

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ»**

Направление подготовки 27.03.04 *Управление в технических системах*

Профиль подготовки *Управление и информатика в технических системах*

Уровень высшего образования *бакалавриат*

Форма обучения *очная*

Семестр	Трудоем- кость зач, ед, час.	Лек- ций, час.	Практик. занятий, час.	Лаборат. работ, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экс./зачет)
4	5/180	36	-	18	126	зачет с оценкой
Итого	5/180	36	-	18	126	зачет с оценкой

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Математические основы теории систем» является ознакомление с основными понятиями общей теории систем и типовыми математическими моделями сигналов и систем.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина относится к вариативной части учебного плана, является дисциплиной по выбору. При изучении этой дисциплины предполагается использование материала дисциплины «Математика». Знания, полученные в результате освоения дисциплины, будут использоваться при изучении дисциплины «Теория автоматического управления».

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.**

Процесс изучения дисциплины «Математические основы теории систем» направлен на формирование следующих компетенций:

- способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК - 1);
- способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОПК - 2).

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные определения общей теории систем, методы получения математических моделей элементов и систем, типовые модели процессов и систем.

**Уметь:** получать математические модели, преобразовывать их, использовать модели для решения задач анализа систем.

**Владеть:** аналитическими и экспериментальными методами получения моделей; основными типовыми моделями процессов и систем непрерывного и дискретного типа.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единицы, 180 часов

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по сем)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы,	СРС	КП / КР		
1	Основные понятия и определения общей теории систем.	4	1	1				6		0,5/50	
2	Особенности систем авто-матического управления. Назначение теории систем и ТАУ.	4	1	1				8		0,5/50	
3	Типовые модели величин и параметров. Модель системы в виде функционального преобразователя	4	2-3	4		2		12		3/50	
4	Модели процессов во временной области и в области изображений по Лапласу и по Фурье	4	4-6	6				12		3/50	1 рейтинг-контроль
5	Математическое описание случайных величин и процессов.	4	7-8	4				12		2/50	
6	Математическое описание динамических систем во временной области в виде дифференциальных уравнений.	4	9	2				14		1/50	
7	Математическое описание линейных динамических систем в области изображений по Лапласу и по Фурье. Определение и формы представления частотных характеристик.	4	10-12	6		2		14		4/50	2 рейтинг-контроль
8	Определение и свойства импульсной и переходной характеристик непрерывной динамической системы.	4	13	2		2		12		2/50	
9	Сигнальные графы и их использование для представления и преобразования математической модели систем.	4	14-15	4		2		12		3/50	
10	Понятие об устойчивой динамической системе и основные условия устойчивости	4	16	2		2		12		2/50	
11	Методы отыскания процессов в динамических системах	4	17-18	4		8		12		6/50	3 рейтинг-ко

										нтроль
	<b>Всего</b>		<b>36</b>		<b>18</b>		<b>126</b>		<b>27/50%</b>	<b>зачет с оценкой</b>

## Содержание дисциплины

### Лекции

**Тема 1.** «Основные понятия и определения общей теории систем».

Определение понятия «система», «элементы», природа связей между элементами, примеры систем. Основные задачи общей теории систем, история возникновения и развития.

**Тема 2.** «Особенности систем автоматического управления. Назначение теории систем и ТАУ».

Определение понятия «управления», ручное, автоматизированное и автоматическое управление. Фундаментальное значение понятий «система» и «управление». Теоретическое и прикладное значения общей теории систем и теории автоматического управления.

**Тема 3.** «Типовые модели величин и параметров. Модели систем в виде функциональных преобразователей».

Описание параметров, характеризующих элементы и системы с помощью чисел (натуральных, целых, вещественных, комплексных). Функция как модель функционального преобразователя. Линейные и нелинейные преобразователи, понятие о линеаризации. Примеры типичных нелинейностей.

**Тема 4.** «Модели процессов во временной области, области изображений по Лапласу и по Фурье».

Описание непрерывных и дискретных процессов во временной области, понятие о решетчатых функциях. Определение и основные свойства преобразований Лапласа для непрерывных процессов. Описание периодических и непериодических процессов в частотной области. Понятие о спектрах. Дискретное преобразование Лапласа и Z-преобразование дискретных процессов, основные свойства. Теорема Котельникова – Шеннона – Найквиста.

**Тема 5.** «Математическое описание случайных величин и процессов».

Природа, особенности и примеры случайных величин и процессов. Концепция усреднения. Определение основных числовых и функциональных характеристик случайных величин. Типовые законы распределения. Описание случайных процессов. Понятие о стационарных и эргодических случайных процессах.

**Тема 6.** «Математическое описание динамических систем во временной области в виде дифференциальных уравнений».

Понятие о динамике, общая форма модели динамической системы типа «вход – выход» в виде обыкновенного дифференциального уравнения, линейное дифференциальное уравнение, его операторная запись, передаточная функция в операторной форме.

**Тема 7.** «Математическое описание линейных динамических систем в области изображений по Лапласу и по Фурье. Определение и формы представления частотных характеристик».

Определение передаточной функции системы в области изображений по Лапласу, связь ее с дифференциальным уравнением и оператором. Определение комплексной частотной характеристики, амплитудной и фазовой характеристик. Физическая интерпретация ЧХ. Графическая интерпретация ЧХ в виде годографа КЧХ, АЧХ, ФЧХ. Связь КЧХ с передаточной функцией.

**Тема 8.** «Определение импульсной и переходной характеристик».

Определение дельта-импульса. Определение импульсной характеристики, ее связь с передаточной функцией. Определение переходной характеристики, ее связь с передаточной функцией и импульсной характеристикой.

**Тема 9.** «Сигнальные графы и их использование для представления и преобразования математических моделей систем».

Определение сигнального графа, правила представления масштабного преобразования, линейного динамического преобразования, алгебраического суммирования. Основные правила

преобразования сигнальных графов для «сворачивания» модели. Правило Мейсона. Принцип суперпозиции.

**Тема 10.** «Понятие об устойчивости динамической системы и основные условия устойчивости». Определение устойчивости динамической системы и его иллюстрация на диаграмме «вход-выход». Понятие о характеристическом уравнении линейной динамической системы и полюсах передаточной функции. Необходимые условия устойчивости. Требование устойчивости по отношению к корням характеристического уравнения непрерывной и дискретной линейной динамической системы.

**Тема 11.** «Методы отыскания процессов в динамических системах».

Аналитические методы отыскания процессов в линейных динамических системах непрерывного типа с помощью преобразования Лапласа и дискретного типа с помощью Z-преобразования. Численные методы отыскания переходных процессов.

### **Темы лабораторных занятий**

**Тема №1.** Экспериментальное определение статических характеристик с использованием метода наименьших квадратов.

**Тема № 2.** Экспериментальное определение динамических характеристик с использованием переходной характеристики и частотной характеристики.

**Тема № 3.** Использование сигнальных графов для представления и преобразования математических моделей систем.

**Тема № 4.** Расчет переходных процессов в непрерывной системе с использованием аналитического подхода на основе преобразования Лапласа.

**Тема № 5.** Расчет переходных процессов в дискретной системе с использованием аналитического подхода и Z-преобразования.

**Тема № 6.** Расчет переходных процессов в непрерывной динамической системе с использованием численных методов.

**Тема № 7.** Расчет переходных процессов в дискретной динамической системе с использованием разностного уравнения в форме рекуррентного соотношения.

**Тема № 8.** Поиск оптимальных значений варьируемых параметров статической системы при заданной целевой функции.

**Тема № 9.** Исследование устойчивости динамических систем.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Изучение дисциплины «**Математические основы теории систем**» предполагает не только запоминание и понимание, но и анализ, синтез, рефлексию, формирует универсальные умения и навыки, являющиеся основой становления специалиста-профессионала.

Для реализации компетентностного подхода предлагается интегрировать в учебный процесс интерактивные образовательные технологии, включая информационные и коммуникационные технологии (ИКТ), при осуществлении различных видов учебной работы:

- учебную дискуссию;
- электронные средства обучения (слайд-лекции, компьютерные тесты);
- дистанционные (сетевые) технологии.

Тем самым создаются условия для реализации компетентностного подхода при изучении дисциплины «Математические основы теории систем».

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И**

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Для оценки текущего контроля успеваемости студентов предусмотрено три рейтинг-контроля, проводимых согласно принятому в университете графику.

Для *самостоятельной работы* студентам предоставляется список тем, которые должны быть изучены самостоятельно.

### ТЕМЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПРОРАБОТКУ

**Тема №1.** Примеры систем автоматического управления, их назначение. Возникновение и развитие общей теории систем и кибернетики. Исторические этапы развития.

**Тема № 2.** Модели величин и параметров. Основные сведения о числах, векторах, матрицах. Функции как модель преобразователя. Типичные примеры нелинейных преобразований.

**Тема № 3.** Описание непрерывных и дискретных процессов во временной области (графические иллюстрации). Определение и основные свойства преобразования Лапласа и Фурье (вывод - обоснование). Представление о спектрах. Изучение спектров типовых элементарных сигналов.

**Тема № 4.** Основные сведения из теории вероятностей (повторение из дисциплины «Математика»). Типовые законы распределения случайных величин.

**Тема № 5.** Примеры получения математических моделей различных объектов и систем в виде дифференциальных уравнений.

**Тема № 6.** Примеры получения передаточных функций и частотных характеристик.

**Тема № 7.** Примеры получения математических моделей в виде импульсной и переходной характеристик.

**Тема № 8.** Примеры построения и преобразования сигнальных графиков.

**Тема № 9.** Примеры исследования устойчивости непрерывных и дискретных динамических систем.

**Тема № 10.** Решение задач на поиск экстремума заданных целевых функций.

### ВОПРОСЫ

#### к рейтинг-контролю знаний студентов

##### Рейтинг-контроль №1

1. Определение системы, в том числе 2-х, 3-х, 4-х и 5-ти компонентные определения.
2. Примеры систем.
3. Предмет изучения общей теории систем, когда она сформировалась, кто был ее основоположником.
4. Предмет изучения кибернетики.
5. Определение понятия «управление».
6. Модель как основной инструмент ОТС.
7. Сущность и примеры графической модели, математические модели и компьютерные модели.
8. Сущность аналитического подхода к получению математической модели.
9. Принцип получения математической модели аналитическим способом: цилиндрическая емкость, электрическая цепь, производственное предприятие.
10. Сущность экспериментального подхода к получению математической модели пассивной и активной экспериментальным методом.

11. Пример получения математической модели по экспериментальным данным – получение аналитической зависимости с помощью МНК – вывод расчетных соотношений для линейной зависимости, отыскание параметров нелинейных зависимостей.
12. Основные сведения о множествах, используемых при моделировании систем, в том числе конечные и бесконечные множества, равенства и эквивалентность множеств, счетные множества и континуум.
13. Вектор и матрицы, основные сведения об операциях над ними.
14. Понятие о статических характеристиках, линейные и нелинейные характеристики, типовые характеристики, встречающихся в ТС.
15. Понятие о линеаризации, основные приемы линеаризации.
16. Математические модели в условиях неопределенности:
  - Интервальные;
  - Вероятностно-статистические;
  - Нечеткие.
17. Сущность динамики, динамических режимов и динамических систем.

### **Рейтинг-контроль №2**

1. Постановка задачи нелинейной статической оптимизации и её особенности, примеры.
2. Математическая модель задачи нелинейной статической оптимизации и запись её в развернутом и кратком векторно-матричном виде.
3. Понятие об экстремумах целевой функции, связь задачи оптимизации с экстремальностью.
4. Необходимое условие экстремума для ЦФ одной и нескольких переменных. Понятие о градиенте. Запись необходимого условия с использованием градиента.
5. Основные свойства градиента. Понятие о линиях равного уровня ЦФ.
6. Достаточное условие экстремума ЦФ одной и нескольких переменных.
7. Проблемы практического использования аналитических условий для отыскания экстремумов.
8. Численные методы отыскания экстремумов не использующие производных.
9. Численные методы отыскания экстремумов с использованием производных. Алгоритм Ньютона-Рафсона.
10. Алгоритм градиентного поиска экстремума. Его векторно-матричная запись и развернутая форма для  $n=2$ .
11. Графическая интерпретация градиентного поиска экстремума.
12. Влияние настраиваемого параметра в градиентном алгоритме на характер поиска.
13. Понятие о целевой функции овражного типа и особенности поиска экстремума для таких целевых функций.
14. Проблема оптимизации для многоэкстремальных ЦФ.
15. Проблема оптимизации при наличии ограничений, её решение с использованием метода штрафных функций.
16. Постановка задачи об оптимальном динамическом управлении. Понятие о непрерывных и дискретных процессах и системах.
17. Классическая формулировка задачи об оптимизации динамического управления. Понятие о функционале качества (эффективности).

18. Основные направления в математической теории оптимального динамического управления.
19. Классическая формулировка динамического программирования, её особенности.
20. Примеры задачи динамического программирования – формулировки задач:
  - Задача об оптимальном поэтапном распределении инвестиций в течение планового периода.
  - Задача об оптимальном единовременном распределении выделенных средств.
  - Задача об оптимальном плане замены оборудования.
  - Задача об оптимальном календарном планировании трудовых ресурсов.
21. Формулировка принципа оптимальности Р.Беллмана для динамического программирования.

### **Рейтинг-контроль № 3**

1. Получение различных форм математической модели линейных непрерывных систем, на примере RC-цепи.
2. Разностное уравнение, как форма модели дискретной динамической системы.
3. ЛРУ, оператор и передаточная функция дискретной системы.
4. Получение дискретной модели непрерывной системы на основе численных методов решения дифференциальных уравнений. Зависимость погрешности моделирования от шага решения.
5. Методика отыскания переходного процесса на выходе непрерывной динамической системы при заданном входном сигнале с помощью преобразований Лапласа.
6. Отыскание амплитуды выходного процесса в линейной непрерывной динамической системе при входном гармоническом сигнале.
7. Оценка среднеквадратичного значения выходного сигнала линейной динамической системы при случайном стационарном входном сигнале.
8. Определения понятия «граф», ребра, дуги графа, пута, контур, связность графа.
9. Сигнальные графы, определения, основные правила преобразования. Правило Мейсона.
10. Использование М-графов для представления и преобразования математических моделей динамических систем.
11. Сформулировать задачу о кратчайшем пути графа.
12. Сформулировать задачу о критическом пути графа.
13. Определение транспортной сети, формулировка задачи о максимальном потоке в ТС и оптимальном распределении заданного потока в ТС.

### **Вопросы к зачету с оценкой по курсу «Математические основы теории систем»**

1. Определение системы, в том числе 2-х, 3-х, 4-х и 5-ти компонентные определения.
2. Примеры систем.
3. Предмет изучения общей теории систем, когда она сформировалась, кто был ее основоположником.
4. Предмет изучения кибернетики.
5. Определение понятия «управление».
6. Модель как основной инструмент ОТС.



7. Сущность и примеры графической модели, математические модели и компьютерные модели.
8. Сущность аналитического подхода к получению математической модели.
9. Принцип получения математической модели аналитическим способом: цилиндрическая емкость, электрическая цепь, производственное предприятие.
10. Сущность экспериментального подхода к получению математической модели пассивной и активной экспериментальным методом.
11. Пример получения математической модели по экспериментальным данным – получение аналитической зависимости с помощью МНК – вывод расчетных соотношений для линейной зависимости, отыскание параметров нелинейных зависимостей.
12. Основные сведения о множествах, используемых при моделировании систем, в том числе конечные и бесконечные множества, равенства и эквивалентность множеств, счетные множества и континуум.
13. Вектор и матрицы, основные сведения об операциях над ними.
14. Понятие о статических характеристиках, линейные и нелинейные характеристики, типовые характеристики, встречающихся в ТС.
15. Понятие о линеаризации, основные приемы линеаризации.
16. Математические модели в условиях неопределенности:
  - Интервальные;
  - Вероятностно-статистические;
  - Нечеткие.
17. Сущность динамики, динамических режимов и динамических систем.
18. Математическое описание процессов во временной области – для непрерывных и для дискретных систем.
19. Математическое описание процессов в области изображений по Лапласу.
  - Определение преобразования Лапласа;
  - Изображения простейших функций (const, экспоненты и др.);
  - Теорема линейности;
  - Теорема о сдвиге;
  - Теорема об изменениях временного масштаба;
  - Теорема свертке;
  - Предельные теоремы;
  - Теорема обращения и обратное преобразование Лапласа.
20. Определение и примеры периодических процессов.
21. Сущность модуляции и основные разновидности.
22. Представления периодических процессов в частотной области: определение ряда Фурье, коэффициенты Фурье, амплитудный и фазовый спектры периодического процесса.
23. Техника (алгоритм) прикладного спектрального анализа.
24. Основные свойства спектров:
  - Линейность;
  - Теорема о сдвиге во времени;
  - Теорема об изменении временного масштаба;
  - Теорема о модуляции.
25. Определение и сущность случайных процессов.

26. Основные характеристики СП: функция и плотность распределения, математическое ожидание, дисперсия и СКО, корреляционная функция.
27. Стационарные и эргодические СП, определение основных характеристик эргодических процессов.
28. Определение и основные свойства спектральной плотности, примеры СП, в том числе СП типа «белый шум».
29. Дифференциальные уравнения как основная форма модели непрерывной динамической системы, порядок ДУ и системы, сущность начальных условий и их физический смысл.
30. Математическая модель непрерывной динамической системы в виде:
  - Дифференциальные уравнения;
  - Оператора;
  - Передаточной функции.
31. Математическая модель линейной непрерывной динамической системы в виде частотной характеристики, КЧХ, ЛЧХ, ФЧХ, физическая интерпретация ЧХ.
32. Математическая модель линейной непрерывной динамической системы в виде импульсной и переходной характеристик, их определение, связь между ними и ПФ.
33. Получение различных форм математической модели линейных непрерывных систем, на примере RCL-цепи.
34. Разностное уравнение, как форма модели дискретной динамической системы.
35. ЛРУ, оператор и передаточная функция дискретной системы.
36. Получение дискретной модели непрерывной системы на основе численных методов решения дифференциальных уравнений. Зависимость погрешности моделирования от шага решения.
37. Методика отыскания переходного процесса на выходе непрерывной динамической системы при заданном входном сигнале с помощью преобразований Лапласа.
38. Отыскание амплитуды выходного процесса в линейной непрерывной динамической системе при входном гармоническом сигнале.
39. Оценка среднеквадратичного значения выходного сигнала линейной динамической системы при случайном стационарном входном сигнале.
40. Определения понятия «граф», ребра, дуги графа, путь, контур, связность графа.
41. Сигнальные графы, определения, основные правила преобразования. Правило Мейсона.
42. Использование М-графов для представления и преобразования математических моделей динамических систем.
43. Сформулировать задачу о кратчайшем пути графа.
44. Сформулировать задачу о критическом пути графа.
45. Определение транспортной сети, формулировка задачи о максимальном потоке в ТС и оптимальном распределении заданного потока в ТС.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### *а) основная литература*

1. Теория систем и системный анализ [Электронный ресурс] : Учебник для бакалавров / В. М. Вдовин, Л. Е. Суркова, В. А. Валентинов. - 3-е изд. - М. : Дашков и К, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394021398.html>
2. Основы теории систем и системного анализа [Электронный ресурс] : Учебное пособие для вузов /

Качала В.В. - 2-е изд., испр. - М. : Горячая линия - Телеком, 2012. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991202497.html>

б) дополнительная литература:

1. Основы системного анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Б. Алексеенко, В.А. Красавина. - М. : Издательство РУДН, 2010. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785209035213.html>

2. Теория систем и системный анализ в управлении организациями: учеб. пособие / под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова.; под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова. - М. : Финансы и статистика, 2012. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279029334.html> Клименко И.С.

3. "Системный анализ в управлении [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.С. Анфилатов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин; Под ред. А.А. Емельянова. - М.: Финансы и статистика, 2009." - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN527902435.html>

г) периодические издания

1. Журнал «Теория и системы управления»
2. Журнал «Проблемы теории и практики управления». ISBN 0234-4505

д) Интернет-ресурсы:

1. <http://www.exponenta.ru/>
2. <http://matlab.exponenta.ru/index.php>  
<http://elibrary.ru>, Научная электронная библиотека

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Методы оптимизации»**

Набор слайдов:


1. Для чтения лекций используется мультимедийное оборудование.
2. Программные пакеты: MATLAB.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 27.03.04 «Управление в технических системах».

Рабочую программу составил 

А.А.Галкин  
профессор, к.т.н.

Рецензент  
Начальник лаборатории  
ЗАО «Автоматика плюс» к.т.н.

 В.М.Дерябин

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры УИТЭС

Протокол № 10/1 от 18.11.15 года

Заведующий кафедрой



А.Б. Градусов

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления «Управление в технических системах»

Протокол № 8 от 18.11.15 года

Председатель комиссии



А.Б. Градусов