

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института


Елкин А.И.
« 30 » августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Высшая математика»

направление подготовки / специальность
27.03.01 «Стандартизация и метрология»

направленность (профиль) подготовки
«Стандартизация и метрология»

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» являются :

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

Задачи:

1. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
2. Научиться пользоваться математическими методами в решении прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК - 1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики	ОПК-1.1. Знает основные законы, положения и методы фундаментальных наук, математический аппарат для описания и анализа физических, химических и измерительных процессов, основы электротехники и электроники, основы экологии, процессы контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, основы информационного обеспечения в области качества ОПК-1.2. Умеет использовать на практике основные законы, положения и методы фундаментальных наук, математический аппарат для описания и анализа физических, химических и измерительных процессов, основы электротехники и электроники, основы экологии, процессы контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, основы информационного обеспечения в области качества ОПК-1.3. Владеет законами и методами фундаментальных наук, математическим аппаратом для описания и анализа	знает: основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ; умеет: выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ; владеет: способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .	Типовой расчет

	физических, химических и измерительных процессов, основными положениями электротехники и электроники, основными положениями экологической безопасности, процессами контроля и управления качеством продукции (услуг), сырья и материалов, информационными технологиями в области качества		
ОПК - 2. Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	ОПК-2.1. Знает профильные разделы математических и естественно-научных дисциплин. ОПК-2.2. Умеет формулировать задачи в области контроля и управления качеством продукции (услуг) ОПК-2.3. Владеет навыками грамотно и аргументировано формировать собственные суждения и оценки на основе знаний по профильным разделам математических и естественно-научных дисциплин	знает: основные понятия и положения разделов высшей математики, которые будут использоваться в профессиональной деятельности ; умеет: выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий математический аппарат ; владеет: способностью выполнять численные и экспериментальные исследования, проводить обработку и анализ результатов .	Типовой расчет

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов

Тематический план
форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической работы		
1	Линейная алгебра	1	1-4	8	8		4	10	Рейтинг-контроль 1
2	Векторная алгебра	1	5-7	6	6		3	7	
3	Аналитическая геометрия	1	8-11	8	8		4	10	Рейтинг-контроль 2
4	Введение в математический анализ	1	12-14	6	6		3	7	
5.	Дифференциальное исчисление	1	15-18	8	8		4	11	Рейтинг-контроль 3
Всего за 1-й семестр:				36	36		18	45	Экзамен (27)
6	Приложения производной	2	1-5	10	10		5		Рейтинг-контроль 1
7	Интегральное исчисление	2	6-9	8	8		4		
8	Приложения интеграла	2	10-13	8	8		4		Рейтинг-контроль 2
9	Функции многих переменных	2	14-16	6	6		3		
10	Приложения частных производных	2	17-18	4	4		2		Рейтинг-контроль 3
Всего за 2-й семестр:				36	36		18	36	Экзамен (36)
Итого по дисциплине				72	72		36	81	Экзамены (63)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

1 семестр

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1 Определители, их свойства и вычисление.

Содержание темы. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

Тема 2 Системы линейных уравнений.

Содержание темы. Однородные системы. Методы Гаусса и Крамера. Применение компьютерных технологий (программа « Solver ») в алгебре.

Раздел 2. Векторная алгебра.

Тема 1 Векторы и действия над ними.

Содержание темы. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе.

Тема 2 Системы координат на плоскости и в пространстве.

Содержание темы. Радиус-вектор и направляющие косинусы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.

Раздел 3. Аналитическая геометрия.

Тема 1 Декартовы координаты.

Содержание темы. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.

Тема 2 Прямая на плоскости, различные способы ее задания.

Содержание темы. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3 Плоскость и прямая в пространстве.

Содержание темы. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, ее уравнения. Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

Раздел 4. Введение в анализ.

Тема 1 Действительные числа.

Содержание темы. Множества и логическая символика. Понятие о функции и графике. Элементарные функции. Обратная функция.

Тема 2 Последовательности и их пределы.

Содержание темы. Число «е». Натуральные логарифмы и их свойства. Предел функции, основные теоремы о пределах.

Тема 3 Замечательные пределы и следствия из них.

Содержание темы. Понятие о бесконечно малых и бесконечно больших величинах. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

Тема 1 Понятие производной.

Содержание темы. Правила дифференцирования. «Табличные» производные.

Тема 2 Дифференцирование композиции функций, обратной функции.

Содержание темы. Неявные и параметрически заданные функции. Высшие производные. Теоремы Ферма, Лагранжа и Коши.

2 семестр.

Раздел 6. Приложения производной.

Тема 1 Исследование функций с помощью производных.

Содержание темы. Асимптоты графика функции.

Тема 2 Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Тема 3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны.

Тема 4. Физико - механические приложения производной.

Содержание темы. Задачи оптимизации. Правило Лопиталя.

Раздел 7. Интегральное исчисление.

Тема 1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла.

Содержание темы. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Тема 3. Термин «неберущийся» интегралах.

Содержание темы. Теорема Коши о существовании первообразной.

Тема 4. Определенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница.

Содержание темы. Свойства определенного интеграла, его геометрический смысл. Интегральные неравенства и оценки. Несобственные интегралы.

Раздел 8. Приложения определенного интеграла.

Тема 1 Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах.

Тема 2 Расчет длин линий (в различных системах координат).

Тема 3 Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.

Тема 4 Решение задач механики и физики.

Раздел 9. Функции, зависящие от нескольких переменных.

Тема 1 Общие понятия и терминология.

Содержание темы. Топология, пределы и непрерывность. Поверхности в $\mathbb{R}^3$.

Тема 2 Частные производные.

Содержание темы. Высшие производные, теорема Шварца.

Тема 3. Скалярное поле.

Содержание темы. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Раздел 10. Приложения частных производных.

Тема 1 Полный дифференциал и приближенные вычисления.

Содержание темы. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных).

Тема 2 Исследование функции в замкнутой ограниченной области.

Содержание темы. Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

Содержание практических занятий по дисциплине

1 семестр

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1 Определители, их свойства и вычисление.

Содержание темы. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

Тема 2 Системы линейных уравнений.

Содержание темы. Однородные системы. Методы Гаусса и Крамера. Применение компьютерных технологий (программа « Solver ») в алгебре.

Раздел 2. Векторная алгебра.

Тема 1 Векторы и действия над ними.

Содержание темы. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе.

Тема 2 Системы координат на плоскости и в пространстве.

Содержание темы. Радиус-вектор и направляющие косинусы. Скалярное, векторное и смешанное произведение.

Раздел 3. Аналитическая геометрия.

Тема 1 Декартовы координаты.

Содержание темы. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.

Тема 2 Прямая на плоскости, различные способы ее задания.

Содержание темы. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3 Плоскость и прямая в пространстве.

Содержание темы. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве, ее уравнения. Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

Раздел 4. Введение в анализ.

Тема 1 Действительные числа.

Содержание темы. Множества и логическая символика. Понятие о функции и графике. Элементарные функции. Обратная функция.

Тема 2 Последовательности и их пределы.

Содержание темы. Число «е». Натуральные логарифмы и их свойства. Предел функции, основные теоремы о пределах.

Тема 3 Замечательные пределы и следствия из них.

Содержание темы. Понятие о бесконечно малых и бесконечно больших величинах. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

Тема 1 Понятие производной.

Содержание темы. Правила дифференцирования. «Табличные» производные.

Тема 2 Дифференцирование композиции функций, обратной функции.

Содержание темы. Неявные и параметрически заданные функции. Высшие производные. Теоремы Ферма, Лагранжа и Коши.

2 семестр.

Раздел 6. Приложения производной.

Тема 1 Исследование функций с помощью производных.

Содержание темы. Асимптоты графика функции.

Тема 2 Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Тема 3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны.

Тема 4. Физико - механические приложения производной.

Содержание темы. Задачи оптимизации. Правило Лопиталя.

Раздел 7. Интегральное исчисление.

Тема 1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла.

Содержание темы. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Тема 3. Термин «неберущийся» интегралах.

Содержание темы. Теорема Коши о существовании первообразной.

Тема 4. Определенный интеграла и формула Ньютона-Лейбница.

Содержание темы. Свойства определенного интеграла, его геометрический смысл. Интегральные неравенства и оценки. Несобственные интегралы.

Раздел 8. Приложения определенного интеграла.

Тема 1 Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах.

Тема 2 Расчет длин линий (в различных системах координат).

Тема 3 Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.

Тема 4 Решение задач механики и физики.

Раздел 9. Функции, зависящие от нескольких переменных.

Тема 1 Общие понятия и терминология.

Содержание темы. Топология, пределы и непрерывность. Поверхности в R^3 .

Тема 2 Частные производные.

Содержание темы. Высшие производные, теорема Шварца.

Тема 3. Скалярное поле.

Содержание темы. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

Раздел 10. Приложения частных производных.

Тема 1 Полный дифференциал и приближенные вычисления.

Содержание темы. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных).

Тема 2 Исследование функции в замкнутой ограниченной области.

Содержание темы. Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости (рейтинг – контроль 1, рейтинг – контроль 2, рейтинг – контроль 3).

1 семестр

Рейтинг – контроль № 1. «Определители и матрицы. Решение линейных систем».

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$-x + y + 2z = 10,$	$5x + y + 4z = 3,$	$5x + 3y - z = 0,$
а) $x - 4y + 3z = -10,$	б) $11x + 5y + 2z = 19,$	в) $x + 4y + 3z = 0,$
$3x - 3y + 4z = 0.$	$3x + 2y - z = 8.$	$11x + 3y + z = 0.$

2. Вычислить определитель (два способа – разложением по строке - столбцу или по правилу Саррюса !) :

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} ; \quad A = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 11 & 10 & 1 \end{vmatrix} .$$

Рейтинг – контроль № 2. «Векторы и геометрия ».

1. Дана информация о векторах : $|a| = 1$, $|b| = 2$, $(a \wedge b) = 30^\circ$.

Используя ее, средствами векторного исчисления найти : площадь треугольника, построенного на векторах $c = (a + 3b)$ и $d = (2a - b)$, а также величину угла

между

c и d . Сделать соответствующий чертеж.

2. Дано : $|c| = |3a - 2b| = 4$, $|d| = |-5a + 6b| = 5$, $(c \wedge d) = 2\pi/3$. Найти величину проекции вектора a на вектор b . Сделать схематический рисунок.

3. При каком значении параметра t векторы $a = -i + j + tk$, $b = (t + 1)i - 2j + k$, $c = 2ti - j - 3k$ а) будут компланарны ? б) образуют тетраэдр объемом 10 куб.

ед.?

4. Даны три вершины трапеции : $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$, $C(2, 5)$. Найти координаты ее четвертой вершины D и длину средней линии, если известно , что $|AB| = 3|CD|$ и $AB \parallel CD$. Сделать подтверждающий чертеж.

5. Даны вершины треугольника : $A(7; 2)$, $B(1; 9)$, $C(-8; -11)$. Рассчитать:

а) площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;

б) координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной

окруж-ти;

в) координаты точки K – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;

г) длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;

д) координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;

е) уравнение окружности, описанной вокруг треугольника . Сделать рисунок.

6. Даны координаты точек : $A(0, 4, 3)$, $B(4, 8, 1)$, $C(2, 15, -7)$, $D(0, 6, 4)$.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать :

а) объем пирамиды и площадь полной поверхности ;

б) длину высоты пирамиды DE и координаты ее основания – точки E ;

г) величину угла ($\approx$ в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;

д) величину проекции ребра AD на линию BC ;

е) координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки $ABCD$.

Дать схематический чертеж.

Рейтинг – контроль № 3. «Пределы и техника дифференцирования ».

1. Исследовать числовую последовательность $\{a_n\}$, заданную формулой :

а) $a_n = (23 - 4n) / (7n - 14)$; б) $a_n = (2)^{(6n - n^2 - 5)}$; в) $a_n = n^2 / (2)^{n-1}$;

г) $a_n = 2n + (512 / n^2)$..

2. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной !)

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{5 + 8x^3} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1) / (2x^4 + 3x + 1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x}) / \cos(\pi x / 2)$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x)) / (\pi - x)^2$; е) $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$;

3. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента :

- а) $y = (5x - 6) / (\sqrt{x^3 + 5x - 6})$; б) $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$; в) $\ln[\sin(x/2)]^4$;
 г) $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$; д) $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$;
 е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x) / x$ уравнению: $y + x y' = \cos x + 1$.

2семестр

Рейтинг-контроль № 1. «Производная и её приложения»

- Вычислить значение производной 1-го порядка в заданной точке $x_0 = -1$ для функции $y(x)$, заданной неявно с помощью уравнения:
 $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$.
 (Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из самого уравнения).
- Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):
 а) $\sin^4(64^\circ)$; б) $\sqrt[5]{34}$; в) $\lg 13$; г) $\operatorname{arctg}(\sqrt{0,97})$; д) $\ln(349/17)$, е) $\lg(0,08)$, считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции!).
 Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).
- К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью ОХ проведены нормали. Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).
- Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.
- Для функции $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.
- Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.
- Вычислить пределы (применяя правило Лопиталя или преобразуя под него). Указать возникающие типы неопределенности.

- а) $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin 7x))$;
 в) $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$;

Рейтинг-контроль № 2. «Интегрирование»

- Вычислить неопределенные интегралы (найти первообразные!); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием:
 а) $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$; б) $\int (2 - x^4) / (x^3 + 8) dx$; в) $\int 1 / (5 + \sqrt{1-x}) dx$;
 г) $\int (1 + 3x) / (\sqrt{2+x-x^2}) dx$; д) $\int \sin x / (\cos x - \operatorname{ctg} x) dx$; е) $\int x^3 / \sqrt{1-x^2} dx$;
 ж) $\int dx / (x \sqrt{x^2 + 4})$; з) $\int (e)^{\cos 2x} \sin 4x dx$; и) $\int \ln^2 x / (\sqrt{x}) dx$;
- Вычислить интегралы предыдущего раздела (см. выше), положив пределы интегрирования от 0 до 1 в пунктах а)–г); от $\pi/6$ до $\pi/2$ в п.д); от -0,5 до +0,5 в п.п.е)–ж); от 0 до $\pi/4$ в п.з); от 1 до $(e)^4$ в п.и).
- В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его $\approx$ (с помощью программы AG).

4. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями :

а) $y = x^2 - 3x$, $x + y - 4 = 0$, $y = 0$.

б) $y = \sqrt{6 - x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$, $x \leq 0$.

в) параболой $(y + 2)^2 = -x - 1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX .

г) $x = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.

5. Вычислить длину дуги линии :

а) $y = (x(3 - x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX) ;

б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии) ;

6. Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями : $3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$.

а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .

(*Вариант задачи:* оценить величину площади поверхности тела вращения)

7. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями : $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них ?

8. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж ?

9. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.

10. Найти работу, которая необходима для того, чтобы :

а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км) ;

б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами : $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м ; (дном является меньшее основание конуса).

Рейтинг-контроль №3 «Функции нескольких переменных» .

1. Дана функция : $f(x, y, z) = z \cdot \ln(y/x)$.

Вычислить значение величины $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.

2. Дана функция :

а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину

$x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$.

б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.

3. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .

4. Даны функции : $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что

а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$;

б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.

5. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их

(взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C) :

а) $f(x, y) = \sin(x^2/y^3)$.

- б) $f(x, y) = \operatorname{ctg}(2x - 3y + 1)$.
 в) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$.
 г) $f(x, y) = \arccos(y^2/4 - x^2)$.
6. Найти производную функции $f(x, y, z) = xy^2 + z^3 - xyz$ в точке $M(1, 1, 2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(-9, 5, -1)$.
7. Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.
8. Вычислить приближенно (с помощью «аппарата» дифференциала) значение величины. Ответ сверить с МК и оценить процент погрешности.
- а) $(3,98)^{\sqrt[3]{8,03}}$; б) $\log_{1,98}(\cos 44^\circ)$; в) $\sqrt{2\operatorname{ctg}^2(28^\circ) + (1,02)^5} - \log_2(8,97)$
 г) $\operatorname{arccctg}(\sqrt{2,97/1,02})$.
9. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.
10. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями: $y = 4 - x^2, x = -1, 3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений..

5. 2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

1 семестр

Контрольные вопросы к экзамену

- Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
- Определители, их свойства. Расчёт определителей («крест-накрест» и правило Саррюса).
- Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Вычисление определителей методом разложения.
- Линейные уравнения и системы. Общие понятия и терминология (что означают слова: «линейное уравнение», «решение системы», «совместность», «несовместность»). Запись системы в матричной форме.
- Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
- Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
- Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
- Понятие «степень матрицы». Обратная матрица и её вычисление. Пример (для 2×2).
- «Обратно-матричный» метод решения систем, его сущность.
- Основные типы матричных уравнений и методы их решения. Применение к теории кодирования.
- Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и «цепочки». Понятия «модуль», «нуль-вектор», «противоположный вектор» и «единичный вектор».
- Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
- Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. Правило «винта».
- Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.
- Зависимость и независимость векторов (на прямой, на плоскости и в 3-мерном пространстве). Понятие «базис» (для совокупности векторов).
- Координаты вектора (в некотором базисе). Проекция вектора – что это? Прямоугольные базисы. Понятия «орт» и «направляющий косинус», их свойства.
- Простейшие векторные операции в координатной форме. Линейная комбинация векторов.
- Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме. «Таблицы умножения» для базисных векторов i, j, k .
- Вывод формулы для смешанного произведения векторов в координатной форме.
- Понятия «ортогональность», «коллинеарность» и «компланарность» векторов. Основные «критерии» взаимного расположения векторов (всего их три!)

21. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
22. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод «охвата».
23. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие « уравнение линии » и « привязка точки ».
24. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
25. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование.
Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
26. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
27. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
28. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции.
Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы !)
29. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление «стабилизации» её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.
30. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Примеры.
31. Основные теоремы о пределах.
32. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
33. Понятие о замечательных пределах. Принцип «взаимозаменяемости» при их вычислении.
34. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
35. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 36.. Понятие производной и ее смысл. Процесс дифференцирования и основные правила дифференцирования. Таблица производных.
37. Композиция функций («сложная » функция) и её дифференцирование. Примеры.

2 семестр

Контрольные вопросы к экзамену

1. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов рациональных чисел. Примеры.
2. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
3. Возрастание и убывание функции. Связь с производной. Критические и с точки. Понятие экстремума.
4. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
5. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
6. Понятие асимптоты графика. Расчёт вертикальных и наклонных асимптот.
7. Вогнутость и выпуклость графика, достаточные условия. Точки перегиба.
8. Общая схема исследования функции с построением графика.
9. Касательная и нормаль к плоской кривой. Вычисление углов между кривыми.
Гладкость и кривизна.
10. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближённым вычислениям.
11. Правило Лопиталья и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
12. Понятие о пределах типа «неопределённости» : $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $(1)^\infty$, $(0)^0$, $(\infty)^0$.
Методы их раскрытия..
13. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «инвариантности».
14. Понятие « интегрируемости » функций . Таблица первообразных и её « проверка ».
15. Метод « внесения » под знак d и преобразования под знаком дифференциала.
16. Интегралы , содержащие «квадратичность» , методы их вычисления.
17. Интегрирование рациональных дробей– общая схема и терминология (правильные, неправильные дроби; целая часть и остаток; основные типы элементарных дробей).
18. Метод замены переменной (два основных типа). Примеры.
19. Интегрирование простейших иррациональностей. Примеры.
20. Метод интегрирования по частям. Понятие о « возвратном » интеграле.

21. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
22. Основные типы «тригонометрических» подстановок. Примеры.
23. Понятие определенного интеграла. Его основные свойства. Интегральные неравенства.
24. Формула Ньютона – Лейбница и её применение – примеры.
25. Особенности определённого интеграла, проявляющиеся в методах «по частям» и замене переменной.
26. Связь определённого интеграла с вычислением площади. Примеры.
27. Функции многих переменных. Область определения, график, линии и поверхности уровня.
28. Понятие предела и непрерывности функции. Основные теоремы и примеры.
29. Частные производные – определение, смысл и примеры.
30. Производная по направлению и градиент функции.
31. Производные высших порядков. Теорема Шварца. (в качестве примера рассмотреть производные 3-го порядка для $f(x, y)$ и 2-го порядка для $f(x, y, z)$).
32. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
33. Экстремумы функции (нескольких переменных) – основные понятия и термины. Необходимые и достаточные условия экстремума. Стационарные точки.
34. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

1 семестр.

Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный). Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

1. Вычислить определитель матрицы (два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса) :
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение (или неравенство) – т.е. найти все подходящие значения x :

$$\text{а) } \begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0 ; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0 .$$

4. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases}$$

Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника: $A(7, 2)$, $B(1, 9)$, $C(-8, -11)$. Вычислить:
Даны вершины треугольника : $A(7; 2)$, $B(1; 9)$, $C(-8; -11)$. Рассчитать:
а) площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;
б) координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окруж-ти;
в) координаты точки К – пересечения медианы АЕ с биссектрисой BD ;

- г) длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;
 д) координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;
 е) уравнение окружности, описанной вокруг треугольника. Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат XOY).
2. Даны точки $A(0,4,3)$, $B(4,8,1)$, $C(2,15,-7)$, $D(0,6,4)$.
 Доказать, что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:
 а) объем пирамиды и площадь полной поверхности;
 б) длину высоты пирамиды AE и координаты ее основания – точки E .
 г) величину угла ($\approx$ в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;
 д) величину проекции ребра AD на линию BC ;
 е) координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки ABCD.
 Дать схематический чертёж.
3. Дана информация о векторах: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$ и $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$, а также величину угла между векторами $\vec{c}$ и $\vec{d}$. Сделать соответствующий чертёж.
4. Найти координаты вектора $\vec{b}$, компланарного с векторами $\vec{i}, \vec{j}$, перпендикулярного вектору $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$ и имеющего длину $2|\vec{a}|$.
1. Найти координаты вектора $\vec{p}$, коллинеарного вектору $\vec{q} = \{2, 2, -1\}$ имеющего длину, равную 3 и образующего тупой угол с вектором $\vec{k}$.
6. Найти координаты единичного вектора $\vec{a}$, перпендикулярного векторам $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$ и образующего острый угол с базисным вектором $\vec{j}$.
7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:
- а) $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$; б) $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$; в) $x^2 + 2x + 5 = 0$.

Типовой расчет № 3 «Введение в математический анализ»

1. Последовательность $\{a_n\}$ задана с помощью формулы: $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$.
- а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;
 б) исследовать $\{a_n\}$ на монотонность;
 в) найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ последовательности;
 г) определить, начиная с какого номера N модуль отклонения элементов последовательности от величины A не превысит 0,01 ;
 д) изобразить поведение $\{a_n\}$ графически и указать наименьший и наибольший из элементов a_n (если таковые существуют).
2. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют ;
 2) установить скачок функции в точке разрыва ; 3) дать схематический чертёж.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2; \\ x - \pi/2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

3. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной !)

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{5+8x^3}-2x); & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} (x^3-2x-1)/(2x^4+3x+1); \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]; & \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (1-\sqrt{x})/\cos(\pi x/2); \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x)-\cos(3x))/(\pi-x)^2; & \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow -3} (7+2x)^{2/(x+3)}; \end{aligned}$$

4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента :

$$\text{а) } y = (5x-6)/(\sqrt{x^3+5x-6}); \quad \text{б) } y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]; \quad \text{в) } \ln[\sin(x/2)]^4;$$

$$\text{г) } y = \log_3[(\sqrt{(4x^2+1)/(1-8x^3)})]; \quad \text{д) } (1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}.$$

е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x)/x$ уравнению : $y + x y' = \cos x + 1$.

2 семестр.

Типовой расчет № 1 «Приложения производной»

1. Вычислить значение производной 1 – го порядка в заданной точке $x_0 = -1$

для функции $y(x)$, заданной неявно с помощью уравнения :

$$\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8.$$

(Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из самого уравнения).

2. Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):

$$\text{а) } \sqrt[5]{34}; \quad \text{в) } \lg 13; \quad \text{б) } \operatorname{arctg}(\sqrt[5]{0,97}); \quad \text{в) } \ln(349/17); \quad \text{г) } \lg(0,08),$$

считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции!).

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

3. К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью ОХ проведены нормали.

Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).

4. Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.

5. Для функции $y = (x^2 - 9)/(\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.

6. Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.

7. Составить уравнения касательной и нормали к линии $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ заданной параметрически, точке, соответствующей значению $t_0 = 0$.

8. Вычислить пределы (применяя правило Лопиталя или преобразуя под него). Указать возникающие типы неопределенности.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7})/(\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x}); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x)/\ln(\sin(7x)));$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x); \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}.$$

9. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

Типовой расчет № 2 «Приложения определённого интеграла»

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его $\approx$ (программа AG).

1. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями :

- а) $y = x^2 - 3x$, $x + y - 4 = 0$, $y = 0$.
- б) $y = \sqrt{6 - x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6 - x^2}$, $x \leq 0$.
- в) параболой $(y + 2)^2 = -x - 1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX .
- г) $xy = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.
2. Вычислить длину дуги линии :

- а) $y = (x(3 - x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX);
- б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии).
3. Рассчитать объем тела(или площадь поверхности), полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями : $3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$.
- а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .
4. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями : $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них ?
5. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж ?
6. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.
7. Найти работу, которая необходима для того, чтобы :
- а) вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км);
- б) выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами : $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м; (дном является меньшее основание конуса).

Типовой расчет № 3 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{y}{x}$. Вычислить значение величины $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.
2. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
- а) $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$; б) $\log_{1,98} \cos 44^\circ$; в) $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$.
3. Дана функция : а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину $x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$.
- б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.
4. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .
5. Даны функции : $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что
- а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$;
- б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.
6. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их (взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C):
- а) $f(x, y) = \operatorname{ctg}(2x - 3y + 1)$; б) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$; в) $f(x, y) = \arcsin(x^3/y^2)$.
7. Найти наибольшую крутизну подъема поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.
8. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности экстремальных точек.
9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями : $y = 4 - x^2$, $x = -1$, $3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений
10. Рассчитать условные экстремумы функции $f(x, y) = x + 4y + 8$ при условии : $2x^2 + 3y^2 = 5$ (методы редукции и Лагранжа). Дать иллюстрацию.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Игнаточкина Л.А., Алгебра для геометрии [Электронный ресурс]: Учебное пособие. / Игнаточкина Л.А., Никифорова А.В. - М. : Прометей, 2017. - 44 с. - ISBN 978-5-906879-92-9	2017	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906879929.html
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-010206-1	2015	http://znanium.com/catalog/product/476097
Дополнительная литература		
1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / Шершнев В.Г. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка. КБС) ISBN 978-5-16-005479-7	2017	http://znanium.com/catalog/product/558491
2. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В., - 3-е изд., стер. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60х90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010586-4	2015	http://znanium.com/catalog/product/494895
3. Антонов В.И., Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, В.М. Семёнов, Ю.А. Хватов. - М. : Проспект, 2015. - 144 с. - ISBN 978-5-392-16893-4	2015	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392168934.html

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического/лабораторного, групповых и индивидуальных консультаций, а также помещения для СРС, оснащённые мультимедиа оборудованием, компьютерные классы с доступом в Internet. Практические работы проводятся в лабораториях 310-2 и 332-2.

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel.
2. MatLab.
3. Acrobat Reader.
4. СПС «Консультант Плюс» (инсталлированный ресурс ВлГУ).

Рабочую программу составил :
к.ф.-м.н., доцент кафедры ФАиП

 (Левизов С.В.)

Рецензент (представитель работодателя):
заместитель директора по развитию ООО «Баланс»

 (Кожин А.В.)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП
Протокол № 1 от 30.08.21 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент

 (Бурков В.Д.)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической
комиссии направления **27.03.01 «Стандартизация и метрология»**

Протокол № 1 от 30.08.21 года

Председатель комиссии зав. кафедрой УКТР

 (Орлов Ю.А.)