

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
 (ВлГУ)



А.А.Панфилов

2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки **23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов**

Профиль/программа подготовки **Автомобильный сервис**

Уровень высшего образования **бакалавриат**

Форма обучения **очная (ускоренное на базе СПО)**

Семестр	Трудоемкость (зач. ед/час.)	Лекции (час)	Практич. занятия (час)	Лаб. работы (час)	СРС (час)	Форма контроля (экз./зачет)
1	2/72	-	-	-	72	Переаттестация
1	3/108	18	36	-	27	Экзамен 27
2	4/144	36	18	-	54	Экзамен 36
<b>ИТОГО</b>	<b>9/324</b>	<b>54</b>	<b>54</b>	<b>-</b>	<b>153</b>	<b>Переаттестация, Экзамен 63</b>

Владимир 2016

*Handwritten signature*

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математика» обеспечивает подготовку последующим по разделам математики: линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного исчисления, векторного исчисления, дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной, дифференциальных уравнений.

**Целями освоения дисциплины «Математика» являются:**

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части.

### *Взаимосвязь с другими дисциплинами*

Курс «Математика» основывается на знании школьного курса математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах, а также дисциплинах естественно-научного цикла.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Последовательное изучение математики вырабатывает специфический метод мышления, математическую интуицию, которые оказываются весьма плодотворными и в других науках. Специалисты, получившие широкое физико-математическое образование, могут самостоятельно осваивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к решению других, искать нестандартные и нетрадиционные пути, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники, когда амортизация достижений конкретных узкоспециальных знаний происходит чрезвычайно быстро.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

### **Знать:**

- аналитическую геометрию, многомерную евклидову геометрию;
- линейную алгебру;
- основные понятия и методы математического анализа, последовательности и ряды;
- элементы теории функций и функционального анализа;
- дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения;
- основные принципы связи математики с другими науками;
- историю развития математики;



-вклад отечественных и зарубежных ученых в развитие математики.

**Уметь:**

- использовать математические методы в технических приложениях;
- решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы математического анализа;
- понять поставленную задачу и формировать результат;
- самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата;
- работать в команде.

**Владеть:**

готовностью применять систему фундаментальных знаний (математических, естественнонаучных) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов (ОПК-3).

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 часа): 5 зачетных единицы в 1 семестре, 4 зачётных единицы во 2 семестре.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)			Объем учебной работы с применение интерактивных методов. ( в часах/%)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям). Форма промежуточной аттестации (по семестрам).
				Лекции	Практика	СРС		
1	1.1-1.3	1				72		Переаттестация
2	1.4		1-2	2	4	4	3/50	
3	1.5.-1.6		3-4	2	4	4	3/50	
4	1.7.-1.8		5-6	2	4	2	3/50	Рейтинг-контроль №1
5	1.9.-1.11		7-8	2	4	3	3/50	

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)			Объем учебной работы с применением интерактивных методов. ( в часах/%)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям). Форма промежуточной аттестации (по семестрам).
6	1.12.-1.15		9-10	2	4	3	3/50	
7	1.16.-1.17		11-12	2	4	3	3/50	Рейтинг-контроль №2
8	1.18.-1.20		13-14	2	4	3	3/50	
9	1.21.-1.22		15-16	2	4	3	3/50	
10	1.23.-1.24		17-18	2	4	2	3/50	Рейтинг-контроль №3
Всего часов в 1-ом семестре				18	36	99	27/50	Экзамен, 27 Переаттестация
1	2.1.-2.2.	2	1-2	4	2	6	3/50	
2	2.3.-2.4		3-4	4	2	6	3/50	
3	2.5.-2.6.		5-6	4	2	6	3/50	Рейтинг-контроль №1
4	2.7.-2.9.		7-8	4	2	6	3/50	
5	2.10.-2.11.		9-10	4	2	6	3/50	
6	2.12.		11-12	4	2	6	3/50	Рейтинг-контроль №2
7	2.13.		13-14	4	2	6	3/50	
8	2.14.		15-16	4	2	6	3/50	
9	2.15.		17-18	4	2	6	3/50	Рейтинг-контроль №3
Всего часов во 2-ом семестре				36	18	54	27/50	Экзамен, 36
Итого:				54	54	153	54/50	Переаттестация, Экзамен, 63



## Теоретический курс

### Семестр 1.

#### Глава «Системы. Матрицы. Определители»

1.1. Определители. Основные понятия и их свойства. Матрицы. Основные понятия. Действия с ними (сложение матриц, умножение матриц на число, транспонирование матриц, произведение матриц). Обратная матрица.

1.2. Системы линейных уравнений малых порядков: совместные, несовместные; определённые, неопределённые системы. Равносильные системы, элементарные преобразования систем.

Решение систем

1.3. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

1.4. Метод Крамера. Метод Гаусса. Решение СЛАУ матричным методом.

#### Глава «Векторы»

1.5. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.

1.6. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

1.7. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

#### Глава «Аналитическая геометрия»

1.8. Прямая линия на плоскости.

1.9. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.

1.10. Эллипс. Гипербола. Парабола.

1.11. Поверхности 2 порядка

#### Глава «Введение в анализ»

1.12. Рациональные и иррациональные числа. Поле действительных чисел. Линейная упорядоченность поля. Операции сложения и умножения. Аксиоматическое представление поля действительных чисел. Модуль действительного числа, его свойства.

1.13. Предел числовой последовательности: понятие окрестности, определение предела. Предел монотонной последовательности. Арифметические свойства предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Число  $\epsilon$ , его определение, существование и оценка.

1.14. Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Свойства б.м.ф. Предел функции в точке и на бесконечности, односторонние пределы. Единственность предела. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах.

1.15. Сравнение б.м.ф., эквивалентность б.м.ф. Принцип замены б.м.ф. на эквивалентные. Порядок малости б.м.ф. Замечательные пределы. Таблица эквивалентных б.м.ф.

1.16. Непрерывность. Приращение аргумента и приращение функции, разные формы определения непрерывности в точке. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке.

### **Глава «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».**

1.17. Производная: задача о мгновенной скорости, задача о касательной. Определение производной, её геометрический и механический смысл, уравнение касательной. Непрерывность дифференцируемой функции.

1.18. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций, неявно заданных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.

1.19. Основные теоремы дифференциального исчисления.

1.20. Правило Лопиталья. Понятие дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

### **Глава «Исследование функций»**

1.21. Экстремумы. Исследование функции по первой производной - определение интервалов возрастания и убывания. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Исследование функции по второй производной. Участки выпуклости и вогнутости, точки перегиба. Асимптоты, их определение и способы отыскания.

### **Глава «Функции многих переменных»**

1.22. Определение функции многих переменных; область определения, график. Предел и непрерывность функции многих переменных; их основные свойства. Частные производные и дифференциал функции многих переменных.

1.23. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функции многих переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции 2-ух переменных.

1.24. Условный экстремум.

## **Семестр 2.**

### **Глава «Неопределенный интеграл»**

2.1. Первообразная. Теорема о первообразных. Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Частные методы интегрирования.

2.2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.



2.3. Комплексные числа. Вид комплексного числа. Действительная и мнимая часть. Операции сложения и умножения над комплексными числами. Геометрическое изображение комплексных чисел. Сопряжения комплексных чисел.

2.4. Модуль и аргумент комплексного числа, свойства модуля. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Перемножение комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Степени многочлена, деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Основная теорема алгебры.

2.5. Разложение и интегрирование дробно-рациональных функций.

2.6. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.

#### **Глава «Определенный интеграл»**

2.7. Определение и геометрический смысл определенного интеграла. Физический смысл определенного интеграла – работа силы. Первичные свойства определенного интеграла. Оценка определенного интеграла, теорема о среднем.

2.8. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

2.9. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

2.10. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла. Полярные координаты. Вычисление объемов тел, длин дуги.

2.11. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов (теорема сравнения, следствие).

#### **Глава «Дифференциальные уравнения»**

2.12. Общие понятия (определение дифференциального уравнения, решения, порядка, нормальной формы записи). Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, задача Коши, теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.

2.13. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения. Решение однородного линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

2.14. Метод вариации постоянных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения. Метод подбора решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.

2.15. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения. Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**



### **5.1 Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой: (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы). Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 54 часа (по 27 часов консультационных занятий (вне расписания) в каждом семестре).

### **5.2 Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, а также при выполнении индивидуальной домашней работы. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных преподавателем практики задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

### **5.3 Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории (например, ауд. 230-3) с использованием компьютерного проектора.

Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

- работа с лекционным материалом как по конспектам, литературе, так и электронным источником информации
- выполнение домашнего задания и подготовка к рейтинг-контролям
- выполнение типовых расчётов (расчетно-графических работ):  
1 семестр:  
ТР № 1 Линейная алгебра и аналитическая геометрия  
ТР №2 Введение в математический анализ  
ТР №3 Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных  
2 семестр:  
ТР №1 Неопределённый интеграл  
ТР №2 Определённый интеграл  
ТР №3 Дифференциальные уравнения



- для контроля работы студентов, а также для стимулирования систематического изучения курса математики в течение семестра предусмотрены рейтинг-контроли. Они проводятся в письменной форме
- для контроля знаний студентов проводится экзамен (1 и 2 семестр)

## 6.1. Задания для самостоятельной работы

### 1 семестр

1. Тема «Линейная алгебра»: вычислить определитель; решить систему уравнений; найти обратную матрицу.
2. Тема «Векторная алгебра»: найти угол между векторами; вычислить площадь треугольника (используя векторное произведение); найти объём пирамиды (используя смешанное произведение).
3. Тема «Аналитическая геометрия»: составить уравнение прямой на плоскости; составить уравнения прямой и плоскости в пространстве.
4. Тема «Теория пределов»: вычислять пределы (используя формулы 1 и 2 замечательных пределов); бесконечно малые величины.
5. Тема «Производные»: вычислить производные; составить уравнение касательной; исследовать функцию; вычислить предел с помощью правила Лопиталья.

### 2 семестр

6. Тема «Интегралы»: вычислить интегралы; найти площадь фигуры и объём тела вращения.
7. Тема «Дифференциальные уравнения»: решить дифф.уравнения 1 и высших порядков.

## 6.2. Контрольные работы к рейтинг-контролю

### Семестр 1.

#### Рейтинг-контроль № 1

1. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ .

2. Вычислить значение матричного многочлена  $AB-5EA$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x - 4y + 2z = -2 \\ 2x + y - 3z = 1 \end{cases}$ .

4. Найти обратную матрицу для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

5. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ .

## Рейтинг-контроль № 2

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки А (2; -1; 4) и В (3 ;2;-1) перпендикулярно плоскости  $x+y+2z-3=0$ .
2. Дана плоскость и вне ее точка М (1; 1; 1). Найти точку К, симметричную точке М относительно данной плоскости.
3. Привести к каноническому виду уравнение  $x^2 - y^2 - 4x + 8y - 2z = 0$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$ .
5. Найти точки разрыва функции  $y = \frac{1}{(x-1)(x-5)}$ .

## Рейтинг-контроль № 3

1. Вычислить производную функции  $y = \cos 3x - 5 \ln x$ .
2. Найти уравнение касательной и нормали к кривой  $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$  в точке М (1; -1).
3. Найти приближенное значение  $\arcsin 0,51$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ , используя правило Лопиталя.
5. Исследовать на экстремум функцию  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

## Семестр 2.

## Рейтинг-контроль № 1

Найти интегралы:

1.  $\int \frac{x dx}{x^2 - 1}$
2.  $\int x \cdot e^{-x+2} dx$
3.  $\int \frac{x+2}{x(x-3)} dx$
4.  $\int \cos^2 4x \cdot \sin 3x dx$
5.  $\int \sqrt{256 - x^2} dx$



## Рейтинг-контроль № 2

1. Вычислить  $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$
2. Вычислить  $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9 - x^2} dx$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2$ ,  $x + y + 2 = 0$ .
4. Найти длину дуги кривой  $y^2 = x^3$  от  $x = 0$  до  $x = 1$  ( $y \geq 0$ ).
5. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$ .

## Рейтинг-контроль № 3

1. Решить дифференциальные уравнения

а)  $2xy' = 1 - y^2$ ,

б)  $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 9$ .

2. Решить уравнение Бернулли  $3(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 3$ .

3. Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$ .

4. Найти частное решение однородной системы ЛДУ с начальным условием

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 3, \quad y(0) = 1.$$

### 6.3. Контрольные работы к типовым расчётам

#### Типовой расчет №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (1 семестр)

Вариант 1

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2; 3)$  и составляющей с осью  $Ox$  угол  $45^\circ$ .
2. Написать уравнение прямой, проходящей через точки  $A(4; 3)$  и  $B(16; -6)$ .
3. Найти длину высоты  $BD$  в треугольнике с вершинами  $A(-3; 0)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(3; 2)$ .  
В задачах 4, 5 вычислить определители:

4.  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \\ -3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ .

5.  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ .

6. Решить систему уравнений двумя способами: 1) при помощи определителей (по формулам Крамера); 2) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = -7 \\ x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

7. Дан вектор  $\overline{AB} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ . Определить координаты точки  $B$ , если  $A(-2; 1; 0)$ .

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(2; 3; -1)$  параллельно плоскости  $5x - 3y + 2z - 10 = 0$ .

### Типовой расчет №2 «Введение в анализ» (1 семестр)

#### Вариант 1

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 3n^2}{4 + 5n^2} = -\frac{3}{5}$ .

2. Вычислить предел последовательности:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 \sqrt{n} + \sqrt[5]{32n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n})^3 \sqrt[3]{n^3 - 1}}$ ;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} (\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n^2 - n})$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 9 + \dots + 3n}{n^2 + 4}$ ;

д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$ .

3. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}$ ;

4. Сравнить бесконечно малую величину  $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$  с  $\alpha(x) = x$  при  $x \rightarrow 0$ .

### Типовой расчет №3 «Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных» (1 семестр)

#### Вариант 1

Найти производные функций:



1.  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}$
2. 
$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}$$
3.  $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$ ,
4. Найти дифференциал функции  $y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ .
5. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$  в точке  $x_0 = 1$ .
6. Исследовать функцию  $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$  и построить ее график.
7. Найти дифференциал второго порядка функции  $z = e^{xy}$ .
8. Исследовать на экстремум функцию двух переменных  $z = (2x+1)^2 + y^2$ .
9. Найти производную сложной функции  $z = \frac{xy}{x-y}$ , где  $x = uv$ ,  $y = u - v$

**Типовой расчет №1 «Неопределенный интеграл» (2 семестр)**  
Вариант 1

1. Найти интегралы, используя линейную замену переменной  
а)  $\int \frac{3dx}{\cos^2(7-5x)}$ ; б)  $\int \frac{3dx}{\sqrt{2x^2-6}}$ ; в)  $\int \frac{dx}{4x^2+12x+25}$ ; г)  $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 5x dx$ .
2. Найти интегралы, используя подходящую замену переменной  
а)  $\int \frac{3x^3 dx}{2x^4-5}$ ; б)  $\int \frac{(x-\sin x)dx}{\sqrt{x^2+2\cos x}}$ ; в)  $\int \frac{(4x+1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$ ; г)  $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{5-9^x}}$ .
3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям  
а)  $\int (4x-1)\cos \frac{x}{2} dx$ ; б)  $\int (x^2-4x)e^{-2x} dx$ ; в)  $\int (2x+x^3) \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$ ; г)  $\int \frac{\ln(2x+9)dx}{(2x+9)^4}$ .
4. Найти интегралы от рациональных функций  
а)  $\int \frac{x^4+3x^3+x^2+21x-24}{(x+4)(x^2+5)} dx$ ; б)  $\int \frac{x^3+31x^2+37x-5}{(x-5)(x+1)^3} dx$ .
5. Найти интегралы, сведя их к интегралам от рациональных функций  
а)  $\int \frac{3e^{2x}-6e^x+4}{e^{2x}-3e^x+2} dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}$ .
6. Вычислить интеграл с помощью тригонометрической подстановки  $\int \sqrt{(25-x^2)^3} dx$

**Типовой расчет №2 «Определенный интеграл и его приложения» (2 семестр)**  
Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1-\operatorname{tg} x} dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (1-x)e^{2x} dx$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2 - 2x$ .
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = 2 + \cos \varphi$ .
5. Найти длину дуги линии  $y = 1 - \ln \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .
6. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .
7. Найти длину дуги линии  $r = 3e^\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ .
8. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 3$ ,  $y = x^2 + 1$  вокруг оси  $Ox$ .

**Типовой расчет №3 «Дифференциальные уравнения» (2 семестр)**  
Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а)  $(1 + e^x)y y' = e^x$ ;

б)  $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$ ;

в)  $xy' + 2y = x^3$ ;

г)  $y' + xy = (x - 1)e^x y^2$ ;

2. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

а)  $y'' = \sin(3x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 4x$ ;

б)  $x^3 y'' - 2x^2 y' = 5$ ;

в)  $y'' - 8y' + 12y = 0$ ;

г)  $y'' + 12y' + 36y = 0$ ;

д)  $y'' + 5y' = 0$ ;

е)  $y'' + 9y = 0$ ;

ж)  $y'' - 6y' + 8y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 4$ ;

з)  $y'' - 16y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -4$ ;

и)  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x}$ ;

к)  $y'' - 10y' + 25y = 5x - 1$ ;

#### 6.4. Экзаменационные вопросы

##### Семестр 1.

Системы линейных уравнений малых порядков: совместные, несовместные; определённые, неопределённые системы.

Определители  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , метод Крамера решения систем линейных уравнений третьего порядка.

Понятие определителя  $n \times n$ . Свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение.

Матрицы. Понятие матрицы, квадратные матрицы; строки, столбцы.



Сложение матриц и умножение матриц на число. Транспонирование матриц. Свойства этих операций. Произведение матриц.

Обратная матрица.

Понятие вектора. Нулевой вектор. Равенство двух векторов.

Операции сложения векторов и умножения вектора на число.

Длина и направляющие косинусы вектора, орт. Стандартный базис. Координаты вектора.

Скалярное произведение: определение, физический смысл, вычисление.

Векторные и смешанные произведения векторов. Определение, свойства, вычисление и геометрический смысл.

Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой.

Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

Кривые 2-ого порядка.

Предел числовой последовательности: понятие окрестности, определение предела.

Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Свойства б.м.ф.

Сравнение б.м.ф., эквивалентность б.м.ф.

Замечательные пределы. Таблица эквивалентных б.м.ф.

Свойства непрерывных функций.

Классификация точек разрыва.

Определение производной, её геометрический и механический смысл, уравнение касательной.

Непрерывность дифференцируемой функции.

Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций, неявно заданных и параметрически заданных функций.

Логарифмическое дифференцирование.

Основные теоремы дифференциального исчисления.

Правило Лопиталю. Понятие дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Исследование функции по первой и второй производным.

Асимптоты, их определение и способы отыскания.

Определение функции многих переменных; область определения, график. Предел и непрерывность функции многих переменных; их основные свойства.

Частные производные и дифференциал функции многих переменных.

Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Экстремумы функции многих переменных.

Необходимое условие экстремума.

Достаточное условие экстремума функции 2-ух переменных.

Условный экстремум.

## **Семестр 2.**

Первообразная. Теорема о первообразных.

Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Частные методы интегрирования.

Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

Комплексные числа. Вид комплексного числа. Действительная и мнимая часть. Операции сложения и умножения над комплексными числами. Геометрическое изображение комплексных чисел. Сопряжения комплексных чисел.

Модуль и аргумент комплексного числа, свойства модуля.

Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.

Формула Муавра. Степени многочлена, деление многочленов с остатком. Теорема Безу.

Основная теорема алгебры.

Разложение и интегрирование дробно-рациональных функций.

Интегрирование иррациональных выражений.

Интегрирование тригонометрических выражений.

Определение и геометрический смысл определенного интеграла.

Оценка определенного интеграла, теорема о среднем.

Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Вычисление площадей с помощью определенного интеграла. Полярные координаты.

Вычисление объемов тел, длин дуги.

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций.

Признаки сходимости несобственных интегралов (теорема сравнения, следствие).

Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, задача Коши, теорема существования и единственности.

Дифференциальные уравнения 1-ого порядка с разделяющимися переменными.

Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка.

Уравнения в полных дифференциалах.

Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные.

Решение однородного линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

Метод вариации постоянных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения.

Метод подбора решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.



Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.

Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.

## 6.5 .Экзаменационные задачи

### 1 семестр

1) Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2x + 5y - 7z = 12 \\ 3x - y + 4z = 7 \\ x + 7y - 3z = 20 \end{cases}$$

2)  $A(1;2;3), B(0;-1;1), C(2;5;2), D(3;0;-2)$ . Найти объём пирамиды  $ABCD$ .

3) Найти расстояние от точки  $M(2;-1)$  до прямой  $3x + 4y - 22 = 0$

4) Вычислить предел: 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - 1 - x}{x}$$

5) Найти уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  в точке с абсциссой 2.

### 2 семестр

1)  $\int (1 + 2x) \cdot e^{2x} dx$

2) Вычислить площадь области, ограниченной кривыми  $y = (x - 2)^3, y = 4x - 8$ .

3) Решить задачу Коши:  $xy' + y = 3x^2, y(1) = 1$ .

## 6.6. Примерные задания для перееаттестации

### Задачи по линейной алгебре

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = -x^2 + 5x + 8$ .

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x - 5y - 6z = -9 \\ 3x + y + z = 5 \\ x - 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение  $AXB = C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти обратную матрицу и сделать проверку  $\begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ 9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ .

5. Найти ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 17 & -14 & 22 \\ -2 & 1 & 3 & 3 & -9 \\ -4 & -3 & 11 & -19 & 17 \end{pmatrix}$ .

### Задания по векторной алгебре и аналитической геометрии

1. Найти угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(4; 3; -2)$  и  $C(-1; 5; 2)$ .
2. Найти векторное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(-2; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; -2)$  и  $C(1; 4; 3)$ .
3. Найти площадь треугольника с вершинами  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 2; 1)$  и  $C(-2; 1; 2)$ .
4. Найти смешанное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , где  $A(-2; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; -2)$  и  $C(1; 4; 3)$ .
5. Проверить, лежат ли точки  $A(5; 7; -2)$ ,  $B(3; 1; -1)$ ,  $C(9; 4; -4)$ ,  $D(1; 5; 0)$  в одной плоскости.
6. Найти объем пирамиды с вершинами  $A(5; 1; 4)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(3; 3; -4)$ ,  $D(2; 2; 2)$ .
7. Дана пирамида  $A_1A_2A_3A_4$ :  $A_1(-1; 3; 2)$ ,  $A_2(1; 4; 4)$ ,  $A_3(-6; 5; -12)$ ,  $A_4(-1; 6; 5)$ . Найти длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; 1; 2)$  параллельно плоскости  $\alpha: 18x - y - 6z - 26 = 0$ . Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; -3; 1)$  и перпендикулярно плоскостям  $\alpha: x + 3y - z + 3 = 0$  и  $\beta: 2x + y - 2z + 1 = 0$ .
10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1; 0; -1)$ ,  $M_2(2; 2; 3)$  и  $M_3(0; -3; 1)$ .
11. Даны три точки  $A(3; -13)$ ,  $B(21; -1)$ ,  $C(10; -4)$ . Требуется:
  - а) вычислить параметры треугольника (площадь, периметр, величину угла  $C$ );
  - б) написать уравнение медианы  $AM$ ;
  - в) написать уравнение высоты угла  $C$ .
12. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки  $A(0; 2)$  и прямой  $y - 4 = 0$ .
13. Большая ось эллипса равна 12, а директрисами служат прямые  $x = \pm 12$ . Найти уравнение эллипса и его эксцентриситет.
14. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$  и прямой  $x = 1$ .

## 7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Год издания	Количество экземпляров в библиотеке университета	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ	Количество студентов, использующих указанную литературу	Обеспеченность студентов литературой, %




1	2	3	4	5	6	7
<b>Основная литература</b>						
1	Грес.Г.В. Математика для бакалавров: уч.пособие-М.:Логос, 2013-288 с. ISBN 978-5-98704-751-4	2013	0	<a href="http://znani-um.com/bookread2.php?book=468424/ISBN9785987047514">http://znani-um.com/bookread2.php?book=468424/ISBN9785987047514</a>	20	100
2	Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] / Яковлев В. П. - М. : Дашков и К, 2012 ISBN 978-5-3940-1636-3	2012	0	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html</a>	20	100
3	Квадратичные формы и матриц / Н.В.Ефимов.- М.:ФИЗМАТЛИТ,2012-168с.: ISBN 978-5-9221-1049-5	2012	0	<a href="http://znani-um.com/bookread2.php?book=414063/ISBN9785922110495">http://znani-um.com/bookread2.php?book=414063/ISBN9785922110495</a>	20	100
<b>Дополнительная литература</b>						
1	Высшая математика в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов. В 3 т.: Т. 1 / В.Д. Черненко. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб. : Политехника, 2011/ISBN978-5-7325-0986-11	2011	0	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97857325098611.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97857325098611.html</a>	20	100
2	Курс алгебры. [Электронный ресурс] / Винберг Э.Б. - Новое издание, перераб. и доп. - М.: МЦНМО, 2011/ISBN978-5-9405-7685-3	2011	0	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940576853.html</a>	20	100
3	Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными [Электронный ресурс] : учеб.для студентов вузов, обучающихся по специальности "Математика" / В.Л. Матросов, Р.М. Асланов, М.В. Топунов. - М. : ВЛАДОС, 2011/ ISBN978-5-6910-1655-4	2011	0	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785691016554.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785691016554.html</a>	20	100
4	Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие для бакалавров/ А.С.Шапкин, В.А.Шапкин.- М.:Дашков и К, 2012-432с. ISBN978-5-394-01943-2	2012	0	<a href="http://znani-um.com/bookread2.php?book=354019/ISBN9785394019432">http://znani-um.com/bookread2.php?book=354019/ISBN9785394019432</a>	20	100

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (ауд. 230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты MAPLE, MathCad, MatLab).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 23.03.03. «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов».

Рабочую программу составил доцент каф. AiГ  Кокурина Ю.К.

Рецензент: зам.директора ООО «БигАвтоТрансПлюс»  к.т.н. Иголкин А.Н.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры AiГ  
Протокол № 1 /16 от 2016 г. 26.01.

Заведующий кафедрой AiГ  Дубровин Н.И.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления «эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»

протокол № 18 от 26.01.2016 года

Председатель комиссии  Кириллов А.Г.

Программа переутверждена:

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_

на \_\_\_\_\_ учебный год. Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_