

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



А.А.Панфилов

« 09 » 04 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
"Математика"**

Направление подготовки 27.03.01 «Стандартизация и метрология»

Профиль подготовки «Стандартизация, сертификация и метрология»

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, Час.	Практи- ческие занятия час.	Лабора- торные работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./ зачет)
1	6 / 216	54	72	-	45	Экзамен (45)
2	6 / 216	54	72	-	54	Экзамен (36)
Итого	12 / 432	108	144	-	99	Экзамен (81)

Владимир 2015

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «**Математика**» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «**Математика**» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению **27.03.01 «Стандартизация и метрология»**.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «**Математика**» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «**Математика**» обучающимися позволит им :

- а) применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- б) строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- в) использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общекультурными компетенциями** :

- способностью к самоорганизации и самообразованию (**ОК – 7**).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ;

уметь: выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ;

владеть: способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **12 зачетных единиц (432 часа)**.

Распределение трудоёмкости по видам занятий представлено в таблице.

	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	1.1 – 1.2	1	1	3	4			2		1 / 14	
2	1.3 – 1.4		2	3	4			3		2 / 28	
3	1.5		3	3	4			2		2 / 28	
4	2.1 - 2.2		4	3	4			3		2 / 28	
5	2.3 – 2.4		5	3	4			2		1 / 14	Рейтинг-
6	3.1 – 3.2		6	3	4			3		2 / 28	контроль №1
7	3.3 – 3.4		7	3	4			2		2 / 28	
8	3.5		8	3	4			3		1 / 14	
9	4.1 – 4.2		9	3	4			2		2 / 28	
10	4.3		10	3	4			3		2 / 28	Рейтинг-
11	4.4		11	3	4			2		2 / 28	контроль №2
12	4.5		12	3	4			3		1 / 14	
13	5.1 – 5.2		13	3	4			2		2 / 28	
14	5.3 - 5.4		14	3	4			3		2 / 28	
15	6.1		15	3	4			2		2 / 28	
16	6.2 - 6.3		16	3	4			3		1 / 14	
17	6.4		17	3	4			2		2 / 28	Рейтинг-
18	6.5		18	3	4			3		2 / 28	контроль №3
Всего за I семестр				54	72			45		31 / 25	45 (экзамен)
19	7.1 – 7.2	2	1	3	4			3		1 / 14	
20	7.2		2	3	4			3		2 / 28	
21	7.2. – 7.3		3	3	4			3		2 / 28	
22	8.1 – 8.2		4	3	4			3		2 / 28	
23	8.2 - 8.3		5	3	4			3		2 / 28	
24	9.1		6	3	4			3		1 / 14	Рейтинг-
25	9.2 – 9.3		7	3	4			3		2 / 28	контроль №1
26	9.3 – 9.4		8	3	4			3		2 / 28	
27	10.1 – 10.2		9	3	4			3		2 / 28	
28	10.2 – 10.3		10	3	4			3		2 / 28	
29	11.1 – 11.2		11	3	4			3		1 / 14	
30	11.3 - 11.4		12	3	4			3		2 / 28	Рейтинг-
31	11.4 – 11.5		13	3	4			3		2 / 28	контроль №2
32	12.1 – 12.2		14	3	4			3		2 / 28	
33	12.2		15	3	4			3		2 / 28	
34	12.3		16	3	4			3		1 / 14	
35	12.4 - 12.5		17	3	4			3		2 / 28	Рейтинг-
36	12.5 – 12.6		18	3	4			3		2 / 28	контроль №3
Всего за II семестр				54	72			54		32 / 25	36 (экзамен)
Всего за курс				108	144			99		63 / 25	81 (экзамен)

Тематический план курса.

I семестр.

I. Линейная алгебра.

1.1 Определители, их свойства и вычисление. 1.2. Матрицы, действия над ними. Обратная матрица. 1.3. Системы линейных уравнений. Однородные системы. 1.4. Методы Гаусса и Крамера. 1.5. Применение компьютерных технологий (программа « Solver ») в алгебре.

II. Векторная алгебра.

2.1. Векторы и действия над ними. 2.2. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе. 2.3. Системы координат на плоскости и в пространстве. Радиус- вектор и направляющие косинусы. 2.4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

III. Аналитическая геометрия.

3.1. Декартовы координаты. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые. 3.2. Прямая на плоскости, различные способы её задания. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. 3.3. Плоскость в пространстве, расстояние от точки до плоскости. 3.4. Прямая в пространстве, ее уравнения. 3.5 Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

IV. Введение в анализ.

4.1. Действительные числа. Множества и логическая символика. Понятие о функции и её графике. Элементарные функции. Обратная функция. 4.2. Последовательности и их пределы. Число «e», натуральные логарифмы и их свойства. 4.3. Предел функции, основные теоремы о пределах. 4.4. Замечательные пределы и следствия из них. Понятие о бесконечно малых и больших величинах. 4.5. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

V. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

5.1. Понятие производной, правила дифференцирования. «Табличные» производные. 5.2. Дифференцирование композиции функций, обратной функции. 5.3. Неявные и параметрически заданные функции. 5.4. Высшие производные.

VI. Приложения производной.

6.1. Исследование функций с помощью производных. Асимптоты графика функции. 6.2. Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с его помощью. 6.3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны. 6.4. Физико - механические приложения производной. Задачи оптимизации. 6.5. Правило Лопиталя.

II семестр.

VII. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).

7.1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов. 7.2. Основные методы интегрирования. 7.3. Понятие о «неберущихся» интегралах. Теорема Коши о существовании первообразной.

VIII. Определенный интеграл.

8.1. Понятие определенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла и его геометрический смысл. 8.2. Интегральные неравенства и оценки. 8.3. Понятие о несобственных интегралах.

IX. Приложения определенного интеграла.

9.1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах. 9.2. Расчет длин линий (в различных координатах). 9.3. Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения. 9.4. Решение задач механики и физики.

X. Функции, зависящие от нескольких переменных.

10.1. Общие понятия и терминология. Топология в \mathbf{R}^2 и \mathbf{R}^3 . Пределы и непрерывность. Поверхности в пространстве. 10.2. Частные производные. Высшие производные, теорема Шварца. 10.3. Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

XI. Приложения частных производных.

11.1. Полный дифференциал и приближенные вычисления. **11.2.** Касательная плоскость и нормаль к поверхности. **11.3.** Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных). **11.4.** Исследование функции в замкнутой ограниченной области. **11.5.** Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

XII. Дифференциальные уравнения.

12.1. Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения. Порядок и класс уравнения. Общий интеграл и интегральные кривые. **12.2.** Основные типы уравнений 1-го порядка. **12.3.** Уравнения высших порядков, методы понижения. **12.4.** Задача Коши и теорема Коши. Особые решения. **12.5.** Комплексные числа. Основные понятия и операции. **12.6.** Линейные уравнения высших порядков и методы их решения.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

5.1. Активные и интерактивные формы обучения

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
 2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
 3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
 4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).
- Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 36 часов (25 %).

5.2. Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

5.3. Мультимедийные технологии обучения

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

5.4. Лекции приглашенных специалистов

В рамках учебного курса «Высшая математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

5.5. Рейтинговая система обучения

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Высшая математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчётов.

I семестр.

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

« Определители и матрицы. Решение линейных систем ».

Вариант 1.

1. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

2. Решить систему линейных уравнений (методами Гаусса, Крамера и матричным).
Пояснить ход решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное неравенство (т.е. найти все подходящие значения x) :

$$\det \begin{pmatrix} x+2 & x^3+8 \\ -4 & 5-2x \end{pmatrix} \leq 0$$

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

« Векторы и геометрия ».

Вариант 1.

1. Дано: $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$, $|\vec{d}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$, $(\vec{c}, \vec{d}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти величину проекции вектора \vec{a} на вектор \vec{b} . Сделать схематический рисунок.
2. При каком значении t векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?
3. Даны три вершины трапеции: $A(-1,2)$, $B(3,0)$, $C(2,5)$. Найти координаты ее четвертой вершины D и длину средней линии, если известно, что $AB \parallel CD$ и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.
4. Даны уравнения плоскостей : $x + 3y - 2z + 1 = 0$ и $-2x + y + 3z + 6 = 0$.
Написать уравнение линии их пересечения и найти расстояние от нее до плоскости $-4x + 2y + 6z - 3 = 0$.

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3

« Введение в математический анализ и приложения производной ».

Вариант 1.

1. Вычислить пределы функций (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)} ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \operatorname{arccotg}(x)}$$

2. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

3. а) Проверить, удовлетворяет ли функция $y = -x \cos(x) + 3x$ данному уравнению: $xy' = y - x^2 \cdot \sin(x)$.

- б) Найти производную $y'(x)$ неявной функции, заданной уравнением $\operatorname{arctg}(x/y) = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $x_0 = 0$.

4. Используя правило Лопиталья, найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{1/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$.

5. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции): $\sin^4 64^\circ$.
Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

II семестр.

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

« Техника интегрирования ».

Вариант 1.

1. Вычислить неопределенные интегралы (найти первообразные!); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием:

а) $\int \operatorname{arccotg}(\sqrt{x}) dx$; б) $\int (2 - x^4) / (x^3 + 8) dx$; в) $\int 1 / (5 + \sqrt{1 - x}) dx$;

2. Вычислить определенные интегралы, указав смысл полученного результата.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx. \quad \int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx. \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx. \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

« Исследование функций нескольких переменных ».

Вариант 1.

1. Найти частные производные первого порядка, если $x + y + z = e^z$.
2. Вычислить приближенно $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$.
5. Найти производную функции $f(x, y, z) = x^2 + z^3 - xyz$ в точке $M(1, 1, 2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(-9, 5, -1)$.

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3
«Дифференциальные уравнения» .

Вариант 1

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $dy = (2x - 1) \operatorname{ctg}(y) dx$
3. Найти частное решение дифференциального уравнения $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3; y(0) = 0$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' \sin x = y \ln y$
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
6. Найти частное решение и сделать проверку ; пояснить ход решения.
 $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x, y(0) = y'(0) = 0.$

6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

I семестр.

1. Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
2. Определители и их свойства. Вычисление определителей («крест-накрест» и по Саррюсу).
3. Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Метод «разложения» определителя .
4. Линейные уравнения и системы. Общие понятия, терминология. Матричная форма записи.
5. Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
6. Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
7. Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
8. Понятие « степень матрицы ». Обратная матрица . Вычисление обратной матрицы
9. «Обратноматричный» метод решения систем, его сущность.
10. Основные типы матричных уравнений и методы их решения.
11. Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и « цепочки ».
Понятия « модуль », « нуль-вектор », « противоположный вектор » и « единичный вектор ».
12. Скалярное произведение векторов , его свойства и приложения.
13. Векторное произведение векторов , его свойства и приложения. Правило « винта ».
14. Смешанное произведение векторов , его свойства и приложения.
15. Зависимость и независимость векторов. Понятие « базис » (для совокупности векторов).
16. Прямоугольные базисы. Координаты вектора. Понятия « орт », « проекция », их свойства.
17. Простейшие векторные операции в координатной форме. Понятие линейной комбинации.
18. Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме.
«Таблицы умножения» для базисных векторов $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$.
19. Вывод формулы для смешанного произведения векторов в координатной форме.
20. Понятия « ортогональность », « коллинеарность » и « компланарность » векторов.
Основные « критерии » взаимного расположения векторов (всего их три !)
21. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
22. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод « охвата »).
23. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие « уравнение линии » и « привязка точки ».
24. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
25. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование.
Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
26. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
27. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
28. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции.
Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы !)
29. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление « стабилизации » её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.

30. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы.
31. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
32. Понятие о замечательных пределах. Принцип «взаимозаменяемости».
33. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
34. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
35. Понятие производной . Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
36. Композиция функций (« сложная » функция) и её дифференцирование. Примеры.
37. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов.
38. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
39. Возрастание и убывание функции.Связь с производной. Критические точки. Экстремум.
40. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
41. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
42. Понятие асимптоты графика. Методы нахождения асимптот.
43. Вогнутость и выпуклость графика. Точки перегиба.
44. Общая схема исследования функции с построением графика.
45. Касательная и нормаль к плоской кривой. Углы между кривыми. Гладкость и кривизна.
46. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближённым вычислениям.
47. Правило Лопиталья и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
48. Понятие о пределах типа «неопределённости» : $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $(1)^\infty$, $(0)^0$, $(\infty)^0$.

II семестр.

1. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «инвариантности».
2. Понятие « интегрируемости » функций . Таблица первообразных и её « проверка ».
3. Метод « внесения » под знак d и преобразования под знаком дифференциала.
4. Интегралы , содержащие «квадратичность» , методы их вычисления.
5. Интегрирование рациональных дробей– общая схема и терминология.
6. Метод замены переменной (два основных типа). Примеры.
7. Интегрирование простейших иррациональностей. Примеры.
8. Метод интегрирования по частям. Понятие о « возвратном » интеграле.
9. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
10. Основные типы «тригонометрических» подстановок. Примеры.
11. Понятие определенного интеграла, его основные свойства. Интегральные неравенства.
12. Формула Ньютона – Лейбница и её применение – примеры.
13. Особенности определённого интеграла (в методах «по частям» и замене переменной).
14. Связь определённого интеграла с вычислением площади. Примеры.
15. Функции нескольких переменных. Область определения, график , линии уровня.
16. Понятие предела и непрерывности функции. Основные теоремы и примеры.
17. Частные производные – определение, смысл и примеры.
18. Производная по направлению и градиент функции.
- 19.Производные высших порядков. Теорема Шварца(примеры совпадающих смешанных !)
20. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
21. Экстремумы функции.Необходимые и достаточные условия. Стационарные точки.
22. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.
23. Понятие дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Интегрирование уравнения. Общий интеграл и частное решение. Интегральные кривые.
24. Особые случаи. Проверка общего и частного решений. « Потери » решений. Примеры.
25. Уравнения 1-го порядка. Разделяющиеся переменные и однородные уравнения.
26. Уравнения, сводящиеся к разделению переменных при помощи замены переменных.
27. Линейные уравнения . Метод Лагранжа. Уравнения Бернулли . Подстановка Бернулли.
28. Понятие начальных условий и задача Коши для уравнения 1-го порядка. Теорема Коши.
29. Уравнения в полных дифференциалах и метод их решения.
30. Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы понижения. Примеры.
31. Понятие о приближённом решении уравнения вида $y' = f(x, y)$ (с помощью АГ).
Построение интегральной кривой в поле направлений.

6.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Высшая математика» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются во внеаудиторное время (три типовых расчета в семестре). Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

І семестр.

Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель матрицы (два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса) :
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение (или неравенство) – т.е. найти все подходящие значения x :

$$\text{а) } \begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0 ; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0 .$$

4. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases}$$

Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника: $A(7,2)$, $B(1,9)$, $C(-8, -11)$. Вычислить:

Даны вершины треугольника : $A (7 ; 2)$, $B (1 ; 9)$, $C (- 8 ; - 11)$. Рассчитать:

а) площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;

б) координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окруж-ти;

в) координаты точки К – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;

г) длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;

д) координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;

е) уравнение окружности, описанной вокруг треугольника. Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат XOY).

2. Даны точки $A(0,4,3)$, $B(4,8,1)$, $C(2,15, -7)$, $D(0,6,4)$.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:

а) объем пирамиды и площадь полной поверхности;

б) длину высоты пирамиды AE и координаты ее основания – точки E .

в) величину угла (\approx в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;

г) величину проекции ребра AD на линию BC ;

д) координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки **ABCD**.

Дать схематический чертёж.

3. Дана информация о векторах: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$ и $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$, а также величину угла между векторами \vec{c} и \vec{d} . Сделать соответствующий чертеж.
4. Найти координаты вектора \vec{b} , компланарного с векторами \vec{i} , \vec{j} , перпендикулярного вектору $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$ и имеющего длину $2|\vec{a}|$.
5. Найти координаты вектора \vec{v} , коллинеарного вектору $\vec{q} = \{2, 2, -1\}$ имеющего длину, равную 3 и образующего тупой угол с вектором \vec{k} .
6. Найти координаты единичного вектора \vec{a} , перпендикулярного векторам $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$ и образующего острый угол с базисным вектором \vec{j} .
7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:
- а) $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$; б) $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$; в) $x^2 + 2x + 5 = 0$.

Типовой расчет № 3

«Введение в математический анализ и приложения производной»

1. Последовательность $\{a_n\}$ задана с помощью формулы: $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$.
- а) исследовать $\{a_n\}$ на монотонность;
- б) найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ последовательности;
- в) определить, начиная с какого номера N модуль отклонения элементов последовательности от величины A не превысит 0,01;
- г) изобразить поведение $\{a_n\}$ графически и указать наименьший и наибольший из элементов a_n (если таковые существуют).
2. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной !)
- а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{5+8x^3} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1) / (2x^4 + 3x + 1)$;
- в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x}) / \cos(\pi x / 2)$;
- д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x)) / (\pi - x)^2$; е) $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$.
4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента:
- а) $y = (5x - 6) / (\sqrt{x^3 + 5x - 6})$; б) $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$; в) $\ln[\sin(x/2)]^4$;
- г) $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$; д) $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$.
- е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x) / x$ уравнению: $y + x y' = \cos x + 1$.
5. Вычислить значение производной 1 – го порядка в заданной точке $x_0 = -1$ для функции $y(x)$, заданной неявно с помощью уравнения:
 $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$.
(Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из самого уравнения).
6. Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):
- а) $\sqrt[5]{34}$; в) $\lg 13$; б) $\operatorname{arctg}(\sqrt{0,97})$; в) $\ln(349/17)$, г) $\lg(0,08)$, считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции!).
Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

7. К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью OX проведены нормали. Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).
8. Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.
9. Для функции $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.
10. Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.
11. Составить уравнения касательной и нормали к линии $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$, заданной параметрически, в точке, соответствующей значению $t_0 = 0$.
12. Вычислить пределы (применяя правило Лопиталья или преобразуя под него). Указать возникающие типы неопределенности.
- а) $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin(7x)))$;
- в) $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$.
13. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

II семестр

Типовой расчет № 1 «Приложения определённого интеграла»

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений.

1. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 - 3$, x , $x + y - 4 = 0$, $y = 0$.

б) $y = \sqrt{6 - x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$, $x \leq 0$.

в) параболой $(y + 2)^2 = -x - 1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX .

г) $xy = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.

2. Вычислить длину дуги линии:

а) $y = (x(3-x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX);

б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии).

3. Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями: $3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$.

а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .

(*Вариант задачи:* оценить величину площади поверхности тела вращения).

4. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями: $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них?

5. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж?

6. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10 м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.

7. Найти работу, которая необходима для того, чтобы:

а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км);

б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами: $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м; (дном является меньшее основание конуса).

Типовой расчет № 2

«Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$. Вычислить значение величины $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.
2. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
а) $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$; б) $\log_{1,58} \cos 44^\circ$; в) $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$.
3. Дана функция:
а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину $x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$.
б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.
4. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .
5. Даны функции: $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что
а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$;
б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.
6. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их (взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C):
а) $f(x, y) = \text{ctg}(2x - 3y + 1)$; б) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$; в) $f(x, y) = \arcsin(x^3/y^2)$.
7. Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.
8. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.
9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$, $x = -1$, $3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.
10. Рассчитать условные экстремумы функции $f(x, y) = x + 4y + 8$ при условии: $2x^2 + 3y^2 = 5$ (методы редукции и Лагранжа). Дать иллюстрацию.

Типовой расчет № 3

«Дифференциальные уравнения».

1. Указать тип дифференциального уравнения и найти общее решение или общий интеграл данного уравнения, кратко прокомментировать процесс решения.
 $y' - 2x(x^2 + y)$; $y^2 + x^2y - xy y'$; $3yy'' + (y')^2 = 0$.
2. Определить тип уравнения и решить задачу Коши (найти частное решение).
а) $y' - y \cos x = \sin 2x$, $y(0) = -1$; б) $2(y^3 - y + xy)dy = dx$, $y(-2) = 0$;
1. Указать вид общего решения уравнения $y'' - 5y' + 4y = f(x)$, если
а) $f(x) = 4x$; б) $f(x) = 2xe^{2x}$; в) $f(x) = e^x(x \cos x - \sin x)$.
4. Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения.
а) $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$;
б) $y^{IV} - y^{IV} = xe^x - 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = y''(0) = -1$, $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$;
5. Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:
 $4y'' - 4y' + y = -2 \sin x + x + 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г.- 7-е изд., стер.-М. -ФИЗМАТЛИТ, 2014.- (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-09024.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>.

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения.. [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Дубровский, С.И. Кадченко - М.: ФЛИНТА, 2015.- ISBN9785976521971. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976521971.html>.

3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html>.

б) дополнительная литература:

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>

2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 97853921437261

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97853921437261.html>

3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>.

в) интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru/>

2. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html

3. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства ;
- оборудование специализированных лабораторий ;
- электронные записи лекций ;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты **MAPLE**, **Mathcard**, **MatLab**).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями **ФГОС ВО**

по направлению **27. 03. 01 «Стандартизация и метрология»**

Рабочую программу составил: доцент кафедры АйГ  **С.В. Левизов**

Рецензент: _____

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«Алгебра и геометрия».

Протокол № 4 от **07.04. 2015** года

Заведующий кафедрой: _____

 **Н.И. Дубровин.**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления **27. 03. 01 «Стандартизация и метрология»**

Протокол № 7 от **09. 04. 2015** года

Председатель комиссии _____

 **Ю.А. Орлов.**