

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
 ( ВлГУ )



УТВЕРЖАЮ  
 Проректор  
 по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 09 » 04 \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**"Высшая математика"**

**Направление подготовки 27.03.01 «Стандартизация и метрология»**

**Профиль подготовки «Стандартизация, сертификация и метрология»**

**Уровень высшего образования Бакалавриат**

**Форма обучения очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практи- ческие занятия час.	Лабора- торные работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./ зачет)
1	5 / 180	36	36	-	108	зачёт
2	6 / 216	36	36	-	108	экзамен (36)
Итого	11 / 396	72	72	-	216	зачёт экзамен (36)

*10/09/2015 г.*

Владимир 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «**Высшая математика**» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «**Высшая математика**» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению **27. 03. 01 «Стандартизация и метрология»**.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «**Высшая математика**» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «**Высшая математика**» обучающимися позволит им :

- а) применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- б) строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- в) использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общекультурными компетенциями** :

- способностью к самоорганизации и самообразованию ( **ОК – 7** ).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

**знать:** основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ;

**уметь:** выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ;

**владеть:** способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .



#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **11 зачетных единиц (396 часов)**.

Распределение трудоёмкости по видам занятий представлено в таблице.

	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	1.1	1	1	2	2			6		1 / 25	
2	1.2		2	2	2			6		1 / 25	
3	1.3-1.4		3	2	2			6		1 / 25	
4	1.4-1.5		4	2	2			6		1 / 25	
5	2.1 – 2.2		5	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №1
6	2.2 – 2.3		6	2	2			6		1 / 25	
7	2.3 – 2.4		7	2	2			6		1 / 25	
8	3.1 – 3.2		8	2	2			6		1 / 25	
9	3.2 – 3.3		9	2	2			6		1 / 25	
10	3.3 - 3.4		10	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №2
11	3.4 – 3.5		11	2	2			6		1 / 25	
12	4.1 – 4.2		12	2	2			6		1 / 25	
13	4.2 – 4.3		13	2	2			6		1 / 25	
14	4.3 - 4.4		14	2	2			6		1 / 25	
15	4.4 - 4.5		15	2	2			6		1 / 25	
16	5.1 - 5.2		16	2	2			6		1 / 25	
17	5.2 - 5.3		17	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №3
18	5.3 – 5.4		18	2	2			6		1 / 25	
Всего за I семестр				36	36			108		18 / 25	зачёт
19	6.1	2	1	2	2			6		1 / 25	
20	6.2		2	2	2			6		1 / 25	
21	6.3 – 6.4		3	2	2			6		1 / 25	
22	6.4		4	2	2			6		1 / 25	
23	6.4 - 6.5		5	2	2			6		1 / 25	
24	7.1		6	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №1
25	7.2		7	2	2			6		1 / 25	
26	7.2		8	2	2			6		1 / 25	
27	7.2 – 7.3		9	2	2			6		1 / 25	
28	8.1 – 8.3		10	2	2			6		1 / 25	
29	9.1 – 9.2		11	2	2			6		1 / 25	
30	9.2 - 9.3		12	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №2
31	9.3 – 9.4		13	2	2			6		1 / 25	
32	9.4 – 10.1		14	2	2			6		1 / 25	
33	10.2 – 10.3		15	2	2			6		1 / 25	
34	11.1 – 11.2		16	2	2			6		1 / 25	
35	11.3 - 11.4		17	2	2			6		1 / 25	Рейтинг- контроль №3
36	11.4 – 11.5		18	2	2			6		1 / 25	
Всего за II семестр				36	36			108		18 / 25	36 (экзамен)
Всего за курс				72	72			216		36 / 25	зачёт 36 (экзамен)



## Тематический план курса.

### I семестр.

#### I. Линейная алгебра.

1.1 Определители, их свойства и вычисление. 1.2. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. 1.3. Системы линейных уравнений. Однородные системы. 1.4. Методы Гаусса и Крамера. 1.5. Применение компьютерных технологий ( программа « Solver » ) в алгебре.

#### II. Векторная алгебра.

2.1. Векторы и действия над ними. 2.2. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе. 2.3. Системы координат на плоскости и в пространстве. Радиус- вектор и направляющие косинусы. 2.4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

#### III. Аналитическая геометрия.

3.1. Декартовы координаты. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые. 3.2. Прямая на плоскости, различные способы ее задания. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. 3.3. Плоскость в пространстве, расстояние от точки до плоскости. 3.4. Прямая в пространстве, ее уравнения. 3.5 Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

#### IV. Введение в анализ.

4.1. Действительные числа. Множества и логическая символика. Понятие о функции и графике. Элементарные функции. Обратная функция. 4.2. Последовательности и их пределы. Число «е», натуральные логарифмы и их свойства. 4.3. Предел функции, основные теоремы о пределах. 4.4. Замечательные пределы и следствия из них. Понятие о бесконечно малых и бесконечно больших величинах. 4.5. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

#### V. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

5.1. Понятие производной, правила дифференцирования. «Табличные» производные. 5.2. Дифференцирование композиции функций, обратной функции. 5.3. Неявные и параметрически заданные функции. 5.4. Высшие производные.

### II семестр.

#### VI. Приложения производной.

6.1. Исследование функций с помощью производных. Асимптоты графика функции. 6.2. Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала. 6.3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны. 6.4. Физико - механические приложения производной. Задачи оптимизации. 6.5. Правило Лопиталья.

#### VII. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).

7.1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов. 7.2. Основные методы интегрирования. 7.3. Понятие о «неберущихся» интегралах . Теорема Коши о существовании первообразной.

#### VIII. Определенный интеграл.

8.1. Понятие определенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла и его геометрический смысл. 8.2. Интегральные неравенства и оценки. 8.3. Понятие о несобственных интегралах..

#### IX. Приложения определенного интеграла.

9.1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах. 9.2. Расчет длин линий ( в различных системах координат). 9.3. Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения. 9.4. Решение задач механики и физики.



## **Х. Функции, зависящие от нескольких переменных.**

**10.1.** Общие понятия и терминология. Топология в  $\mathbf{R}^2$  и  $\mathbf{R}^3$ . Пределы и непрерывность. Поверхности в пространстве. **10.2.** Частные производные. Высшие производные, теорема Шварца. **10.3.** Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

## **ХI. Приложения частных производных.**

**11.1.** Полный дифференциал и приближенные вычисления. **11.2.** Касательная плоскость и нормаль к поверхности. **11.3.** Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных). **11.4.** Исследование функции в замкнутой ограниченной области. **11.5.** Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

# **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

## **5.1. Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
  2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
  3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
  4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).
- Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 36 часов (25 %).

## **5.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

## **5.3. Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

## **5.4. Лекции приглашенных специалистов**

В рамках учебного курса «Высшая математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

## **5.5. Рейтинговая система обучения**

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Высшая математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчётов.

### I семестр.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

#### « Определители и матрицы. Решение линейных систем ».

##### Вариант 1.

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ .

2. Решить систему линейных уравнений (методами Гаусса, Крамера и матричным).  
Пояснить ход решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное неравенство ( т.е. найти все подходящие значения  $x$  ) :

$$\det \begin{pmatrix} x+2 & x^3+8 \\ -4 & 5-2x \end{pmatrix} \leq 0$$

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

#### « Векторы и геометрия ».

##### Вариант 1.

1. Дано:  $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{d}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$ ,  $(\vec{c}, \vec{d}) = \frac{2\pi}{3}$ . Найти величину проекции вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$ . Сделать схематический рисунок.
2. При каком значении  $t$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$   
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?
3. Даны три вершины трапеции:  $A(-1,2)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(2,5)$ . Найти координаты ее четвертой вершины  $D$  и длину средней линии, если известно, что  $AB \parallel CD$  и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.
4. Даны прямые:  $-7x + 3y + 42 = 0$  и  $2x + 3 = 0$ .  
Найти угол между прямыми. Дать иллюстрацию в системе координат.



5. Даны уравнения плоскостей :  $x + 3y - 2z + 1 = 0$  и  $-2x + y + 3z + 6 = 0$ .  
Написать уравнение линии их пересечения и найти расстояние от нее до плоскости  $-4x + 2y + 6z - 3 = 0$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3

#### « Введение в математический анализ ».

##### Вариант 1.

1. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 3| = 1$ .

- 2 а). Вычислить пределы последовательностей  $\{a_n\}$ , указав характер предела -- тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n - 5}{4 - 5n - 3n^2}; \quad a_n = \left( \frac{2n - 1 - 3n^2}{4 - 5n - 3n^2} \right)^{1-2n}$$

- 2 б). Вычислить пределы функций (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \arctg(x)}$$

3. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

- 4 а). Проверить, удовлетворяет ли функция  $y = -x \cos(x) + 3x$  данному уравнению :  $xy' = y - x^2 \cdot \sin(x)$ .

- 4 б). Найти производные функций и указать их область определения.

$$y = \frac{5x - 6}{\sqrt{x^2 + 5x - 6}}; \quad y = \arctg(2x + 1) \ln \cos x.$$

### II семестр.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

##### « Приложения производной ».

##### Вариант 1.

1. Найти производную  $y'(x)$  неявной функции  $\arctg \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$
2. Найти угол между кривыми  $y = \frac{x+1}{x+2}$  и  $y = \frac{x^2 + 4x + 8}{16}$ . Дать схематический рисунок.
3. Используя правило Лопиталья, найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \arctg x^2 - \pi}$ .
4. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$  и построить ее график.
5. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции) :  $\sin^4 64^\circ$ .  
Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

## Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

### « Техника интегрирования ».

#### Вариант 1.

1. Вычислить неопределенные интегралы ( найти первообразные ! ); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием :

а)  $\int \operatorname{arccotg}(\sqrt{x}) dx$ ;      б)  $\int (2-x^4)/(x^3+8) dx$ ;      в)  $\int 1/(5+\sqrt{1-x}) dx$ ;

г)  $\int \sin x / (\cos x - \operatorname{ctg} x) dx$ ;      д)  $\int (e)^{\cos 2x} \sin 4x dx$ ;      е)  $\int \ln^2 x / (\sqrt{x}) dx$ ;

2. Вычислить определенные интегралы, указав смысл полученного результата.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx.$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx.$$

$$\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx.$$

$$\int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

## Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3

### « Исследование функций нескольких переменных ».

#### Вариант 1.

1. Найти частные производные первого порядка, если  $x + y + z = e^z$ .
2. Вычислить приближенно  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$ .
3. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$ .
5. Найти производную функции  $f(x, y, z) = x^2 + z^3 - xyz$  в точке  $M(1, 1, 2)$  в направлении, идущем от этой точки к точке  $N(-9, 5, -1)$ .

#### 6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ

#### I семестр.

1. Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
2. Определители и их свойства. Вычисление определителей («крест-накрест» и правило Саррюса).
3. Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Вычисление определителей методом разложения.
4. Линейные уравнения и системы. Общие понятия и терминология (что означают слова «линейное уравнение», «решение системы», «совместность», «несовместность»). Запись системы в матричной форме.
5. Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
6. Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
7. Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
8. Понятие «степень матрицы». Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы.



9. «Обратноматричный» метод решения систем, его сущность.
10. Основные типы матричных уравнений и методы их решения.
11. Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и «цепочки». Понятия «модуль», «нуль-вектор», «противоположный вектор» и «единичный вектор».
12. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
13. Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. Правило «винта».
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.
15. Зависимость и независимость векторов (на прямой, на плоскости и в 3-мерном пространстве). Понятие «базис» (для совокупности векторов).
16. Координаты вектора (в некотором базисе). Проекция вектора – что это? Прямоугольные базисы. Понятия «орт» и «направляющий косинус», их свойства.
17. Простейшие векторные операции в координатной форме. Понятие линейной комбинации векторов.
18. Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме. «Таблицы умножения» для базисных векторов  $i, j, k$ .
19. Вывод формулы для смешанного произведения векторов в координатной форме.
20. Понятия «ортогональность», «коллинеарность» и «компланарность» векторов. Основные «критерии» взаимного расположения векторов (всего их три!)
21. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
22. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод «окаймления»). Примеры.
23. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие «уравнение линии» и «привязка точки».
24. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
25. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование. Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
26. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
27. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
28. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции. Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы!)
29. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление «стабилизации» её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.
30. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Примеры.
31. Основные теоремы о пределах.
32. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
33. Понятие о замечательных пределах. Принцип «взаимозаменяемости».
34. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
35. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
36. Понятие производной и её смысл. Процесс дифференцирования и основные правила дифференцирования. Таблица производных.
37. Композиция функций («сложная» функция) и её дифференцирование. Примеры.

## ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

### II семестр.

1. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов.
2. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
3. Возрастание и убывание функции. Связь с производной. Критические точки. Экстремум.
4. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
5. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
6. Понятие асимптоты графика. Методы нахождения асимптот.
7. Вогнутость и выпуклость графика. Точки перегиба.
8. Общая схема исследования функции с построением графика.
9. Касательная и нормаль к плоской кривой. Вычисление углов между кривыми. Понятия гладкости и кривизны.



10. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближённым вычислениям.
11. Правило Лопиталю и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
12. Понятие о пределах типа «неопределённости»:  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $(1)^\infty$ ,  $(0)^0$ ,  $(\infty)^0$  Методы их раскрытия..
13. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «инвариантности».
14. Понятие «интегрируемости» функций. Таблица первообразных и её «проверка».
15. Метод «внесения» под знак  $d$  и преобразования под знаком дифференциала.
16. Интегралы, содержащие «квадратичность», методы их вычисления.
17. Интегрирование рациональных дробей – общая схема и терминология (правильные, неправильные дроби; целая часть и остаток; основные типы элементарных дробей).
18. Метод замены переменной (два основных типа). Примеры.
19. Интегрирование простейших иррациональностей. Примеры.
20. Метод интегрирования по частям. Понятие о «возвратном» интеграле.
21. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
22. Основные типы «тригонометрических» подстановок. Примеры.
23. Понятие определённого интеграла, его основные свойства. Интегральные неравенства.
24. Формула Ньютона – Лейбница и её применение – примеры.
25. Особенности определённого интеграла, проявляющиеся в методах «по частям» и замене переменной.
26. Связь определённого интеграла с вычислением площади. Примеры.
27. Функции нескольких переменных. Область определения, график, линии и поверхности уровня.
28. Понятие предела и непрерывности функции. Основные теоремы и примеры.
29. Частные производные – определение, смысл и примеры.
30. Производная по направлению и градиент функции.
31. Производные высших порядков. Теорема Шварца. (в качестве примера рассмотреть производные 3-го порядка для  $f(x, y)$  и 2-го порядка для  $f(x, y, z)$ , указав – какие из них совпадают).
32. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
33. Экстремумы функции (нескольких переменных) – основные понятия и термины. Необходимые и достаточные условия экстремума. Стационарные точки.
34. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области. Примеры.

### 6.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Высшая математика» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются во внеаудиторное время (три типовых расчета в семестре). Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

#### І семестр.

##### Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений ( три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный ).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$



2. Вычислить определитель матрицы ( два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса ) : 
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} .$$

3. Решить матричное уравнение ( или неравенство ) – т.е. найти все подходящие значения  $x$  :

а) 
$$\begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0 ;$$
 б) 
$$\begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0 .$$

4. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases} .$$

### Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника:  $A(7,2)$ ,  $B(1,9)$ ,  $C(-8, -11)$ . Вычислить:  
Даны вершины треугольника :  $A(7; 2)$ ,  $B(1; 9)$ ,  $C(-8; -11)$ . Рассчитать:  
а) площадь, углы и периметр  $\Delta$  - ка ABC ;  
б) координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окружности;  
в) координаты точки К – пересечения медианы АЕ с биссектрисой BD ;  
г) длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;  
д) координаты точки, симметричной точке С относительно стороны АВ ;  
е) уравнение окружности, описанной вокруг треугольника . Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат  $XOY$ ).
2. Даны точки  $A(0,4,3)$ ,  $B(4,8,1)$ ,  $C(2,15, -7)$ ,  $D(0,6,4)$ .  
Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:  
а) объем пирамиды и площадь полной поверхности;  
б) длину высоты пирамиды  $AE$  и координаты ее основания – точки  $E$ .  
г) величину угла ( $\approx$  в градусах ) между ребром CD и гранью ACD ;  
д) величину проекции ребра AD на линию BC ;  
е) координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки **ABCD**.  
Дать схематический чертёж.
3. Дана информация о векторах:  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$  и  $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$ , а также величину угла между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ . Сделать соответствующий чертёж.
4. Найти координаты вектора  $\vec{b}$ , компланарного с векторами  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ , перпендикулярного вектору  $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$  и имеющего длину  $2|\vec{a}|$ .
5. Найти координаты вектора  $\vec{p}$ , коллинеарного вектору  $\vec{a} = \{2, 2, -1\}$  имеющего длину 3 и образующего тупой угол с вектором  $\vec{k}$ .
6. Найти координаты единичного вектора  $\vec{a}$ , перпендикулярного векторам  $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$  и  $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$  и образующего острый угол с базисным вектором  $\vec{j}$ .

7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить, тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:

а)  $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$ ; б)  $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$ ; в)  $x^2 + 2x + 5 = 0$ .

### Типовой расчет № 3 «Введение в математический анализ»

1. Последовательность  $\{a_n\}$  задана с помощью формулы:  $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$ .
- а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;
- б) исследовать  $\{a_n\}$  на монотонность;
- в) найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$  последовательности;
- г) определить, начиная с какого номера  $M$  модуль отклонения членов последовательности от величины  $A$  не превысит  $0,01$ ;
- д) изобразить поведение  $\{a_n\}$  графически и указать наименьший и наибольший из элементов  $a_n$  (если таковые существуют).
2. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертёж.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2; \\ x - \pi/2, & \text{если } x \geq \pi/2. \end{cases}$$

3. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной!)

а)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{5+8x^3} - 2x)$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1)/(2x^4 + 3x + 1)$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x})/\cos(\pi x/2)$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x))/(\pi - x)^2$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$ ;

4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента:

а)  $y = (5x - 6)/(\sqrt{x^3 + 5x - 6})$ ;      б)  $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$ ;      в)  $\ln[\sin(x/2)]^4$ ;

г)  $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$ ;      д)  $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$ .

- е) проверить, удовлетворяет ли функция  $y = (\sin x)/x$  уравнению:  $y + x y' = \cos x + 1$ .

## II семестр.

### Типовой расчет № 1 «Приложения производной»

1. Вычислить значение производной 1-го порядка в заданной точке  $x_0 = -1$  для функции  $y(x)$ , заданной неявно с помощью уравнения:

$$\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8.$$

(Значение  $y_0$ , соответствующее данному  $x_0$ , определить из самого уравнения).



2. Рассчитать приближенное значение величин ( с помощью дифференциала функции ):
- а)  $\sqrt{34}$  ; в)  $\lg 13$  ; б)  $\operatorname{arctg}(\sqrt[5]{0,97})$  ; в)  $\ln(349/17)$  , г)  $\lg(0,08)$  , считая известными значения  $\ln k$  для  $k = 1, 2, \dots, 10$  . ( Метод – см. лекции ! ).  
 Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность ( в % ).
3. К линии  $y = x - (1/x)$  в точках ее пересечения с осью  $OX$  проведены нормали. Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними ( с рисунком ).
4. Для функции  $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$  определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке  $-1 \leq x \leq 1$  . Дать эскиз графика.
5. Для функции  $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$  определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.
6. Для функции  $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$  рассчитать экстремумы и точки перегиба.
7. Составить уравнения касательной и нормали к линии  $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ , заданной параметрически, в точке, соответствующей значению  $t_0 = 0$ .
8. Вычислить пределы (применяя правило Лопиталья или преобразуя под него) . Указать возникающие типы неопределенности.
- а)  $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$  ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin(7x)))$  ;  
 в)  $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$  ;      г)  $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$  ;      д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$  .
9. В точках пересечения линий  $x + y + 1 = 0$  и  $y = 4x - x^2 - 5$  построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

### Типовой расчет № 2 «Приложения определённого интеграла»

**Примечание:** во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его  $\approx$  (с помощью программы AG)

1. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями :

а)  $y = x^2 - 3x$  ,  $x + y - 4 = 0$  ,  $y = 0$  .

б)  $y = \sqrt{6 - x^2}$  ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$  ,  $x \leq 0$  .

в) параболой  $(y + 2)^2 = -x - 1$  , касательной к ней в точке с ординатой  $y_0 = -3$  и осью  $OX$  .

г)  $xy = 1$  ,  $y = \ln(x/7)$  ,  $x = 1$  ,  $x = 7$  .

2. Вычислить длину дуги линии :

а)  $y = (x(3-x)\sqrt{x})/3$  ( между точками ее пересечения с осью  $OX$  ) ;

б)  $x(t) = t^2$  ,  $y(t) = t(1/3 - t^2)$  ( длину петли линии ) ;

3. Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями :  $3y = 14x - 3x^2 - 5$  ,  $x + y = 3$  ,  $x - y^2 = 3$  .

а) вокруг оси  $OX$  ;      б) вокруг оси  $OY$  .

( Вариант задачи: оценить величину площади поверхности тела вращения ) .

4. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями :  $v_1 = 3t^2 + 2t$ ,  $v_2 = 8t + 10$ . Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них ?
5. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж ?
6. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.
7. Найти работу, которая необходима для того, чтобы :
  - а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км ( радиус Земли принять 6370 км ) ;
  - б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами :  $R = 1$  м,  $r = 0,5$  м,  $H = 0,8$  м ; ( дном является меньшее основание конуса ).

**Типовой расчет № 3 «Дифференциальное исчисление функций  
нескольких переменных»**

1. Дана функция  $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$ . Вычислить значение величины  $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$  в точке  $(-1, -1, 1)$ .
2. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
  - а)  $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$ ;      б)  $\log_{1,98} \cos 44^\circ$ ;      в)  $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$ .
3. Дана функция :
  - а)  $f(x, y) = (y)^x$ . Найти величину  $x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$ .
  - б)  $f(x, y) = y/x$ . Найти величину  $f'_x - y \cdot f''_{yx}$ .
4. Найти  $f(x)$ , если известно, что  $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$  для любых (допустимых)  $x, y$ .
5. Даны функции :  $f(x, y) = e^x \cos y$ ,  $g(x, y) = e^x \sin y$ . Доказать, что
  - а)  $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$ ;
  - б)  $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$ .
6. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их ( взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы  $C$  ) :
  - а)  $f(x, y) = \text{ctg}(2x - 3y + 1)$ ; б)  $f(x, y) = \ln(x + y^2)$ ; в)  $f(x, y) = \arcsin(x^3/y^2)$ .
7. Найти наибольшую крутизну подъема поверхности  $z = (x)^y$  в точке  $(2, 2, 4)$ .
8. Функцию  $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$  исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.
9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции  $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$  в области  $D$ , ограниченной линиями :  $y = 4 - x^2$ ,  $x = -1$ ,  $3x + 2y + 1 = 0$ . Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.
10. Рассчитать условные экстремумы функции  $f(x, y) = x + 4y + 8$  при условии :  $2x^2 + 3y^2 = 5$  (методы редукции и Лагранжа). Дать иллюстрацию.



## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература:

1. Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г.- 7-е изд., стер.-М. -ФИЗМАТЛИТ, 2014.- (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-09024.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>.

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения.. [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Дубровский, С.И. Кадченко - М.: ФЛИНТА, 2015.- ISBN9785976521971. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976521971.html>.

3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html>.

### б) дополнительная литература:

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>

2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 9785392143726

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392143726.html>

3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>.

### в) интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru/>

2. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ALGEBRA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html)

3. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE\\_URAVNENIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html)


## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)


Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства ;
- оборудование специализированных лабораторий ;
- электронные записи лекций ;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты **MAPLE**, **Mathcard**, **MatLab**).

2 М-


Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **27. 03. 01 «Стандартизация и метрология»**

Рабочую программу составил: доцент кафедры **АиГ**  **С.В. Левизов**

Рецензент: доцент кафедры ФАиТ  **(М.Ю. Звездин)**

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Алгебра и геометрия».

Протокол № 4 от 07. 04. 2015 года

Заведующий кафедрой: 

**Н.И. Дубровин.**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления **27. 03. 01 «Стандартизация и метрология»**

Протокол № 7 от 09. 04. 2015 года

Председатель комиссии 

**Ю.А. Орлов.**



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

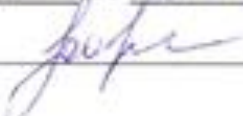
Рабочая программа одобрена на 2017-1018 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 5.03.17 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  


Рабочая программа одобрена на 2018/19 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 10.9.18 года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  


Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_