возникают в сечениях бруса при растяжении-сжатии?

4. Как определяются эти напряжения?
5. Как определяется относительная деформация бруса, испытывающего сжатие?
6. Как определяется относительное удлинение бруса, испытывающего растяжение?
7. Запишите условие прочности при растяжении-сжатии.
8. Запишите условие жёсткости при растяжении-сжатии.
9. Что такое жёсткость при растяжении-сжатии?
10. Что такое коэффициент запаса прочности?
11. Что такое коэффициент Пуассона?
12. Что такое поперечная деформация?

Практическая работа 3. Прочность и жёсткость при кручении.

Цель: ознакомление с аналитическими и приближёнными методами расчёта конструкций на прочность и жёсткость при кручении.

Занятие проводится **в форме тренинга**. Студенты обучаются решать задачи по расчёту конструкций на прочность и жёсткость при кручении. Занятие формирует навыки расчёта конструкций на прочность и жёсткость при кручении.

Пример решения задания 3. Случай 1. К стальному валу приложены скручивающие моменты: $M_1 = M_3 = 2$ кНм; $T_2 = T_4 = 1,6$ кНм. Требуется: определить диаметр вала из расчёта на прочность, если $[\tau] = 80$ МПа; построить эпюру углов закручивания, если $a = b = c = 1,2$ м; найти наибольший относительный угол закручивания.

Решение.

Для брусьев, имеющих один неподвижно закреплённый и один свободный конец, крутящие моменты всех поперечных сечений удобно выражать через внешние моменты, приложенные с той стороны от рассматриваемого сечения, с которой расположен свободный конец. Это позволяет определять крутящие моменты, не вычисляя реактивного момента, возникающего в заделке.

Для построения эпюры крутящих моментов необходимо найти величины крутящих моментов на каждом участке вала.

I участок:

$$M_z = -M_4 = -1,6 \text{ кНм}$$

II участок:

$$M_z = -M_4 + M_3 = -1,6 + 2 = 0,4 \text{ кНм}$$

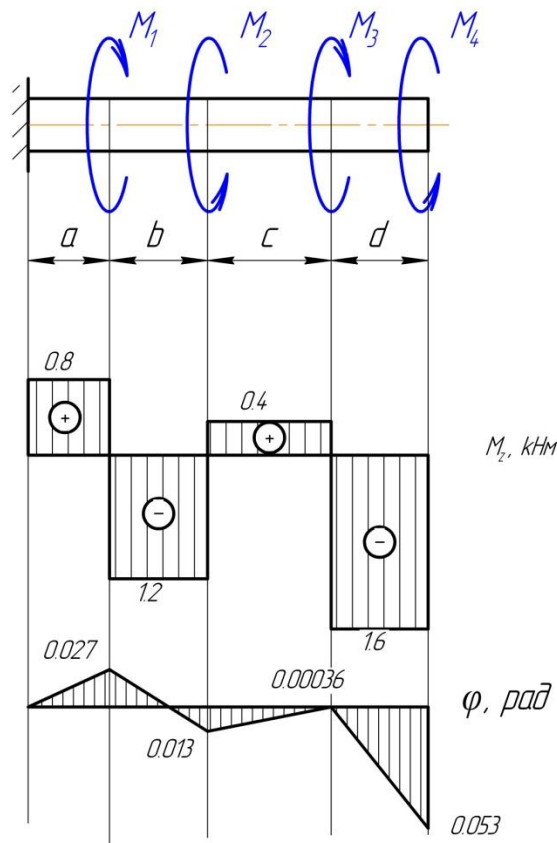
III участок:

$$M_z = -M_4 + M_3 - M_2 = -1,6 + 2 - 1,6 = -1,2 \text{ кНм}$$

IV участок:

$$M_z = -M_4 + M_3 - M_2 + M_1 = -1,6 + 2 - 1,6 + 2 = 0,8 \text{ кНм}$$

По значению этих моментов строим эпюру M_z в выбранном масштабе. Положительные значения M_z откладываем вверх, отрицательные – вниз от нулевой линии эпюры.



При заданном значении $[\tau]$ определим диаметр вала из расчёта на прочность. Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z|_{max}}{W_p} \leq [\tau],$$

где $|M_z|_{max} = 1,6 \text{ кНм}$ - максимальный крутящий момент, взятый по абсолютной величине. Определяется из эпюры M_z . $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ - полярный момент сопротивления для сплошного круглого вала.

Тогда диаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16|M_z|_{max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 46,7 \text{ мм}$$

Построим эпюру углов закручивания.

Угол закручивания участка вала длиной l постоянного поперечного сечения определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_z l}{GJ_p},$$

где GJ_p - жесткость сечения вала при кручении.

Модуль упругости стали при кручении:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = \frac{2 \cdot 10^{11}}{2(1 + 0,3)} = 0,77 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Полярный момент инерции круглого вала:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (46,7 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 46,67 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Углы закручивания сечений относительно закреплённого конца вала:

$$\varphi_4 = \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{35,94 \cdot 10^3} = 0,027 \text{ рад}$$

$$\varphi_3 = 0,027 - \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{35,94 \cdot 10^3} = -0,013 \text{ рад}$$

$$\varphi_2 = -0,013 + \frac{0,4 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{35,94 \cdot 10^3} = 0,00036 \text{ рад}$$

$$\varphi_1 = 0,00036 - \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{35,94 \cdot 10^3} = -0,053 \text{ рад}$$

Строим эпюру углов закручивания.

Найдём наибольший относительный угол закручивания

$$\theta = \frac{|M_z|}{GJ_p} = \frac{1,6 \cdot 10^3}{35,94 \cdot 10^3} = 0,045 \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$

Пример решения задания 3. Случай 2. На вал, вращающийся с частотой $n = 100 \text{ мин}^{-1}$, передаётся через ведущий шкив мощность $N_0 = 10 \text{ кВт}$. С двух ведомых шкивов снимаются мощности $N_1 = 6 \text{ кВт}$ и $N_2 = 4 \text{ кВт}$. Требуется при заданном значении $[\tau] = 20 \text{ МПа}$ определить диаметр вала из расчёта на прочность.

Решение.

Величины внешних скручивающих моментов:

$$M = 9550 \frac{N}{n}; M_0 = 9550 \frac{10}{100} = 955 \text{ Нм};$$

$$M_1 = 9550 \frac{6}{100} = 573 \text{ Нм}; M_2 = 9550 \frac{4}{100} = 382 \text{ Нм}.$$

Вал разбивается на два участка, границами которых являются сечения, где приложены внешние моменты. Применяя метод сечений на первом и втором участках, и пользуясь указанным выше правилом для расчёта крутящего момента M_z , получим:

участок I: $M_z = M_0 = 955 \text{ Нм}$;

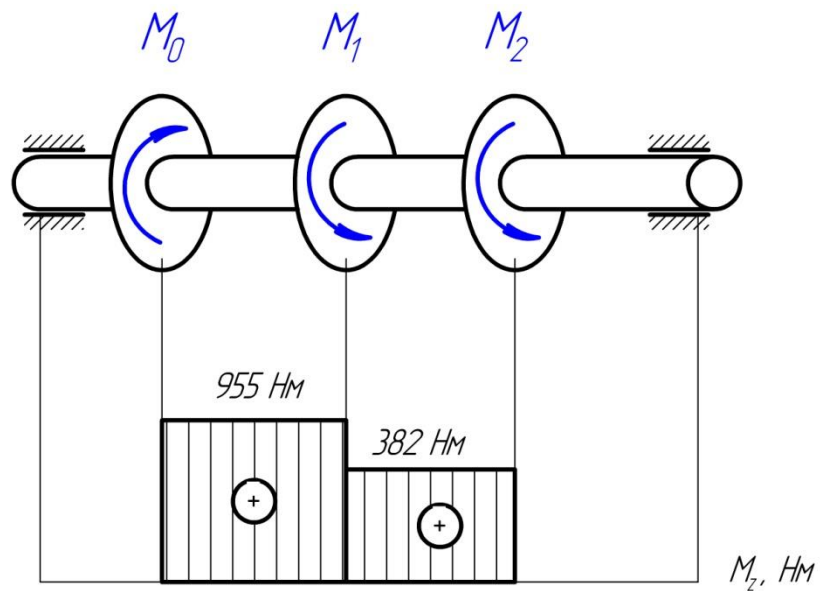
участок II: $M_z = M_0 - M_1 = 955 - 573 = 382 \text{ Нм}$.

Строим эпюру крутящих моментов.

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{max} = \frac{|M_z|_{max}}{W_p} \leq [\tau],$$

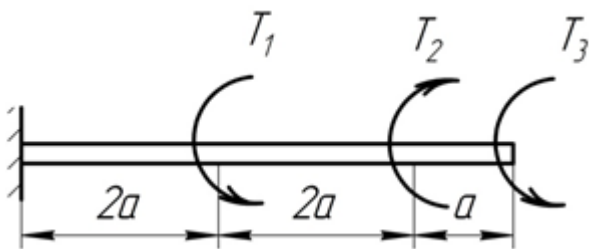
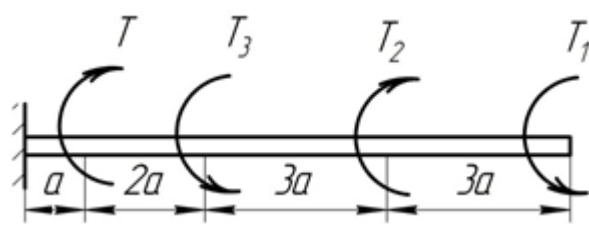
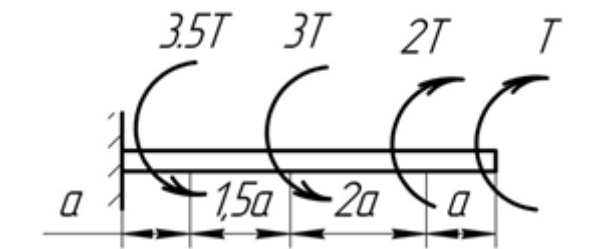
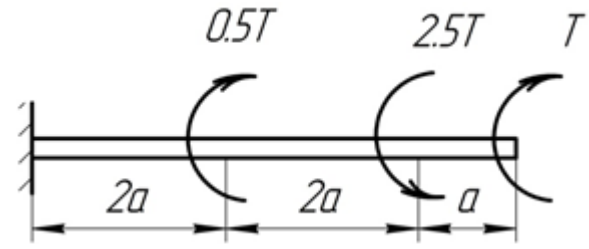
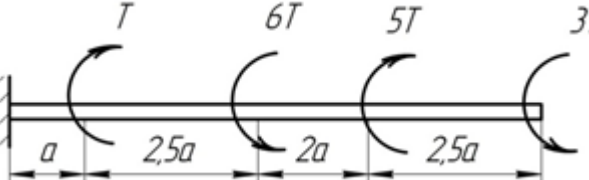
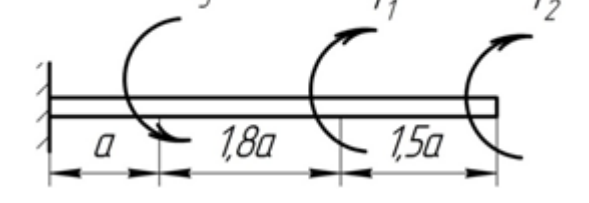
де $|M_z|_{max} = 955 \text{ Нм}$; $W_p = \pi d^3 / 16$ – полярный момент сопротивления для сплошного круглого вала.



Диаметр вала: $d \geq \sqrt[3]{\frac{16|M_z|_{max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 955}{3,14 \cdot 20 \cdot 10^6}} = 62,43 \text{ мм.}$

Варианты заданий

	<p>Вариант 1. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Найти наибольший относительный угол закручивания. $T = 10 \text{ кНм}$, $a = 0,5 \text{ м}$.</p>
	<p>Вариант 2. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Подобрать диаметр вала из условия прочности. $T_1 = 10 \text{ кНм}$, $T_2 = 15 \text{ кНм}$, $T_3 = 20 \text{ кНм}$ $a = 0,6 \text{ м}$, $[\tau] = 15 \text{ МПа}$.</p>
	<p>Вариант 3. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Найти наибольший относительный угол закручивания. $T = 15 \text{ кНм}$, $a = 0,4 \text{ м}$.</p>
	<p>Вариант 4. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Подобрать диаметр вала из условия прочности. $T = 20 \text{ кНм}$, $a = 0,3 \text{ м}$, $[\tau] = 10 \text{ МПа}$.</p>

	<p>Вариант 5. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Найти наибольший относительный угол закручивания. $T_1 = 15$ кНм, $T_2 = 25$ кНм; $T_3 = 35$ кНм, $a = 0,3$м.</p>
	<p>Вариант 6. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Подобрать диаметр вала из условия прочности. $T = 20$ кНм, $T_1 = 15$ кНм, $T_2 = 20$ кНм; $T_3 = 5$ кНм; $a = 0,3$м, $[\tau] = 15$МПа.</p>
	<p>Вариант 7. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Найти наибольший относительный угол закручивания. $T = 2,5$ кНм, $a = 0,2$м.</p>
	<p>Вариант 8. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Подобрать диаметр вала из условия прочности. $T = 20$ кНм, $a = 0,3$м, $[\tau] = 15$МПа.</p>
	<p>Вариант 9. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Найти наибольший относительный угол закручивания. $T = 5$ кНм, $a = 0,35$м.</p>
	<p>Вариант 10. Построить эпюры крутящего момента M_x и угла закручивания φ для стального вала. Подобрать диаметр вала из условия прочности $T_1 = 15$ кНм, $T_2 = 35$ кНм; $T_3 = 45$ кНм; $a = 0,3$м, $[\tau] = 15$МПа.</p>

Контрольные вопросы по работе

1. Какой вид деформации называют кручением?

2. Какие ВСФ возникают в сечениях бруса при кручении?
3. Как определяются эти ВСФ?
4. Какие напряжения возникают в сечениях бруса при кручении?
5. Как определяются эти напряжения?
6. Какой параметр характеризует относительную деформацию при кручении?
7. Как определяется относительный угол сдвига?
8. Запишите условие прочности при кручении.
9. Запишите условие жёсткости при кручении.
10. Что такое жёсткость при кручении?

Практическое занятие 4. Прочность и жёсткость при плоском поперечном изгибе.

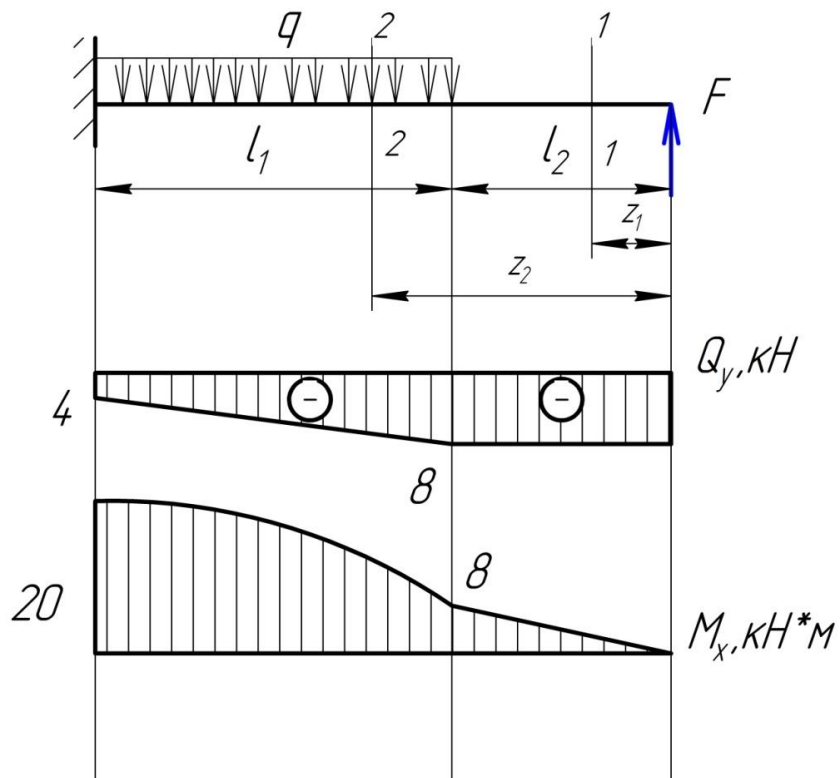
Цель занятия: ознакомление с аналитическими и приближенными методами расчёта конструкций на простой изгиб.

Занятие проводится **в форме тренинга**. Студенты обучаются решать задачи по определению прочности и жёсткости брусьев при изгибе. Данное занятие призвано сформировать и усовершенствовать навыки расчёта конструкций на прочность и жёсткость при изгибе.

Задача 1. Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающего момента M_x , действующих в сечении деревянной консоли и подобрать диаметр её сечения из условия прочности, если известно: $q = 2 \text{ кН/м}$; $F = 8 \text{ кН}$; $l_1 = 2 \text{ м}$; $l_2 = 1 \text{ м}$; $[\sigma] = 8 \text{ МПа}$.

Решение

Строим эпюры ВСФ.



Делим балку на два участка.

Строим эпюру Q_y .

Сечение 1-1

$$Q_Y^{(1)} = -F = -8 \text{ кН.}$$

Сечение 2-2

$$Q_Y^{(2)} = -F + q(z_1 - l_2), \text{ где } l \leq z_1 \leq 3, \text{ следовательно}$$

$Q_Y^{(2)}$ меняется от -8 кН при $z_1 = 1$ м до -4 кН при $z_1 = 3$ м.

Строим эпюру M_X .

Сечение 1-1

$$M_X^{(1)} = Fz, \text{ где } 0 \leq z \leq 1, \text{ следовательно}$$

$M_X^{(1)}$ меняется от 0 при $z = 0$ до 8 кНм при $z = 1$ м.

Сечение 2-2

$$M_X^{(2)} = Fz_1 - q(z_1 - l_2) \frac{(z_1 - l_2)}{2}, \text{ где } 1 \leq z_1 \leq 3, \text{ следовательно } M_X^{(2)} \text{ меняется}$$

от 8 кНм при $z_1 = 1$ м до 20 кНм при $z_1 = 3$ м. Значения M_X откладываем выше оси (со стороны сжатых волокон) и соединяем параболой. Для построения параболы ищем ещё одну точку при $z_2 = 2$ м $M_X^{(3)} = 15$ кНм. По трём точкам строим параболу.

Определяем опасное сечение и подбираем диаметр балки. Опасное сечение в заделке, где $M_X^{\max} = 20$ кНм.

Тогда из условия прочности учитывая, что осевой момент сопротивления для круглого сечения $W_x \approx 0,1d^3$, получим для подбора диаметра d балки формулу:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_X^{\max}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{20 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 8}} = 29,24 \text{ мм}$$

Округляем диаметр в большую сторону до целого числа, т.е. $d = 30$ мм.

Задача 2. Построить эпюры поперечных сил Q_Y и изгибающего момента M_X , действующих в сечении стальной балки. Подобрать прямоугольное сечение из условия прочности, если известно: $q = 3$ кН/м; $F = 36$ кН; $l_1 = 4$ м; $l_2 = 1$ м; $[\sigma] = 160$ МПа, $h = 2b$. Выполнить проверку по касательным напряжениям, если $[\tau] = 96$ МПа.

Решение

Строим эпюры ВСФ.

Найдем реакции опор R_A, R_B .

$$\sum m_A = ql_1 \frac{l_1}{2} + Fl_1 - R_B(l_1 + l_2) = 0;$$

$$R_B = \frac{3 \cdot 4 \cdot 2 + 36 \cdot 4}{5} = 33,6 \text{ кН}$$

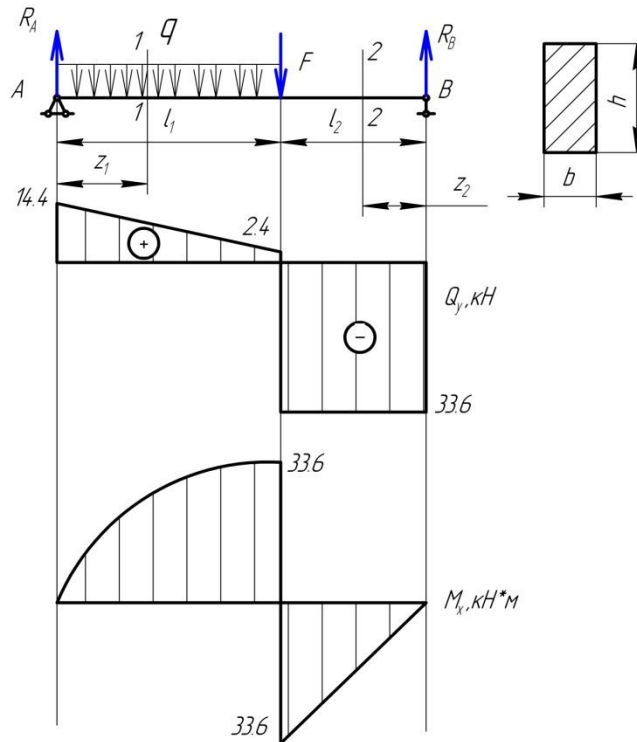
$$\sum m_B = R_A(l_1 + l_2) - ql_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) - Fl_2 = 0;$$

$$R_A = \frac{3 \cdot 4 \cdot (2+1) + 36 \cdot 1}{5} = 14,4 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum F_Y = R_A - ql_1 - F + R_B = 0; 14,4 - 12 - 36 + 33,6 = 0.$$

Делим балку на два участка. Строим эпюру Q_Y .



Сечение 1-1

$Q_Y^{(1)} = R_A - qz_1$, где $0 \leq z_1 \leq 4$, следовательно, $Q_Y^{(1)}$ меняется от 14,4 кН при $z_1 = 0$ до 2,4 кН при $z_1 = 4$ м.

Сечение 2-2

$$Q_Y^{(2)} = -R_B = -33,6 \text{ кН},$$

Строим эпюру M_X .

Сечение 1-1

$M_X^{(1)} = R_A z_1 - qz_1 \frac{z_1}{2}$, где $0 \leq z_1 \leq 4$, следовательно, $M_X^{(1)}$ меняется от 0 при $z = 0$ до 33,6 кНм при $z = 4$ м.

Значения M_X откладываем выше оси (со стороны сжатых волокон) и соединяем параболой. Для построения параболы ищем ещё одну точку при $z_2 = 2$ м $M_X^{(3)} = 22,8$ кНм. По трём точкам строим параболу.

$$M_X^{(2)} = -R_B z_3, \text{ где } 0 \leq z_3 \leq 1, \text{ следовательно}$$

$M_X^{(2)}$ меняется от 0 при $z_3 = 0$ до - 33,6 кНм при $z_3 = 1$ м.

Отложенные от оси значения M_X соединяем прямой.

Определяем опасное сечение и подбираем диаметр балки. Из эпюры M_x находим, что опасное сечение в точке приложения силы F , где $M_x^{\max} = 33,6 \text{ кНм}$.

Момент сопротивления прямоугольного поперечного сечения:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{2b^3}{3},$$

тогда из условия прочности получаем:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3M_x^{\max}}{2[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 33,6 \cdot 10^3}{2 \cdot 160}} = 6,8 \text{ мм}.$$

Примем $b=7 \text{ мм}$, тогда $h=2b=14 \text{ мм}$.

Наибольшие касательные напряжения, возникающие в поперечном сечении балки, вычисляются по формуле Журавского.

Определяем статический момент половины сечения относительно нейтральной оси:

$$S_X^* = \frac{1}{2}hb \cdot \frac{1}{4}h = \frac{1}{2}14 \cdot 7 \cdot 3,5 = 171,5 \text{ мм}^3;$$

момент инерции относительно нейтральной оси:

$$J_X = \frac{bh^3}{12} = \frac{7 \cdot 14^3}{12} = 1600,66 \text{ мм}^4.$$

Согласно эпюре Q_y , наибольшее по алгебраической величине значение перерезывающей силы $Q_Y^{\max} = |Q_Y^{(2)}| = 33,6 \text{ кН}$.

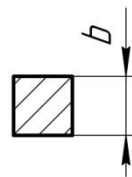
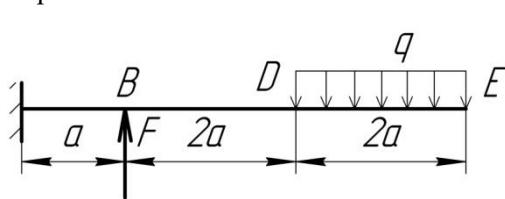
Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{Q_Y^{\max} S_X^*}{bJ_X} = \frac{33,6 \cdot 10^3 \cdot 171,5}{7 \cdot 1600,66} = 51,43 \text{ МПа},$$

то есть условие прочности $\tau_{\max} \leq [\tau]$ по касательным напряжениям выполняется.

Варианты заданий

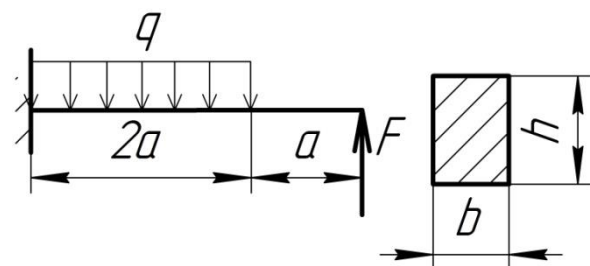
Вариант 1.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении стальной балки. Подобрать сечение из условия прочности, если известно: $q = 2 \text{ кН/м}$; $F = 10 \text{ кН}$; $a = 1 \text{ м}$;

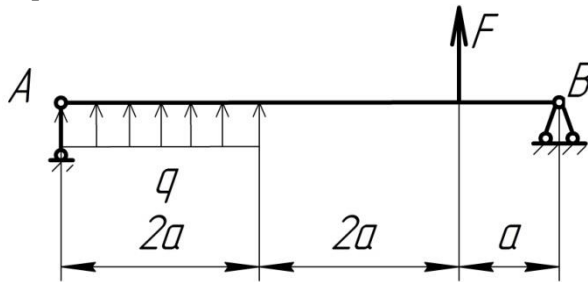
$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Выполнить проверку по касательным напряжениям, если $[\tau] = 96 \text{ МПа}$.

Вариант 2.



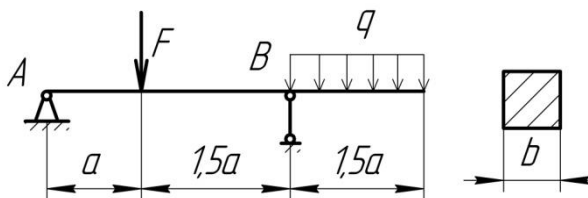
Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении стальной балки. Подобрать сечение из условия прочности, если известно: $q = 10 \text{ кН/м}$; $F = 8 \text{ кН}$; $a = 1 \text{ м}$; $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$; $h = 2b$. Выполнить проверку по касательным напряжениям, если $[\tau] = 60 \text{ МПа}$.

Вариант 3.



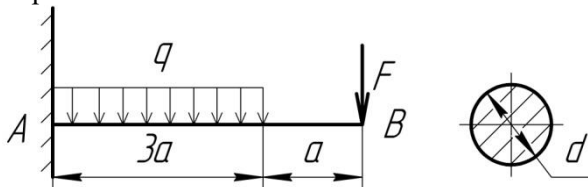
Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении балки и подобрать диаметр ее сечения из условия прочности, если известно: $q = 8$ кН/м; $F = 15$ кН; $a = 1$ м; $[\sigma] = 180$ МПа.

Вариант 4.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении балки и подобрать ее сечение из условия прочности, если известно: $q = 3$ кН/м; $F = 13$ кН; $a = 2$ м; $[\sigma] = 170$ МПа.

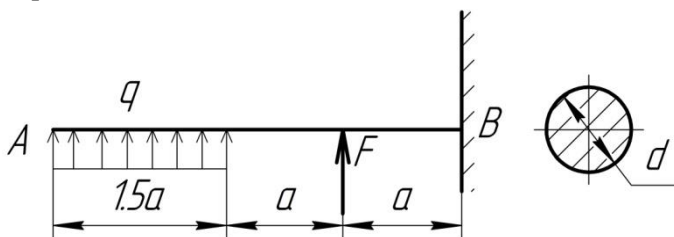
Вариант 5.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении чугунной балки. Подобрать диаметр сечения из условия прочности, если известно: $q = 6$ кН/м; $F = 16$ кН; $a = 0,5$ м; $[\sigma] = 150$ МПа.

Выполнить проверку по касательным напряжениям, если $[\tau] = 80$ МПа.

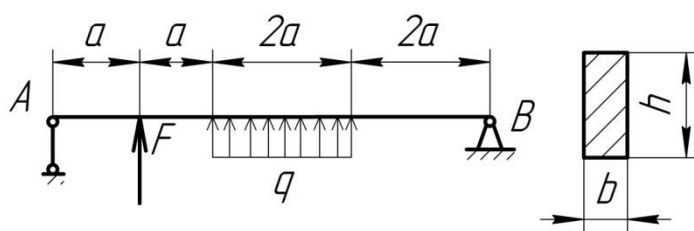
Вариант 6.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении чугунной балки. Подобрать диаметр сечения из условия прочности, если: $q = 4$ кН/м; $F = 14$ кН; $a = 0,6$ м; $[\sigma] = 150$ МПа. Выполнить проверку по

касательным напряжениям, если $[\tau] = 85$ МПа.

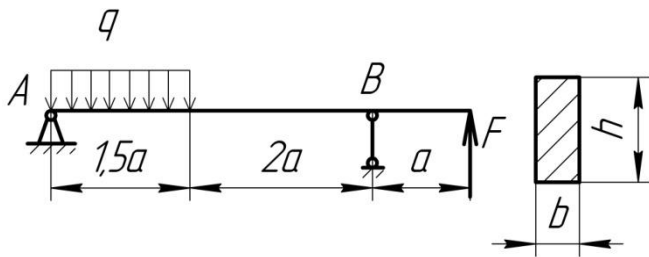
Вариант 7.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении балки и подобрать диаметр ее сечения из условия прочности, если: $q = 5$ кН/м; $F = 17$ кН; $a = 0,7$ м; $[\sigma] =$

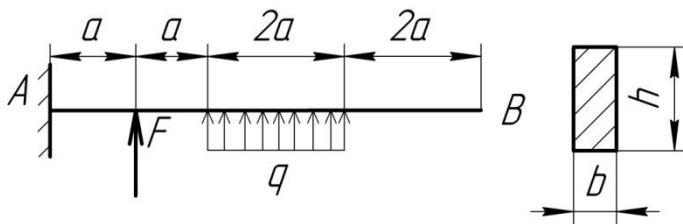
200 МПа, $h = 3b$.

Вариант 8.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении балки и подобрать ее сечение из условия прочности, если: $q = 7$ кН/м; $F = 18$ кН; $a = 0,8$ м; $[\sigma] = 110$ МПа, $h = 3b$.

Вариант 9.



Построить эпюры ВСФ,

действующих в сечении стальной

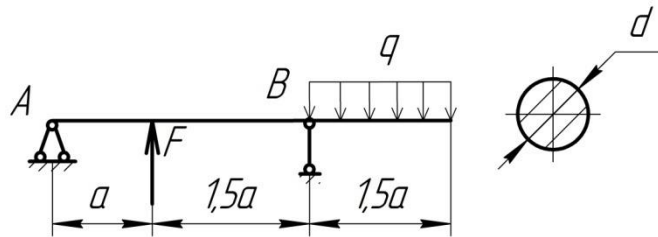
балки. Подобрать сечение из

условия прочности, если: $q = 9$ кН/м;

$F = 19$ кН; $a = 0,9$ м; $[\sigma] = 250$ МПа; h

$= 3b$. Выполнить проверку по касательным напряжениям, если $[\tau] = 85$ МПа

Вариант 10.



Построить эпюры ВСФ, действующих в сечении балки и подобрать диаметр ее сечения из условия прочности, если: $q = 10$ кН/м; $F = 20$ кН; $a = 1$ м; $[\sigma] = 210$ МПа.

Контрольные вопросы по работе

1. Какой вид нагружения называют изгибом?
2. Какой вид нагружения называют чистым изгибом?
3. Какой вид деформации называют поперечным изгибом?
4. Какие ВСФ возникают в сечениях бруса при поперечном изгибе?
5. Как определяются эти ВСФ?
6. Какие напряжения возникают в сечениях бруса при изгибе?
7. Как определяются эти напряжения?
8. Что такое нейтральный слой?
9. Запишите условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе.
10. Запишите условие прочности по касательным напряжениям при изгибе.

Критерии оценки работ

Оценка «отлично»	выставляется при правильно выполненной расчетно-графической работе, оформленной в соответствии с требованиями, по своему варианту, аккуратно и без помарок.
Оценка «хорошо»	выставляется при правильно выполненной расчетно-графической работе, по своему варианту, при наличии неточностей в оформлении, исправлений в ходе решения и незначительных помарок.
Оценка «удовлетворительно»	выставляется при ошибках в решении, если после проверки в работе будут исправлены все ошибки, и она будет оформлена по своему варианту в соответствии с требованиями.
Оценка «неудовлетворительно»	выставляется во всех остальных случаях, и студенту выдается другой вариант.

Рекомендованная литература

1. Прикладная механика: учебник: В 2 частях Часть 2: Основы структурного, кинематического и динамического анализа механизмов : учеб. пособие / А.Н. Соболев, А.Я. Некрасов, Ю.И. Бровкина. — Москва : КУРС : НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 160 с. — (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-57-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1874718> (дата обращения: 31.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Прикладная механика : учебное пособие / В. Т. Батиенков, В. А. Волосухин, С. И. Евтушенко [и др.]. — 2-е изд., доп. и перераб. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — 339 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-369-01660-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021436> (дата обращения: 31.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
3. Прикладная механика : учебник : в 2 частях. Часть 1. Основы расчета, проектирования и моделирования механизмов / А. Н. Соболев, А. Я. Некрасов, А. Г. Схиртладзе, Ю. И. Бровкина. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. — 224 с. - ISBN 978-5-906818-58-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1001173> (дата обращения: 31.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
4. Варданян, Г. С. Прикладная механика: применение методов теории подобия и анализа размерностей к моделированию задач механики деформируемого твердого тела : учеб. пособие / Г.С. Варданян. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 174 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011532-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/958980> (дата обращения: 31.08.2022). – Режим доступа: по подписке.
5. Куриленко, Г. А. Прикладная механика. Расчетно-графические задания : учебное пособие / Г. А. Куриленко. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2019. - 68 с. - ISBN 978-5-7782-3917-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1870330> (дата обращения: 31.08.2022). – Режим доступа: по подписке.

Приложение.

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**
Институт машиностроения и автомобильного транспорта
Кафедра «Технология машиностроения»

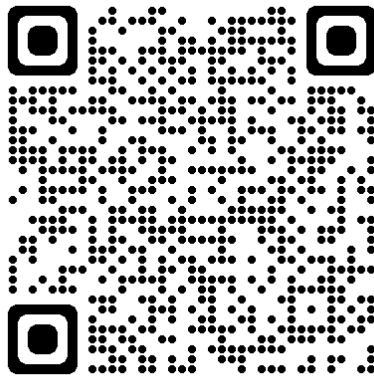
Практическое занятие № _____
по дисциплине «Прикладная механика»

Тема "_____".

Выполнил:
ст-нт гр. _____

Проверил:

Владимир 2022



Рязанов А.А. Федотов О.В. Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Прикладная механика» для студентов направления 27.03.05 [Электронный ресурс] / сост.Федотов О.В.; Влад. гос. ун-т. ТМС - Владимир, 2022. - Доступ из корпоративной сети ВлГУ. - Режим доступа: <http://cs.cdo.vlsu.ru/>