Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Кафедра автомобильного транспорта

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Методические указания к лабораторным работам
по дисциплине «Оптимизационное моделирование»

Составитель
И. В. ДЕНИСОВ

Владимир 2016

УДК 629.113.004.58 (07)
ББК 39.3
О-60

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Ю. А. Орлов

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

О-60 **Оптимизационное** моделирование производственных процессов на предприятиях автомобильного транспорта : метод. указания к лабораторным работам / Владим. гос. ун-т имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых ; сост. И. В. Денисов. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. − 72 с.

Представлены лабораторные работы, каждая из которых содержит теоретический материал, практическую часть, примеры выполнения, варианты заданий, контрольные вопросы.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» всех форм обучения, а также для инженерно-технических работников автотранспортных предприятий.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 28. Табл. 26. Библиогр.: 11 назв.

УДК 629.113.004.58 (07)
ББК 39.3

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших инструментов ускорения научно-технического прогресса всех отраслей народного хозяйства, в том числе и автомобильного транспорта, является широкое применение методов моделирования производственных процессов и особенно современных оптимизационных методов, с помощью которых можно избежать дорогостоящих экспериментов при рассмотрении вопросов организации работы автомобильного транспорта.

Практическая ценность рассматриваемых в предлагаемых работах вопросов подтверждается тем, что в современных рыночных условиях важное значение приобретают математические методы оптимизации, позволяющие наряду с другими методами устанавливать зависимость параметров оптимизации от различных факторов, прогнозировать рассматриваемые процессы, находить оптимальные решения.

Для освоения курса «Оптимизационное моделирование» и получения практических навыков в решении задач оптимизации каждому студенту предлагается выполнить шесть лабораторных работ.

Каждая работа содержит необходимый минимум теоретических сведений, пример выполнения, варианты заданий и контрольные вопросы. В приложении приведена таблица с указанием вариантов заданий для выполнения лабораторных работ.

Лабораторные работы оформляют в логической последовательности решаемых задач, аккуратно, в сжатой форме в соответствии с ГОСТ 2.105-95 (общие требования к текстовым документам) на листах формата А4 (297 × 210 мм). Сокращение слов при написании работ не допускается за исключением установленных ГОСТ 2.316-89.

Лабораторная работа № 1

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

Цель работы: изучить процесс оптимизации системы технического обслуживания подвижного состава автомобильного транспорта.

Общие сведения

Непрерывное увеличение мощности и производительности автотранспортных предприятий требует развития материально-технической базы для обслуживания автомобилей. Поэтому вопрос оптимальной производственной мощности системы технического обслуживания и ремонта автомобилей является одним из важнейших в решении проблемы повышения эффективности работы автотранспортных предприятий.

В системах технического обслуживания современных автотранспортных предприятий находят широкое распространение следующие варианты организации обслуживания:

1 – на универсальных постах;

2 – поточной линии с независимым перемещением автомобилей с поста на пост;

3 – поточной линии с одновременным перемещением автомобилей.

Каждый из вариантов организации обслуживания автомобилей имеет свои преимущества и недостатки.

К достоинствам технического обслуживания на универсальных постах (вариант 1) следует отнести отсутствие непроизводительных потерь времени, связанных со стохастическим характером протекания процесса обслуживания.

С точки зрения теории массового обслуживания по первому варианту имеем систему массового обслуживания (СМО) с n-параллельными обслуживающими постами. Выбор из очереди на обслуживание и распределение требований по свободным постам производится согласно принятой дисциплине очереди, т. е. первое требование поступает на первый пост, второе – на второй и т. д. После заполнения постов требования в дальнейшем поступают на тот пост, который освободится первым.

Система обслуживания на поточной пинии с независимым перемещением автомобилей с поста на пост (вариант 2) имеет преимущества перед системой обслуживания на поточной линии с одновременным перемещением автомобилей (вариант 3). В системах обслуживания, организованных по второму варианту, сокращаются непроизводительные простои автомобилей и обслуживающей системы, возникающие по причине асинхронности процесса, что ведет к повышению производительности труда.

Примечание. С понятием независимое перемещение автомобилей связывается такая конструкция конвейера, которая позволяет перемещать автомобиль с одного поста на другой по мере окончания работы на данном посту и освобождения последующего в индивидуальном порядке вне зависимости от моментов времени перехода автомобилей на другие посты поточной линии.

Методика оптимизации системы технического обслуживания

К исходным данным при оптимизации системы технического обслуживания относят:

$A_{тр}$ – среднесуточное число требований на техническое обслуживание (фактическое или расчетное);

$\bar{t}_0$ – среднюю трудоемкость единичного обслуживания, чел.-ч;

k – коэффициент, учитывающий повышение производительности труда при поточном методе обслуживания;

$t_з$ – заданное время работы системы обслуживания, ч.

К управляемым параметрам системы технического обслуживания относят:

Z – число линий (для первого варианта – число постов);

N – число постов на линии;

P – количество исполнителей на посту.

Оптимизация системы технического обслуживания сводится к тому, что путем перебора управления переменными (Z, N, P) находим оптимальную мощность системы обслуживания с учетом выбранного варианта организации технического обслуживания по целевой функции

$$W = t_з - t_ф \rightarrow \min, \qquad (1.1)$$

где W – значение целевой функции; $t_ф$ – фактическое время работы системы, ч.

Фактическое время работы системы технического обслуживания определим по формуле

$$t_{ф} = \frac{A_{тр}}{\lambda_{max}}, \qquad (1.2)$$

где λ_{max} – лимитирующая интенсивность обслуживания

$$\lambda_{max} = \mu\rho_{max}, \qquad (1.3)$$

где μ – интенсивность обслуживания на посту.

Параметр ρ_{max} – максимальный коэффициент загрузки, характеризует степень использований линии (поста), выбирается по табл. 1.1.

Таблица 1.1. Зависимость ρ_{max} от принятого варианта системы обслуживания и числа постов на линии

Вариант системы ТС	k	Чисто постов			
		1	2	3	4
1-й	1	1,0	1,0	1,0	1,0
2-й	0,75 – 0,85	1,0	0,667	0,564	0,515
3-й	0,75 – 0,85	1,0	0,667	0,540	0,480

Интенсивность обслуживания на посту вычисляется по соотношению

$$\mu = \frac{NP}{k\bar{t}_0}, \qquad (1.4)$$

где N – число постов на линии; P – количество исполнителей на посту; $\bar{t}_0$ – средняя трудоемкость единичного обслуживания, чел.-ч; k – коэффициент, учитывающий повышение производительности труда при поточном методе обслуживания.

Расчет суточной программы технического обслуживания

При разных режимах работы подвижного состава на линии суточная программа технического обслуживания различна. Определить среднюю программу по техническому обслуживанию при различных режимах работы автотранспортного предприятия экспериментальным методом не представляется возможным. Исходя из этого среднесуточное число требований на ТО определим с помощью расчета.

Количество ТО-2 в сутки при установившемся режиме работы автотранспортного предприятия принято определять по формуле

$$N_{\text{ТО}-2} = \frac{L_{\text{сут}}}{L_{\text{ТО-2}}}, \qquad (1.5)$$

где $L_{\text{сут}}$ – суточный пробег автомобилей, км; $L_{\text{ТО-2}}$ – нормативный пробег автомобиля до ТО-2:

$$L_{\text{сут}} = A_{\text{сп}} \alpha_{\text{в}} l_{\text{сс}}, \qquad (1.6)$$

где $A_{\text{сп}}$ – количество автомобилей данной марки на предприятии; $\alpha_{\text{в}}$ – коэффициент выпуска автомобилей на линию; $l_{\text{сс}}$ – среднесуточный пробег автомобилей данной марки, км.

Суточная программа по ТО-1 определяется соотношением

$$N_{\text{ТО}-1} = \frac{L_{\text{сут}}}{L_{\text{ТО-1}}} - N_{\text{ТО}-2}, \qquad (1.7)$$

где $L_{\text{ТО-1}}$ – нормативный пробег автомобиля до ТО-1, км.

В целях исследования влияния режима работы АТП на изменение суточной программы технического обслуживания коэффициент $\alpha_{\text{в}}$ можно брать равным 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Это позволит установить оптимальную мощность зоны технического обслуживания, соответствующую заданному режиму работы АТП. Значения списочного количества автомобилей по маркам $A_{\text{сп}}$ и среднесуточный пробег $l_{\text{сс}}$ берут по данным конкретного предприятия.

Для упрощения процесса оптимизации системы ТО среднюю трудоемкость единичного обслуживания можно вычислить по формуле

$$\bar{t}_{\text{о}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{\text{ТО-}i} t_{\text{о}i} k_{2i} k_{5i}}{\sum_{i=1}^{n} N_{\text{ТО-}i}}, \qquad (1.8)$$

где n – число марок автомобилей на предприятии; $N_{\text{ТО-}i}$ – суточное число обслуживаний i-й марки автомобиля; $t_{\text{о}i}$ – нормативная величина трудоемкости единичного обслуживания i-й марки автомобиля, чел.-ч; k_2 – коэффициент корректирования трудоемкости ТО в зависимости от модификации подвижного состава и организации его работы (k_2 = 1,0 – 1,25); k_5 – коэффициент корректирования трудоемкости ТО в зависимости от количества обслуживаемых автомобилей на предприятии и количества технологически совместимых групп подвижного состава (k_5 = 0,8 –1,3).

Коэффициенты k_2 и k_5 определяют по "Положению о техническом обслуживании и ремонте подвижного состава автомобильного транспорта".

Исходные данные для выполнения лабораторной работы приведены в табл. 1.3.

Пример выполнения работы

Оптимизация системы технического обслуживания проводится в два этапа. Первый этап предусматривает расчет суточной программы ТО автомобилей, второй – непосредственную оптимизацию системы ТО.

Для проведения первого этапа оптимизации системы ТО необходимо подготовить исходные данные по конкретному АТП согласно табл. 1.2.

Таблица 1.2. Исходные данные к расчету

Марка автомобиля	Списочное кол-во автомобилей $A_{сп}$	Среднесуточный пробег $l_{сс}$, км	Нормативный пробег l, км		Нормативная трудоемкость t, чел.-ч		Коэффициенты корректирования	
			ТО-1	ТО-2	ТО-1	ТО-2	k_2	k_5
ЗИЛ-4314	180	250	2400	9600	2,7	10,8	1,0	1,05

Первый этап оптимизации.

1. Используя исходные данные табл. 1.2, производим оптимизацию ТО-2.

2. Рассчитываем суточную программу ТО автомобилей:

а) количество обслуживаний ТО-2 за сутки:

$L_{сут} = 180 \cdot 0{,}8 \cdot 250 = 36000$ км;

$$N_{ТО-2} = \frac{36000}{9600} = 3{,}75 \approx 4{,}0;$$

б) количество обслуживаний ТО-1 за сутки:

$$N_{ТО-1} = \frac{36000}{2400} - 4 = 11;$$

в) вычисляем среднюю трудоемкость единичного обслуживания:

$t_{ТО\text{-}1} = (11 \cdot 2{,}7 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}05)/11 = 2{,}835$ чел.-ч;

$t_{ТО\text{-}2} = (4{,}0 \cdot 10{,}8 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}05)/4{,}0 = 11{,}34$ чел.-ч.

Второй этап оптимизации.

1. Пусть мы оптимизируем систему ТО-1. Все обслуживания проводятся на универсальных постах (вариант 1), так как для поточных линий необходимо 12 – 13 обслуживаний в сутки.

Тогда $A_{тр}$ = 11 обслуживаний, число постов $Z = N = 3$, число исполнителей на посту $P = 3$, $t_з = 12$ ч, $t_{то\text{-}1} = 2{,}835$ чел.-ч, $k = 1{,}0$. По табл. 1.1 определим $\rho_{max} = 1{,}0$.

2. Находим интенсивность обслуживания на посту

$\mu = (1 \cdot 3)/(1 \cdot 2{,}835) = 1{,}058$.

3. Вычисляем лимитирующую интенсивность обслуживания

$\lambda_{max} = 1{,}058 \cdot 1{,}0 = 1{,}058$.

4. Фактическая продолжительность работы системы будет равна

$t_ф = 11/(3 \cdot 1{,}058) = 3{,}46$.

При заданной продолжительности работы системы обслуживания $t_з = 12$ ч мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

1. Пусть $A_{тр}$ = 11 обслуживаний, число постов $Z = N = 2$, число исполнителей на посту $P = 2$, $t_з = 12$ ч, $t_{то\text{-}1} = 2{,}835$ чел.-ч, $k = 1{,}0$. По табл. 1.1 определим $\rho_{max} = 1{,}0$.

2. Находим интенсивность обслуживания на посту

$\mu = (1 \cdot 2)/(1 \cdot 2{,}835) = 0{,}705$.

3. Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания

$\lambda_{max} = 0{,}705 \cdot 1{,}0 = 0{,}705$.

4. Фактическая продолжительность работы системы будет равна

$t_ф = 11/(2 \cdot 0{,}705) = 7{,}8$ ч.

При заданной продолжительности работы системы обслуживания $t_з = 12$ ч мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

1. Пусть $A_{тр}$ = 11 обслуживаний, число постов $Z = N = 2$, число исполнителей на посту $P = 1$, $t_з = 12$ ч, $t_{то\text{-}1} = 2{,}835$ чел.-ч, $k = 1{,}0$. По табл. 1.1 определим $\rho_{max} = 1{,}0$.

2. Находим интенсивность обслуживания на посту

$\mu = (1 \cdot 1)/(1 \cdot 2{,}835) = 0{,}352$.

3. Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания

$\lambda_{max} = 0{,}352 \cdot 1{,}0 = 0{,}352$.

4. Фактическая продолжительность работы системы будет равна

$t_ф$ = 11/(2 ·0,352) = 15,625 ч.

При заданной продолжительности работы системы обслуживания $t_з$ = 12 ч. мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

1. Пусть $A_{тр}$ = 11 обслуживаний, число постов Z = N = 1, число исполнителей на посту P = 2, $t_з$ = 12 ч, $t_{то\text{-}1}$ = 2,835 чел.-ч, k = 1,0. По табл. 1.1 определим ρ_{max} = 1,0.

2. Находим интенсивность обслуживания на посту

μ = (1 · 2)/(1 · 2,835) = 0,705.

3. Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания

λ_{max} = 0,705 · 1,0 = 0,705.

4. Фактическая продолжительность работы системы будет равна

$t_ф$ = 11/(1 · 0,705) = 15,602 ч.

При заданной продолжительности работы системы обслуживания $t_з$ = 12 ч мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

1. Пусть $A_{тр}$ = 11 обслуживаний, число постов Z = N = 1, число исполнителей на посту P = 3, $t_з$ = 12 ч, $t_{то\text{-}1}$ = 2,835 чел.-ч, k = 1,0. По табл. 1.1 определим ρ_{max} = 1,0.

2. Находим интенсивность обслуживания на посту

μ = (1 · 3)/(1 · 2,835) = 1,058.

3. Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания

λ_{max} = 1,058 · 1,0 = 1,058.

4. Фактическая продолжительность работы системы будет равна

$t_ф$ = 11/(1 · 1,058) = 10,396 ч.

Результаты моделирования системы ТО-1, организованной по варианту № 1 при $\alpha_в$ = 0,8, представлены ниже:

Z	*N*	*P*	*W*
3	3	3	8,54
2	2	2	4,2
2	2	1	-3,625
1	1	2	-3,602
1	1	3	1,604

Таким образом, наиболее оптимальной мощностью будет обладать зона ТО-1, состоящая из одного поста с тремя рабочими.

Варианты исходных данных к выполнению лабораторной работы

Таблица 1.3. Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	Марка автомобиля	Среднесуточный пробег, км	Заданное время работы системы, ч	Списочное количество автомобилей $A_{сп}$	Коэффициент выпуска $\alpha_в$
1	ЗИЛ-4314	240	12	180	0,8
2	МАЗ-5335	190	12	145	0,8
3	ЗИЛ-5301	260	12	170	0,8
4	ПАЗ-5271	230	8	150	0,8
5	ЛиАЗ-5256	210	8	175	0,8
6	ПАЗ-4233	270	8	163	0,8
7	ГАЗ-31105	420	10	320	0,8
8	ВАЗ-21074	140	10	155	0,8
9	ГАЗ-2205	310	10	110	0,8
10	МАЗ-6422	190	8	185	0,8
11	ГАЗ-3307	196	8	162	0,8
12	УРАЛ-4314	220	8	115	0,8
13	КаВЗ-4224	185	8	120	0,8
14	ЛиАЗ-6212	290	8	130	0,8
15	КамАЗ-6512	160	12	150	0,8

Контрольные вопросы

1. С какой целью выполняют оптимизацию системы технического обслуживания автотранспортных средств на предприятии?
2. Перечислите варианты организации обслуживания автомобилей на современных автотранспортных предприятиях.

3. Какие исходные данные необходимы для оптимизации системы технического обслуживания автомобилей на автотранспортных предприятиях?

4. Какие параметры системы технического обслуживания относят к управляемым?

5. Поясните физический смысл параметра интенсивность обслуживания автомобилей на посту.

6. Назовите преимущества поточного метода обслуживания автомобилей.

7. Каковы критерии применения поточного метода обслуживания автомобилей на предприятии?

8. Перечислите факторы, оказывающие влияние на величину коэффициента выпуска автомобилей на линию.

9. Что характеризует параметр ρ_{max}?

Лабораторная работа № 2

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАРШРУТИЗАЦИИ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Цель работы: изучить процесс построения динамической модели выбора кратчайшего пути на ориентированной сети, а также получить практические навыки решения задач по маршрутизации.

Общие положения

Динамическое программирование (ДП) представляет собой математический метод оптимизации, позволяющий осуществлять оптимальное планирование многошаговых (многоэтапных) управляемых процессов, и прогрессов, зависящих от времени.

Задачи, решаемые методами ДП, формируются следующим образом. Имеется управляемый процесс, заданы его начальное и конечное состояния. Требуется определить значение факторов его состояния, обеспечивающих получение оптимума функции процесса в целом.

Методом ДП с успехом можно решать задачи, сводящиеся к сетевым моделям, такие как транспортные, задачи замены оборудования, управления запасами и другие, в которых требуется найти кратчайший путь на ориентированной сети.

Процесс решения задачи ДП включает следующие операции:

1. Исследуемый процесс разбивается искусственно или естественно на составные элементы – этапы.

2. Для каждого этапа вводят функциональные характеристики (параметры или переменные) процесса и их числовые значения. Затем выделяют управляющие факторы, с помощью которых можно влиять на развитие процесса.

3. Для каждого этапа устанавливается такой уровень управления, который обеспечивает оптимальность функционирования процесса в целом.

Принципы и методы ДП рассмотрим на примере задачи выбора кратчайшего маршрута на транспортной сети.

Построение динамической модели выбора кратчайшего пути

Пусть задана ориентированная сеть, содержащая N точек (узлов). Найти кратчайший путь из точки 1 в точку N (рис. 2.1), если задана матрица (a_{ij}) расстояний из точки i в точку j.

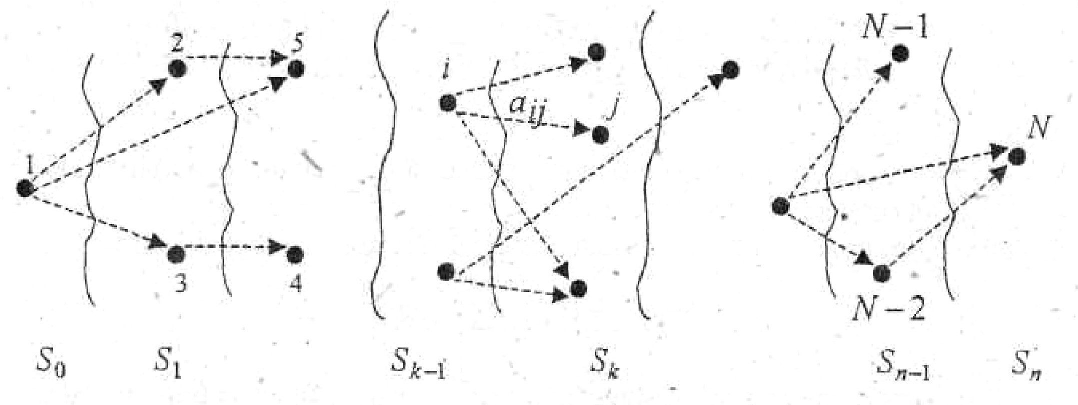


Рис. 2.1. Ориентированная сеть

Обозначим через W^*_j минимальный путь из точки i в точку N. Оптимальный маршрут из любой точки i должен обладать тем свойством, что каков бы ни был способ достижения пункта i, последующее решение должно быть оптимальным для части пути, начинающегося в точке i (принцип оптимальности).

Пусть из точки i можем перейти в току j, расстояние между этими точками равно a_{ij}. Точка j должна выбираться таким образом, чтобы путь из j в N был частью оптимального из i в N. Обозначим минимальный путь из j в N через W^*_j. Тогда i выбирается из условия минимизации суммы

$$a_{ij} + W^*_j. \tag{2.1}$$

Таким образом, получаем уравнение Беллмана:

$$W_i^* = \min_{j \neq i} \left\{ a_{ij} + W_j^* \right\}. \tag{2.2}$$

Для реализации уравнения (2.2) разделим условно все точки сети на n множеств по числу шагов 1, 2, …, n (см. рис. 2.1). К множеству S_0 отнесем точки, из которых можно попасть в N не более чем за n шагов, к S_i точке из которых можно попасть в N не более чем за $n - 1$ шагов и т. д.

Если $i \in S_{k\text{-}1}$, то будем считать, что $j \in S_k$. Тогда уравнение (2.3) примет вид

$$W_k^*(i) = \min_{\substack{i \in S_{k-1} \\ j \in S_k}} \left\{ a_{ij} + W_{k+1}^*(j) \right\}. \tag{2.3}$$

Так как точка N единственная и относится к множеству S_n, тогда

$$W^*_{n+1}(N) = 0. \tag{2.4}$$

Множество $S_{n\text{-}1}$ состоит из точек i, из которых можно попасть в N не более чем за один шаг, поэтому

$$W_n^*(i) = \min_{i \in S_{n-1}} \left\{ a_{in} \right\} = a_{in}, \qquad U_n^*(i) = N, \tag{2.5}$$

где $U^*_n(i)$ – условные оптимальные управления (решение) на n-м переходе из точки i в N по кратчайшему пути.

Аналогично для точек $i \in S_{n\text{-}2}$:

$$W_{n-1}^*(i) = \min_{\substack{i \in S_{n-2} \\ j \in S_{n-1}}} \left\{ a_{ij} + W_n^*(j) \right\} = \min_{\substack{i \in S_{n-2} \\ j \in S_{n-1}}} \left\{ a_{ij} + a_{jN} \right\}, \quad U_{n-1}^*(i) \tag{2.6}$$

и т. д. В итоге условной оптимизации получим совокупность условных оптимальных решений $U^*_k(i)$, используя которые последовательно определим точки, соответствующие оптимальному маршруту.

Пример выполнения работы

На ориентированной сети найти маршрут движения из пункта B_1 в пункт B_{13}, соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда a_{ij} из пункта *i* в пункт *j* проставлена у стрелок.

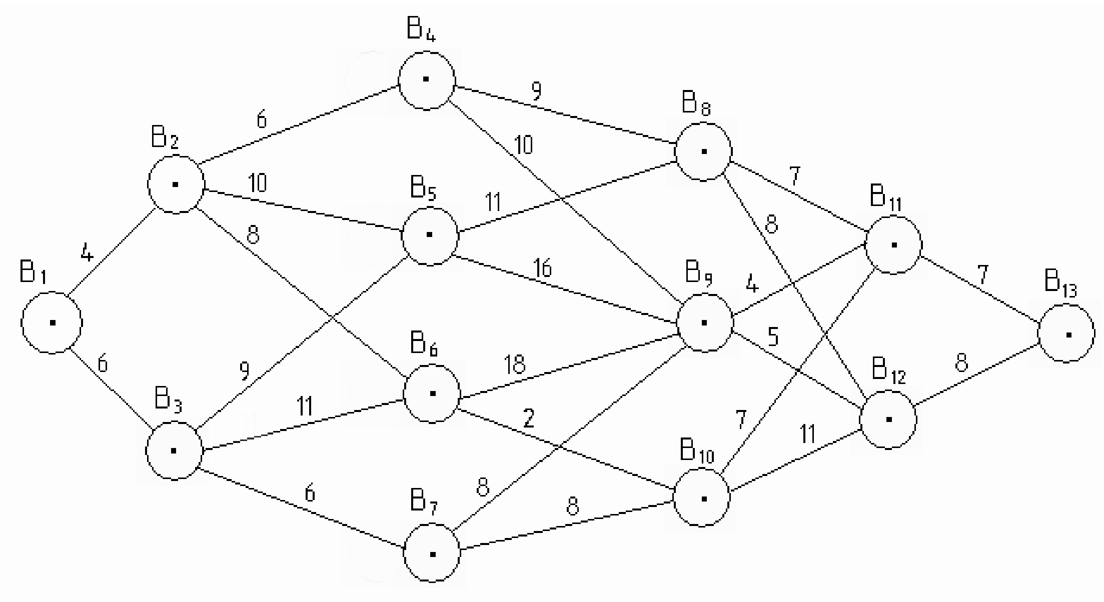


Рис. 2.2. Ориентированная сеть

Для того чтобы стоимость проезда была максимальной, нужно осуществлять перевозки по самому длинному пути. Найдем его.

1. $W_5(B_{11}) = 7$;

$W_5(B_{12}) = 8$.

2. $W_4(B_8) = \left\{ \begin{matrix} 7+7 \\ 8+8 \end{matrix} \right\}$, $W^*{}_4(B_8) = 16$;

$W_4(B_9) = \left\{ \begin{matrix} 4+7 \\ 5+8 \end{matrix} \right\}$, $W^*{}_4(B_9) = 13$;

$W_4(B_{10}) = \left\{ \begin{matrix} 7+7 \\ 11+8 \end{matrix} \right\}$, $W^*{}_4(B_{10}) = 19$.

3. $W_3(B_4) = \left\{ \begin{matrix} 9+16 \\ 10+13 \end{matrix} \right\}$, $W^*{}_3(B_4) = 25$;

$W_3(B_5) = \left\{ \begin{matrix} 11+16 \\ 16+13 \end{matrix} \right\}$, $W^*{}_3(B_5) = 29$;

$$W_3(\text{B}_6) = \left\{ \frac{18+13}{2+19} \right\}, \; W^*{}_3(\text{B}_6) = 31;$$

$$W_3(\text{B}_7) = \left\{ \frac{8+13}{8+19} \right\}, \; W^*{}_3(\text{B}_7) = 27.$$

4. $$W_2(\text{B}_2) = \left\{ \frac{\frac{6+25}{10+29}}{8+31} \right\}, \; W^*{}_2(\text{B}_2) = 39;$$

$$W_2(\text{B}_3) = \left\{ \frac{\frac{9+29}{11+31}}{6+27} \right\}, \; W^*{}_2(\text{B}_3) = 42.$$

5. $$W_1(\text{B}_1) = \left\{ \frac{39+4}{42+6} \right\}, \; W^*{}_1(\text{B}_1) = 48.$$

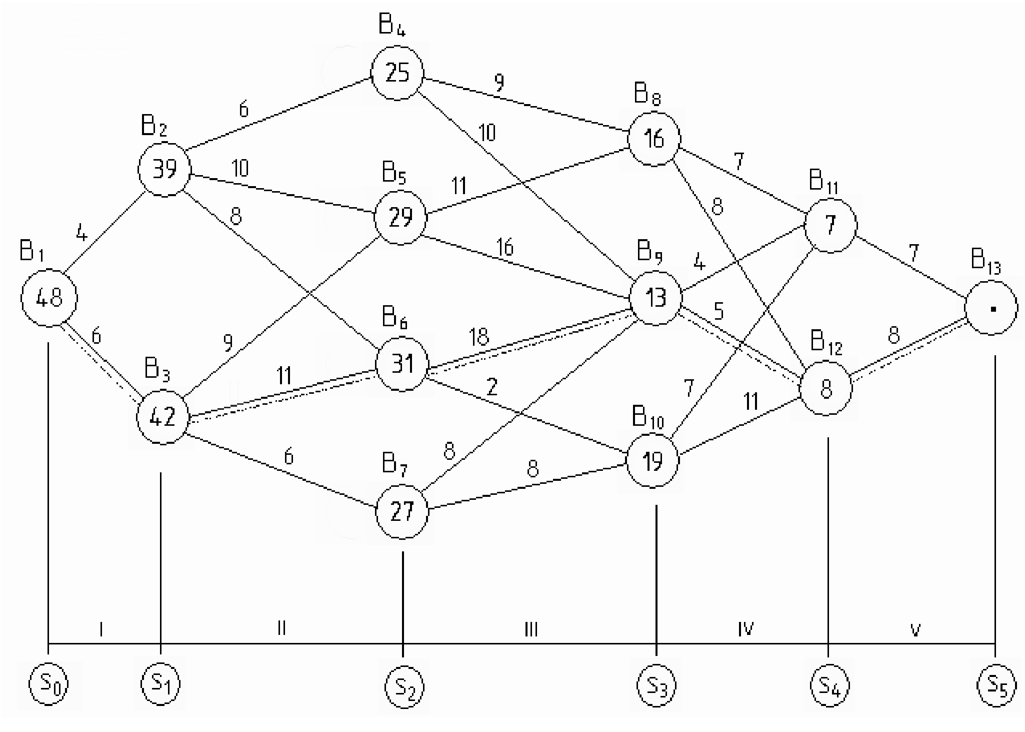


Рис. 2.3. Оптимальная схема движения автомобиля

Таким образом, проезд будет максимально дорогим, если осуществлять перевозки по маршруту: $\text{B}_1 - \text{B}_3 - \text{B}_6 - \text{B}_9 - \text{B}_{12} - \text{B}_{13}$.

Варианты заданий для выполнения лабораторной работы

Вариант № 1

Найти оптимальный маршрут движения из пункта C_1 в пункт C_{13} на сети, изображенной на рис. 2.4. Расстояние между пунктами проставлено у стрелок.

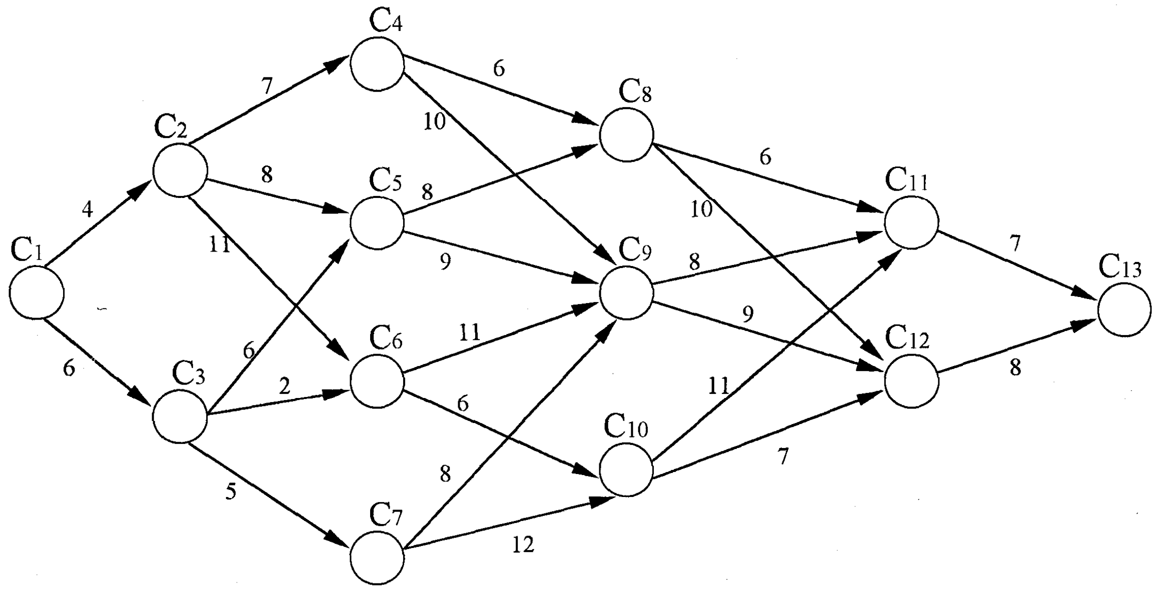


Рис. 2.4. Ориентированная сеть

Вариант № 2

Для ориентированной сети (рис. 2.5) найти маршрут из пункта A_0 в пункт B, соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда a_{ij} из пункта i в пункт j проставлена у стрелок.

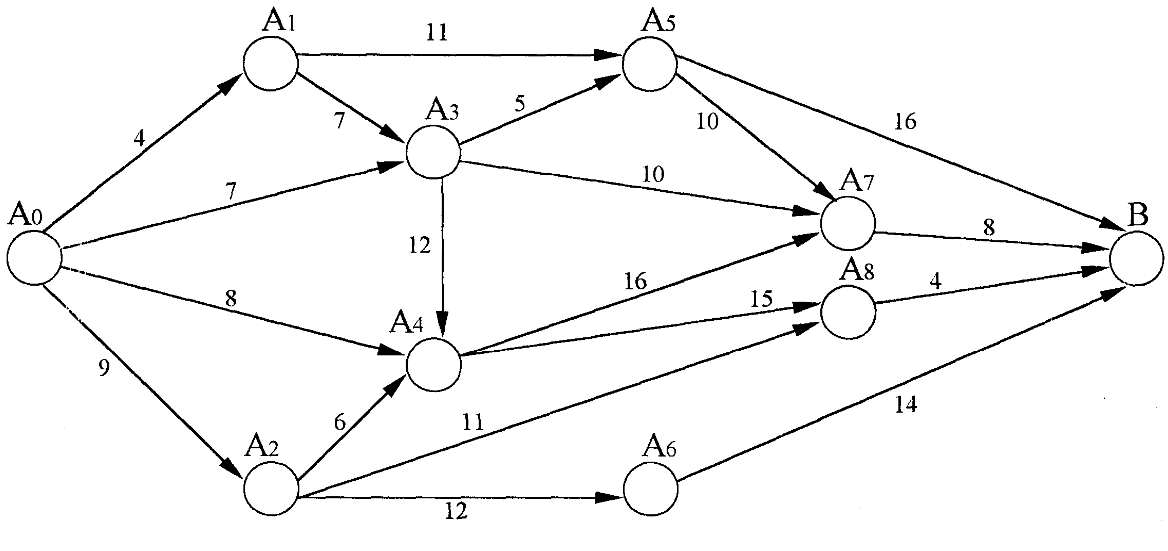


Рис. 2.5. Ориентированная сеть

Вариант № 3

Найдите оптимальный маршрут движения из точки A_1 в точку A_{13} для сети, изображенной на рис. 2.6. Расстояния между пунктами проставлены у стрелок.

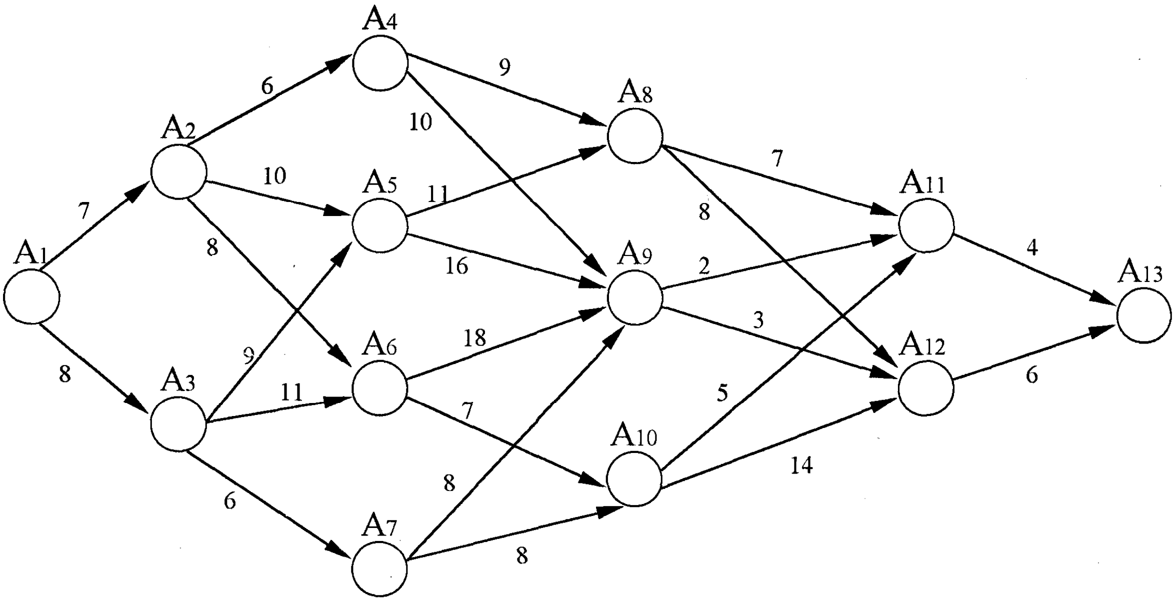


Рис. 2.6. Ориентированная сеть

Вариант № 4

Найдите кратчайший путь из пункта А в пункт Д для сети, изображенной на рис. 2.7. Расстояния между пунктами проставлены у стрелок.

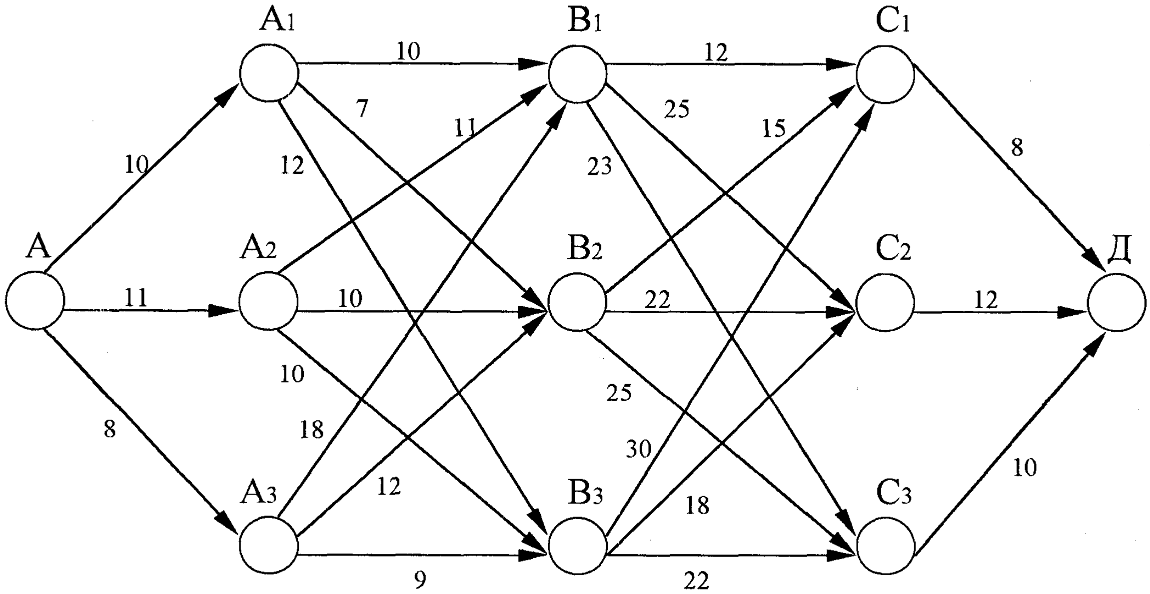


Рис. 2.7. Ориентированная сеть

Вариант № 5

Найдите кратчайший путь из пункта А в пункт Д для сети, изображенной на рис. 2.8. Расстояния между пунктами проставлены у стрелок.

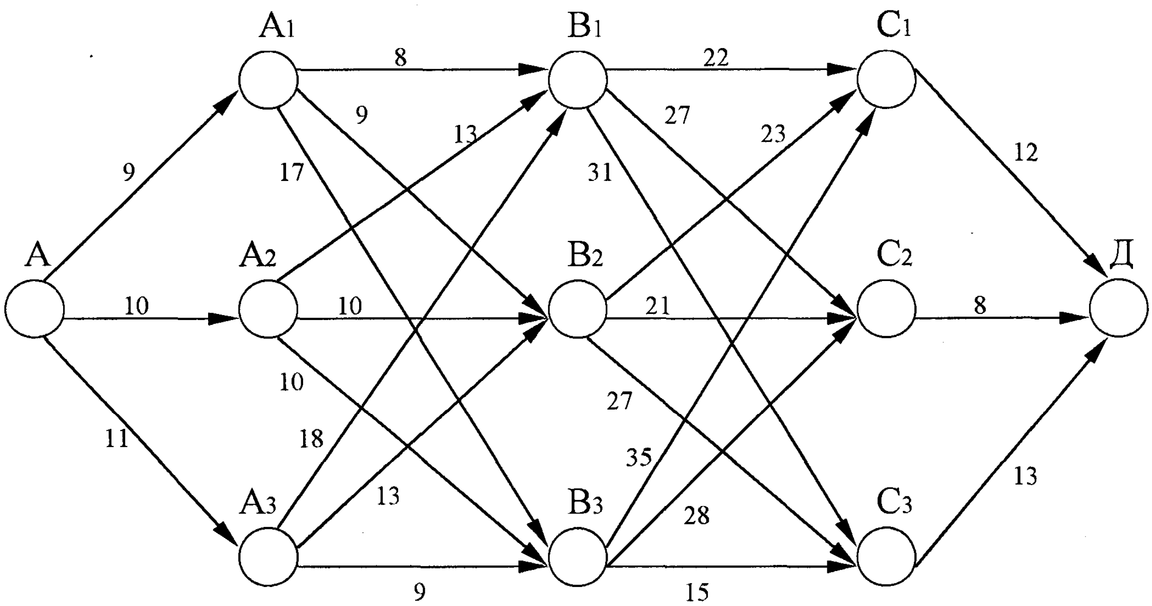


Рис. 2.8. Ориентированная сеть

Вариант № 6

Для ориентированной сети (рис. 2.9) найти маршрут из пункта А в пункт В, соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда a_{ij} из пункта i в пункт j проставлена у стрелок.

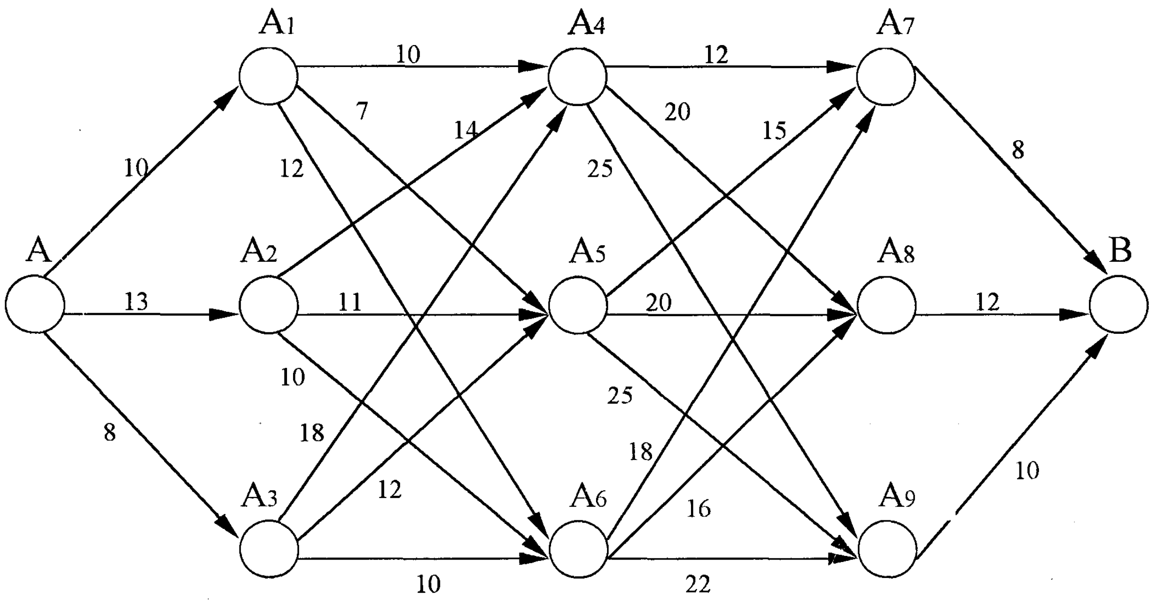


Рис. 2.9. Ориентированная сеть

Вариант № 7

На ориентированной сети (рис. 2.10) найти маршрут движения из пункта B_1 в пункт B_{13}, соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда a_{ij} из пункта i в пункт j проставлена у стрелок.

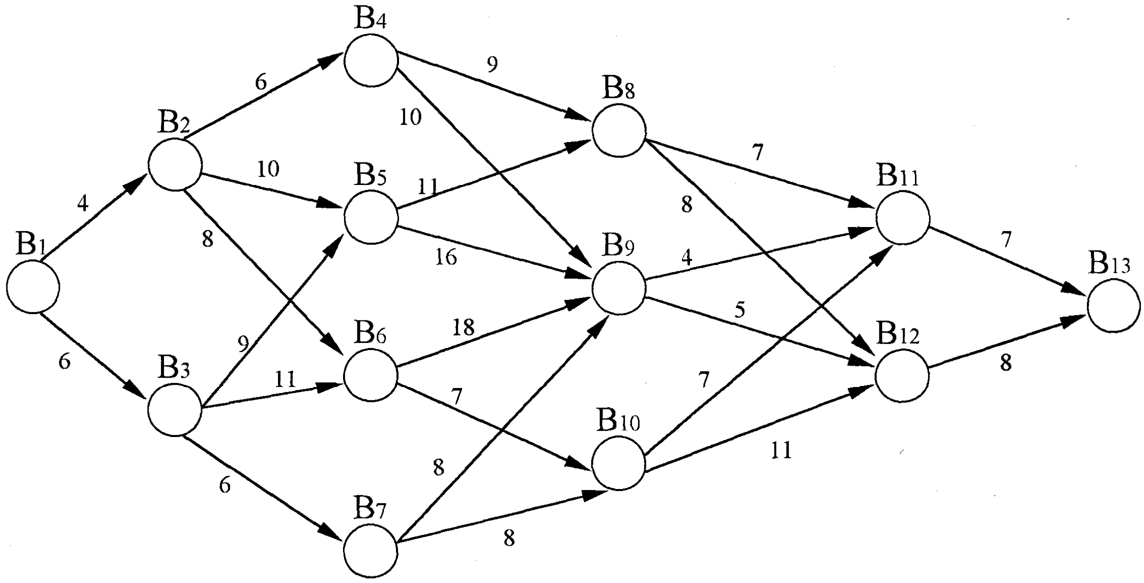


Рис. 2.10. Ориентированная сеть

Контрольные вопросы

1. Какие задачи автомобильного транспорта решаются методами динамического программирования?

2. Сформулируйте общую задачу динамического программирования.

3. Перечислите принципы оптимизации задач динамического программирования.

4. Запишите основные уравнения динамического программирования (уравнение Беллмана) и перепишите его составляющие.

5. Назовите особенности предварительной (условной) оптимизации.

6. Перечислите особенности окончательной (безусловной) оптимизации.

7. Сформулируйте задачу о маршрутизации.

8. Запишите математическую модель решения задачи о маршрутизации методом динамического программирования.

9. Какова последовательность решения задачи о маршрутизации методом динамического программирования?

Лабораторная работа № 3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЗАМЕНЫ ОБОРУДОВАНИЯ

Цель работы: изучить процесс построения модели решения задач замены оборудования, а также получить практические навыки решения задач замены оборудования методом динамического программирования (ДП).

Общие положения

Постановка задачи

Одной из проблем, с которой приходится сталкиваться при организации работы предприятия автомобильного транспорта, является замена старого оборудования (станков, агрегатов, машин) и автомобилей на новые.

Старое оборудование и автомобиль имеют физический и моральный износ, в результате чего растут производственные затраты по выпуску продукции на старом оборудовании, увеличиваются затраты на его ремонт и обслуживание, а вместе с тем снижаются его производительность и ликвидная стоимость.

Наступает момент, когда старое оборудование (автомобиль) более выгодно продать (заменить новым), чем эксплуатировать ценой больших затрат.

Стратегия замены оборудования состоит в определении оптимальных сроков замены. Критериями оптимальности при определении сроков могут служить либо прибыль от эксплуатации, которую следует максимизировать, либо суммарные затраты на эксплуатацию в течение рассматриваемого промежутка времени, которые подлежат минимизации.

Условимся считать, что решение о замене оборудования принимается периодически в начале каждого промежутка (года), на который разбит плановый период.

Основными функциональными характеристиками оборудования являются:

t – возраст оборудования (t = 0, 1, 2, 3,..., n), где t = 0 – использование нового оборудования, t = 1 – использование оборудования возраста одного года и т. д.;

f(t) – стоимость продукции (для автомобиля – выручка за транспортные услуги), произведенной за год на оборудовании возраста *t*;

r(t) – эксплуатационные затраты за год на оборудование возраста *t*;

φ*(t)* – остаточная стоимость оборудования возраста *t*;

P – цена нового оборудования;

t_0 – начальный возраст оборудования; *n* – продолжительность планового периода (количество лет в плановом периоде).

Схема возможных состояний оборудования представлена на рис. 3.1, где $U^{\text{с}}$ – сохранность и продолжительность использования оборудования; $U^{\text{з}}$ – замена оборудования новым; S_k^t – состояние оборудования, соответствующее возрасту *t*.

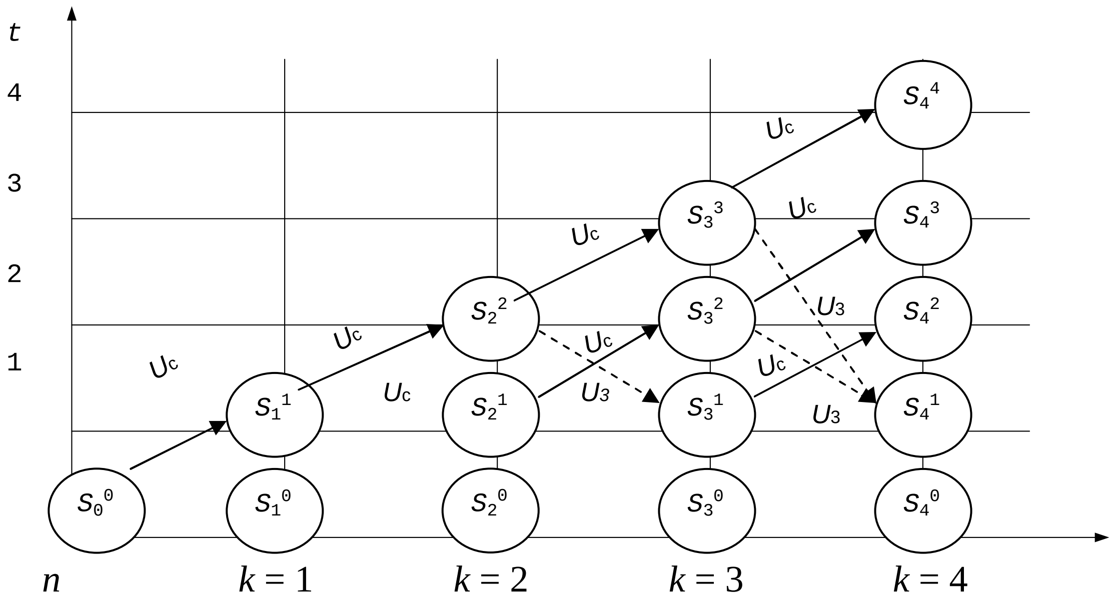


Рис. 3.1. Схема возможных состояний оборудования

Для определения условных оптимальных решений необходимо составить функциональное уравнение Беллмана.

Поставленную задачу можно рассматривать как задачу динамического программирования, в которой в качестве системы *S* выступает оборудование. Состояние этой системы определяется фактическим временем использования оборудования (его возрастом) *t*, т. е. описывается единым параметром *t*.

Алгоритм решения задачи методом ДП реализуется в два этапа.

Первый этап. При движении от начала n-го года к началу 1-го года для каждого допустимого состояния оборудования находится условное оптимальное управление (решение) – $u(t)$.

Второй этап. При движении от начала 1-го года к началу n-го года из условных оптимальных решений составляется оптимальный план замены оборудования – $u^*(t)$.

Рассмотрим n-шаговый процесс (см. рис. 3.1), считая k-м шагом номер k-го года от начала эксплуатации (k = 1, 2, 3, ..., n). Уравнение на k- м шаге выбирается из двух возможных решений: $U^{с}$ – сохранить и продолжить использование старого оборудования или $U^{з}$ – заменить оборудование новым.

Состояние S_{k-1} системы в начале k-го шага характеризуется параметром t – возраст оборудования, который может принимать значения 0, 1, 2, .., $k - 1$, т. е. $t \leq k - 1$.

Если к началу k-го шага система находится в состоянии S_{k-1} и возраст ее равен t годам ($S_{k-1} = t$), то под влиянием управления $U^{с}$ в конце k-го шага она перейдет в состояние S_k с возрастом оборудования $t + 1$ ($S_k = t + 1$) (рис. 3.1), т. е. возраст оборудования увеличится на один год. Под влиянием уравнения $U^{з}$, принятого на k-м шаге, система перейдет в состояние с возрастом оборудования, равным одному году. Замену произвели в начале k-го шага ($S_k = 1$).

Определим прибыль на k-м шаге (показатель эффективности k-го шага), соответствующую каждому из альтернативных управлений $U^{с}$ и $U^{з}$.

Выбирая на k-м шаге управление $U^{с}$, мы сможем произвести продукцию стоимостью $f(t)$ на старом оборудовании, что потребует затрат $r(t)$, поэтому прибыль равна $f(t) - r(t)$. Обозначим ее через

$$W_k^c = f(t) - r(t). \tag{3.1}$$

При управлении $U^{з}$ получим доход $\varphi(t)$ от продажи старого оборудования (ликвидную стоимость) и $f(0)$ от произведенной на новом оборудовании продукции, затратив P рублей на приобретение нового оборудования, и $r(0)$ – на содержание нового оборудования. В этом случае прибыль составит

$$W^{з}_k = \varphi(t) + f(0) - P - r(0). \tag{3.2}$$

Так как на последнем этапе процесса планирования мы можем действовать без учета предыдущих этапов и считать, что оптимальное управление на последнем этапе должно обеспечить максимальный доход за последний год, то функциональное уравнение, отражающее возможные решения, будет следующим:

$$W_n^*(t) = \max \begin{cases} f(t) - r(t) & \text{при } U_n = U^{\text{с}}, \\ \varphi(t) + f(0) - P - r(0) & \text{при } U_n = U^{\text{з}}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Сравнив эти две величины для всех возможных $i < n$, получим значение $W_n^*(t)$ и соответствующее значение оптимального управления $U^*_n(t)$.

Предположим, что для всех значений t S_k -го состояния системы известна максимальная прибыль, полученная за $n - k$ шагов с $k + 1$-го по n-й включительно. Поэтому основные рекуррентные соотношения можно записать в виде

$$W_k^*(t) = \max \begin{cases} f(t) - r(t) + W_{k+1}^*(t+1) & \text{при } U_k = U^{\text{с}}, \\ \varphi(t) + f(0) - P - r(0) + W_{k+1}^*(1) & \text{при } U_k = U^{\text{з}}. \end{cases} \quad (3.4)$$

В уравнении (3.4) величина $W^*_{k+1}(1)$ – условная максимальная прибыль, полученная за $n - k$ шагов, если к началу ($k + 1$)-го шага системы находились в состоянии S_k и $t = 1$ (возраст оборудования составлял один год).

Пример выполнения работы

Составить план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.1, где значения *f(t)* и *r(t)* даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам (у.е.).

Таблица 3.1. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования t, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f(t)*, у.е.	24	23	22	22	20	19
Эксплуатационные затраты *r(t)*, у.е.	15	15	16	17	18	19

1. Решение исходной задачи начинаем с определения условного оптимального управления (решения) для последнего 5-го года, в связи с чем находим множество допустимых состояний оборудования к началу данного года. Так как в начальный момент имеется новое обору-

дование ($t^{(1)} = 0$), то возраст оборудования к началу 5-го года может составлять 1, 2, 3, 4 года. Поэтому допустимые состояния системы на данный период времени таковы: ($t_1^{(5)} = 1$), ($t_2^{(5)} = 2$), ($t_3^{(5} = 3$), ($t_4^{(5)} = 4$). Для каждого из этих состояний найдем условное оптимальное решение и соответствующее значение функции $W_5(t^{(5)})$.

Используя приведенные ранее уравнения и соотношение $W_6(t^{(k+1)}) = 0$ (так как рассматривается последний год расчетного периода), получаем

$$W_5(t^{(5)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(5)}) - r(t^{(5)}), \\ f(t^{(5)} = 0) - r(t^{(5)} = 0) - P. \end{Bmatrix}$$

Подставляя теперь в эту формулу вместо $t^{(5)}$ его значение, равное 1, и учитывая данные табл. 3.1, находим

$$W_5(t_1^{(5)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(5)} = 1) - r(t^{(5)} = 1), \\ f(t^{(5)} = 0) - r(t^{(5)} = 0) - P. \end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} 23 - 15, \\ 24 - 15 - 15. \end{Bmatrix} = 8, \;\; U = U^{\text{c}}.$$

Значит, условное оптимальное решение в данном случае – сохранить оборудование.

Проведем аналогичные вычисления для других допустимых состояний оборудования к началу 5-го года.

$$W_5(t_2^{(5)}) = \max\begin{Bmatrix} 22 - 16, \\ 24 - 15 - 15. \end{Bmatrix} = 6, \;\; U = U^{\text{c}},$$

$$W_5(t_3^{(5)}) = \max\begin{Bmatrix} 22 - 17, \\ 24 - 15 - 15. \end{Bmatrix} = 5, \;\; U = U^{\text{c}},$$

$$W_5(t_4^{(5)}) = \max\begin{Bmatrix} 20 - 18, \\ 24 - 15 - 15. \end{Bmatrix} = 2, \;\; U = U^{\text{c}}.$$

Полученные данные сводим в табл. 3.2.

Таблица 3.2. Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(5)}$, г.	Значение функции $W_5(t^{(5)})$, у.е.	Условное оптимальное решение U
1	8	U^{c}
2	6	U^{c}
3	5	U^{c}
4	2	U^{c}

2. Рассмотрим возможные состояния оборудования к началу 4-го года. Очевидно, что допустимыми состояниями являются ($t_1^{(4)}$ = 1), ($t_2^{(4)}$ = 2), ($t_3^{(4)}$ = 3). Для каждого из этих состояний найдем условное оптимальное решение и соответствующее значение функции $W_4(t^{(4)})$, используя уравнение и данные табл. 3.1 и 3.2. Так, в частности, для $t_1^{(4)}$ = 1 имеем

$$W_4(t_1^{(4)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(4)}=1) - r(t^{(4)}=1) + W_5(t^{(5)}=2), \\ f(t^{(4)}=0) - r(t^{(4)}=0) - P + W_5(t^{(5)}=1). \end{Bmatrix} =$$

$$= \max\begin{Bmatrix} 23-15+6, \\ 24-15-15+8. \end{Bmatrix} = 14, \quad U = U^{\text{с}}.$$

Значит, условное оптимальное решение в данном случае – сохранить оборудование.

Проведем аналогичные вычисления для других допустимых состояний оборудования к началу 4-го года.

$$W_4(t_2^{(4)}) = \max\begin{Bmatrix} 22-16+5, \\ 24-15-15+8. \end{Bmatrix} = 11, \quad U = U^{\text{с}},$$

$$W_4(t_3^{(4)}) = \max\begin{Bmatrix} 22-17+2, \\ 24-15-15+8. \end{Bmatrix} = 7, \quad U = U^{\text{с}}.$$

Полученные данные сводим в табл. 3.3.

Таблица 3.3. Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$, г.	Значение функции $W_4(t^{(4)})$, у.е.	Условное оптимальное решение U
1	14	$U^{\text{с}}$
2	11	$U^{\text{с}}$
3	7	$U^{\text{с}}$

3. Определим условное оптимальное решение для каждого из допустимых состояний оборудования к началу 3-го года. Очевидно, такими состояниями являются ($t_1^{(3)}$ = 1), ($t_2^{(3)}$ = 2). В соответствии с уравнением и табл. 3.1, 3.2, 3.3 имеем

$$W_3(t_1^{(3)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(3)}=1) - r(t^{(3)}=1) + W_4(t^{(4)}=2), \\ f(t^{(3)}=0) - r(t^{(4)}=0) - P + W_4(t^{(4)}=1). \end{Bmatrix} =$$

$$= \max\begin{Bmatrix} 23-15+11, \\ 24-15-15+14. \end{Bmatrix} = 19, \quad U = U^{\text{с}}.$$

$$W_3(t_2^{(3)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(3)}=2) - r(t^{(3)}=2) + W_4(t^{(4)}=3), \\ f(t^{(3)}=0) - r(t^{(4)}=0) - P + W_4(t^{(4)}=1). \end{Bmatrix} =$$

$$= \max\begin{Bmatrix} 22-16+7, \\ 24-15-15+14. \end{Bmatrix} = 13, \quad U = U^{\text{с}}.$$

Полученные данные сводим в табл. 3.4.

Таблица 3.4. Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$, г.	Значение функции $W_3(t^{(3)})$, у.е.	Условное оптимальное решение U
1	19	$U^{\text{с}}$
2	13	$U^{\text{с}}$

4. В итоге рассмотрим допустимые состояния оборудования к началу 2-го года. Очевидно, что на данный момент времени возраст оборудования может быть равен только одному году. Тогда имеем

$$W_2(t_1^{(2)}) = \max\begin{Bmatrix} f(t^{(2)}=1) - r(t^{(2)}=1) + W_3(t^{(3)}=2), \\ f(t^{(2)}=0) - r(t^{(2)}=0) - P + W_3(t^{(3)}=1). \end{Bmatrix} =$$

$$= \max\begin{Bmatrix} 23-15+13, \\ 24-15-15+19. \end{Bmatrix} = 21, \quad U = U^{\text{с}}.$$

Полученные данные сводим в табл. 3.5.

Таблица 3.5. Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$, г.	Значение функции $W_2(t^{(2)})$, у.е.	Условное оптимальное решение U
1	21	$U^{\text{с}}$

5. Согласно условию в начальный момент установлено новое оборудование ($t_1^{(1)} = 0$). Поэтому проблемы выбора между сохранением и заменой оборудования не существует: оборудование следует сохранить. Значит, условным оптимальным решением является $U^{\text{с}}$, и значение функции

$$W_1(t_1^{(1)}) = f(t_1^{(1)}=0) - r(t_1^{(1)}=0) + W_2(t^{(1)}=1) = 24-15+21 = 30.$$

Таким образом, можно сделать вывод, что оборудование на всем протяжении периода эксплуатации менять не нужно.

Граф состояния системы при выбранных оптимальных управлениях показан на рис. 3.2.

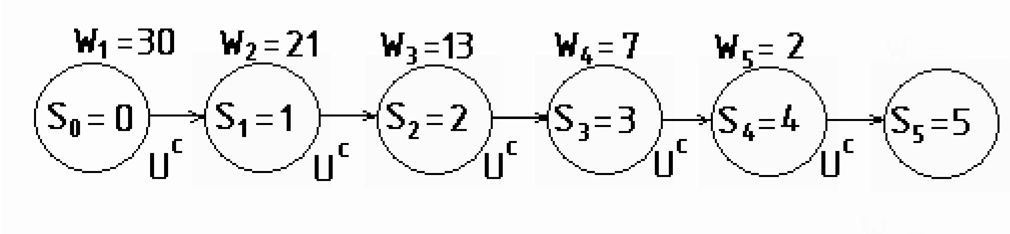


Рис. 3.2. Оптимальное решение задачи замены оборудования

Варианты заданий для выполнения лабораторной работы

Вариант № 1

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.6, где *f(t)* и *r(t)* даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам.

Таблица 3.6. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования *t*, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f*(*t*), у.е	24	23	22	22	20	19
Эксплуатационные затраты *r*(*t*), у.е.	15	15	16	17	18	19

Вариант № 2

Составить план замены оборудования в течение пяти лет, при котором общая прибыль в данный период времени максимальна, если затраты, связанные с приобретением и установкой нового оборудования, составляют 35 у.е.

Исходные данные представлены в табл. 3.7.

Таблица 3.7. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования *t*, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f*(*t*), у.е.	70	65	55	50	50	45
Эксплуатационные затраты *r*(*t*), у.е.	10	15	20	25	35	45

Вариант № 3

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.8, где *f(t)* и *r(t)* даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам.

Таблица 3.8. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования *t*, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f*(*t*), у.е.	35	30	28	27	26	25
Эксплуатационные затраты *r*(*t*), у.е.	15	18	21	22	23	24

Вариант № 4

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.9, где *f*(*t*) и *r*(*t*) даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 20 условным единицам.

Таблица 3.9. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования *t*, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f*(*t*), у.е.	30	28	27	26	25	24
Эксплуатационные затраты *r*(*t*), у.е.	18	20	22	23	24	25

Вариант № 5

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.10, где *f*(*t*) и *r*(*t*) даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 30 условным единицам.

Таблица 3.10. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования *t*, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции *f*(*t*), у.е.	50	45	43	41	39	38
Эксплуатационные затраты *r*(*t*), у.е.	25	28	31	32	36	38

Вариант № 6

Составить план замены оборудования в течение пяти лет, при котором общая прибыль в данный период времени максимальна, если затраты, связанные с приобретением и установкой нового оборудования, составляют 50 у.е.

Исходные данные представлены в табл. 3.11.

Таблица 3.11. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования t, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$, у.е.	90	85	75	70	70	65
Эксплуатационные затраты $r(t)$, у.е.	30	35	40	45	50	60

Вариант № 7

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным в табл. 3.12, где $f(t)$ и $r(t)$ даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 35 условным единицам.

Таблица 3.12. Исходные данные для задачи оптимизации

Показатель	Возраст оборудования t, г.					
	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$, у.е.	50	48	48	44	42	40
Эксплуатационные затраты $r(t)$, у.е.	30	32	34	36	38	40

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте задачу о замене оборудования.
2. Укажите основные функциональные характеристики технологического оборудования.
3. Запишите математическую модель решения задачи замены оборудования методом динамического программирования.
4. Какова последовательность решения задачи замены оборудования методом динамического программирования?
5. Назовите особенности предварительной (условной) оптимизации при решении задачи замены оборудования.
6. Перечислите особенности окончательной (безусловной) оптимизации при решении задачи замены оборудования.

Лабораторная работа № 4

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ПО СЕТЕВЫМ МОДЕЛЯМ

Цель работы: освоить методику построения сетевых графиков.

Общие положения

Сетевые модели (сетевые графики) находят широкое применение на автомобильном транспорте. Они позволяют выявить скрытые ресурсы времени и материальных средств при выполнении производственных процессов автомобильного транспорта и значительно повысить их эффективность.

Исходными данными для сетевого графика служат перечень (список) работ, а также взаимная последовательность их выполнения. Основными элементами сетевого графика являются: работа, событие и путь.

Каждая работа, входящая в состав графика, характеризуется своей продолжительностью. Событие представляет собой начало или окончание работы. Непрерывная последовательность взаимосвязанных работ и событий от начального до конечного, события, которая имеет наибольшую продолжительность во времени, называется критическим путем.

У сетевых моделей следующие преимущества:

- дают четкое представление об объеме работ;
- облегчают распределение средств и рабочей силы, что создает условия для наилучшего использования ресурсов;
- позволяют составлять оперативные и текущие планы, а также прогнозировать сложные процессы;
- обеспечивают наглядность технологической последовательности работ.

Принципы построения сетевых графиков

При построении сетевого графика использованы следующие основные правила:

1. События обозначают кружочками, внутри ставят номер события (выделяют начальное, конечное и промежуточные события).

2. События соединяют ориентированной стрелкой, которая направлена от предшествующего события к последующему (стрелка представляет собой на сетевом графике работу).

3. Любые два события могут быть соединены не более чем одной стрелкой.

4. В начальное событие не входит ни одна стрелка.

5. Из конечного события не выходит ни одна стрелка.

6. События сетевого графика нумеруют так, чтобы для каждой работы номер начального события был меньше, чем номер конечного.

7. Каждую работу кодируют двумя цифрами. Первая цифра означает начало работы и соответствует номеру предшествующего события.

8. Продолжительность работы проставляется над стрелками.

9. Часть работ выполняется последовательно. Это означает, что начало каждой последующей работы зависит от окончания предшествующей.

10. Работы могут начинаться в один и тот же момент времени с наступлением события, не зависят во времени одна от другой и могут выполняться параллельно.

11. Фиктивные работы устанавливают логическую взаимосвязь и продолжительность их равна нулю.

12. Весь комплекс работ завершается как только окончится работа и свершится последнее событие.

Составление сетевого графика технологического процесса считается законченным.

При разработке сетевых графиков необходимо учитывать следующие условия:

1. Ни одно условие не может произойти до тех пор, пока не будут заключены все входящие в него работы.

2. Ни одна работа, выходящая из события, не может начинаться до тех пор, пока данное событие не произойдет.

На сетевом графике выделяют критический путь для последующей его минимизации. Для чего определяют время начала и окончания каждой операции, время наступления каждого события, а также устанавливают возможность изменения этих параметров с целью оптимизации сетевой модели.

Расчет параметров сетевой модели

Данный расчет ведется для полных путей, событий и работ.

Определяют следующие параметры:

а) для полных путей сетевого графика:

- $t(L_i)$ – продолжительность любого полного пути;
- $t(L_{кр})$ – продолжительность критического пути;
- $R(L_i)$ – полный резерв времени пути.

б) для событий:

- $T_i^{р}$, $T_i^{п}$ – ранний и поздний сроки свершения события;
- R_i – резерв времени события.

в) для работ:

- $t_{ij}^{(рн)}$, $t_{ij}^{(ро)}$ – ранний срок начала и окончания работ;
- $t_{ij}^{(пн)}$, $t_{ij}^{(по)}$ – поздний срок начала и окончания работ;
- $r_{ij}^{(п)}$, $r_{ij}^{(св)}$ – полный и свободный резерв времени работы.

При расчете этих параметров используют графический и табличный методы.

Расчет продолжительности полного пути

1. Данный расчет выполняют по формуле

$$t(L_i) = \sum^{L_i} t_{ij} , \qquad (4.1)$$

где t_{ij} – продолжительность работ между i-м и j-м событиями.

2. $t(L_h) = \max \sum^{L_i} t_{ij}$ – продолжительность критического пути.

3. Полный резерв времени пути

$$R(L_i) = t(L_{кр}) – t(L_i). \qquad (4.2)$$

Повышение суммарной продолжительности всех работ, лежащих на пути L_i, на величину $R(L_i)$ не увеличивает время наступления завершающего события.

Расчет времени наступления событий

При графическом методе записи расчетных параметров выполняют непосредственно на сетевом графике.

Для чего каждый кружок сетевого графика делят на четыре части (секторы), в этих секторах записывают следующие данные (рис. 4.1):

- верхний предназначен для записи номера события i;
- правый – для записи раннего срока свершения события $T_i^{\text{р}}$;
- левый – для записи позднего срока свершения события $T_i^{\text{п}}$;
- нижний – для записи резерва времени события R_i.

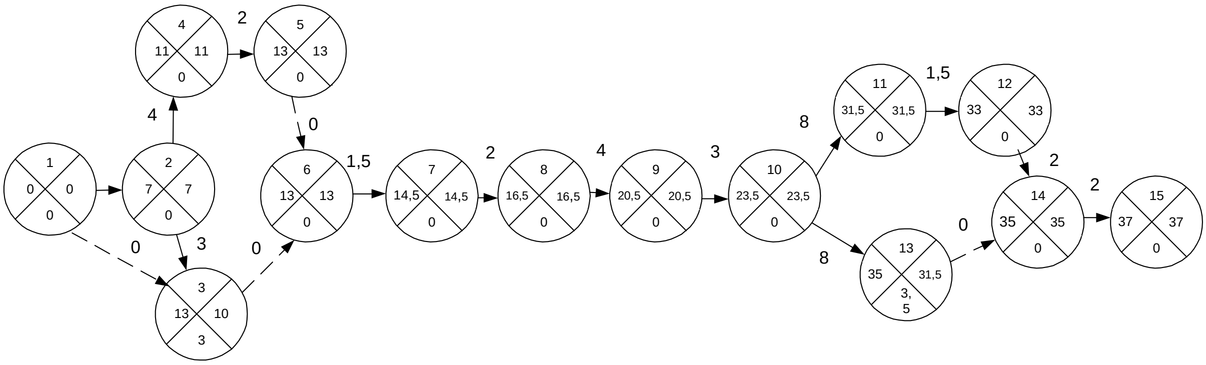


Рис. 4.1. Сетевой график с указанием времени наступления событий

1. Наиболее ранний срок наступления i-го события в сети $T_i^{\text{р}}$, где i = 1, 2, …, n; i – одно из событий сети.

$T_i^{\text{р}}$ – минимально необходимое время между наступлением начального и данного события.

Для начального события $T_1^{\text{р}} = 0$ – наиболее ранний срок равен нулю. При расчете $T_i^{\text{р}}$ последовательно переходят от начального события к событию, все более от него удаленному. Тогда для любого другого события j этот показатель определяется по формуле

$$T_j^{\text{р}} = \max\left[T_i^{\text{р}} + t_{ij}\right], \tag{4.3}$$

где $T_i^{\text{р}}$ – наиболее ранний срок наступления события i, предшествующего событию j; t_{ij} – продолжительность работы ($i - j$).

Для конечного события сетевого графика наиболее ранний срок его наступления равен продолжительности критического пути и называется критическим временем сетевого графика.

2. Наиболее поздний срок наступления события в сети $T_i^{\text{п}}$.

Этот показатель рассчитывается от конца сетевого графика к началу, т. е. в направлении, обратном определению наиболее раннего срока наступления событий.

Для конечного события k делается предположение, что наиболее ранний срок его наступления равен наиболее позднему сроку, т. е.

$$T_k^{\text{р}} = T_k^{\text{п}}. \quad (4.4)$$

Для критического пути также верно равенство

$$T_{\text{кр}}^{\text{р}} = T_{\text{кр}}^{\text{п}}.$$

Тогда для начального – $T_1^{\text{п}} = 0$.

Для других событий сетевого графика $T_i^{\text{п}}$ определяется по формуле

$$T_i^{\text{п}} = \min\left[T_j^{\text{п}} - t_{ij}\right], \quad (4.5)$$

где $T_j^{\text{п}}$ – наиболее поздний срок наступления последующего события j; t_{ij} – продолжительность работы $(i – j)$.

Этот показатель определяет наиболее допустимое время наступления события, не требующее увеличения времени на осуществление всего комплекса работ.

Допустимый срок наступления события – $T_j^{\text{д}}$:

$$T_j^{\text{р}} \le T_j^{\text{д}} \le T_j^{\text{п}}. \quad (4.6)$$

Данное неравенство показывает, что допустимый срок наступления события должен находиться в диапазоне изменений от наиболее раннего до наиболее позднего срока наступления данного события.

Для критических событий

$$T_{\text{кр.с}}^{\text{р}} = T_{\text{кр.с}}^{\text{д}} = T_{\text{кр.с}}^{\text{п}}. \quad (4.7)$$

3. Резервы времени событий R_i.

Рассчитав ранние и поздние сроки наступления каждого события, можно определить резервы времени событий по формуле

$$R_i = T_i^{\text{п}} - T_i^{\text{р}}. \quad (4.8)$$

Резервы времени всех событий критического пути равны нулю.

$$R_{i\text{кр}} = 0. \quad (4.9)$$

Расчет времени выполнения работ

Расчет проводят после того, как определены $T_i^{\text{р}}$ и $T_i^{\text{п}}$ для всех событий (рис. 4.2):

а) ранний срок начала работ ($t_{ij}^{\text{р.н}}$) равен раннему сроку наступления события, из которого исходит данная работа, т.е.

$$t_{ij}^{\text{р.н}} = T_i^{\text{р}}. \tag{4.10}$$

Если эту оценку выразить через характеристики работ, то можем записать

$$t_{jk}^{\text{р.н}} = t_{ij}^{\text{р.н}} + t_{ij}, \tag{4.11}$$

где t_{ij} – предшествующая работа; t_{jk} – последующая работа.

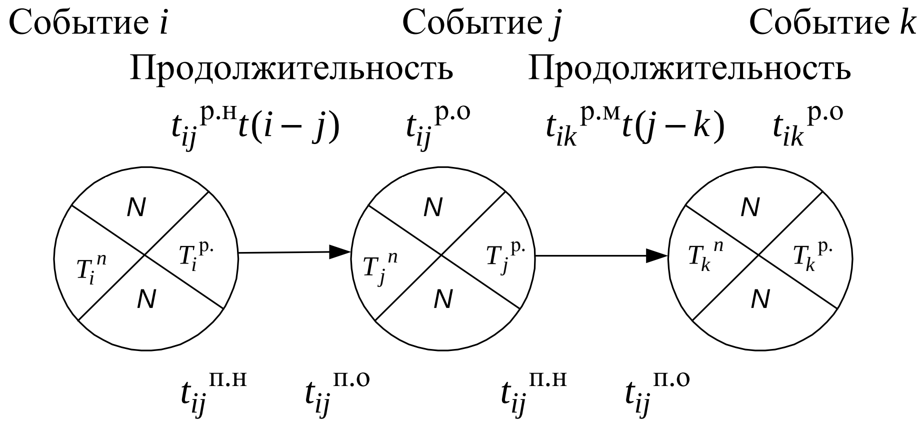


Рис. 4.2. Фрагмент сетевого графика

б) ранний срок окончания работы определяется путем прибавления к раннему сроку начала работы продолжительности самой работы

$$t_{ij}^{\text{р.о}} = T_i^{\text{р}} + t_{ij} \quad \text{или} \quad t_{ij}^{\text{р.о}} = t_{ij}^{\text{р.н}} + t_{ij}. \tag{4.12}$$

в) поздний срок окончания работы равен позднему сроку наступления последующего события

$$t_{ij}^{\text{п.о}} = T_j^{\text{п}} \quad \text{или} \quad t_{ij}^{\text{п.о}} = t_{jk}^{\text{п.о}} - t_{ij}. \tag{4.13}$$

г) поздний срок начала работы находится путем вычитания из позднего срока наступления последующего события продолжительности работы, т. е.

$$t_{ij}^{\text{п.н}} = T_j^{\text{п}} - t_{ij} \quad \text{или} \quad t_{ij}^{\text{п.н}} = t_{ij}^{\text{п.о}} - t_{ij}. \tag{4.14}$$

д) полный резерв времени работы показывает время, на которое можно перенести начало данной работы (или увеличить её продолжительность), не изменяя при этом длины критического пути, и определяется по формулам:

$$r_{ij}^{\text{п}} = t_{ij}^{\text{п.н}} - t_{ij}^{\text{р.н}} \quad \text{или} \quad r_{ij}^{\text{п}} = T_j^{\text{п}} - T_i^{\text{р}} - t_{ij}. \tag{4.15}$$

Для всех работ, лежащих на критическом пути,

$$r_{\text{кр}ij}^{\text{п}} = 0. \tag{4.16}$$

е) свободный резерв времени работы – часть полного резерва времени работы, которая сохраняется у нее при условии, что начальное событие работы совершится в самый поздний срок, а конечное – в самый ранний срок и определяется по формулам:

$$r_{ij}^{\text{св}} = r_{ij}^{\text{п}} - R_i - R_j \quad \text{или} \quad r_{ij}^{\text{св}} = T_j^{\text{р}} - T_i^{\text{п}} - t_{ij}. \tag{4.17}$$

Оптимизация сетевых моделей

После того как построен исходный сетевой график и рассчитаны основные параметры сетевой модели, необходимо дать оценку полученным результатам. Если критический путь больше установленного срока, предложенного руководством, то необходимо осуществить оптимизацию по времени.

Оптимизация сетевого графика по времени

Заключается в сокращении критического пути и проводится в следующем порядке:

1) изучаются возможности замены последовательно выполненных работ параллельными там, где это допускается технологией, с целью сокращения продолжительности работ;

2) сокращаются сроки выполнения комплекса работ за счет привлечения дополнительных ресурсов, а также применения технологических условий производства комплекса работ. Если исходный вариант сетевого графика имеет продолжительность критического пути, соответствующую директивному сроку, или не превышает этот срок, то он считается оптимальным и может быть рекомендован к утверждению и исполнению.

Оптимизация сети по ресурсам.

Оптимизация сетевого графика по времени без учета ограничений по ресурсам предполагает, что потребность в ресурсах может быть удовлетворена в необходимые сроки. Однако такой подход к разработке сетевых графиков не исключает решения задачи наиболее рационального распределения ресурсов, поэтому после оптимизации сетевой модели по критерию "времени" производится ее оптимизация по ресурсам.

Пример выполнения работы

Для автомобиля ВАЗ-21074 составить сетевой график выполнения работ ТО-1.

Составим таблицу регламентных работ технического обслуживания ТО-1 (табл. 4.1).

Таблица 4.1. Перечень регламентных работ технического обслуживания ТО-1 автомобиля ВАЗ-21074

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.-мин
1	Открыть капот	1	0,8
2	Проверить состояние и герметичность системы охлаждения	2	1,5
3	Проверить состояние и герметичность системы смазки	3	1,5
4	Проверить состояние и натяжение ремня привода водяного насоса, вентилятора, генератора и отрегулировать натяжение	4	2,0
5	Проверить состояние, крепление приемной трубы глушителя	5	2,0
6	Проверить состояние, крепление дополнительного глушителя, основного глушителя с выхлопной трубой в сборе и закрепить	6	2,5
7	Проверить крепление дополнительного глушителя, основного глушителя в сборе к кузову и закрепить	7	2,5
8	Проверить состояние, герметичность приборов, топливопроводов системы питания и топливного бака	8	4,0
9	Проверить и отрегулировать работу двигателя на минимально устойчивую частоту вращения коленчатого вала	9	1,8
10	Проверить действие приводов управления карбюратором, работу дроссельной и воздушной заслонок	10	1,5
11	Снять крышку бензонасоса, фильтры топливного насоса и карбюратора, очистить от отложений полости крышки и фильтры	11	3,0

Продолжение табл. 4.1

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.-мин	
12	Проверить работу блока управления, микропереключателя, системы управления электромагнитного переключателя холостого хода (ЭПХХ)	12	2,0	
13	Проверить работу электромагнитного клапана системы (ЭПХХ)	13	2,0	
14	Проверить герметичность запорного клапана карбюратора и устранить неисправности	14	2,0	
15	Снять карбюратор, промыть, продуть его детали, при необходимости отрегулировать уровень топлива в поплавковой камере и поставить на место	15	5,0	
16	Отрегулировать натяжение цепи привода газораспределительного механизма	16	1,5	
17	Проверить и при необходимости отрегулировать тепловые зазоры в приводе клапанов	17	12,0	
18	Проверить состояние и герметичность привода выключения сцепления	18	0,5	
19	Проверить полный и свободный ход педали сцепления	19	В салоне	0,5
			Снизу	1,0
20	Промыть систему гидропривода сцепления, залить новую жидкость и удалить воздух из системы	20	В салоне	24,0
			Снизу	6,0
21	Проверить состояние, крепление и герметичность коробки передач	21	0,8	
22	Проверить состояние, крепление карданного вала, фланца карданного вала к фланцу ведущей шестерни главной передачи заднего моста	22	1,5	
23	Проверить состояние и герметичность заднего моста	23	0,8	
24	Проверить состояние передней подвески	24	1,0	
25	Проверить состояние, крепление стоек стабилизатора, подушек передней подвески	25	3,5	

Продолжение табл. 4.1

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.-мин
26	Проверить состояние, герметичность, крепление амортизаторов передней подвески	26	1,5
27	Проверить состояние защитных чехлов шаровых опор передней подвески и наконечников рулевых тяг	27	1,0
28	Проверить крепление верхних и нижних рычагов передней подвески к поворотным кулакам	28	2,8
29	Проверить крепление передней подвески к передней балке, для чего отвернуть контргайки осей	29	4,5
30	Проверить крепление верхних рычагов к передней балке	30	2,5
31	Проверить угол развала колес, схождения колес, угол поворота внутреннего колеса	31	20,0
32	Проверить состояние, крепление пружин и рычагов задней подвески к картеру заднего моста и кузову автомобиля	32	1,5
33	Проверить состояние, герметичность и крепление амортизаторов задней подвески	33	1,5
34	Проверить крепление передних колес, их состояние, давление воздуха в шинах, при необходимости довести до нормы	34	4,0
35	Проверить крепление задних колес, их состояние, давление воздуха в шинах, при необходимости довести до нормы	35	4,0
36	Проверить состояние, давление воздуха в шине запасного колеса, при необходимости довести до нормы	36	1,0
37	Проверить осевой зазор в подшипниках ступиц передних колес и отрегулировать	37	9,0
38	Выполнить динамическую балансировку колес и поменять их местами согласно схеме перестановки колес	38	11,0

Продолжение табл. 4.1

<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>Вид работ</th><th>Код работ</th><th colspan="2">Трудоемкость, чел.-мин</th></tr>
<tr><td>39</td><td>Проверить крепление рулевой колонки к панели приборов</td><td>39</td><td colspan="2">0,5</td></tr>
<tr><td>40</td><td>Проверить состояние и крепление рулевого механизма к лонжерону, при необходимости закрепить</td><td>40</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>41</td><td>Проверить состояние, крепление сошки рулевого управления, при необходимости закрепить</td><td>41</td><td colspan="2">0,5</td></tr>
<tr><td>42</td><td>Проверить состояние, крепление маятникового рычага, его кронштейна и устранить зазор в шарнирах или втулках</td><td>42</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>43</td><td>Проверить состояние, крепление рулевых тяг, защитных чехлов шарниров</td><td>43</td><td colspan="2">3,0</td></tr>
<tr><td>44</td><td>Проверить свободный ход рулевого колеса и при необходимости отрегулировать</td><td>44</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">45</td><td rowspan="2">Проверить состояние, герметичность гидравлического привода рабочей тормозной системы, главного цилиндра, вакуумного усилителя, сигнализатора, регулятора давления, колесных цилиндров</td><td rowspan="2">45</td><td>В кабине</td><td>2,5</td></tr>
<tr><td>В моторном отсеке</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>46</td><td>Проверить положение тормозной педали и отрегулировать</td><td>46</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>47</td><td>Проверить состояние, тросов, тяг привода стояночного тормоза, действие привода стояночного тормоза</td><td>47</td><td colspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td>48</td><td>Проверить состояние тормозных барабанов, дисков, колодок передних и накладок задних колесных тормозов, при необходимости заменить</td><td>48</td><td colspan="2">24,5</td></tr>
<tr><td>49</td><td>Промыть систему гидропривода тормозов, залить новую тормозную жидкость и удалить воздух из системы</td><td>49</td><td colspan="2">63,0</td></tr>
<tr><td>50</td><td>Проверить эффективность действия тормозов передних колес</td><td>50</td><td colspan="2">5,0</td></tr>
</table>

Продолжение табл. 4.1

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.-мин
51	Проверить эффективность действия тормозов задних колес	51	5,0
52	Проверить состояние, крепление фар, указателей поворотов, задних фонарей, фонаря освещения номерного знака, лампы указателя «такси» и фонаря занятости автомобиля	52	3,0
53	Проверить работу стеклоочистителя, стеклоомывателя и фароочистителя	53	В кабине 1,0 Спереди 0,5
54	Проверить состояние, работу контрольно-измерительных приборов, состояние пломб таксометра, действие выключателя зажигания	54	1,0
55	Проверить состояние, действие выключателя наружного освещения, переключателя указателя поворотов и света фар, выключателя аварийной сигнализации, выключателя сигнала торможения, выключателя контрольной лампы системы тормозов, выключателя лампы указателя «такси» и фонаря занятости автомобиля	55	В кабине 3,0 Сверху 0,5
56	Проверить уровень электролита в аккумуляторной батарее, долить дистиллированную воду и прочистить вентиляционные отверстия	56	3,5
57	Очистить поверхность аккумуляторной батареи от пыли, грязи и электролита, очистить, смазать, проверить крепление наконечников проводов к выводным штырям батареи	57	2,5
58	Проверить состояние кузова, дверей, оперения, облицовки радиатора, капота, номерных знаков, крышки багажника, переднего и заднего бамперов, стекол	58	2,0
59	Проверить крепление, действие замка крышки багажника, отрегулировать правильность фиксации замка	59	1,0
60	Проверить крепление и действие капота, замка капота, при необходимости отрегулировать его привод	60	1,0

Окончание табл. 4.1

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.-мин
61	Проверить крепление и действие приводов замков дверей и механизмов перемещения стекол	61	1,5
62	Проверить состояние, крепление обивки салона, сидений, спинок, панели приборов, противосолнечных козырьков, поручней, подлокотников, зеркал заднего вида, работоспособность ремней безопасности	62	3,5
63	Заменить фильтрующий элемент фильтра очистки масла и масло в картере двигателя	63	14,0
64	Проверить уровень жидкости в системе охлаждения, при необходимости довести до нормы	64	1,0
65	Проверить уровень масла в картере коробки передач, при необходимости довести до нормы	65	2,0
66	Проверить уровень масла в картере заднего моста, при необходимости долить	66	2,0
67	Проверить уровень жидкости в бачке гидравлического привода сцепления, при необходимости долить	67	1,0
68	Очистить вентиляционные отверстия в пробках наполнительного бачка главного цилиндра сцепления	68	0,5
69	Заменить фильтрующий элемент воздухоочистителя	69	2,0
70	Проверить уровень жидкости в бачке омывателя ветрового стекла и при необходимости долить	70	0,5
71	Проверить уровень жидкости в бачке омывателя рассеивателей фар и при необходимости долить	71	0,5
72	Прочистить сапуны на коробке передач и редуктора заднего моста	72	1,0
	Всего	72	305,0

Далее строим сетевой график (рис. 4.3).

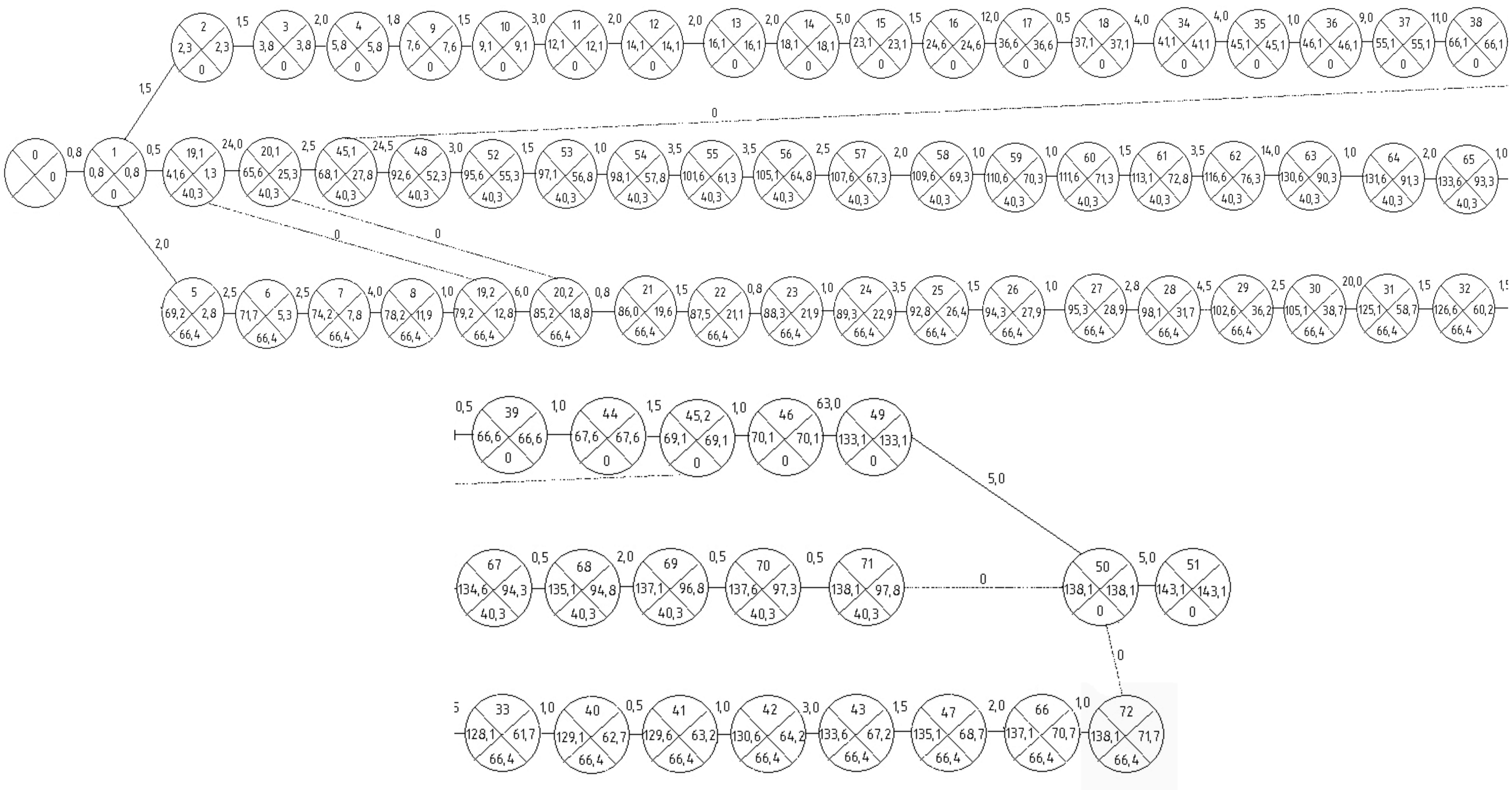


Рис. 4.3. Сетевой график технологического процесса ТО-1 автомобиля ВАЗ-21074

Выполним расчет параметров сетевого графика и сведем результаты расчета в табл. 4.2.

Таблица 4.2. Расчет параметров сетевого графика и определение критического пути

№ п/п	Обозначение	Длина пути, чел.-мин	Резерв, чел.-мин
1	0-1-19,1-20,1-45,1-48-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-67-68-69-70-71-50-51	102,8	40,3
2	0-1-2-3-4-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-34-35-36-37-38-39-44-45,2-46-49-50-51	143,1	0
3	0-1-5-6-7-8-19,2-20,2-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-40-41-42-43-47-66-72-50-51	76,7	66,4
4	0-1-19,1-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-34-35-36-37-38-39-44-45,2-46-49-50-51	65,2	77,9
5	0-1-19,1-20,1-20,2-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-40-41-42-43-47-66-72-50-51	83,2	59,9
6	0-1-19,1-20,1-45,1-45,2-46-49-50-51	101,8	41,3

Результаты расчета временных параметров сетевого графика представлены в табл. 4.3.

Таблица 4.3. Расчет временных параметров сетевого графика

№ п/п	Код работ	Продолжительность работ, чел.-мин	Начало работы		Окончание работы		Полный запас времени
			раннее	позднее	раннее	позднее	
			$t^{р.н}_{ij} = Т^{р}_{i}$	$t^{п.н}_{ij} = Т^{п}_{j}\text{-}t_{ij}$	$t^{р.о}_{ij} = Т^{р}_{i}+t_{ij}$	$t^{п.о}_{ij} = Т^{п}_{j}$	$R_{ij}= t^{п.н}_{ij}- t^{р.н}_{ij}$
1	0-1	0,8	0	0	0,8	0,8	0
2	1-2	1,5	0,8	0,8	2,3	2,3	0
3	2-3	1,5	2,3	2,3	3,8	3,8	0
4	3-4	2,0	3,8	3,8	5,8	5,8	0
5	4-9	1,8	5,8	5,8	7,6	7,6	0
6	9-10	1,5	7,6	7,6	9,1	9,1	0
7	10-11	3,0	9,1	9,1	12,1	12,1	0
8	11-12	2,0	12,1	12,1	14,1	14,1	0
9	12-13	2,0	14,1	14,1	16,1	16,1	0
10	13-14	2,0	16,1	16,1	18,1	18,1	0
11	14-15	5,0	18,1	18,1	23,1	23,1	0
12	15-16	1,5	23,1	23,1	24,6	24,6	0
13	16-17	12,0	24,6	24,6	36,6	36,6	0
14	17-18	0,5	36,6	36,6	37,1	37,1	0
15	18-34	4,0	37,1	37,1	41,1	41,1	0
16	34-35	4,0	41,1	41,1	45,1	45,1	0
17	35-36	1,0	45,1	45,1	46,1	46,1	0

Продолжение табл. 4.3

№ п/п	Код работ	Продолжительность работ, чел.-мин	Начало работы		Окончание работы		Полный запас времени
			раннее	позднее	раннее	позднее	
			$t^{р.н}_{ij} = Т^{р}_{i}$	$t^{п.н}_{ij} = Т^{п}_{j}-t_{ij}$	$t^{р.о}_{ij} = Т^{р}_{i}+t_{ij}$	$t^{п.о}_{ij} = Т^{п}_{j}$	$R_{ij}= t^{п.н}_{ij}- t^{р.н}_{ij}$
18	36-37	9,0	46,1	46,1	55,1	55,1	0
19	37-38	11,0	55,1	55,1	66,1	66,1	0
20	38-39	0,5	66,1	66,1	66,6	66,6	0
21	39-44	1,0	66,6	66,6	67,6	67,6	0
22	44-45,2	1,5	67,6	67,6	69,1	69,1	0
23	45,2-46	1,0	69,1	69,1	70,1	70,1	0
24	46-49	63,0	70,1	70,1	133,1	133,1	0
25	49-50	5,0	133,1	133,1	138,1	138,1	0
26	50-51	5,0	138,1	138,1	143,1	143,1	0
27	1-5	2,0	0,8	67,2	2,8	69,2	66,4
28	5-6	2,5	2,8	69,2	5,3	71,7	66,4
29	6-7	2,5	5,3	71,7	7,8	74,2	66,4
30	7-8	4,0	7,8	74,2	11,8	78,2	66,4
31	8-19,2	1,0	11,8	78,2	12,8	79,2	66,4
32	19,2-20,2	6,0	12,8	79,2	18,8	85,2	66,4
33	20,2-21	0,8	18,8	85,2	19,6	86,0	66,4
34	21-22	1,5	19,6	86,0	21,1	87,5	66,4
35	22-23	0,8	21,1	87,5	21,9	88,3	66,4
36	23-24	1,0	21,9	88,3	22,9	89,3	66,4
37	24-25	3,5	22,9	89,3	26,4	92,8	66,4
38	25-26	1,5	26,4	92,8	27,9	94,3	66,4
39	26-27	1,0	27,9	94,3	28,9	95,3	66,4
40	27-28	2,8	28,9	95,3	31,7	98,1	66,4
41	28-29	4,5	31,7	98,1	36,2	102,6	66,4
42	29-30	2,5	36,2	102,6	38,7	105,1	66,4
43	30-31	20,0	38,7	105,1	58,7	125,1	66,4
44	31-32	1,5	58,7	125,1	60,2	126,6	66,4
45	32-33	1,5	60,2	126,6	61,7	128,1	66,4
46	33-40	1,0	61,7	128,1	62,7	129,1	66,4
47	40-41	0,5	62,7	129,1	63,2	129,6	66,4
48	41-42	1,0	63,2	129,6	64,2	130,6	66,4
49	42-43	3,0	64,2	130,6	67,2	133,6	66,4
50	43-47	1,5	67,2	133,6	68,7	135,1	66,4
51	47-66	2,0	68,7	135,1	70,7	137,1	66,4
52	66-72	1,0	70,7	137,1	71,7	138,1	66,4
53	72-50	0	71,7	138,1	71,7	138,1	66,4
54	1-19,1	0,5	0,8	41,1	1,3	41,6	40,3
55	19,1-20,1	24,0	1,3	41,6	25,3	65,6	40,3
56	20,1-45,1	2,5	25,3	65,6	27,8	68,1	40,3

№ п/п	Код работ	Продолжи-тельность работ, чел.-мин	Начало работы		Окончание работы		Полный запас времени
			раннее	позднее	раннее	позднее	
			$t^{р.н}_{ij} = Т^{р}_{i}$	$t^{п.н}_{ij} = Т^{п}_{j}\text{-}t_{ij}$	$t^{р.о}_{ij} = Т^{р}_{i}+t_{ij}$	$t^{п.о}_{ij} = Т^{п}_{j}$	$R_{ij}= t^{п.н}_{ij}\text{-}\ t^{р.н}_{ij}$
57	45,1-48	24,5	27,8	68,1	52,3	92,6	40,3
58	48-52	3,0	52,3	92,6	55,3	95,6	40,3
59	52-53	1,5	55,3	95,6	56,8	97,1	40,3
60	53-54	1,0	56,8	97,1	57,8	98,1	40,3
61	54-55	3,5	57,8	98,1	61,3	101,6	40,3
62	55-56	3,5	61,3	101,6	64,8	105,1	40,3
63	56-57	2,5	64,8	105,1	67,3	107,6	40,3
64	57-58	2,0	67,3	107,6	69,3	109,6	40,3
65	58-59	1,0	69,3	109,6	70,3	110,6	40,3
66	59-60	1,0	70,3	110,6	71,3	111,6	40,3
67	60-61	1,5	71,3	111,6	72,8	113,1	40,3
68	61-62	3,5	72,8	113,1	76,3	116,6	40,3
69	62-63	14,0	76,3	116,6	90,3	130,6	40,3
70	63-64	1,0	90,3	130,6	91,3	131,6	40,3
71	64-65	2,0	91,3	131,6	93,3	133,6	40,3
72	65-67	1,0	93,3	133,6	94,3	134,6	40,3
73	67-68	0,5	94,3	134,6	94,8	135,1	40,3
74	68-69	2,0	94,8	135,1	96,8	137,1	40,3
75	69-70	0,5	96,8	137,1	97,3	137,6	40,3
76	70-71	0,5	97,3	137,6	97,8	138,1	40,3
77	71-50	0	97,8	138,1	97,8	138,1	40,3

Варианты заданий для выполнения лабораторной работы

Вариант № 1

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.4, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

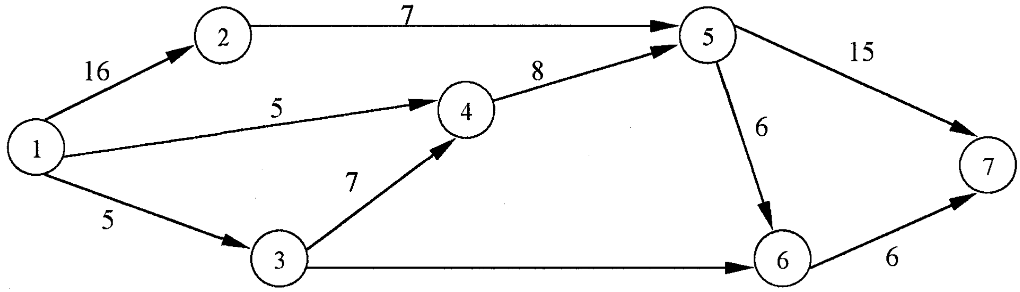


Рис. 4.4. Сетевой график

Вариант № 2

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.5, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

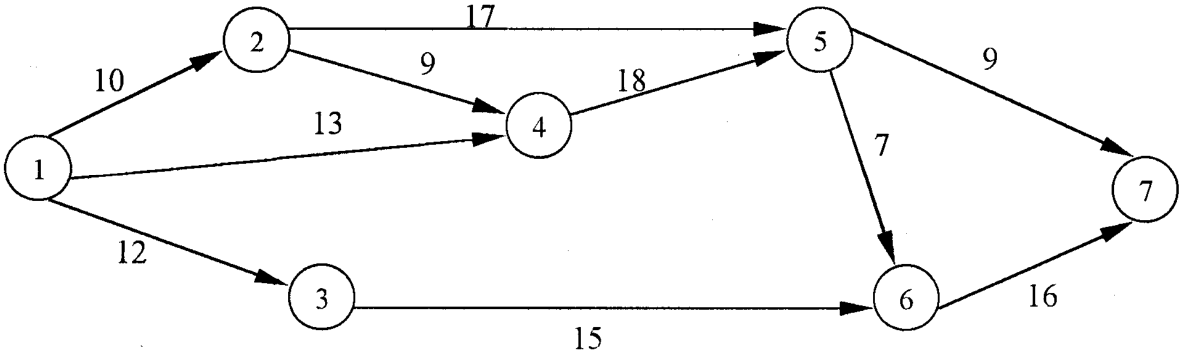


Рис. 4.5. Сетевой график

Вариант № 3

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.6, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

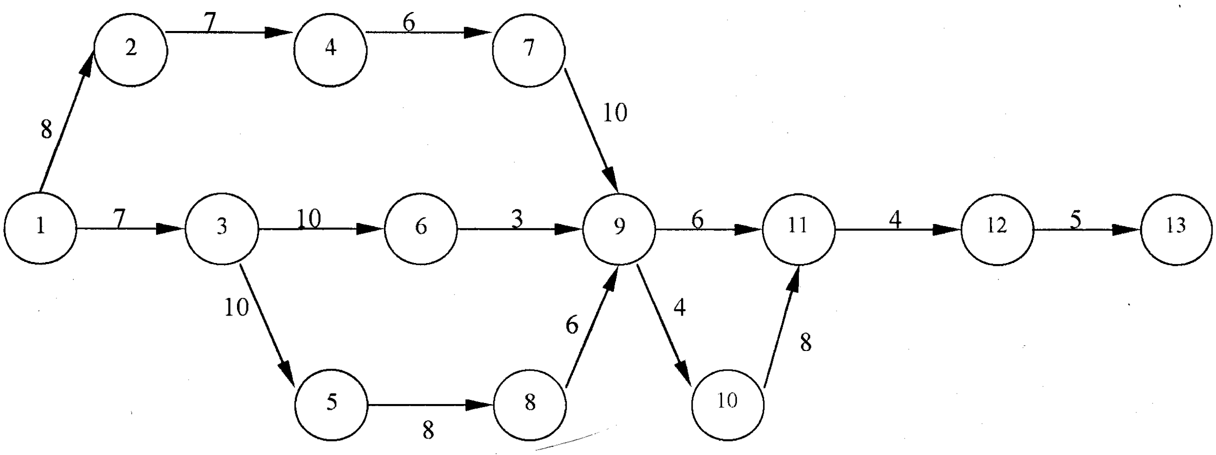


Рис. 4.6. Сетевой график

Вариант № 4

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.7, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

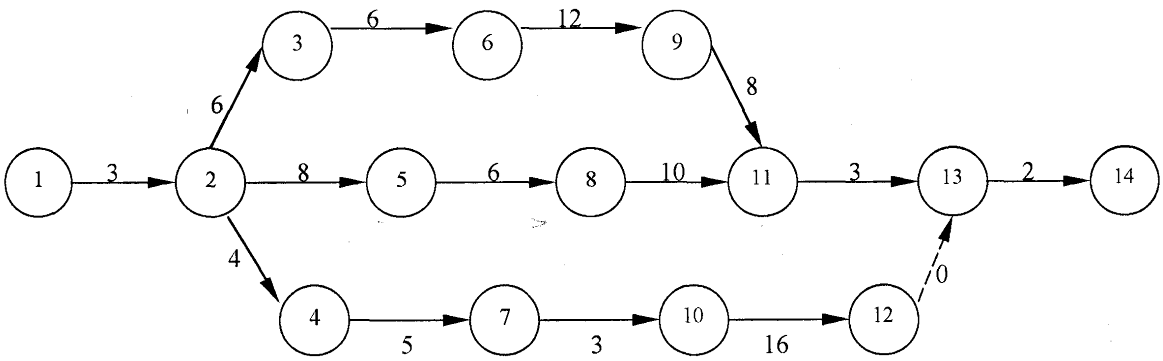


Рис. 4.7. Сетевой график

Вариант № 5

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.8, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

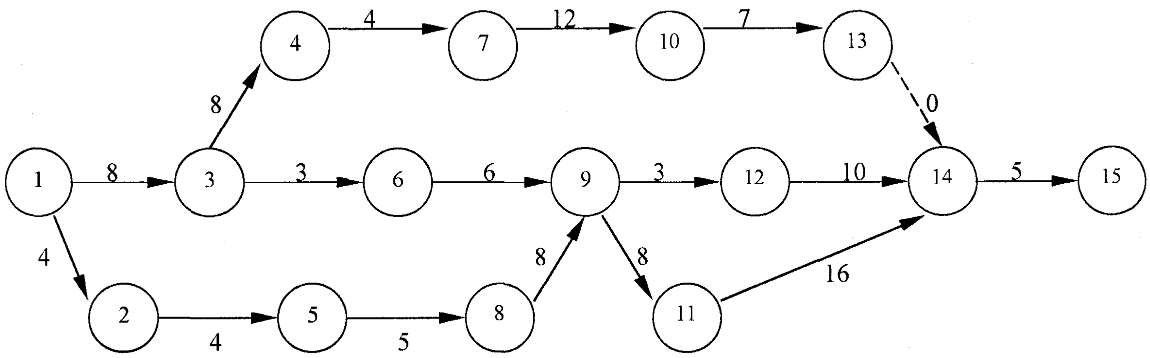


Рис. 4.8. Сетевой график

Вариант № 6

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.9, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

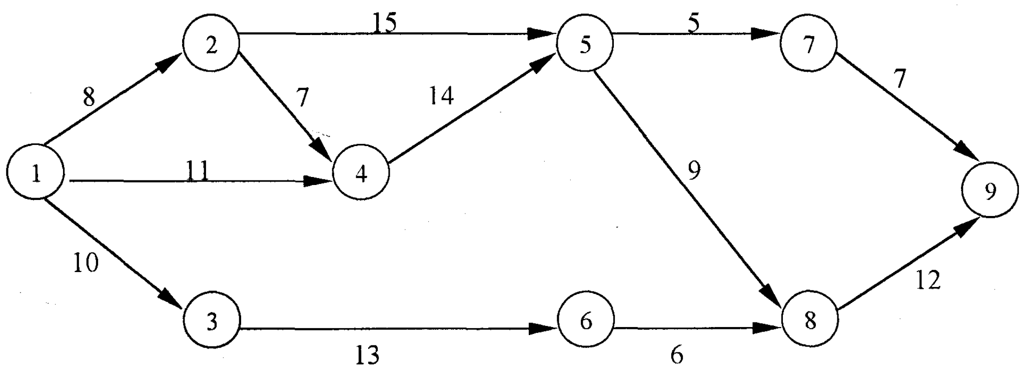


Рис. 4.9. Сетевой график

Вариант № 7

Для сетевого графика, представленного на рис. 4.10, вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена у стрелок.

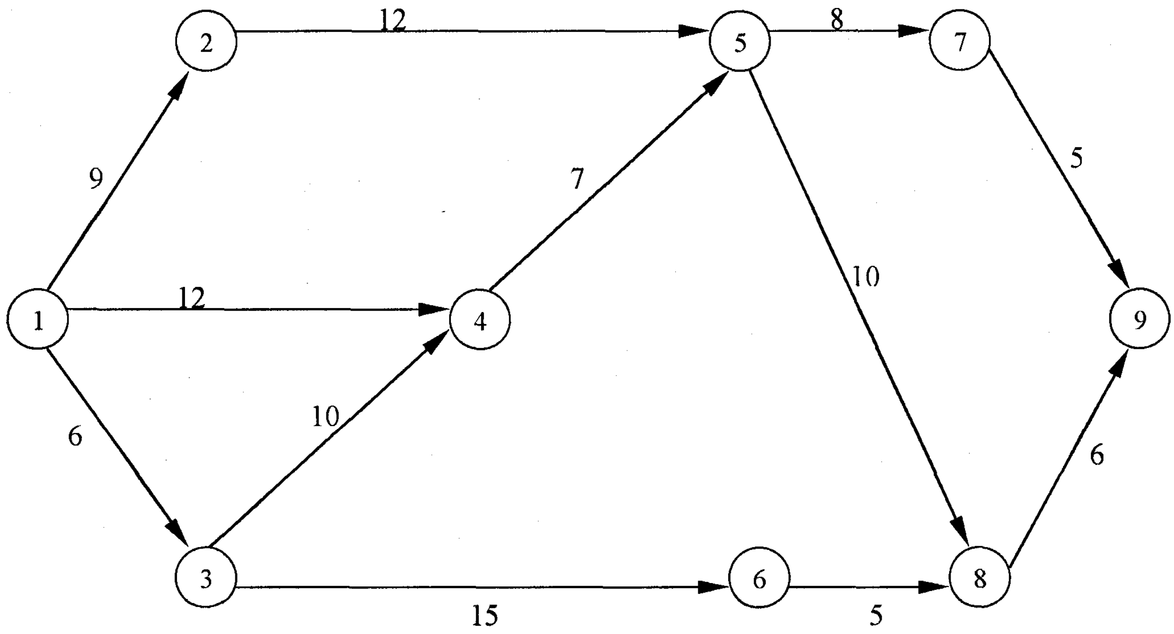


Рис. 4.10. Сетевой график

Контрольные вопросы

1. Перечислите задачи на автомобильном транспорте, решаемые методом сетевого планирования.
2. Назовите элементы сетевых графиков и их отображение на сетевой модели.
3. Что такое «критический путь»?
4. Перечислите основные правила построения сетевых графиков.
5. Перечислите этапы построения сетевых графиков.
6. Назовите параметры сетевых моделей для полного пути и способы их вычисления.
7. Перечислите параметры сетевых моделей для событий и способы их вычисления.
8. Какие параметры сетевых моделей для работ и способы их вычисления вы знаете?

9. Укажите допустимый срок наступления события и резерв времени события.

10. Напишите расчетные формулы для определения полного и свободного резервов времени работы.

11. Какова сущность оптимизации сетевого графика по времени и по ресурсам?

12. Перечислите преимущества сетевых моделей.

Лабораторная работа № 5

ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ

Цель работы: ознакомиться с методикой оценки характеристики функционирования систем массового обслуживания.

Общие положения

К системам массового обслуживания (СМО) автомобильного транспорта относятся ремонтные мастерские, станции технического обслуживания, производственно-технические комбинаты, автозаправочные станции и т. д. Процессы, протекающие в СМО, описываются теорией массового обслуживания, позволяющей решать ряд задач автомобильного транспорта, с помощью которых можно:

- определить количество линий или постов ТО и ремонта автомобилей;
- определить рациональное количество оборотных агрегатов;
- рассчитать количество постов погрузки, а также многие другие задачи.

СМО подразделяются на два основных вида: системы обслуживания с отказами и системы с ожиданием обслуживания (очередью).

В системах с отказами обслуживаются только те требования, которые поступают в момент времени, когда хотя бы один из постов (участков) свободен. Если все посты заняты, то требование (автомобиль) покидает систему необслуженным.

В СМО с ожиданием требование, поступившее в момент, когда все посты заняты, ждет освобождения поста обслуживания, т.е. встает в очередь (рис. 5.1). При этом на длину очереди могут быть наложены ограничения, определяющие ее максимальную длину.

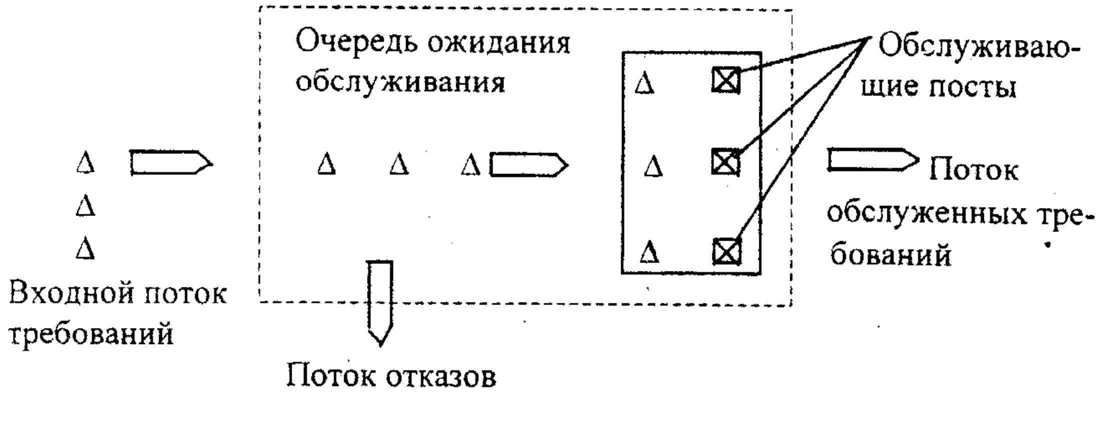


Рис. 5.1. Схема системы массового обслуживания

При анализе работы СМО необходимо знать ее основные исходные параметры:

- число постов обслуживания n;
- интенсивность потока требований на обслуживание λ;
- производительность каждого поста обслуживания μ (среднее число требований (автомобилей), обслуживаемых постом в единицу времени);
- условия, накладываемые на образование очереди. Случайный характер потока требований приводит к тому, что в СМО происходит случайный процесс. Процесс функционирования СМО можно описать системой дифференциальных уравнений, а в предельном случае – системой линейных алгебраических уравнений, решением которых определяются характеристики работы СМО.

1. Системы массового обслуживания с отказами

Пусть имеем n-канальную СМО с отказами, в которую поступает поток требований (автомобилей) на обслуживание с интенсивностью λ, интенсивность обслуживания одного канала равна μ. Определим показатели эффективности работы такой системы.

Построим размеченный граф состояний системы (рис. 5.2), где состояния системы пронумерованы по числу занятых каналов, т. е.

S_0 – все каналы свободны;

S_1 – занят один канал, остальные свободны;
S_2 – заняты два канала, остальные свободны;
…………………………………………….
Sn – заняты все n каналов.

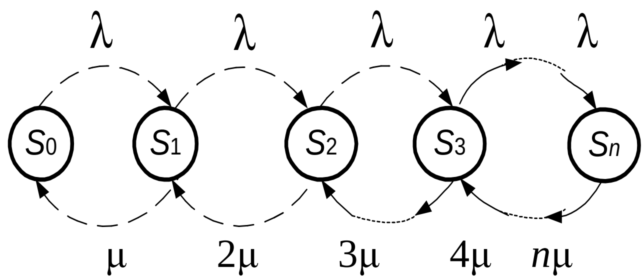


Рис. 5.2. Размеченный граф состояний

По стрелке слева направо систему переводит поток заявок с интенсивностью λ. По стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживаний интенсивностью $k\mu$, где k – число занятых каналов.

Для вычислений предельных вероятностей состояний системы P_i запишем систему линейных уравнений, структура которой подчинена определенному правилу:

- в левой части каждого уравнения стоит производная вероятность рассматриваемого состояния;
- правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием;
- каждый член равен произведению интенсивности перехода, соответствующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка;
- если стрелка направлена из состояния, то соответствующий член имеет знак «минус», если в состояние – знак «плюс».

Согласно рис. 5.2 расчетные формулы примут вид (табл. 5.1).

Рекуррентное выражение для определения вероятности состояния будет равно

$$P_k \big/ P_{k-1} = \frac{\alpha}{k}, \qquad (5.1)$$

где $\alpha = \lambda/\mu$.

Таблица 5.1. Расчетные формулы

k	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_0 = \mu P_1$	$P_1 = \frac{\alpha}{1!} P_0$
2	$\lambda P_1 = 2\mu P_2$	$P_2 = \frac{\alpha}{2} P_1 = \frac{\alpha^2}{2!} P_0$
3	$\lambda P_2 = 3\ \mu\ P_3$	$P_3 = \frac{\alpha}{3} P_2 = \frac{\alpha^3}{3!} P_0$
4	$\lambda\ P_3 = 4\mu P_4$	$P_4 = \frac{\alpha}{4} P_4 = \frac{\alpha^4}{4!} P_0$
….	……………………	…………………………………
k	$\lambda P_{k\text{-}1} = k\mu P_k$	$P_k = \frac{\alpha}{k} P_{k-1} = \frac{\alpha^k}{к!} P_0$
…	……………………	…………………………………
n	$\lambda P_{n\text{-}1} = n\mu P_n$	$P_n = \frac{\alpha}{n} P_{n-1} = \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Запишем нормировочное условие

$$P_0 + P_1 + P_2 + ... + P_n = 1. \tag{5.2}$$

Решая его совместно с системой уравнений табл. 5.1, получим

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!} + ... + \frac{\alpha^n}{n!}}\ . \tag{5.3}$$

Остальные вероятности состояний найдём из выражений табл. 5.1.

Зная предельные вероятности состояний P_0, P_1, P_2, …, P_n, вычислим характеристики работы СМО.

Вероятностные характеристики:

- вероятность того, что все посты заняты, отказ в обслуживании

$$P_{\text{отк}} = P_n; \tag{5.4}$$

- относительная пропускная способность

$$q = 1 - P_n. \tag{5.5}$$

Количественные характеристики:

- среднее число занятых постов

$$M_n = 0P_0 + 1P_1 + 2P_2 + \ldots + nP_n = \alpha(1 - P_{\text{отк}}); \tag{5.6}$$

- среднее число каналов, свободных от обслуживания

$$N_0 = n - M_n; \tag{5.7}$$

- абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda(1 - P_n). \tag{5.8}$$

Временные характеристики:

- среднее время обслуживания

$$t_{\text{обс}} = 1/\mu. \tag{5.9}$$

Качественные характеристики:

- коэффициент занятости каналов

$$K_{\text{з}} = M_n/n; \tag{5.10}$$

- коэффициент простоя каналов

$$K_{\text{пр}} = 1 - K_{\text{з}}. \tag{5.11}$$

2. Системы массового обслуживания с ожиданием

Одноканальная СМО с ожиданием

Пусть СМО имеет один канал, на которую поступает поток заявок с интенсивностью λ. Интенсивность обслуживания канала равна μ. Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания. Предположим, что число мест в очереди равно m, т. е., если заявка, пришедшая в момент, когда в очереди стоит m заявок, покидает СМО необслуженной.

Будем нумеровать состояния СМО по числу заявок, находящихся в системе (как обслуживаемых, так и ожидающих обслуживания):

S_0 – канал свободен;

S_1 – канал занят, очереди нет;

S_2 – канал занят, одна заявка в очереди;

………………………………………..

S_{m+1} – канал занят, m заявок в очереди.

Составим размеченный граф состояний системы (рис. 5.3).

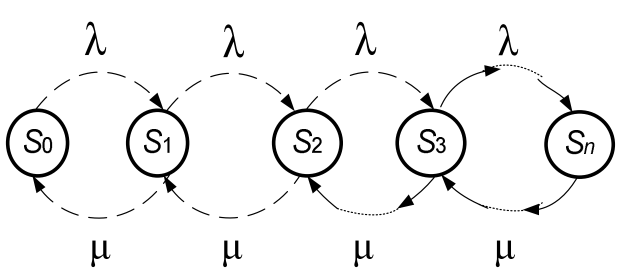


Рис. 5.3. Размеченный граф состояний

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для данного процесса имеет вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_0 P_0(t) + \mu P_1(t);\\
&\frac{dP_1(t)}{dt} = -(\lambda+\mu)P_1(t) + \lambda P_0(t) + \mu P_2(t);\\
&\frac{dP_2(t)}{dt} = -(\lambda+\mu)P_2(t) + \lambda P_1(t) + \mu P_3(t);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{dP_{m+1}}{dt} = -\mu P_{m+1}(t) + \lambda P_m(t).
\end{aligned}\right\} \qquad (5.12)$$

Добавим к этой системе начальные условия. Например, если при $t = 0$ система находится в состоянии S_0, то начальные условия примут вид

$$P_0(0) = 1,\; P_1(0) = P_2(0) = \ldots = P_{m+1}(0) = 0. \qquad (5.13)$$

Проинтегрировав систему (5.12) при принятых начальных условиях, получим все вероятности состояний как функции времени

$$P_0(t);\; P_1(t);\; P_2(t);\; \ldots\; P_{m+1}(t), \qquad (5.14)$$

которые в любой момент времени t удовлетворяют условию

$$\sum_{i=0}^{m+1} P_i(t) = 1. \qquad (5.15)$$

Если в системе дифференциальных уравнений (5.12) предположить, что все производные равны нулю (при $t \to \infty$ зависимость от времени пропадает), то она превращается в систему обычных линейных алгебраических уравнений, которая совместно с нормированным условием (5.13) дает возможность вычислить все предельные вероятности состояний.

При $\frac{dP_i}{dt} = 0$ имеем

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda P_0 = \mu P_{1,}\\
&\lambda P_1 + \mu P_1 = \lambda P_0 + \mu P_2,\\
&\lambda P_2 + \mu P_2 = \lambda P_1 + \lambda P_3,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\mu P_{m+1} = \lambda P_m.
\end{aligned}\right\} \qquad (5.16)$$

После преобразований систему (5.16) можно записать в виде цепочки уравнений, которая представлена в табл. 5.2.

Таблица 5.2. Расчетные формулы

k	Цепочка уравнений
1	$P_1 = \alpha P_0$
2	$P_2 = \alpha P_1 = \alpha^2 P_0$
3	$P_3 = \alpha P_2 = \alpha^3 P_0$
…	……………………
m+1	$P_{m+1} = \alpha P_m = \alpha^{m+1} P_0$

Окончательное выражение для P_0 имеет вид

$$P_0 = \frac{1}{1+\alpha+\alpha^2+...+\alpha^{m+1}}. \tag{5.17}$$

Остальные вероятности состояний можно найти по формулам табл. 5.2.

Многоканальная СМО с ожиданиями

Пусть имеем n-канальную СМО с ожиданием, на которую поступает поток заявок с интенсивностью λ, интенсивность обслуживания одного канала равна μ, число мест в очереди ограничено заданным числом m. Вычислить основные характеристики СМО.

Состояния системы будем нумеровать по числу заявок, связанных с системой:

S_0 – все каналы свободны;

S_1 – занят только один канал;

S_2 – заняты только два канала;

S_n – заняты все n каналов.

Когда СМО находится в любом из этих состояний, очереди еще нет. После того как будут заняты все каналы обслуживания, а заявки продолжают поступать, образуется очередь. Тогда состояния системы будут следующие:

S_{n+1} – заняты все n каналов и одна заявка в очереди;

S_{n+2} – заняты все n каналов и две заявки в очереди;

……………………………………………………

S_{n+m} – заняты все n каналов и все m мест в очереди.

Граф состояний системы представлен на рис. 5.4.

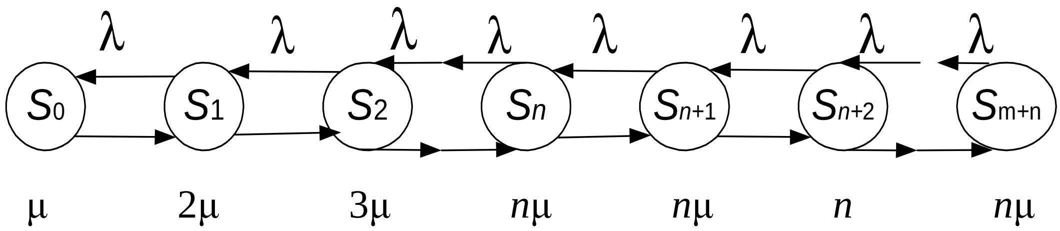


Рис. 5.4. Размеченный граф состояний

Действительно, переход системы в состояние с большими номерами (слева направо) вызывается только потоком заявок с интенсивностью λ. По стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживания, интенсивность которого равна μ, умноженная на число занятых каналов. Полная интенсивность потока обслуживания возрастает с подключением новых каналов вплоть до такого состояния S_{μ}, когда все n каналов окажутся занятыми. С появлением очереди интенсивность обслуживания больше не увеличивается, так как она уже достигла максимума, равного ($n\mu$).

Не повторяя соответствующих рассуждений, запишем сразу в окончательном виде основные формулы, отражающие работу СМО с ожиданием, введя для упрощения записи обозначения $\lambda/\mu = \alpha$ – приведенная интенсивность; $\alpha/n = \beta$ – нагрузка.

Расчетные формулы для определения вероятностей состояний системы до и после возникновения очереди обслуживания представлены в табл. 5.3 и 5.4.

Таблица 5.3. Расчетные формулы для определения вероятности состояний системы до возникновения очереди

k	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_0 = \mu P_1$	$P_1 = \frac{\alpha}{1!} P_0$
2	$\lambda P_1 = 2\mu P_2$	$P_2 = \frac{\alpha}{2} P_1 = \frac{\alpha^2}{2!} P_0$
3	$\lambda P_2 = 3\mu P_3$	$P_3 = \frac{\alpha}{3} P_2 = \frac{\alpha^3}{3!} P_0$

Окончание табл. 5.3

k	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
4	$\lambda P_3 = 4\mu P_4$	$P_4 = \frac{\alpha}{4} P_4 = \frac{\alpha^4}{4!} P_0$
…	……………	……………………………………
k	$\lambda P_{k-1} = k\mu P_k$	$P_k = \frac{\alpha}{k} P_{k-1} = \frac{\alpha^k}{k!} P_0$
…	……………………..	…………………………………..
n	$\lambda P_{n-1} = n\mu P_n$	$P_n = \frac{\alpha}{n} P_{n-1} = \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Таблица 5.4. Расчетные формулы для определения вероятности состояний системы после возникновения очереди

k	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_n = n\mu P_{n+1}$	$P_{n+1} = \beta P_n \quad = \beta^1 P_n = \beta \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
2	$\lambda P_{n+1} = n\mu P_{n+2}$	$P_{n+2} = \beta P_{n+1} = \beta^2 P_n = \beta^2 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
3	$\lambda P_{n+2} = n\mu P_{n+3}$	$P_{n+3} = \beta P_{n+2} = \beta^3 P_n = \beta^3 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
4	$\lambda P_{n+3} = n\mu P_{n+4}$	$P_{n+4} = \beta P_{n+3} = \beta^4 P_n = \beta^4 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
…	………………	…………………………………..
l	$\lambda P_{n+l-1} = n\mu P_{n+l}$	$P_{n+l} = \beta P_{n+l-1} = \beta^l P_n = \beta^l \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
…	………………...	…………………………………..
m	$\lambda P_{n+m-1} = n\mu P_{n+m}$	$P_{n+m} = \beta P_{n+m-1} = \beta^m P_n = \beta^m \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Вычислим основные характеристики СМО, для чего запишем нормировочное условие

$$P_0 + P_1 + P_2 + \ldots + P_{n+m} = 1 \qquad (5.18)$$

и подставим в него значения вероятностей P_i, выраженные через вероятность P_0, тогда вероятность того, что все каналы свободны, определяется по выражению

$$P_0 = \frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^n}{n!} \sum\limits_{l=1}^{m} \beta^l}. \tag{5.19}$$

Другие вероятности состояний определяются по данным табл. 5.3 и 5.4.

Вероятность того, что все каналы и места ожидания заняты и заявка получает отказ в обслуживании

$$P_{\text{отк}} = P_{n+m} = \beta^m \frac{\alpha^n}{n!} P_0. \tag{5.20}$$

Относительная пропускная способность

$$q = 1 - P_{\text{отк}}. \tag{5.21}$$

Среднее число каналов, занятых обслуживанием,

$$M_{\text{з}} = \sum_{k=1}^{n} kP_k + n \sum_{k=1}^{m} P_{n+k} = aq. \tag{5.22}$$

Среднее число каналов, свободных от обслуживания,

$$N_0 = \sum_{k=0}^{n} (n-k) P_k = n - M_{\text{з}}. \tag{5.23}$$

Среднее число заявок в накопителе

$$A_{\text{н}} = \sum_{m=1}^{m} mP_{n+m}. \tag{5.24}$$

Абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda q. \tag{5.25}$$

Среднее время ожидания обслуживания заявки в очереди

$$\overline{t_{\text{о}}} = \frac{A_{\text{н}}}{\lambda}. \tag{5.26}$$

Среднее время пребывания заявки в системе

$$\overline{t_{\text{с}}} = \overline{t_{\text{о}}} + \frac{1}{\mu}. \tag{5.27}$$

Коэффициент занятости каналов

$$K_{\text{з}} = M_{\text{з}}/n. \tag{5.28}$$

Коэффициент простоя каналов

$$K_{пр} = 1 - K_з. \quad (5.29)$$

Исходные данные для выполнения лабораторной работы представлены в табл. 5.6.

Пример выполнения работы

Дана система массового обслуживания, характеристики которой сведены в табл. 5.5.

Таблица 5.5. Исходные данные к работе

Вариант	Число постов n	Число мест в очереди m	Интенсивность поступления автомобилей λ, авт./ч	Среднее время обслуживания автомобиля на посту $t_{обс} = 1/\mu$
1	2	0	1,5	2,0

По условию задачи дана система СМО с отказами, размеченный граф состояний которой показан на рис. 5.5.

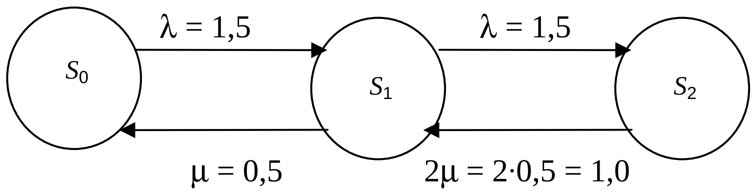


Рис. 5.5. Размеченный граф состояний:
S_0 – все посты свободны; S_1 – занят один пост, остальные свободны; S_2 – заняты все посты

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -(\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t) + \lambda P_0(t), \\ \dfrac{dP_2}{dt} = -2\mu P_2(t) + \lambda P_1(t). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -1,5P_0(t) + 0,5P_1(t), \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -(1,5+0,5)P_1(t) + 2\cdot 0,5P_2(t) + 1,5P_0(t), \\ \dfrac{dP_2}{dt} = -2\cdot 0,5P_2(t) + 1,5P_1(t). \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1,5\cdot P_0 + 0,5P_1 = 0, \\ -(1,5+0,5)P_1 + 1,5P_0 + 2\cdot 0,5P_2 = 0, \\ -2\cdot 0,5P_2 + 1,5P_1 = 0, \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1,0. \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda/\mu}{1!} + \frac{(\lambda/\mu)^2}{2!}} = \frac{1}{1 + \frac{1,5/0,5}{1!} + \frac{(1,5/0,5)^2}{2!}} = 0,1176,$$

$$P_1 = \frac{\lambda/\mu}{1!}P_0 = \frac{1,5/0,5}{1!}0,1175 = 0,3529,$$

$$P_2 = \frac{(\lambda/\mu)^2}{2!}P_0 = \frac{(1,5/0,5)^2}{2!}0,1175 = 0,5295.$$

Проверка: $P_0+P_1+P_2 = 1,0$.

0,1176 + 0,3529 + 0,5295 = 1,0:

- вероятность отказа в обслуживании

$$P_{отк} = P_n = 0,5295;$$

- относительная пропускная способность

$$q = 1 – P_n = 1 – 0,5295 = 0,4705;$$

- абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda(1 – P_n) = 1,5\,(1 – 0,5295) = 0,70575;$$

- среднее число занятых постов

$M(n) = 0P_0 + 1P_1 + 2R_2 + \dots nP_n = 0\cdot 0,1176 + 1\cdot 0,3529 + 2\cdot 0,5295 = 1,4119;$

- приведенная интенсивность

$$\alpha = \lambda/\mu = 1,5/0,5 = 3.$$

- среднее время обслуживания автомобиля на посту

$t_{обс} = 1/\mu = 2,0$ ч.

Варианты исходных данных к выполнению лабораторной работы

Таблица 5.6. Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	Число постов n	Число мест в очереди m	Интенсивность поступления автомобилей λ, авт./ч	Среднее время обслуживания на посту $t_{обс} = 1/\mu$, ч
1	2	1	1,5	2,0
2	2	2	2,0	2,5
3	2	3	2,5	2,0
4	2	3	3,0	2,5
5	2	2	1,5	2,0
6	3	4	2,0	2,5
7	2	4	2,5	1,0
8	3	2	3,0	1,5
9	3	2	1,5	2,0
10	3	3	2,0	2,5
11	3	1	2,5	3,0
12	3	3	2,5	1,5
13	3	2	1,5	2,0
14	3	4	2,0	2,5
15	3	4	2,5	3,0

Контрольные вопросы

1. Перечислите преимущества имитационного моделирования.

2. Классифицируйте системы массового обслуживания автомобилей.

3. Какие основные параметры необходимо знать для анализа СМО?

4. Какова последовательность розыгрыша интервала времени прибытия заявок на обслуживание и времени обслуживания заявок?

5. Перечислите числовые характеристики функционирования СТОА.

6. Назовите особенности моделирования функционирования СТОА методом Монте – Карло.

Лабораторная работа № 6

ОПТИМИЗАЦИЯ ЧИСЛА ОБОРОТНЫХ АГРЕГАТОВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Цель работы: оптимизировать число оборотных агрегатов методами теории массового обслуживания.

Общие положения

Рациональное управление производством и распределением оборотного фонда запасных частей, узлов и агрегатов, используемых при ремонте автомобилей, имеет важное производственное значение.

Одним из методов решения поставленной задачи может служить математический аппарат теории массового обслуживания, описывающий процессы, протекающие в СМО.

В системах массового обслуживания поток требований является случайным. Случайно и время обслуживания. Работа СМО протекает нерегулярно: то образуется очередь на обслуживание, то происходит простой постов (аппаратов) обслуживания. Задача теории массового обслуживания – установить оптимальную (с минимальными простоями) зависимость между характером потока требований, числом постов и их производительностью (временем обслуживания), правилами работы системы обслуживания.

Наиболее часто в качестве критериев – показателей эффективности работы систем массового обслуживания – используются показатели среднего времени ожидания требования начала обслуживания; среднего размера очереди на обслуживание, вероятности того, что в системе обслуживания будет находиться определенное количество требований, среднее число аппаратов, занятых или свободных от обслуживания, и ряд других. Однако наиболее целесообразно использовать экономические показатели оценки эффективности функционирования систем массового обслуживания, которые дают обобщенную характеристику производственного процесса. В этом случае в качестве критерия эффективности функционирования СМО обычно выбираются общие денежные затраты, связанные с простоями автомобилей в ожидании обслуживания, и затраты на создание и эксплуатацию постов (аппаратов).

Пример. В автотранспортном предприятии, имеющем одномарочный подвижной состав, применяется агрегатный метод ремонта. Ремонт осуществляют путем замены неисправного агрегата на годный, взятый со склада. При отсутствии на складе агрегатов автомобиль ожидает ремонта.

В данном примере входящий поток требований образуют автомобили с неисправными агрегатами. Обслуживающими аппаратами являются оборотные агрегаты. Дисциплина замены агрегатов – в порядке поступления требований, а процесс замены их можно рассматривать как СМО с ожиданием.

Задачу оптимизации оборотного фонда агрегатов автотранспортного предприятия сведем к отысканию минимума целевой функции

$$z = C_{ож} A_{н} + C_{N} A_{с}, \qquad (6.1)$$

где $C_{ож}$ – издержки в рублях, вызываемые простоем одного автомобиля в ожидании поступления отремонтированного агрегата в течение суток; $A_{н}$ – среднее число неисправных автомобилей, ожидающих поступления отремонтированных агрегатов (среднее число автомобилей в накопителе); C_N – издержки, вызываемые неиспользованием одного отремонтированного агрегата в течение суток; $A_{с}$ – среднее число неиспользованных агрегатов (пролежавших на складе).

$C_{ож}$ и C_N определяют путем калькуляции, $A_{н}$ и $A_{с}$ – методами теории массового обслуживания для конкретных условий производственной деятельности АТП, зависят от числа оборотных агрегатов N.

Если автомобили поступают на ремонт (замену агрегата) с интенсивностью λ, а среднее время возврата агрегата на склад составляет $T_{об} = 1/\mu$, то для разомкнутой системы массового обслуживания с ожиданием имеем следующие расчетные формулы.

Для упрощения формул можно использовать выражения $a = \lambda/\mu$ и $\beta = a/n$.

Вероятность того, что все обслуживающие аппараты (агрегаты) свободны,

$$P_0 = \frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{N-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^N}{N!(1-\beta)}}. \tag{6.2}$$

Вероятность того, что все обслуживающие аппараты (агрегаты) заняты,

$$P_{\text{н}} = \frac{P_0 a^N}{N!(1-\beta)}. \tag{6.3}$$

Среднее число требований (автомобилей) в накопителе

$$A_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}} \beta}{(1-\beta)^2}. \tag{6.4}$$

Среднее число свободных обслуживающих аппаратов (агрегатов)

$$A_{\text{с}} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{N-k}{k!} a^k = N - a. \tag{6.5}$$

Первоначальное расчетное число оборотных агрегатов определим по условию $a \le N_{\min}$.

С помощью изменения числа оборотных агрегатов от $N_{\min}$ до N вычислим оптимальное число оборотных агрегатов из условия целевой функции $z = C_{\text{ож}} A_{\text{н}} + C_N A_{\text{с}} \to \min$.

Исходные данные для выполнения лабораторной работы представлены в табл. 6.2.

Пример выполнения работы

Исходные данные:

- интенсивность замены агрегата λ = 1,0 агр./сут;
- время возврата агрегата на склад $T_{\text{об}}$ = 3,0 сут;
- издержки $C_{\text{ож}}$ = 25,0 у.е.;
- издержки C_N = 3,0 у.е.

$T_{\text{об}} = 1/\mu$, $\mu = 1/T_{\text{об}} = 1/3$.

Минимальное число агрегатов $N_{\min} = \lambda/\mu = 1/(1/3) = 3{,}0$ агрегата.

Используя следующие формулы, вычислим:

$$P_0 = \frac{1}{S_k + \frac{\mu}{(N-1)!(N\mu - \lambda)}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}; \qquad S_k = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!}\left(\lambda/\mu\right)^k;$$

$$B_k = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{N-k}{k!}\left(\lambda/\mu\right)^k; \qquad P_{\text{Н}} = \frac{\mu P_0}{(N-1)!(N\mu - \lambda)}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^N;$$

$$A_{\text{Н}} = \frac{P_{\text{Н}}\lambda}{N\mu(1 - \lambda/N\mu)^2}; \qquad A_{\text{С}} = B_k P_0.$$

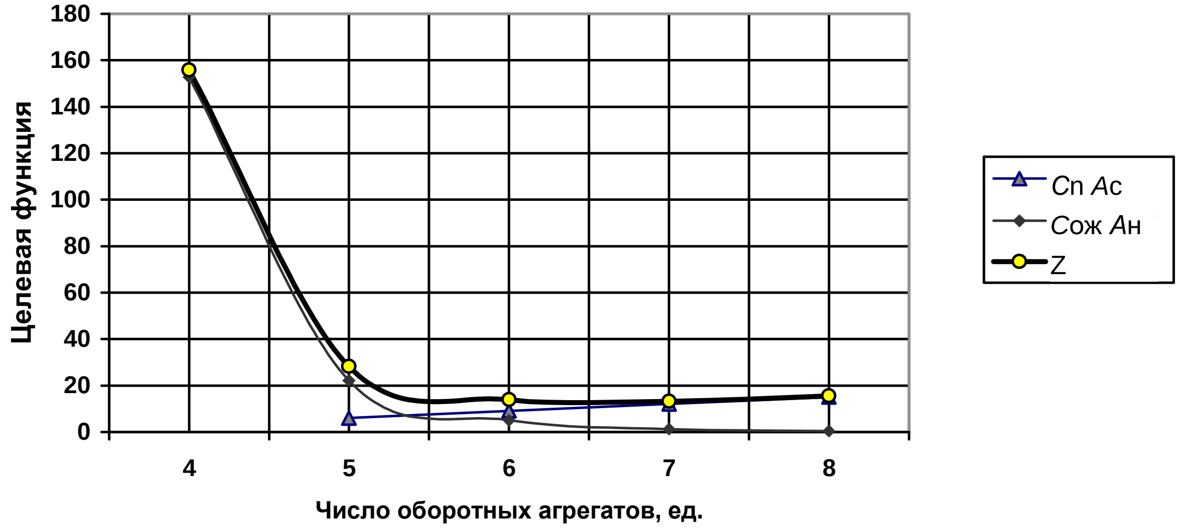
Результаты расчета сведем в табл. 6.1.

Таблица 6.1. Результаты оптимизации числа оборотных агрегатов

N	S_k	B_k	P_0	$P_{\text{Н}}$	$A_{\text{Н}}$	$A_{\text{с}}$	Z
4	13,0	26,5	0,0377	0,5094	6,1128	0,99905	155,81
5	16,375	42,875	0,0466	0,2361	0,8853	1,9979	28,126
6	18,4	61,275	0,04895	0,09914	0,19828	2,99994	13,955
7	19,4125	80,6875	0,04957	0,0376	0,04935	3,999	**13,232***
8	19,8464	100,5339	0,04973	0,01294	0,018624	4,999	15,464

* – минимальное значение целевой функции.

Строим график затрат в системе массового обслуживания, используя данные табл. 6.1 (см. рисунок).



Варианты исходных данных к выполнению лабораторной работы

Таблица 6.2. Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	Интенсивность замены агрегата λ, агр./сут	Время возврата агрегата на склад $T_{об}$, сут	Издержки предприятия, вызванные простоем автомобиля в ожидании агрегата за сутки $C_{ож}$, у.е.	Издержки предприятия, вызванные неиспользованием агрегата за сутки C_N, у.е.
1	1,0	3,00	25	3,0
2	1,25	2,50	27	2,5
3	1,5	2,00	30	2,0
4	1,25	1,50	32	1,5
5	2,0	1,00	35	1,0
6	2,25	1,50	37	1,5
7	2,5	2,00	40	2,0
8	2,75	2,50	42	2,5
9	3,0	2,00	45	3,0
10	2,25	1,50	47	2,5
11	2,5	2,00	50	2,0
12	2,75	1,00	52	1,5
13	2,0	1,75	55	1,0
14	1,5	2,00	57	1,5
15	1,25	2,25	60	2,0

Контрольные вопросы

1. Какие типы задач автомобильного транспорта целесообразно решать методом статистического моделирования?
2. Перечислите основные этапы статистического моделирования.
3. Перечислите случайные факторы, которые имеют место при планировании и управлении уровней запасных частей и агрегатов на складах АТП.
4. Запишите целевую функцию издержек предприятия от величины начального запаса и назовите её составляющие.
5. Какова последовательность моделирования потребности предприятия в запасных частях и агрегатах?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Варианты заданий для выполнения лабораторных работ

Номер студента по списку в академическом журнале	Лабораторная работа № 1	Лабораторная работа № 2	Лабораторная работа № 3	Лабораторная работа № 4	Лабораторная работа № 5	Лабораторная работа № 6
	Вариант					
1	1	7	5	2	15	1
2	2	6	6	1	14	2
3	3	5	7	2	13	3
4	4	4	1	3	12	4
5	5	3	2	4	11	5
6	6	2	3	5	10	6
7	7	1	4	6	9	7
8	8	2	5	7	8	8
9	9	3	6	6	7	9
10	10	4	7	5	6	10
11	11	5	1	4	5	12
12	12	6	2	3	4	13
13	13	7	3	2	3	14
14	14	6	4	1	2	15
15	15	5	5	2	1	5
16	1	4	6	3	2	6
17	2	3	7	4	3	7
18	3	2	1	5	4	8
19	4	1	2	6	5	9
20	5	2	3	7	6	1
21	6	3	4	6	7	11
22	7	4	5	5	8	12
23	8	5	6	4	9	13
24	9	6	7	3	10	14
25	10	7	1	2	11	15

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акулин, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособие / И. Л. Акулин. – М. : Высш. шк., 1993. – 336 с.
2. Бедняк, М. Н. Моделирование процессов технического обслуживания и ремонта автомобилей / М. Н. Бедняк. – Киев : Выща шк., 1983. – 130 с.
3. Прогнозирование в системе STATISTIKA в среде WINDOWS : учеб. пособие для вузов / В. П. Боровиков [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 368 с. – ISBN 5-279-03-059-7.
4. Вентцель, Е. С. Исследование операций : задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1980. – 208 с.
5. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учеб. пособие для вузов / Е. С. Вентцель [и др.]. – М. : Высш. шк., 2007. – 480 с. – ISBN 978-5-060-05820-8.
6. Завадский, Ю. В. Моделирование случайных процессов / Ю. В. Завадский. – М. : МАДИ, 1974. – 100 с.
7. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для эконом. спец. вузов / В. А. Колемаев [и др.]. – М. : Кнорус, 2009. – 376 с. – ISBN 978-5-390-00204-9.
8. Динамическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Колихман [и др.]. – М. : Высш. шк., 1979. – 125 с.
9. Коновалов, С. И. Моделирование производственных процессов автомобильного транспорта : учеб. пособие / С. И. Коновалов, С. А. Максимов, В. В. Савин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2005. – 244 с. – ISBN 5-89368-668-3.
10. Максимов, С. А. Математическое моделирование. Прикладные задачи : учеб. пособие / С. А. Максимов. – Владимир, 1997. – 192 с.
11. Положение о техническом обслуживании и ремонте подвижного состава автомобильного транспорта. – М. : Транспорт, 1986. – 72 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Методические указания к лабораторным работам

Составитель
ДЕНИСОВ Илья Владимирович

Редактор Е. А. Амирсейидова

Компьютерный набор И. В. Денисова

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой доцент А. Г. Кириллов

Подписано в печать 01.02.12.
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,18. Тираж 100 экз.
Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
600000, Владимир, ул. Горького,87.