

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)**

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

**Кафедра «Автотранспортная и техносферная безопасность»**

Методические указания к практическим занятиям  
по дисциплине **«Высокие технологии в обеспечении безопасности движения»**  
для студентов ВлГУ,  
обучающихся по направлению 230301 «Технология транспортных  
процессов» профиль «Организация и безопасность движения»

Составитель:  
И.В. Денисов

Владимир – 2015 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
<b>Введение</b>	3
<b>1. Практическая работа № 1</b> Оптимизация системы технического обслуживания подвижного состава	4
<b>2. Практическая работа № 2</b> Решение задач маршрутизации методом динамического программирования	11
<b>3. Практическая работа № 3</b> Решение задач замены оборудования	19
<b>4. Практическая работа №4</b> Оптимизация процессов технического обслуживания и ремонта подвижного состава по сетевым моделям	28
<b>5. Практическая работа №5</b> Оптимизация числа оборотных агрегатов методами теории массового обслуживания	47
<b>6. Практическая работа №6</b> Оптимизация числа оборотных агрегатов методами теории массового обслуживания	57
<b>7. Варианты заданий для выполнения лабораторных работ</b>	62
<b>Библиографический список</b>	63

## Введение

Одним из важнейших инструментов ускорения научно - технического прогресса всех отраслей народного хозяйства, в том числе и автомобильного транспорта, является широкое применение методов моделирования производственных процессов, и особенно, современных оптимизационных методов, которые дают возможность избегать дорогостоящих экспериментов при рассмотрении вопросов организации работы автомобильного транспорта.

Практическая ценность рассматриваемых в предлагаемых работах вопросов подтверждается тем, что в современных рыночных условиях важное значение приобретают математические методы оптимизации, позволяющие, наряду с другими методами, устанавливать зависимость параметров оптимизации от различных факторов, прогнозировать рассматриваемые процессы, находить оптимальные решения и принимать наиболее выгодные управленческие решения.

Для освоения курса «Оптимизационное моделирование производственных процессов автомобильного транспорта» и получения практических навыков в решении задач оптимизации каждому студенту предлагается выполнить четыре контрольных работы.

Каждая работа содержит необходимый минимум теоретических сведений, рассмотрен пример выполнения и даны варианты заданий. В конце методических указаний приведена таблица с указанием вариантов заданий для выполнения контрольных работ.

Контрольные работы оформляются в логической последовательности разрабатываемых вопросов, аккуратно, в сжатой форме в соответствии с ГОСТ 2.105-95 (общие требования к текстовым документам) на листах формата А4 (297 x 210 мм). Сокращение слов при написании работ не допускается за исключением установленных ГОСТ 2.316-89.

**Практическая работа № 1**  
**Оптимизация системы технического обслуживания**  
**подвижного состава**

**Цель работы:** изучить процесс оптимизации системы технического обслуживания подвижного состава автомобильного транспорта.

**Общие сведения**

Непрерывное увеличение мощности и производительности автотранспортных предприятий требует развития материально-технической базы для обслуживания автомобилей. Поэтому вопрос оптимальной производственной мощности системы технического обслуживания и ремонта автомобилей является одним из важнейших в решении проблемы повышения эффективности работы автотранспортных предприятий.

В системах технического обслуживания современных автотранспортных предприятий находят широкое распространение следующие варианты организации обслуживания:

- 1 - на универсальных постах;
- 2 - на поточной линии с независимым перемещением автомобилей с поста на пост;
- 3 - на поточной линии с одновременным перемещением автомобилей.

Каждый из вариантов организации обслуживания автомобилей имеет свои преимущества и недостатки.

К достоинствам технического обслуживания на универсальных постах (вариант 1) следует отнести отсутствие непроизводительных потерь времени, связанных со стохастическим характером протекания процесса обслуживания.

С точки зрения теории массового обслуживания по данному варианту имеем СМО с  $n$ -параллельными обслуживающими постами. Выбор из очереди на обслуживание и распределение требований по свободным постам производится согласно принятой дисциплине очереди, т. е., первое требование поступает на первый пост, второе - на второй пост и т.д. После заполнения постов требования в дальнейшем поступают на тот пост, который освободится - первым.

Система обслуживания на поточной пинии с независимым перемещением автомобилей с поста на пост (вариант 2) имеет преимущества перед системой обслуживания на поточной линии с одновременным перемещением автомобилей (вариант 3). В системах обслуживания организованных по варианту 2, сокращаются непроизводительные простои автомобилей и обслуживающей системы, возникающей по причине асинхронности процесса, что ведет к повышению производительности труда.

Примечание. С понятием независимое перемещение автомобилей связывается такая конструкция конвейера, которая позволяет перемещать

автомобиль с одного поста на другой по мере окончания работы на данном посту и освобождения последующего в индивидуальном порядке вне зависимости от моментов времени перехода других автомобилей на другие посты поточной линии.

#### I. Методика оптимизация системы технического обслуживания

К исходным данным при оптимизации системы технического обслуживания относят:

$A_{тр}$  - среднесуточное число требований на техническое обслуживание (фактическое или расчетное);  $t_0$  - среднюю трудоемкость единичного обслуживания, чел-ч.;  $k$  - коэффициент, учитывающий повышение производительности труда при поточном методе обслуживания;  $t_3$  - заданное время работы системы обслуживания, ч.

К управляемым параметрам системы технического обслуживания относят:

$Z$  - число линий (для первого варианта - число постов);  $N$  - число постов на линии;  $P$  - количество исполнителей на посту.

Оптимизация системы технического обслуживания сводится к тому, что путем перебора управления переменных ( $Z, N, P$ ) находим оптимальную мощность системы обслуживания с учетом выбранного варианта организации технического обслуживания по целевой функции:

$$W = t_3 - t_{\phi} \rightarrow \min, \quad (1.1)$$

где  $W$  - значение целевой функции;  $t_{\phi}$  - фактическое время работы системы, ч.

Фактическое время работы системы технического обслуживания определим по формуле

$$t_{\phi} = \frac{A_{mp}}{\lambda_{\max}}, \quad (1.2)$$

где  $\lambda_{\max}$  - лимитирующая интенсивность обслуживания

$$\lambda_{\max} = \mu \rho_{\max}, \quad (1.3)$$

где  $\mu$  - интенсивность обслуживания на посту;

$\rho_{\max}$  - максимальный коэффициент загрузки, характеризующий степень использований линии (поста), выбирается по табл. 1.1.

Таблица 1.1 - Зависимость  $\rho_{\max}$  от принятого варианта системы обслуживания и числа постов на линии

Вариант системы ТС	К	Число постов			
		1	2	3	4
Вариант I	1	1,0	1,0	1,0	1,0
Вариант 2	0,75 - 0,85	1,0	0,667	0,564	0,515
Вариант 3	0,75 - 0,85	1,0	0,667	0,540	0,480

### Расчет суточной программы технического обслуживания

При различных режимах работы подвижного состава на линии суточная программа технического обслуживания различна. Определить среднюю программу на техническое обслуживание при различных режимах работы автотранспортного предприятия экспериментальным методом не представляется возможным. Исходя из этого среднесуточное число требований на ТО определим расчетом.

Количество ТО-2 в сутки при установившемся режиме работы автотранспортного предприятия принято определять по формуле

$$N_{TO-2} = \frac{L_{cym}}{L_{TO-2}}, \quad (1.4)$$

где  $L_{cym}$  - суточный пробег автомобилей, км;  $L_{TO-2}$  - нормативный пробег автомобиля до ТО-2

$$L_{cym} = A_{cn} \alpha_b l_{cc}, \quad (1.5)$$

где  $A_{cn}$  - количество автомобилей данной марки на предприятии;  $\alpha_b$  - коэффициент выпуска автомобилей на линию;  $l_{cc}$  - среднесуточный пробег автомобилей данной марки, км.

Суточная программа по ТО-1 определяется соотношением

$$N_{TO-1} = \frac{L_{cym}}{L_{TO-1}} - N_{TO-2}, \quad (1.6)$$

где  $L_{TO-1}$  - нормативный пробег автомобиля до ТО-1, км.

В целях исследования влияния режима работы АТП на изменение суточной программы технического обслуживания коэффициент выпуска автомобилей на линию ( $\alpha_b$ ) можно брать равным 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Это позволит установить оптимальную мощность зоны технического обслуживания, соответствующую заданному режиму работы АТП. Значения списочного количества автомобилей по маркам ( $A_{cn}$ ) и среднесуточный пробег ( $l_{cc}$ ) берутся по данным конкретного предприятия.

Для упрощения процесса оптимизации системы ТО среднюю трудоемкость единичного обслуживания можно вычислить по формуле:

$$\bar{t}_o = \frac{\sum_{i=1}^n N_{TOi} t_{oi} k_{2i} k_{5i}}{\sum_{i=1}^n N_{TOi}}, \quad (1.7)$$

где  $n$  - число марок автомобилей на предприятии;  $N_{TOi}$  - суточное число обслуживания  $i$ -й марки автомобиля;  $t_{oi}$  - нормативная величина трудоемкости единичного обслуживания  $i$ -й марки автомобиля, чел.-ч.;  $K_2$  - коэффициент корректирования трудоемкости ТО в зависимости от модификации подвижного состава и организации его работы ( $K_2 = 1,0 - 1,25$ );  $K_5$  - коэффициент корректирования трудоемкости ТО в зависимости от количества обслуживаемых

автомобилей не предприятия и количества технологически совместимых групп подвижного состава ( $K_5 = 0,8-1,3$ ).

Коэффициенты  $K_2$  и  $K_5$  определяются по "Положению о техническом обслуживании и ремонте подвижного состава автомобильного транспорта.

### Алгоритмы и программа оптимизации системы ТО

На основании принятой технологии расчета построены алгоритмы и составлены программы расчета суточной программы технического обслуживания и оптимизации системы технического обслуживания.

Программа расчета суточных объемов ТО позволяет провести расчет среднесуточного числа требований на ТО и средней трудоемкости единичного обслуживания в зависимости от режима работы предприятия по данным конкретного автотранспортного предприятия.

Программа оптимизации системы ТО позволяет многовариантным расчетом на ЭВМ установить такие значения параметров  $Z, N, P$  системы технического обслуживания, которые обеспечивают минимальные значения целевой функции ( $W = t_3 - t_0 \rightarrow \max$ ).

### Пример выполнения работы

Оптимизация системы технического обслуживания проводится в два этапа (рис. 1,2). Первый этап предусматривает расчет суточной программы ТО автомобилей, второй - непосредственную оптимизацию системы ТО.

Для проведения первого этапа оптимизации системы ТО необходимо подготовить исходные данные по конкретному АТП согласно содержанию табл. 1.2.

Таблица 1.2 – исходные данные к расчету

Марки автомобилей	Кол-во автомобилей $A_{сп}$	Средне-суточный пробег $l_{cc}$	Нормативный пробег $l, км$		Нормативная трудоемкость $t, чел.-ч.$		Коэффициенты корректирования	
			ТО-1	ТО-2	ТО-1	то-2	$K_2$	$K_5$
ЗИП-130	180	250	2400	9600	2,7	10,8	1,0	1,05

#### 1. Первый этап оптимизации.

1. Берем исходные данные из таблицы 2 и производим оптимизацию ТО-2.

2. Производим расчет суточной программы ТО автомобилей:

а) Количество ТО-2 в сутки:

$$L_{сут} = 180 * 0,8 * 250 = 36000 \text{ т.км.}$$

$$N_{то-2} = \frac{36000}{9600} = 3,75 \approx 4,0 \text{ обслуживания}$$

б) Количество ТО-1 в сутки:

$$N_{\text{то-1}} = \frac{36000}{2400} - 4 = 11 \text{ обслуживаний}$$

в) Вычислим среднюю трудоемкость единичного обслуживания:

$$t_{\text{то-1}} = (11 * 2.7 * 1.0 * 1.05) / 11 = 2,835 \text{ чел.-ч.}$$

$$t_{\text{то-2}} = (4,0 * 10,8 * 1,0 * 1,05) / 4,0 = 11,34 \text{ чел.-ч.}$$

## II. Второй этап оптимизации.

а) Пусть мы оптимизируем систему ТО-1. Все обслуживания проводятся на универсальных постах (вариант 1), т.к. для поточных линий необходимо 12-13 обслуживаний в сутки.

Тогда,  $A_{\text{тр}} = 11$  обслуживаний, число постов  $Z = N = 3$ , число исполнителей на посту  $P = 3$ ,  $t_3 = 12$  часов,  $t_{\text{то-1}} = 2,835$  чел.-ч.,  $k = 1,0$ . По таблице 1 определим  $\rho_{\text{max}} = 1,0$ .

б) Находим интенсивность обслуживания на посту:

$$\mu = (1 * 3) / (1 * 2.835) = 1,058$$

в) Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания:

$$\lambda_{\text{max}} = 1,058 * 1,0 = 1,058$$

г) Фактическая продолжительность системы будет равна:

$$t_{\text{ф}} = 11 / (3 * 1,058) = 3,46 \text{ часа}$$

При заданной продолжительности работы системы обслуживания  $t_3 = 12$  часов мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

а) Пусть,  $A_{\text{тр}} = 11$  обслуживаний, число постов  $Z = N = 2$  число исполнителей на посту  $P = 2$ ,  $t_3 = 12$  часов,  $t_{\text{то-1}} = 2,835$  чел.-ч.,  $k = 1,0$ . По таблице 1 определим  $\rho_{\text{max}} = 1,0$ .

б) Находим интенсивность обслуживания на посту:

$$\mu = (1 * 2) / (1 * 2.835) = 0,705$$

в) Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания:

$$\lambda_{\text{max}} = 0,705 * 1,0 = 0,705$$

г) Фактическая продолжительность системы будет равна:

$$t_{\text{ф}} = 11 / (2 * 0,705) = 7,8 \text{ часа}$$

При заданной продолжительности работы системы обслуживания  $t_3 = 12$  часов мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

а) Пусть,  $A_{\text{тр}} = 11$  обслуживаний, число постов  $Z = N = 2$ , число исполнителей на посту  $P = 1$ ,  $t_3 = 12$  часов,  $t_{\text{то-1}} = 2,835$  чел.-ч.,  $k = 1,0$ . По таблице 1 определим  $\rho_{\text{max}} = 1,0$ .

б) Находим интенсивность обслуживания на посту:

$$\mu = (1 * 1) / (1 * 2.835) = 0,352$$

в) Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания:

$$\lambda_{\text{max}} = 0,352 * 1,0 = 0,352$$



г) Фактическая продолжительность системы будет равна:

$$t_{\phi} = 11 / (2 * 0,352) = 15,625 \text{ часа}$$

При заданной продолжительности работы системы обслуживания  $t_3 = 12$  часов мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

а) Пусть,  $A_{\text{тр}} = 11$  обслуживаний, число постов  $Z = N = 1$ , число исполнителей на посту  $P = 2$ ,  $t_3 = 12$  часов,  $t_{\text{то-1}} = 2,835$  чел.-ч.,  $k = 1,0$ . По таблице 1 определим  $\rho_{\text{max}} = 1,0$ .

б) Находим интенсивность обслуживания на посту:

$$\mu = (1 * 2) / (1 * 2,835) = 0,705$$

в) Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания:

$$\lambda_{\text{max}} = 0,705 * 1,0 = 0,705$$

г) Фактическая продолжительность системы будет равна:

$$t_{\phi} = 11 / (1 * 0,705) = 15,602 \text{ часа}$$

При заданной продолжительности работы системы обслуживания  $t_3 = 12$  часов мощность зоны ТО-1 не удовлетворяет требованиям целевой функции. Поэтому изменим некоторые параметры.

а) Пусть,  $A_{\text{тр}} = 11$  обслуживаний, число постов  $Z = N = 1$ , число исполнителей на посту  $P = 3$ ,  $t_3 = 12$  часов,  $t_{\text{то-1}} = 2,835$  чел.-ч.,  $k = 1,0$ . По таблице 1 определим  $\rho_{\text{max}} = 1,0$ .

б) Находим интенсивность обслуживания на посту:

$$\mu = (1 * 3) / (1 * 2,835) = 1,058$$

в) Вычислим лимитирующую интенсивность обслуживания:

$$\lambda_{\text{max}} = 1,058 * 1,0 = 1,058$$

г) Фактическая продолжительность системы будет равна:

$$t_{\phi} = 11 / (1 * 1,058) = 10,396 \text{ часа}$$

Таблица 1.3 - Результаты моделирования системы ТС, организованной по варианту № I при  $\alpha\beta = 0,8$

Z	N	P	W
3	3	3	8,54
2	2	2	4,2
2	2	1	-3,625
1	1	2	-3,602
1	1	3	1,604

Таким образом, наиболее оптимальной мощностью будет обладать зона ТО-1, состоящая из одного поста с тремя рабочими.

Таблица 1.4 - Варианты исходных данных к выполнению контрольной работы

№ варианта	Марка автомобиля	Среднесуточный пробег, км	Заданное время работы системы, ч	Списочное количество автомобилей	Коэффициент выпуска, $\alpha_B$
1	ЗИЛ-130	250	12	180	0.8
2	МАЗ-500А	180	12	145	0.8
3	КрАЗ-257	257	12	170	0.8
4	ЛАЗ-695Н	260	8	150	0.8
5	ЛиАЗ-677Г	210	8	175	0.8
6	ПАЗ-672	210	8	163	0.8
7	ГАЗ-24-01	400	10	320	0.8
8	Мосвич-2140	320	10	155	0.8
9	РАФ-2203	310	10	11	0.8
10	МАЗ-5535	205	8	185	0.8
11	ГАЗ-53-07	196	8	162	0.8
12	ЗИЛ-138	240	8	115	0.8
13	ЛиАЗ-5256	190	8	120	0.8
14	Икарус-280	300	8	130	0.8
15	ГАЗ-3302	150	12	150	0.8

## Практическая работа № 2

### Решение задач маршрутизации методом динамического программирования

**Цель работы:** изучить процесс построения динамической модели выбора кратчайшего пути на ориентированной сети, а так же получить практические навыки решения задач по маршрутизации.

#### Общие положения

Динамическое программирование (ДП) представляет собой математический метод оптимизации, позволяющий осуществлять оптимальное планирование многошаговых (многоэтапных) управляемых процессов, и прогрессов, зависящих от времени.

Задачи, решаемые методами ДП, формируются следующим образом. Имеется управляемый процесс, задано его начальное и конечное состояния. Требуется определить значение факторов его состояния, обеспечивающих получение оптимума функции процесса в целом.

Методом ДП с успехом могут решаться задачи, приводящиеся к сетевым моделям, такие, как транспортные, задачи замены оборудования управления запасами и другие, в которых требуется найти кратчайший путь на ориентированной сети.

Процесс решения задачи ДП включает следующие операции:

1. Исследуемый процесс разбивается искусственно или естественно на составные элементы - этапы.

2. Для каждого этапа вводятся функциональные характеристики (параметры или переменные) процесса и их числовые значения. Затем выделяются управляющие факторы, с помощью которых можно влиять на развитие процесса.

3. Для каждого этапа устанавливается такой уровень управления, который обеспечивает оптимальность функционирования процесса в целом.

Принципы и методы ДП рассмотрим на примере задачи выбора кратчайшего маршрута на транспортной сети.

Построение динамической модели выбора кратчайшего пути

Пусть задана ориентированная сеть, содержащая  $N$  точек (узлов). Найти кратчайший путь из точки 1 в точку  $N$  (рис. 2.1), если задана матрица  $(a_{ij})$  расстояний из точки  $i$  в точку  $j$ .

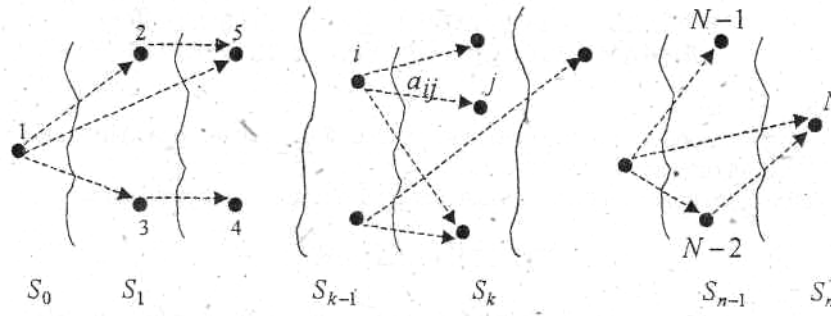


Рисунок 2.1 – Ориентированная сеть

Обозначим через  $W_j^*$  минимальный путь из точки  $i$  в точку  $N$ . Оптимальный маршрут из любой точки  $i$  должен обладать тем свойством, что каков бы ни был способ достижения пункта  $i$  последующее решение должно быть оптимальным для части пути, начинающегося в точке  $i$  (принцип оптимальности).

Пусть из точки  $i$  можем перейти в точку  $j$ , расстояние между этими точками равно  $a_{ij}$ . Точка  $j$  должна выбираться таким образом, чтобы путь из  $j$  в  $N$  был частью оптимального из  $i$  в  $N$ . Обозначим минимальный путь из  $j$  в  $N$  через  $W_j^*$ . Тогда  $i$  выбирается из условия минимизации суммы

$$a_{ij} + W_j^*. \quad (2.1)$$

Таким образом получаем уравнение Беллмана.

$$W_i^* = \min_{j \neq i} \{a_{ij} + W_j^*\} \quad (2.2)$$

Для реализации уравнения (2.2) разделим условно все точки сети на  $n$  множеств по числу шагов 1, 2, ...,  $n$  (см. рис. 2.1). К множеству  $S_0$  отнесем точки, из которых можно попасть в  $N$  не более чем за  $n$  шагов, к  $S_i$  - точки из которых можно попасть в  $N$  не более чем за  $n - 1$  шагов и т.д.

Если  $i \in S_{k-1}$ , то будем считать, что  $j \in S_k$ . Тогда уравнение, (2.23) примет вид

$$W_k^*(i) = \min_{\substack{i \in S_{k-1} \\ j \in S_k}} \{a_{ij} + W_{k+1}^*(j)\}. \quad (2.3)$$

Так как точка  $N$  единственна и относится к множеству  $S_n$ , тогда

$$W_{n+1}^*(N) = 0. \quad (2.4)$$

Множество  $S_{n-1}$  состоит из точек  $i$ , из которых можно попасть в  $N$  не более чем за один шаг, поэтому

$$W_n^*(i) = \min_{i \in S_{n-1}} \{a_{in}\} = a_{in}, \quad U_n^*(i) = N, \quad (2.5)$$

где  $U_n^*(i)$  - условные оптимальное управление (решение) на  $n$ -ом переходе из точки  $i$  в  $N$  по кратчайшему пути.

Аналогично для точек  $i \in S_{n-2}$

$$W_{n-1}^*(i) = \min_{\substack{i \in S_{n-2} \\ j \in S_{n-1}}} \{a_{ij} + W_n^*(j)\} = \min_{\substack{i \in S_{n-2} \\ j \in S_{n-1}}} \{a_{ij} + a_{jN}\}, \quad U_{n-1}^*(i). \quad (2.6)$$

и т.д. В итоге условной оптимизации получим совокупность условных оптимальных решений  $U_k^*(i)$ , используя которые последовательно определим точки, соответствующие оптимальному маршруту.

### Пример выполнение работы

На ориентированной сети найти маршрут движения из пункта  $B_1$  в пункт  $B_{13}$ , соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда  $a_{ij}$  из пункта  $i$  в пункт  $j$  проставляется над стрелками.

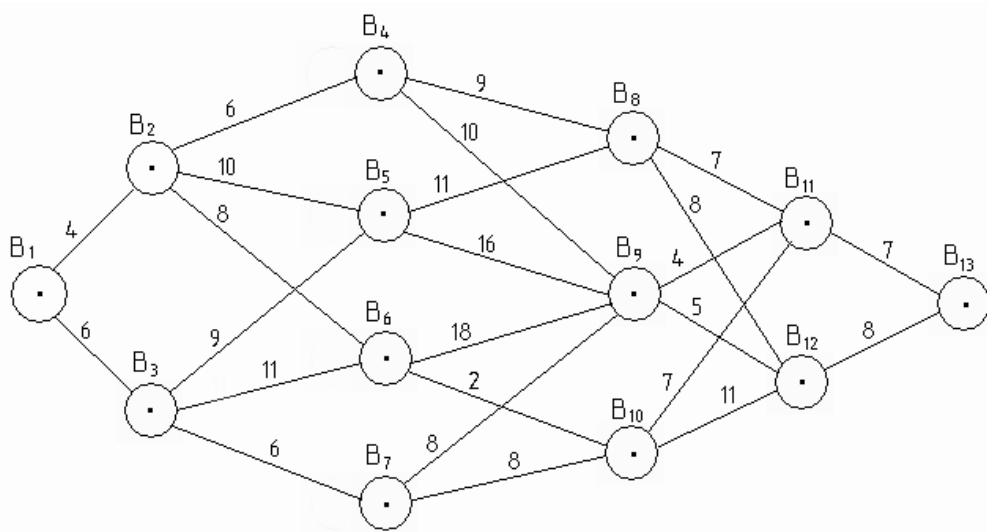


Рисунок 2.2 – Ориентированная сеть

Для того, чтобы стоимость проезда была максимальной, нужно осуществлять перевозки по самому длинному пути. Найдем его.

1.  $W_5(B_{11})=7$ ;  
 $W_5(B_{12})=8$ .
2.  $W_4(B_8) = \left\{ \frac{7+7}{8+8} \right\}$ ,  $W_4^*(B_8)=16$ ;  
 $W_4(B_9) = \left\{ \frac{4+7}{5+8} \right\}$ ,  $W_4^*(B_9)=13$ ;  
 $W_4(B_{10}) = \left\{ \frac{7+7}{11+8} \right\}$ ,  $W_4^*(B_{10})=19$ .

$$3. \quad W_3(B_4) = \left\{ \frac{9+16}{10+13} \right\}, W_3^*(B_4)=25;$$

$$W_3(B_5) = \left\{ \frac{11+16}{16+13} \right\}, W_3^*(B_5)=29;$$

$$W_3(B_6) = \left\{ \frac{18+13}{2+19} \right\}, W_3^*(B_6)=31;$$

$$W_3(B_7) = \left\{ \frac{8+13}{8+19} \right\}, W_3^*(B_7)=27.$$

$$4. \quad W_2(B_2) = \left\{ \frac{6+25}{10+29} \right\}, W_2^*(B_2)=39;$$

$$W_2(B_3) = \left\{ \frac{9+29}{11+31} \right\}, W_2^*(B_3)=42.$$

$$5. \quad W_1(B_1) = \left\{ \frac{39+4}{42+6} \right\}, W_1^*(B_1)=48.$$

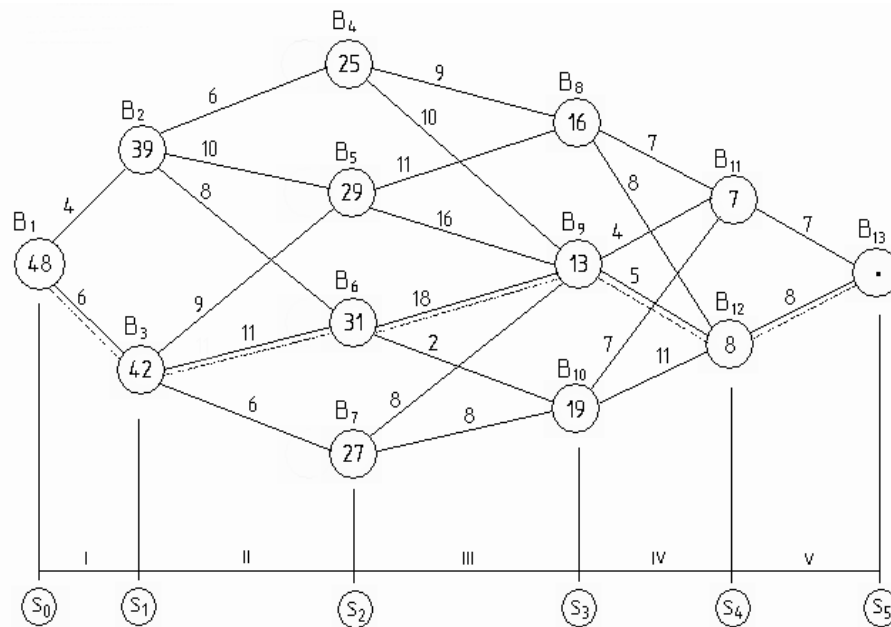


Рисунок 2.3 – Оптимальная схема движения автомобиля

Таким образом, проезд будет максимально дорогим, если осуществлять перевозки по маршруту:  $B_1 - B_3 - B_6 - B_9 - B_{12} - B_{13}$ .

## Варианты заданий для выполнения контрольной работы

### Вариант № 1

Найти оптимальный маршрут движения из пункта  $C_1$  в пункт  $C_{13}$  на сети, изображенной на рисунке 2.4. Расстояние между пунктами проставлены над стрелками

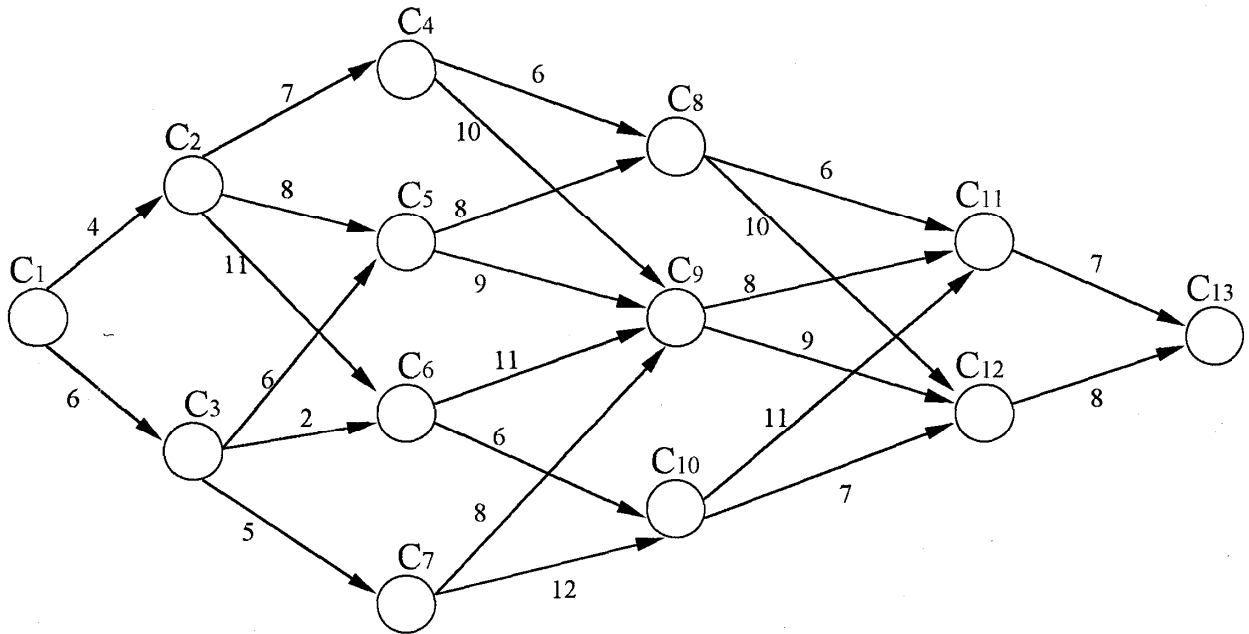


Рисунок 2.4 – Ориентированная сеть

### Вариант № 2

Для ориентированной сети (рисунок 2.5) найти маршрут из пункта  $A_0$  пункт  $B$ , соответствующей максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда  $a_{ij}$  из пункта  $i$  в пункт  $j$  проставлена над стрелками.

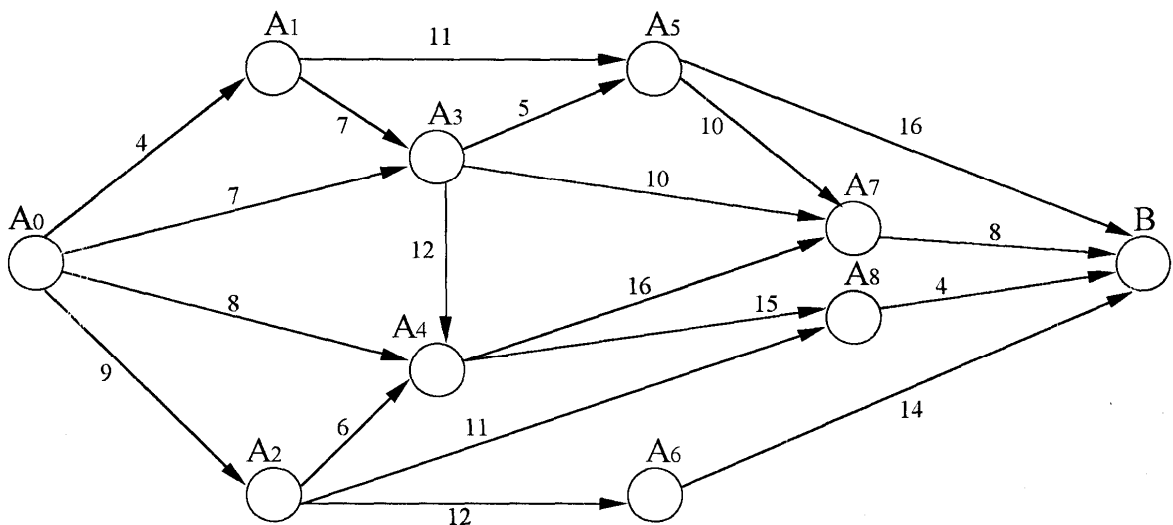


Рисунок 2.5 – Ориентированная сеть

### Вариант №3

Найдите оптимальный маршрут движения из точки  $A_1$  в точку  $A_{13}$  сети, изображенной на рисунке 2.6. Расстояния между пунктами проставлены над стрелками.

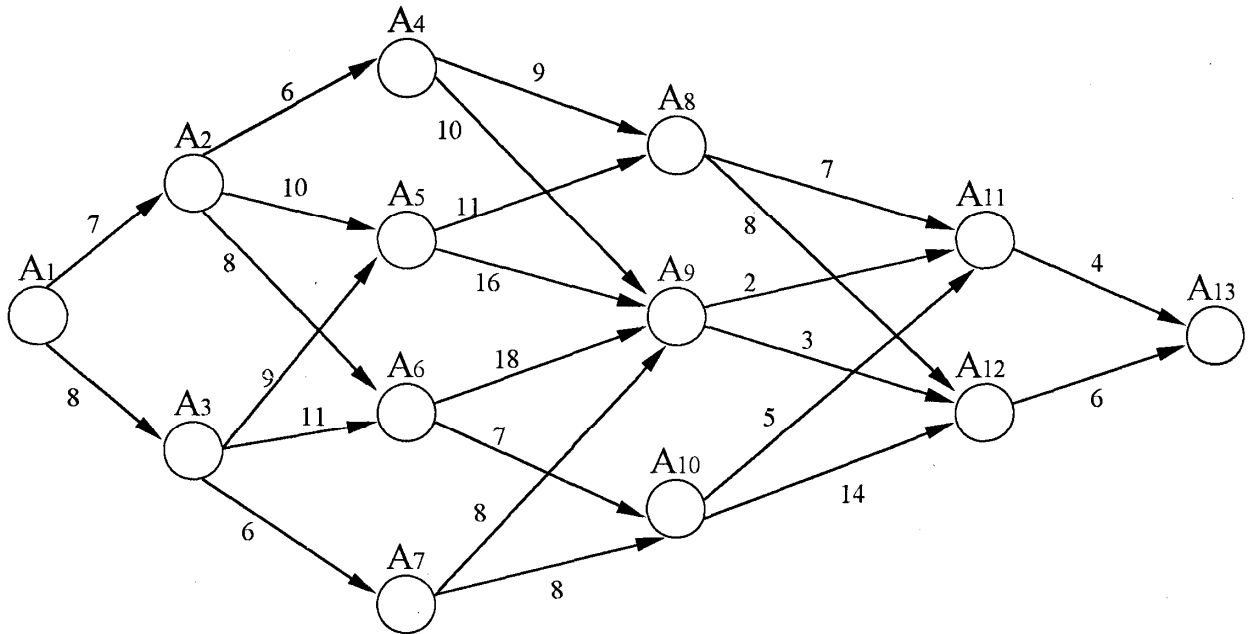


Рисунок 2.6 – Ориентированная сеть

### Вариант №4

Найдите кратчайший путь из пункта А в пункт Д на сети, изображенной на рисунке 2.7. Расстояние между пунктами поставлены над стрелками.

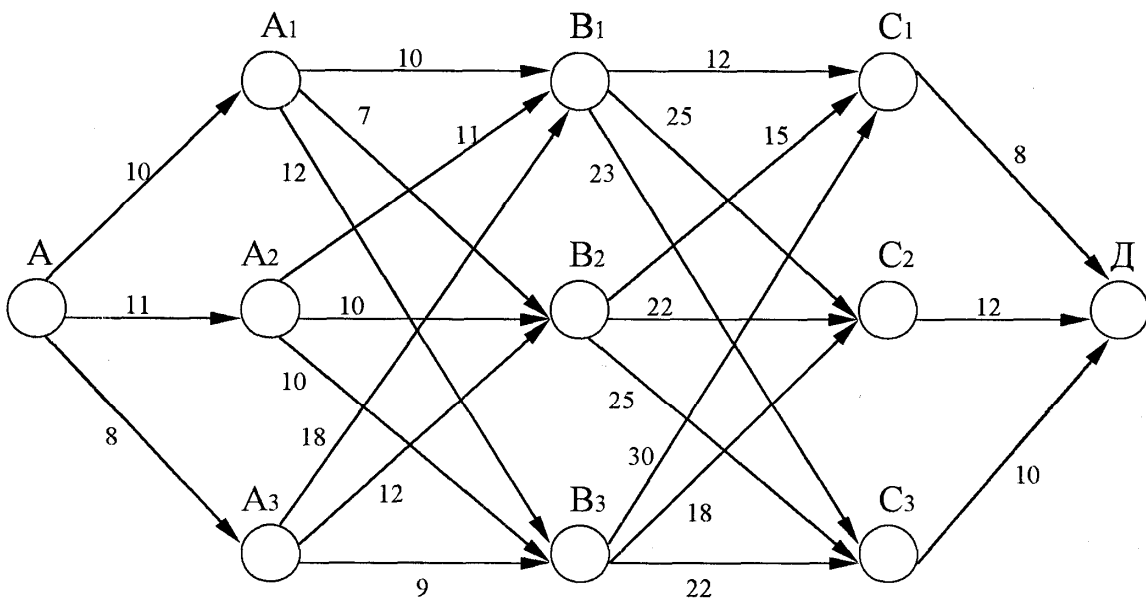


Рисунок 2.7 – Ориентированная сеть



### Вариант №5

Найдите кратчайший путь из пункта А в пункт Д на сети, изображенной на рисунке 2.8. Расстояние между пунктами проставлены над стрелками.

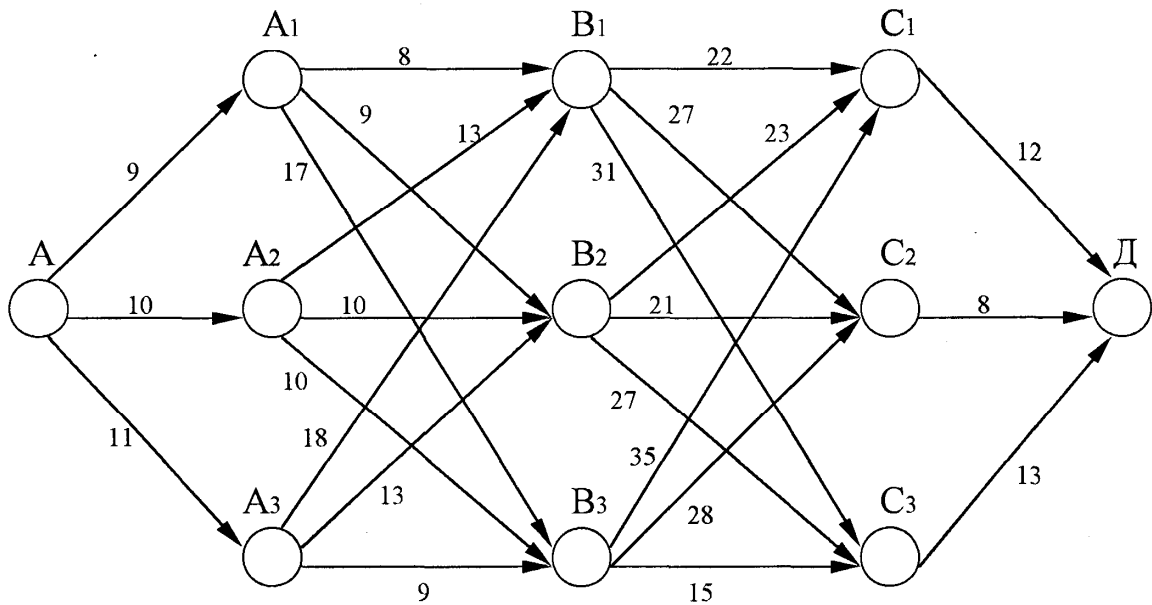


Рисунок 2.8 – Ориентированная сеть

### Вариант №6

Для ориентированной сети (рисунок 2.9) найти маршрут из пункта А в пункт В, соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда  $a_{ij}$  из пункта  $i$  в пункт  $j$  проставлена над стрелками.

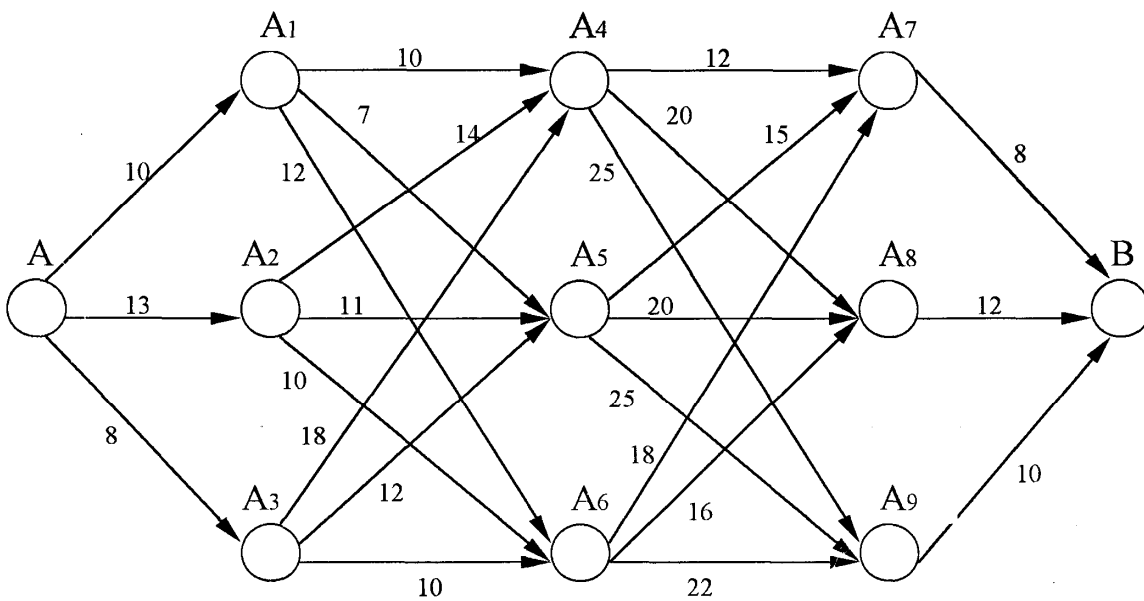


Рисунок 2.9 – Ориентированная сеть

### Вариант №7

На ориентированной сети (рисунок 2.10) найти маршрут движения из пункта  $B_1$  в пункт  $B_{13}$  соответствующий максимальной стоимости проезда. Стоимость проезда  $a_{ij}$  из пункта  $i$  в пункт  $j$  проставлена над стрелками.

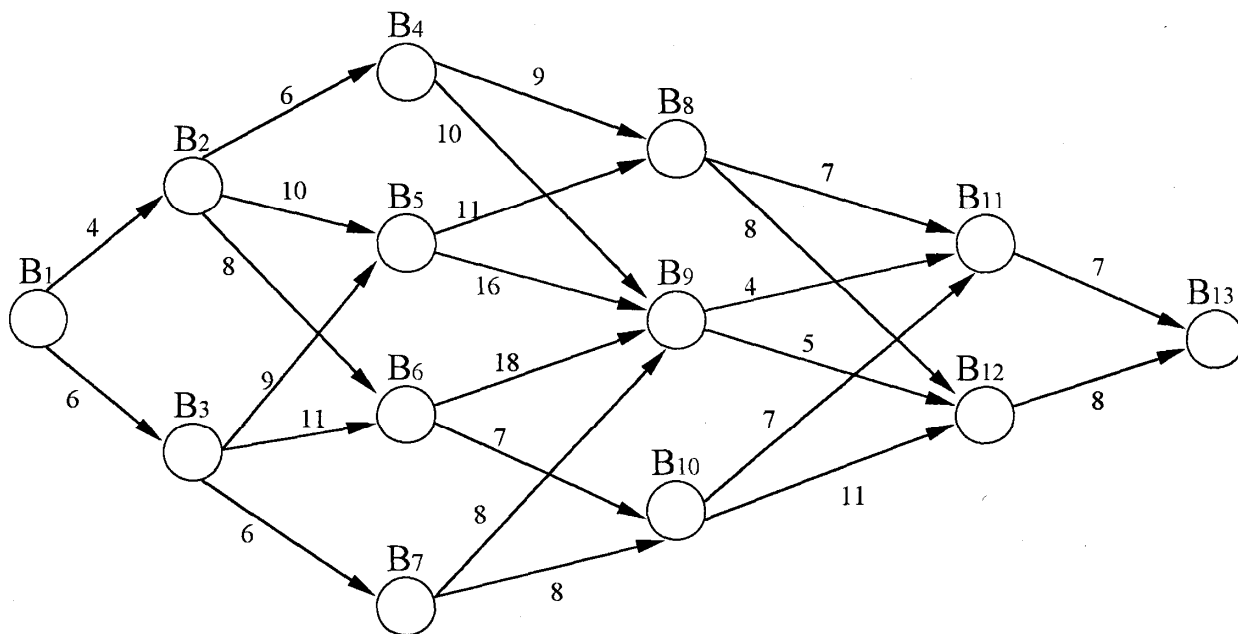


Рисунок 2.10 – Ориентированная сеть

## Практическая работа № 3

### Решение задач замены оборудования

**Цель работы:** изучить процесс построения модели решения задач замены оборудования, а также получить практические навыки решения задач замены оборудования методом динамического программирования (ДП).

#### Общие положения

##### 1. Постановка задачи

Одной из проблем, с которой приходится сталкиваться при организации работы автомобильного транспорта, является замена старого оборудования (станков, агрегатов, машин) и автомобилей на новые.

Старое оборудование (автомобиль) имеет физический и моральный износ, в результате чего растут производственные затраты по выпуску продукции на старом оборудовании, увеличиваются затраты на его ремонт и обслуживание, а вместе с тем снижаются его производительность и ликвидная стоимость.

Наступает момент, когда старое оборудование (автомобиль) более выгодно продать (заменить новым), чем эксплуатировать ценой больших затрат.

Оптимальная стратегия замены оборудования состоит в определении оптимальных сроков замены. Критериями оптимальности при определении сроков замены могут служить либо прибыль от эксплуатации, которую следует максимизировать, либо суммарные затраты на эксплуатацию в течение рассматриваемого промежутка времени, которые подлежат минимизации.

Условимся считать, что решение о замене оборудования принимается периодически в начале каждого промежутка (года), на который разбит плановый период.

Основными функциональными характеристиками оборудования являются:

$t$  - возраст оборудования ( $t = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ ), где  $t=0$  - использование нового оборудования,  $t = 1$  - использование оборудования возраста одного года и т.д.;

$f(t)$  - стоимость продукции (для автомобиля - выручка за транспортные услуги), произведенной за год на оборудовании возраста  $t$ ;

$r(t)$  - эксплуатационные затраты за год на оборудование возраста  $t$ ;

$\varphi(t)$  - остаточная стоимость оборудования возраста  $t$ ;

$P$  - цена нового оборудования;

$t_0$  - начальный возраст оборудования;  $n$  - продолжительность планового периода (количество лет в плановом периоде).

Схема возможных состояний оборудования может выглядеть так (рисунок 3.1), где  $U^c$  - сохранность и продолжительность использования оборудования;  $U^3$  - заменяемость оборудования новым;  $S_k^t$  - состояние оборудования, соответствующее возрасту  $t$ .

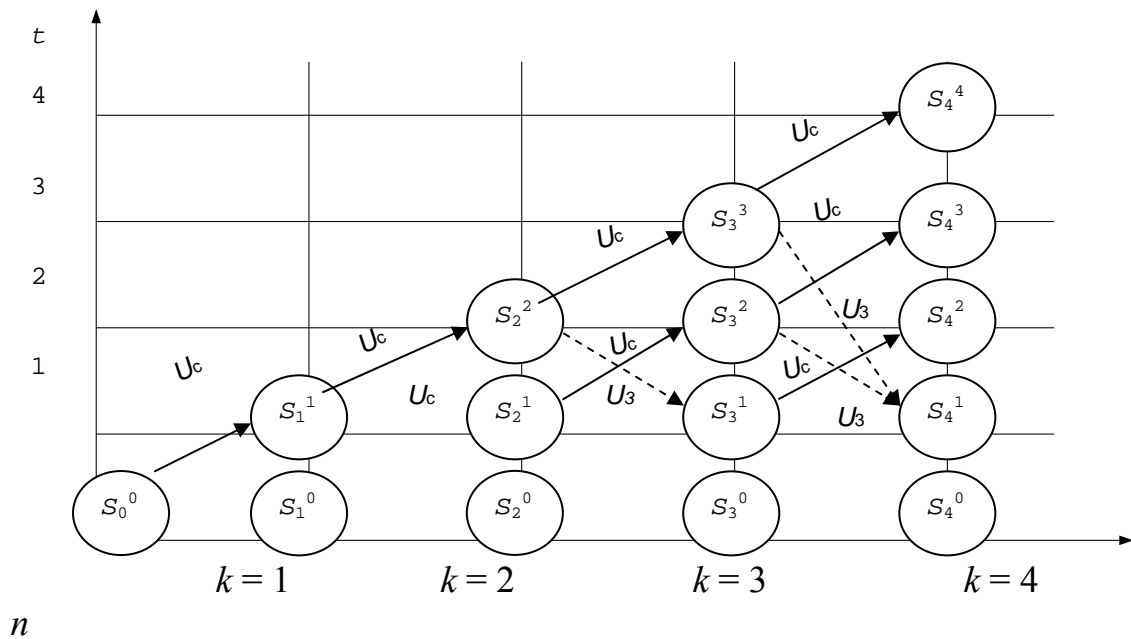


Рисунок 3.1 - Схема возможных состояний оборудования

Для определения условных оптимальных решений необходимо составить функциональное уравнение Беллмана.

Поставленную задачу можно рассматривать как задачу динамического программирования, в которой в качестве системы  $S$  выступает оборудование. Состояния этой системы определяется фактическим временем использования оборудования (его возраста)  $t$ , т.е. описывается единым параметром  $t$ .

Алгоритм решения задачи методом ДП реализуется в два этапа.

Первый этап. При движении от начала  $n$ -го года к началу 1-го года для каждого допустимого состояния оборудования находится условное оптимальное управление (решение) -  $u(t)$ .

Второй этап. При движении от начала 1-го года к началу  $n$ -го года из условных оптимальных решений составляется оптимальный план замены оборудования -  $u^*(t)$ .

Рассмотрим  $n$ -шаговый процесс (см. рисунок 3.1), считая  $k$ -м шагом номер  $k$ -го года от начала эксплуатации ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ). Уравнение на  $k$ -м шаге выбирается из двух возможных решений:  $u^c$  - сохранить и продолжить использование старого оборудования или  $u^3$  - заменить оборудование новым.

Состояние  $S_{k-1}$  системы в начале  $k$ -го шага характеризуется параметром  $t$  - возраст оборудования, который может принимать значения  $0, 1, 2, \dots, k - 1$ , т.е.  $t \leq k - 1$ .

Если к началу  $k$ -го шага система находится в состоянии  $S_{k-1}$  и возраст ее равен  $t$  годам ( $S_{k-1} = t$ ), то под влиянием уравнения  $U^c$  в конце  $k$ -го шага она перейдет в состояние  $S_k$  с возрастом оборудования  $t + 1$  ( $S_k = t + 1$ ) (рисунок 3.1), т.е. возраст оборудования увеличится на один год. Под влиянием уравнения  $U^3$ , принятого на  $k$ -м шаге, система перейдет в состояние с возрастом оборудования, равным одному году. Замену произвели в начале  $k$ -го шага ( $S_k =$

1).

Определим прибыль на  $k$ -м шаге (показатель эффективности  $k$ -го шага) соответствующую каждому из альтернативных управлений  $U^c$  и  $U^3$ .

Выбирая на  $k$ -м шаге управление  $U^c$ , мы сможем произвести продукцию стоимостью  $f(t)$  на старом оборудовании, что потребует затрат  $r(t)$ , поэтому прибыль равна  $f(t) - r(t)$ . Обозначим ее через

$$W_k^c = f(t) - r(t). \quad (3.1)$$

При управлении  $U^3$  получим доход  $\varphi(t)$  от продажи старого оборудования (ликвидную стоимость) и  $f(0)$  от произведенной на новом оборудовании продукции, затратив  $P$  рублей на приобретение нового оборудования, и  $r(0)$  - на содержание нового оборудования. В этом случае прибыль составит

$$W_k^3 = \varphi(t) + f(0) - P - r(0). \quad (3.2)$$

Так как на последнем этапе процесса планирования мы можем действовать без учета предыдущих этапов и считать, что оптимальное управление на последнем этапе должно обеспечить максимальный доход за последний год, то функциональное уравнение, отражающее возможные решения, будет следующим:

$$W_n^*(t) = \max \begin{cases} f(t) - r(t) & \text{при } U_n = U^c, \\ \varphi(t) + f(0) - P - r(0) & \text{при } U_n = U^3 \end{cases} \quad (3.3)$$

Сравнив эти две величины для всех возможных  $i < n$  получим значение  $W_n^*(t)$  и соответствующее значение оптимального управления  $U_n^*(t)$ .

Предположим, что для всех значений  $t$   $S_k$  - о состоянии системы известна максимальная прибыль, полученная за  $n - k$  шагов с  $k + 1$ -го по  $n$ -й включительно. Поэтому основные рекуррентные соотношения можно записать в виде

$$W_k^*(t) = \max \begin{cases} f(t) - r(t) + W_{k+1}^*(t+1) & \text{при } U_k = U^c, \\ \varphi(t) + f(0) - P - r(0) + W_{k+1}^*(1) & \text{при } U_k = U^3. \end{cases} \quad (3.4)$$

В уравнении (3.4) величина  $W_{k+1}^*(1)$  - условная максимальная прибыль, полученная за  $n - k$  шагов, если к началу  $(k + 1)$ -го шага системы находились в состоянии  $S_k$  и  $t = 1$  (возраст оборудования составлял 1 года).

### Пример выполнение работы

Составить план замены оборудования по исходным данным представленным таблицей, где значения  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам (у.е.).

Таблица 3.1 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$ , у.е.	24	23	22	22	20	19
Эксплуатационные затраты $r(t)$ , у.е.	15	15	16	17	18	19

1. Нахождение решения исходной задачи начинаем с определения условного оптимального управления (решения) для последнего 5-го года, в связи с чем находим множество допустимых состояний оборудования к началу данного года. Так как в начальный момент имеется новое оборудование ( $t^{(1)}=0$ ), то возраст оборудования к началу 5-го года может составлять 1,2,3,4 года. Поэтому допустимые состояния системы на данный период времени таковы: ( $t_1^{(5)}=1$ ), ( $t_2^{(5)}=2$ ), ( $t_3^{(5)}=3$ ), ( $t_4^{(5)}=4$ ). Для каждого из этих состояний найдем условное оптимальное решение и соответствующее значение функции  $W_5(t^{(5)})$ .

Используя приведенные ранее уравнения и соотношение  $W_6(t^{(k+1)})=0$  (так как рассматривается последний год расчетного периода), получаем:

$$W_5(t^{(5)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(5)}) - r(t^{(5)})}{f(t^{(5)}=0) - r(t^{(5)}=0) - P} \right\}$$

Подставляя теперь в эту формулу вместо  $t^{(5)}$  его значение, равное 1, и учитывая данные таблицы 1, находим:

$$W_5(t_1^{(5)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(5)}=1) - r(t^{(5)}=1)}{f(t^{(5)}=0) - r(t^{(5)}=0) - P} \right\} = \max \left\{ \frac{23-15}{24-15-15} \right\} = 8, \quad U = U^c.$$

Значит, условное оптимальное решение в данном случае – сохранить оборудование.

Проведем аналогичные вычисления для других допустимых состояний оборудования к началу 5-го года.

$$W_5(t_2^{(5)}) = \max \left\{ \frac{22-16}{24-15-15} \right\} = 6, \quad U = U^c,$$

$$W_5(t_3^{(5)}) = \max \left\{ \frac{22-17}{24-15-15} \right\} = 5, \quad U = U^c,$$

$$W_5(t_4^{(5)}) = \max \left\{ \frac{20-18}{24-15-15} \right\} = 2, \quad U = U^c,$$

Полученные данные сводим в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(5)}$ , год	Значение функции $W_5(t^{(5)}), y.e.$	Условное оптимальное решение, $U$
1	8	$U^c$
2	6	$U^c$
3	5	$U^c$
4	2	$U^c$

2. Рассмотрим теперь возможные состояния оборудования к началу 4-го года. Очевидно, что допустимыми состояниями являются  $(t_1^{(4)}=1)$ ,  $(t_2^{(4)}=2)$ ,  $(t_3^{(4)}=3)$ . Для каждого из этих состояний найдем условное оптимальное решение и соответствующее значение функции  $W_4(t^{(4)})$ . Для этого используем уравнение и данные таблиц 1, 2. Так, в частности, для  $t_1^{(4)}=1$  имеем

$$W_4(t_1^{(4)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(4)}=1) - r(t^{(4)}=1) + W_5(t^{(5)}=2),}{f(t^{(4)}=0) - r(t^{(4)}=0) - P + W_5(t^{(5)}=1)}. \right\} =$$

$$= \max \left\{ \frac{23 - 15 + 6,}{24 - 15 - 15 + 8.} \right\} = 14, \quad U = U^c.$$

Значит, условное оптимальное решение в данном случае – сохранить оборудование.

Проведем аналогичные вычисления для других допустимых состояний оборудования к началу 4-го года.

$$W_4(t_2^{(4)}) = \max \left\{ \frac{22 - 16 + 5,}{24 - 15 - 15 + 8.} \right\} = 11, \quad U = U^c,$$

$$W_4(t_3^{(4)}) = \max \left\{ \frac{22 - 17 + 2,}{24 - 15 - 15 + 8.} \right\} = 7, \quad U = U^c.$$

Полученные данные сводим в таблицу 3.3.

Таблица 3.3– Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$ , год	Значение функции $W_4(t^{(4)}), y.e.$	Условное оптимальное решение, $U$
1	14	$U^c$
2	11	$U^c$
3	7	$U^c$

3. Определим теперь условное оптимальное решение для каждого из допустимых состояний оборудования к началу 3-го года. Очевидно, такими состояниями являются  $(t_1^{(3)}=1)$ ,  $(t_2^{(3)}=2)$ . В соответствии с уравнением и табл. 1,2,3 имеем

$$W_3(t_1^{(3)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(3)} = 1) - r(t^{(3)} = 1) + W_4(t^{(4)} = 2),}{f(t^{(3)} = 0) - r(t^{(4)} = 0) - P + W_4(t^{(4)} = 1)}. \right\} =$$

$$= \max \left\{ \frac{23 - 15 + 11,}{24 - 15 - 15 + 14.} \right\} = 19, \quad U = U^c.$$

$$W_3(t_2^{(3)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(3)} = 2) - r(t^{(3)} = 2) + W_4(t^{(4)} = 3),}{f(t^{(3)} = 0) - r(t^{(4)} = 0) - P + W_4(t^{(4)} = 1)}. \right\} =$$

$$= \max \left\{ \frac{22 - 16 + 7,}{24 - 15 - 15 + 14.} \right\} = 13, \quad U = U^c.$$

Полученные данные сводим в таблицу 3.4.

Таблица 3.4 – Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$ , год	Значение функции $W_3(t^{(3)}), y.e.$	Условное оптимальное решение, $U$
1	19	$U^c$
2	13	$U^c$

4. Наконец, рассмотрим допустимые состояния оборудования к началу 2-го года. Очевидно, что на данный момент времени возраст оборудования может быть равен только одному году. Тогда имеем

$$W_2(t_1^{(2)}) = \max \left\{ \frac{f(t^{(2)} = 1) - r(t^{(2)} = 1) + W_3(t^{(3)} = 2),}{f(t^{(2)} = 0) - r(t^{(2)} = 0) - P + W_3(t^{(3)} = 1)}. \right\} =$$

$$= \max \left\{ \frac{23 - 15 + 13,}{24 - 15 - 15 + 19.} \right\} = 21, \quad U = U^c.$$

Полученные данные сводим в таблицу 3.5.

Таблица 3.5 – Варианты условных оптимальных решений

Возраст оборудования $t^{(4)}$ , год	Значение функции $W_2(t^{(2)}), y.e.$	Условное оптимальное решение, $U$
1	21	$U^c$

5. Согласно условию в начальный момент установлено новое оборудование ( $t_1^{(1)}=0$ ). Поэтому проблемы выбора между сохранением и заменой оборудования не существует: оборудование следует сохранить. Значит, условным оптимальным решением является  $U^c$ , и значение функции

$$W_1(t_1^{(1)}) = f(t_1^{(1)} = 0) - r(t_1^{(1)} = 0) + W_2(t_1^{(1)} = 1) = 24 - 15 + 21 = 30.$$



Таким образом, получилось так, что оборудование на всем протяжении периода эксплуатации менять не нужно.

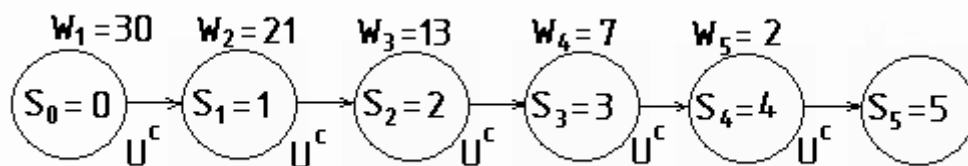


Рисунок 3.2 – Оптимальное решение задачи замены оборудования

### Варианты заданий для выполнения контрольной работы

#### Вариант №1

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным таблицей 3.6, где  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам.

Таблица 3.6 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$	24	23	22	22	20	19
Эксплуатационные затраты $r(t)$	15	15	16	17	18	19

#### Вариант №2

Составить план замены оборудования в течение пяти лет, при котором общая прибыль в данный период времени максимальна, если затраты, связанные с приобретением и установкой нового оборудования составляют 35 тыс. руб.

Другие исходные данные представлены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Годовой выпуск продукции $f(t)$ , тыс. руб.	70	65	55	50	50	45
Эксплуатационные затраты $r(t)$ , тыс.руб.	10	15	20	25	35	45

### Вариант №3

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным таблицей 3.8, где  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 15 условным единицам.

Таблица 3.8 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$	35	30	28	27	26	25
Эксплуатационные затраты $r(t)$	15	18	21	22	23	24

### Вариант №4

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным таблицей 3.9, где  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 20 условным единицам.

Таблица 3.9 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$	30	28	27	26	25	24
Эксплуатационные затраты $r(t)$	18	20	22	23	24	25

### Вариант №5

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным таблицей 3.10, где  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 30 условным единицам.

Таблица 3.10 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$	50	45	43	41	39	38
Эксплуатационные затраты $r(t)$	25	28	31	32	36	38

### Вариант №6

Составить план замены оборудования в течение пяти лет, при котором общая прибыль в данный период времени максимальна, если затраты, связанные с приобретением и установкой нового оборудования составляют 50 тыс.руб.

Другие исходные данные представлены в таблице 3.11.

Таблица 3.11 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Годовой выпуск продукции $f(t)$ , тыс. руб.	90	85	75	70	70	65
Эксплуатационные затраты $r(t)$ , тыс.руб.	30	35	40	45	50	60

### Вариант №7

Составить оптимальный план замены оборудования по исходным данным, представленным таблицей 3.12, где  $f(t)$  и  $r(t)$  даны в условных единицах. Первоначальная стоимость оборудования равна 35 условным единицам.

Таблица 3.12 – Исходные данные для задачи оптимизации

Возраст оборудования $t$ , год	0	1	2	3	4	5
Стоимость продукции $f(t)$	50	48	48	44	42	40
Эксплуатационные затраты $r(t)$	30	32	34	36	38	40

## Практическая работа №4

### **Оптимизация процессов технического обслуживания и ремонта подвижного состава по сетевым моделям**

**Цель работы:** освоить методику построения сетевых графиков.

#### **Общие положения**

Сетевые модели (сетевые графики) находят широкое применение на автомобильном транспорте. Они позволяют выявить скрытые ресурсы времени и материальных средств, при выполнении производственных процессов автомобильного транспорта и значительно повысить их эффективность.

Исходными данными для сетевого графика служит перечень (список) работ, а также взаимная последовательность их выполнения. Основными элементами сетевого графика являются: работа, событие и пути.

Каждая работа, входящая в состав графика, характеризуется своей продолжительностью. Событие представляет собой начало или окончание работы. Непрерывная последовательность взаимосвязанных работ и событий от начального до конечного события, которая имеет наибольшую продолжительность во времени, называется критическим путем.

Сетевые модели имеют следующие преимущества:

- дают четкое представление об объеме работ;
- облегчают распределение средств и рабочей силы, что создает условия для наилучшего использования ресурсов;
- позволяют составлять оперативные и текущие планы, в также прогнозировать сложные процессы;
- обеспечивают наглядность технологической последовательности работ.

#### Принципы построения сетевых графиков

При построении сетевого графика использованы следующие основные правила:

1. События обозначают кружочками, внутри ставится номер события (выделяются начальное, конечное и промежуточные события).
2. События соединяются ориентированной стрелкой, которая направлена от предшествующего события к последующему (стрелка представляет собой на сетевом графике работу).
3. Любые два события могут быть соединены не более чем одной стрелкой.
4. В начальное событие не входит ни одна стрелка.
5. Из конечного события не выходит ни одна стрелка.
6. События сетевого графика нумеруются так, чтобы для каждой работы номер начального события был меньше, чем номер конечного.
7. Каждую работу кодируют двумя цифрами. Первая цифра означает

начало работы и соответствует номеру предшествующего события.

8. Продолжительность работы проставляется над стрелками.

9. Часть работ выполняется последовательно. Это означает, что начало каждой последующей работы зависит от окончания предшествующей.

10. Работы могут начинаться в один и тот же момент времени с наступлением события. Эти работы не зависят во времени одна от другой и могут выполняться параллельно.

11. Фиктивные работы устанавливают логическую взаимосвязь и продолжительность их равна 0.

12. Весь комплекс работ завершается, как только окончится работа и свершится последнее событие.

Составление сетевого графика сменно-суточного плана перевозок этим считается законченным.

При разработке сетевых графиков необходимо учитывать следующие условия:

1. Ни одно условие не может произойти до тех пор, пока не будет заключены все входящие в него работы.

2. Ни одна работа, выходящая из данного события, не может начинаться до тех пор, пока данное событие не произойдет.

На сетевом графике выдается критический путь для последующей его минимизации. Для чего определяют время начала и окончания каждой операции, время наступления каждого события, а также устанавливают возможность изменения этих параметров с целью оптимизации сетевой модели.

#### Расчет параметров сетевой модели

Расчет параметров сетевой модели ведется для полных путей, событий и работ.

При расчетах определяют следующие параметры:

- А) для полных путей сетевого графика:

-  $t(L_i)$  - продолжительность любого полного пути;

-  $t(L_{кр})$  - продолжительность критического пути;

-  $R(L_i)$  - полный резерв времени пути.

Б) для событий:

-  $T_i^{(p)}, T_i^{(n)}$  - ранний и поздний сроки совершения события;

-  $R_i$  - резерв времени события.

- В) для работ:

-  $t_{ij}^{(pn)}, t_{ij}^{(po)}$  - ранний срок начала и окончания работ;

- $t_{ij}^{(nn)}, t_{ij}^{(no)}$  - поздний срок начала и окончания работ;
- $r_{ij}^{(n)}, r_{ij}^{(св)}$  - полный и свободный резерв времени работы.

При расчете этих параметров используют графический и табличный методы.

Расчет продолжительности полного пути

1. Расчет продолжительности любого полного пути осуществляется по формуле

$$t(L_i) = \sum^{L_i} t_{ij}, \quad (4.1)$$

где  $t_{ij}$  - продолжительность работ между  $i$ -м и  $j$ -м событиями.

2.  $t(L_h) = \max \sum^{L_i} t_{ij}$  - продолжительность критического пути.

3. Полный резерв времени пути

$$R(L_i) = t(L_{кр}) - t(L_i). \quad (4.2)$$

Повышение суммарной продолжительности всех работ, лежащих на пути  $L_i$ , на величину  $R(L_i)$  не увеличивает время наступления завершающего события.

#### Расчет времени наступления событий

При графическом методе записи расчетных параметров осуществляется непосредственно на сетевом графике.

Для чего каждый кружок сетевого графика делим на четыре части (секторы), в этих секторах записываются следующие данные:

- верхний - предназначен для записи номера события -  $i$ ;
- правый - для записи раннего срока свершения события -  $T_i^p$ ;
- левый - для записи позднего срока свершения события -  $T_i^n$ ;
- нижний - для записи резерва времени события -  $R_i$ .

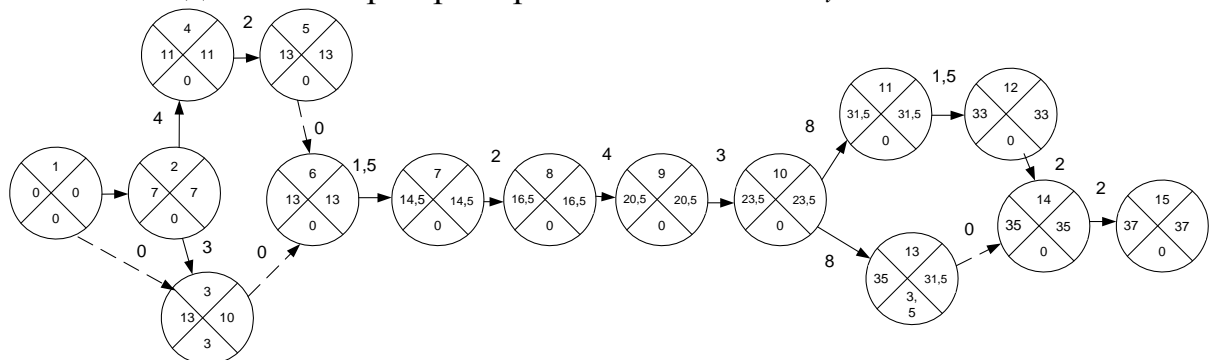


Рисунок 4.1 - Сетевой график с указанием времени наступления событий

1. Наиболее ранний срок поступления  $i$ -го события в сети  $T_i^P$ ,  
где  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $i$  - одно из событий сети.

$T_i^P$  - минимально необходимое время между наступлением начального и данного события.

Для начального события  $T_1^P = 0$  - наиболее ранний срок равен 0. При расчете  $T_i^P$  последовательно переходят от начального события к событию, все более от него удаленному. Тогда для любого другого события  $j$  этот показатель определяется по формуле

$$T_j^P = \max[T_i^P + t_{ij}], \quad (4.3)$$

где  $T_i^{(P)}$  - наиболее ранний срок поступления события  $i$ , предшествующего событию  $j$ ;  $t_{ij}$  - продолжительность работы ( $i - j$ ).

Для конечного события сетевого графика наиболее ранний срок наступления его равен продолжительности критического пути и называется критическим временем сетевого графика.

2. Наиболее поздний срок наступления события в сети  $T_i^N$ .

Этот показатель рассчитывается от конца сетевого графика к началу, т.е. в направлении, обратном определению наиболее раннего срока наступления событий.

Для конечного события ( $k$ ) делается предположение, что наиболее ранний срок его наступления равен наиболее позднему сроку, т.е.

$$T_k^P = T_k^N. \quad (4.4)$$

Для критического пути также верно равенство

$$T_{кр}^P = T_{кр}^N.$$

Тогда для начального -  $T_1^N = 0$ .

Для других событий сетевого графика  $T_i^N$  определяется по формуле

$$T_i^N = \min[T_j^N - t_{ij}], \quad (4.5)$$

где  $T_j^N$  - наиболее поздний срок наступления последующего события  $j$ ;

$t_{ij}$  - продолжительность работы ( $i - j$ ).

Этот показатель определяет наиболее допустимое время наступления события, не требующее увеличения времени на осуществление всего комплекса работ.

Допустимый срок наступления события -  $T_j^D$

$$T_j^P \leq T_j^D \leq T_j^N. \quad (4.6)$$

Данное неравенство показывает, что допустимый срок наступления

события должны находиться в диапазоне изменений от наиболее раннего срока наступления до наиболее позднего срока наступления данного события.

Для критических событий

$$T_{\text{крс}}^{\text{P}} = T_{\text{крс}}^{\text{D}} = T_{\text{крс}}^{\text{N}}. \quad (4.7)$$

3. Резерв времени событий -  $R_i$ .

Рассчитав ранние и поздние сроки наступления каждого события, можно определить резервы времени событий по формуле

$$R_i = T_i^{\text{N}} - T_i^{\text{P}}. \quad (4.8)$$

Резервы времени всего критических событий равны 0.

$$R_{\text{икр}} = 0. \quad (4.9)$$

#### Расчет времени выполнения работ

Расчет времени выполнения работ проводят после того, как определены  $T_i^{\text{P}}$  и  $T_i^{\text{N}}$  для всех событий:

а) Ранний срок начала работ ( $t_{ij}^{\text{P.H}}$ ) равен раннему сроку наступления события, из которого исходит данная работа, т.е.

$$t_{ij}^{\text{P.H}} = T_i^{\text{P}}. \quad (4.10)$$

Если эту оценку выразить через характеристики работ, то можем записать

$$t_{jk}^{\text{P.H}} = t_{ij}^{\text{P.H}} + t_{ij}, \quad (4.11)$$

где  $t_{ij}$  - предшествующая работа;  $t_{jk}$  - последующая работа.

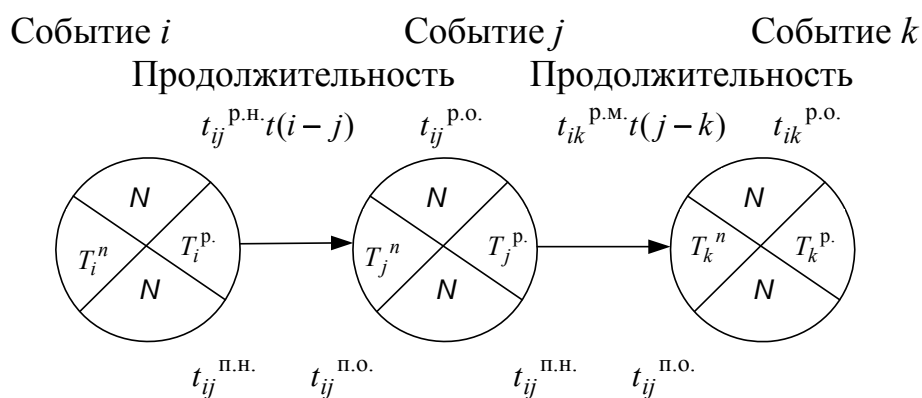


Рисунок 4.2 - Фрагмент сетевого графика

б) Ранний срок окончания работы определяется путем прибавления к раннему сроку начала работы продолжительности самой работы

$$t_{ij}^{\text{P.O}} = T_i^{\text{P}} + t_{ij} \quad \text{или} \quad t_{ij}^{\text{P.O}} = t_{ij}^{\text{P.H}} + t_{ij}. \quad (4.12)$$

в) Поздний срок окончания работы равен позднему сроку наступления



последующего события

$$t_{ij}^{п.о} = T_j^n \quad \text{или} \quad t_{ij}^{п.о} = t_{jk}^{п.о} - t_{ij}. \quad (4.13)$$

г) Поздний срок начала работы находится путем вычитания из позднего срока наступления последующего события продолжительности работы, т.е.

$$t_{ij}^{п.н} = T_j^n - t_{ij} \quad \text{или} \quad t_{ij}^{п.н} = t_{jk}^{п.о} - t_{ij}. \quad (4.14)$$

д) Полный резерв времени работы показывает время, на которое можно перенести начало данной работы (или увеличить её продолжительность), не изменяя при этом длины критического пути и определяется по формулам

$$r_{ij}^n = t_{ij}^{п.н} - t_{ij}^{р.н} \quad \text{или} \quad r_{ij}^n = T_j^n - T_i^p - t_{ij}. \quad (4.15)$$

Для всех работ, лежащих на критическом пути

$$r_{крп}^{п} = 0. \quad (4.16)$$

е) Свободный резерв времени работы - часть полного резерва времени работы, которая сохраняется у нее при условии, что начальное событие работы совершится в самый поздний срок, а конечное - в самый ранний срок и определяется по формулам

$$r_{ij}^{св.} = r_{ij}^n - R_i - R_j \quad \text{или} \quad r_{ij}^{св.} = T_j^p - T_i^п - t_{ij}. \quad (4.17)$$

### Оптимизация сетевых моделей

После того, как построен исходный сетевой график и рассчитаны основные параметры сетевой модели, необходимо дать оценку полученным результатам. Если критический путь - больше установленного сроку, предложенного руководством, то необходимо осуществить оптимизацию по времени.

Оптимизация сетевого графика по времени заключается в сокращении критического пути и проводится в следующем порядке:

1) изучаются возможности замены последовательно выполненных работ параллельными там, где это допускается технологией, с целью сокращения продолжительности работ;

2) сокращаются сроки выполнения комплекса работ за счет привлечения дополнительных ресурсов, а также применения технологических условий производства комплекса работ. Если исходный вариант сетевого графика имеет продолжительность критического пути, соответствующую директивному сроку или не превышает этот срок, то он считается оптимальным и может быть рекомендован к утверждению и исполнению.

Оптимизация сети по ресурсам. Оптимизация сетевого графика по времени без учета ограничений по ресурсам предполагает, что потребность в ресурсах может быть удовлетворена в необходимые сроки. Однако такой подход к разработке сетевых графиков не исключает решения задачи наиболее

рационального распределения ресурсов, поэтому после оптимизации сетевой модели по критерию "времени" производится ее оптимизация по ресурсам.

### Пример выполнение работы

Для автомобиля Москвич-2140 составить сетевой график выполнения работ ТО-1.

Составим таблицу регламентных работ технического обслуживания ТО-1.

Таблица 4.1 – Перечень регламентных работ технического обслуживания ТО-1 автомобиля Москвич 2140

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.
1	Открыть капот	1	0,8
2	Проверить состояние и герметичность системы охлаждения	2	1,5
3	Проверить состояние и герметичность системы смазки	3	1,5
4	Проверить состояние и натяжение ремня привода водяного насоса, вентилятора, генератора и отрегулировать натяжение.	4	2,0
5	Проверить состояние, крепление приемной трубы глушителя	5	2,0
6	Проверить состояние, крепление дополнительного глушителя, глушителя-«лягушка», с выхлопной трубой в сборе и закрепить	6	2,5
7	Проверить крепление дополнительного глушителя, глушителя - «лягушка» в сборе к кузову и закрепить	7	2,5
8	Проверить состояние, герметичность приборов, топливопроводов системы питания и топливного бака	8	4,0
9	Проверить и отрегулировать работу двигателя на минимально устойчивую частоту вращения коленчатого вала.	9	1,8
10	Проверить действие приводов управления карбюратором, работу дроссельной и воздушной заслонок.	10	1,5
11	Снять крышку бензонасоса, фильтры топливного насоса и карбюратора, очистить от отложений полости крышки и фильтры.	11	3,0

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.	
12	Проверить работу блока управления, микропереключателя, системы управления электромагнитного переключателя холостого хода (ЭПХХ).	12	2,0	
13	Проверить работу электромагнитного клапана системы (ЭПХХ).	13	2,0	
14	Проверить герметичность запорного клапана карбюратора и устранить неисправности.	14	2,0	
15	Снять карбюратор, промыть, продуть детали его, при необходимости отрегулировать уровень топлива в поплавковой камере и поставить на место.	15	5,0	
16	Отрегулировать натяжение цепи привода газораспределительного механизма.	16	1,5	
17	Проверить и при необходимости отрегулировать тепловые зазоры в приводе клапанов.	17	12,0	
18	Проверить состояние и герметичность привода выключения сцепления.	18	0,5	
19	Проверить полный и свободный ход педали сцепления.	19	в салоне	0,5
			снизу	1,0
20	Промыть систему гидропривода сцепления, залить новую жидкость и удалить воздух из системы.	20	в салоне	24,0
			снизу	6,0
21	Проверить состояние, крепление и герметичность коробки передач.	21	0,8	
22	Проверить состояние, крепление карданного вала, фланца карданного вала к фланцу ведущей шестерни главной передачи заднего моста.	22	1,5	
23	Проверить состояние и герметичность заднего моста.	23	0,8	
24	Проверить состояние передней подвески.	24	1,0	
25	Проверить состояние, крепление стоек стабилизатора, подушек передней подвески.	25	3,5	
26	Проверить состояние, герметичность, крепление амортизаторов передней подвески.	26	1,5	

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.
27	Проверить состояние защитных чехлов шаровых опор передней подвески и наконечников рулевых тяг.	27	1,0
28	Проверить крепление верхних рычагов и нижних рычагов передней подвести к поворотным кулакам.	28	2,8
29	Проверить крепление нижних рычагов передней подвески к передней балке, для чего отвернуть контргайки осей.	29	4,5
30	Проверить крепление верхних рычагов к передней балке.	30	2,5
31	Проверить угол развала колес, схождения колес, угол поворота внутреннего колеса.	31	20,0
32	Проверить состояние, крепление рессор задней подвески к картеру заднего моста, стремянок, пальцев серег рессор.	32	1,5
33	Проверить состояние, герметичность и крепление амортизаторов задней подвески.	33	1,5
34	Проверить крепление передних колес, их состояние, давление воздуха в шинах, при необходимости довести до нормы.	34	4,0
35	Проверить крепление задних колес, их состояние, давление воздуха в шинах, при необходимости довести до нормы.	35	4,0
36	Проверить состояние, давление воздуха в шине запасного колеса, при необходимости довести до нормы.	36	1,0
37	Проверить осевой зазор в подшипниках ступиц передних колес и отрегулировать.	37	9,0
38	Произвести динамическую балансировку колес и поменять их местами согласно схемы перестановки колес.	38	11,0
39	Проверить крепление рулевой колонки к панели приборов.	39	0,5
40	Проверить состояние и крепление рулевого механизма к лонжерону, при необходимости закрепить.	40	1,0

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.	
41	Проверить состояние, крепление сошки рулевого управления, при необходимости закрепить.	41	0,5	
42	Проверить состояние, крепление маятникового рычага, его кронштейна и устранить зазор в шарнирах или втулках.	42	1,0	
43	Проверить состояние, крепление рулевых тяг, защитных чехлов шарниров.	43	3,0	
44	Проверить свободный ход рулевого колеса и при необходимости отрегулировать.	44	1,0	
45	Проверить состояние, герметичность гидравлического привода рабочей тормозной системы, главного цилиндра, вакуумного усилителя, сигнализатора, регулятора давления, колесных цилиндров.	45	в кабине	2,5
			в моторном отсеке	1,5
46	Проверить положение тормозной педали и отрегулировать.	46	1,0	
47	Проверить состояние, тросов, тяг привода стояночного тормоза, действие привода стояночного тормоза.	47	1,5	
48	Проверить состояние тормозных барабанов, колодок передних и накладок задних колесных тормозов, при необходимости заменить.	48	24,5	
49	Промыть систему гидропривода тормозов, залить новую тормозную жидкость и удалить воздух из системы.	49	63,0	
50	Проверить эффективность действия тормозов передних колес.	50	5,0	
51	Проверить эффективность действия тормозов задних колес.	51	5,0	
52	Проверить состояние, крепление фар, указателей поворотов, задних фонарей, фонаря освещения номерного знака, лампы указателя «такси» и фонаря занятости автомобиля.	52	3,0	
53	Проверить работу стеклоочистителя, стеклоомывателя и фароочистителя.	53	В кабине	1,0
			Спереди	0,5

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.	
54	Проверить состояние, работу контрольно-измерительных приборов, состояние пломб таксометра, действие выключателя зажигания.	54	1,0	
55	Проверить состояние, действие выключателя наружного освещения, переключателя указателя поворотов и света фар, выключателя аварийной сигнализации, выключателя сигнала торможения, выключателя контрольной лампы системы тормозов, выключателя лампы указателя «такси» и фонаря занятости автомобиля.	55	В кабине	3,0
			сверху	0,5
56	Проверить уровень электролита в аккумуляторной батарее, долить дистиллированную воду и прочистить вентиляционный отверстия.	56	3,5	
57	Очистить поверхность аккумуляторной батареи от пыли, грязи и электролита, очистить, смазать, проверить крепление наконечников проводов к выводным штырям батареи	57	2,5	
58	Проверить состояние кузова, дверей, оперения, облицовки радиатора, капота, номерных знаков, крышки багажника, переднего и заднего бамперов, стекол.	58	2,0	
59	Проверить крепление, действие замка крышки багажника, отрегулировать правильность фиксации замка.	59	1,0	
60	Проверить крепление и действие капота, замка капота, при необходимости отрегулировать его привод.	60	1,0	
61	Проверить крепление и действие приводов замков дверей и механизмов перемещения стекол.	61	1,5	

№ п/п	Вид работ	Код работ	Трудоемкость, чел.мин.
62	Проверить состояние, крепление обивки салона, сидений, спинок, панели приборов, противосолнечных козырьков, поручней, подлокотников, зеркал заднего вида, работоспособность ремней безопасности.	62	3,5
63	Заменить фильтрующий элемент фильтра очистки масла и масло в картере двигателя.	63	14,0
64	Проверить уровень жидкости в системе охлаждения, при необходимости довести до нормы.	64	1,0
65	Проверить уровень масла в картере коробки передач, при необходимости довести до нормы.	65	2,0
66	Проверить уровень масла в картере заднего моста, при необходимости долить.	66	2,0
67	Проверить уровень жидкости в бачке гидравлического привода сцепления, при необходимости долить.	67	1,0
68	Очистить вентиляционные отверстия в пробках наполнительного бачка главного цилиндра сцепления.	68	0,5
69	Заменить фильтрующий элемент, воздухоочистителя.	69	2,0
70	Проверить уровень жидкости в бачке омывателя ветрового стекла и долить.	70	0,5
71	Проверить уровень жидкости в бачке омывателя рассеивателей фар и долить.	71	0,5
72	Прочистить сапуны на коробке передач и редуктора заднего моста.	72	1,0
	Всего	72	305,0

Далее строим сетевой график.

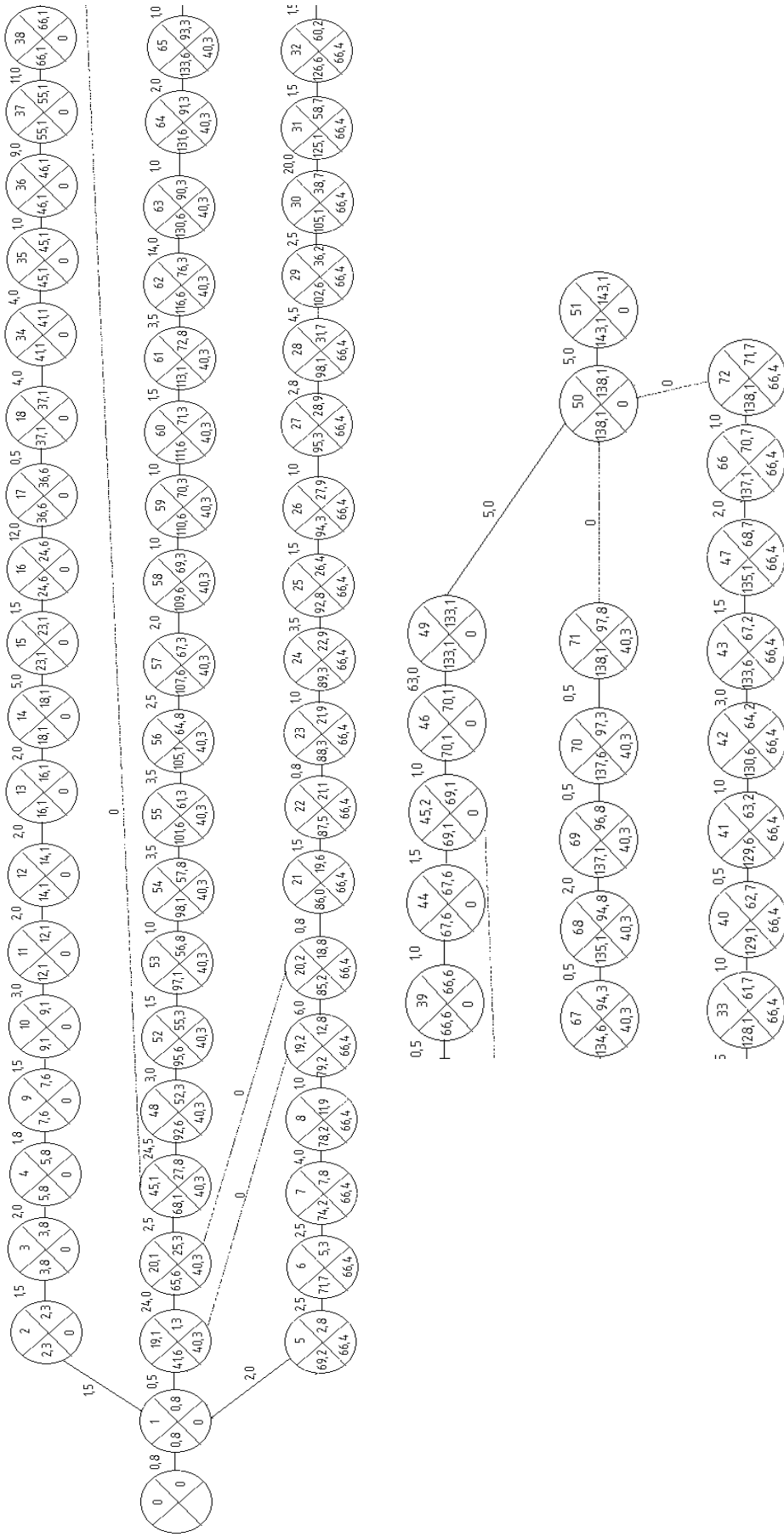


Рисунок 4.3 – Сетевой график технологического процесса ТУ-1 автомобиля Москвич-2140



Таблица 4.2 - Расчет параметров сетевого графика и определение критического пути

№п/п	Обозначение	Длина пути, чел. мин.	Резерв, чел. мин.
1	0-1-19,1-20,1-45,1-48-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-67-68-69-70-71-50-51	102,8	40,3
2	0-1-2-3-4-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-34-35-36-37-38-39-44-45,2-46-49-50-51	143,1	0
3	0-1-5-6-7-8-19,2-20,2-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-40-41-42-43-47-66-72-50-51	76,7	66,4
4	0-1-19,1-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-34-35-36-37-38-39-44-45,2-46-49-50-51	65,2	77,9
5	0-1-19,1-20,1-20,2-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-40-41-42-43-47-66-72-50-51	83,2	59,9
6	0-1-19,1-20,1-45,1-45,2-46-49-50-51	101,8	41,3

Таблица 4.3 – Расчет временных параметров сетевого графика.

№п/п	Код работ	Продолжительность, чел.-мин.	Начало работы		Окончание работы		Запас времени полный
			Раннее	Позднее	Раннее	Позднее	
			$t_{ij}^{PH} = T_i^P$	$t_{ij}^{PN} = T_j^N - t_{ij}$	$t_{ij}^{PO} = T_i^P + t_{ij}$	$t_{ij}^{NO} = T_j^N$	$R_{ij} = t_{ij}^{PN} - t_{ij}^{PH}$
1	0-1	0,8	0	0	0,8	0,8	0
2	1-2	1,5	0,8	0,8	2,3	2,3	0
3	2-3	1,5	2,3	2,3	3,8	3,8	0
4	3-4	2,0	3,8	3,8	5,8	5,8	0
5	4-9	1,8	5,8	5,8	7,6	7,6	0
6	9-10	1,5	7,6	7,6	9,1	9,1	0
7	10-11	3,0	9,1	9,1	12,1	12,1	0
8	11-12	2,0	12,1	12,1	14,1	14,1	0
9	12-13	2,0	14,1	14,1	16,1	16,1	0
10	13-14	2,0	16,1	16,1	18,1	18,1	0
11	14-15	5,0	18,1	18,1	23,1	23,1	0
12	15-16	1,5	23,1	23,1	24,6	24,6	0
13	16-17	12,0	24,6	24,6	36,6	36,6	0
14	17-18	0,5	36,6	36,6	37,1	37,1	0
15	18-34	4,0	37,1	37,1	41,1	41,1	0
16	34-35	4,0	41,1	41,1	45,1	45,1	0
17	35-36	1,0	45,1	45,1	46,1	46,1	0
18	36-37	9,0	46,1	46,1	55,1	55,1	0
19	37-38	11,0	55,1	55,1	66,1	66,1	0
20	38-39	0,5	66,1	66,1	66,6	66,6	0
21	39-44	1,0	66,6	66,6	67,6	67,6	0
22	44-45,2	1,5	67,6	67,6	69,1	69,1	0
23	45,2-46	1,0	69,1	69,1	70,1	70,1	0
24	46-49	63,0	70,1	70,1	133,1	133,1	0
25	49-50	5,0	133,1	133,1	138,1	138,1	0

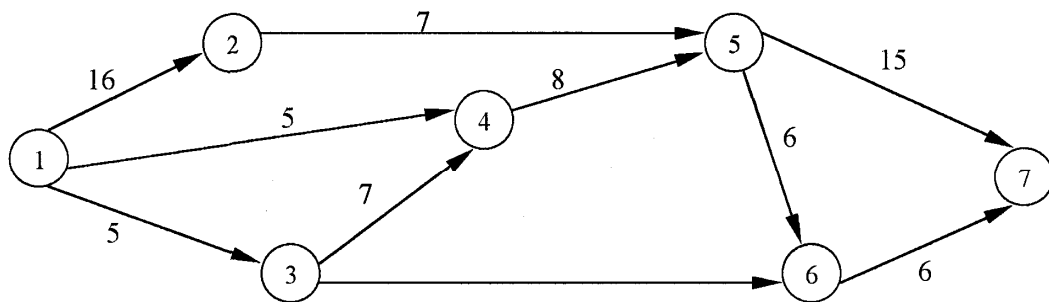
№п/п	Код работ	Продолжительность, чел.-мин.	Начало работы		Окончание работы		Запас времени полный $R_{ij} = t_{ij}^{nn} - t_{ij}^{pn}$
			Раннее $t_{ij}^{pn} = T_i^p$	Позднее $t_{ij}^{nn} = T_j^n - t_{ij}$	Раннее $t_{ij}^{po} = T_i^p + t_{ij}$	Позднее $t_{ij}^{no} = T_j^n$	
26	50-51	5,0	138,1	138,1	143,1	143,1	0
27	1-5	2,0	0,8	67,2	2,8	69,2	66,4
28	5-6	2,5	2,8	69,2	5,3	71,7	66,4
29	6-7	2,5	5,3	71,7	7,8	74,2	66,4
30	7-8	4,0	7,8	74,2	11,8	78,2	66,4
31	8-19,2	1,0	11,8	78,2	12,8	79,2	66,4
32	19,2-20,2	6,0	12,8	79,2	18,8	85,2	66,4
33	20,2-21	0,8	18,8	85,2	19,6	86,0	66,4
34	21-22	1,5	19,6	86,0	21,1	87,5	66,4
35	22-23	0,8	21,1	87,5	21,9	88,3	66,4
36	23-24	1,0	21,9	88,3	22,9	89,3	66,4
37	24-25	3,5	22,9	89,3	26,4	92,8	66,4
38	25-26	1,5	26,4	92,8	27,9	94,3	66,4
39	26-27	1,0	27,9	94,3	28,9	95,3	66,4
40	27-28	2,8	28,9	95,3	31,7	98,1	66,4
41	28-29	4,5	31,7	98,1	36,2	102,6	66,4
42	29-30	2,5	36,2	102,6	38,7	105,1	66,4
43	30-31	20,0	38,7	105,1	58,7	125,1	66,4
44	31-32	1,5	58,7	125,1	60,2	126,6	66,4
45	32-33	1,5	60,2	126,6	61,7	128,1	66,4
46	33-40	1,0	61,7	128,1	62,7	129,1	66,4
47	40-41	0,5	62,7	129,1	63,2	129,6	66,4
48	41-42	1,0	63,2	129,6	64,2	130,6	66,4
49	42-43	3,0	64,2	130,6	67,2	133,6	66,4
50	43-47	1,5	67,2	133,6	68,7	135,1	66,4
51	47-66	2,0	68,7	135,1	70,7	137,1	66,4
52	66-72	1,0	70,7	137,1	71,7	138,1	66,4
53	72-50	0	71,7	138,1	71,7	138,1	66,4
54	1-19,1	0,5	0,8	41,1	1,3	41,6	40,3
55	19,1-20,1	24,0	1,3	41,6	25,3	65,6	40,3
56	20,1-45,1	2,5	25,3	65,6	27,8	68,1	40,3
57	45,1-48	24,5	27,8	68,1	52,3	92,6	40,3
58	48-52	3,0	52,3	92,6	55,3	95,6	40,3
59	52-53	1,5	55,3	95,6	56,8	97,1	40,3
60	53-54	1,0	56,8	97,1	57,8	98,1	40,3
61	54-55	3,5	57,8	98,1	61,3	101,6	40,3
62	55-56	3,5	61,3	101,6	64,8	105,1	40,3
63	56-57	2,5	64,8	105,1	67,3	107,6	40,3
64	57-58	2,0	67,3	107,6	69,3	109,6	40,3
65	58-59	1,0	69,3	109,6	70,3	110,6	40,3

№п/п	Код работ	Продолжительность, чел.-мин.	Начало работы		Окончание работы		Запас времени полный $R_{ij} = t_{ij}^{nn} - t_{ij}^{pn}$
			Раннее $t_{ij}^{pn} = T_i^p$	Позднее $t_{ij}^{nn} = T_j^n - t_{ij}$	Раннее $t_{ij}^{po} = T_i^p + t_{ij}$	Позднее $t_{ij}^{no} = T_j^n$	
66	59-60	1,0	70,3	110,6	71,3	111,6	40,3
67	60-61	1,5	71,3	111,6	72,8	113,1	40,3
68	61-62	3,5	72,8	113,1	76,3	116,6	40,3
69	62-63	14,0	76,3	116,6	90,3	130,6	40,3
70	63-64	1,0	90,3	130,6	91,3	131,6	40,3
71	64-65	2,0	91,3	131,6	93,3	133,6	40,3
72	65-67	1,0	93,3	133,6	94,3	134,6	40,3
73	67-68	0,5	94,3	134,6	94,8	135,1	40,3
74	68-69	2,0	94,8	135,1	96,8	137,1	40,3
75	69-70	0,5	96,8	137,1	97,3	137,6	40,3
76	70-71	0,5	97,3	137,6	97,8	138,1	40,3
77	71-50	0	97,8	138,1	97,8	138,1	40,3

### Варианты заданий для выполнения контрольной работы

#### Вариант №1

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.4 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.



15.

Рисунок 4.4 - Сетевой график

### Вариант №2

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.5 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

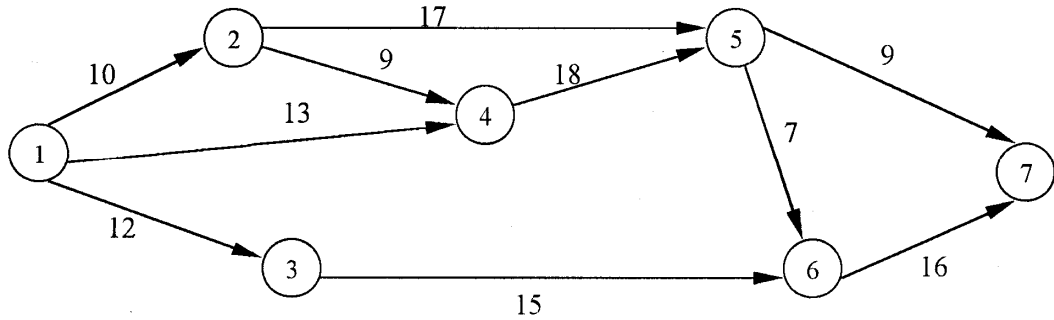


Рисунок 4.5 - Сетевой график

### Вариант №3

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.6 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

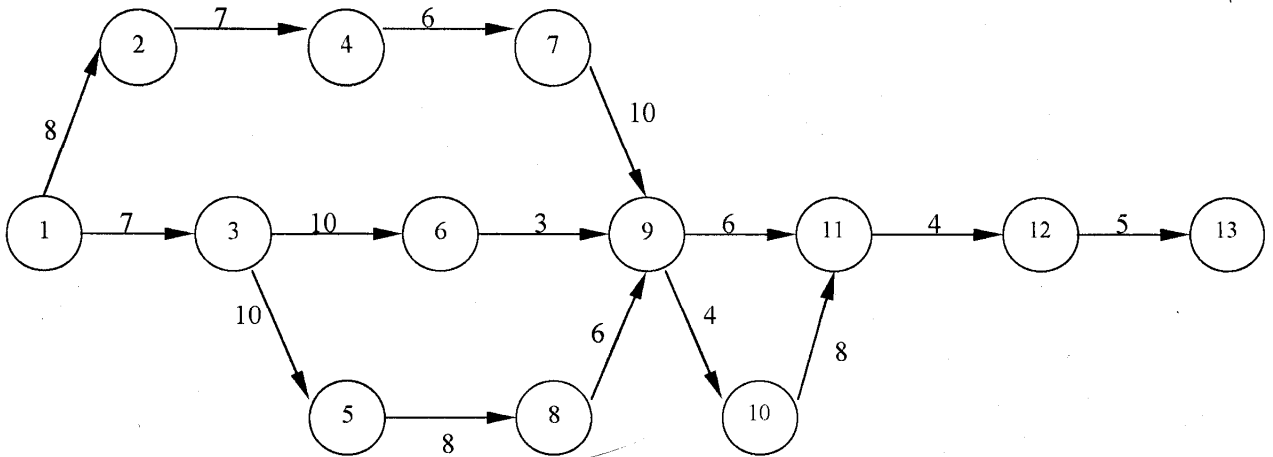


Рисунок 4.6 - Сетевой график

### Вариант №4

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.7 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

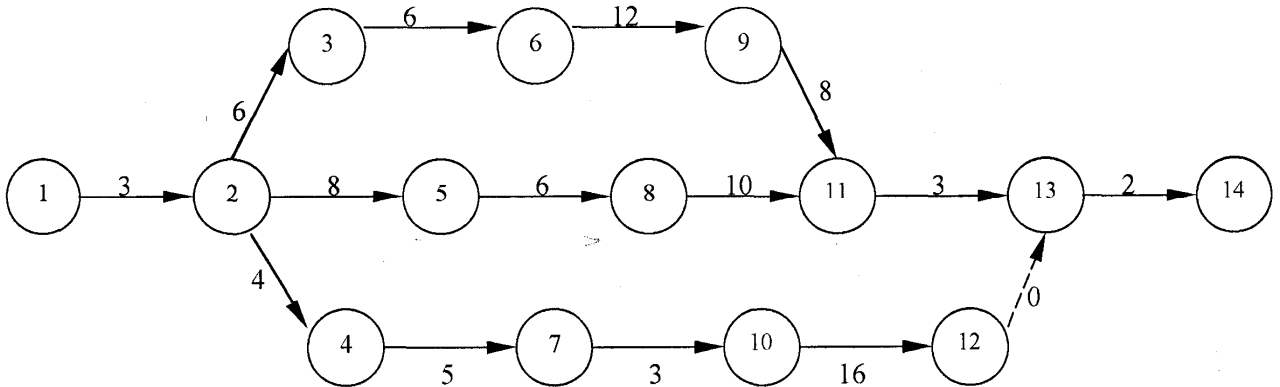


Рисунок 4.7 - Сетевой график

### Вариант №5

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.8 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

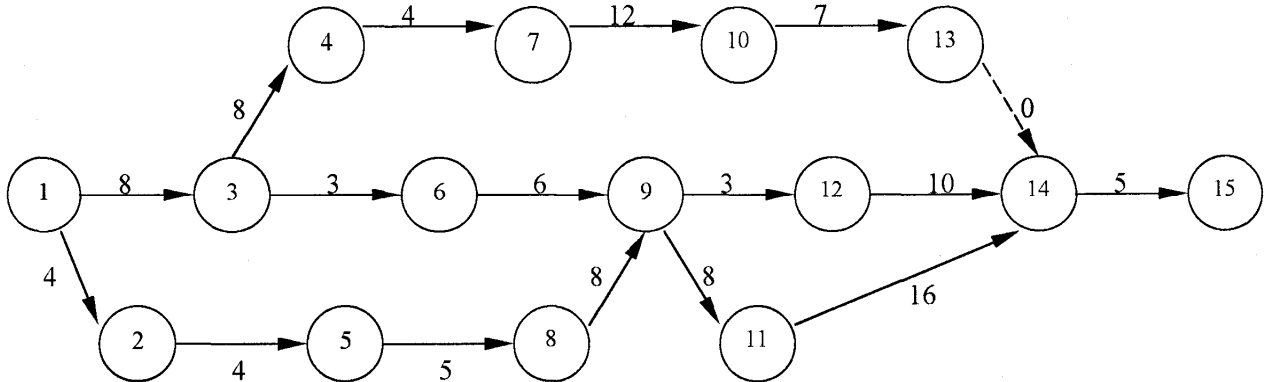


Рисунок 4.8 - Сетевой график

### Вариант №6

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.9 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

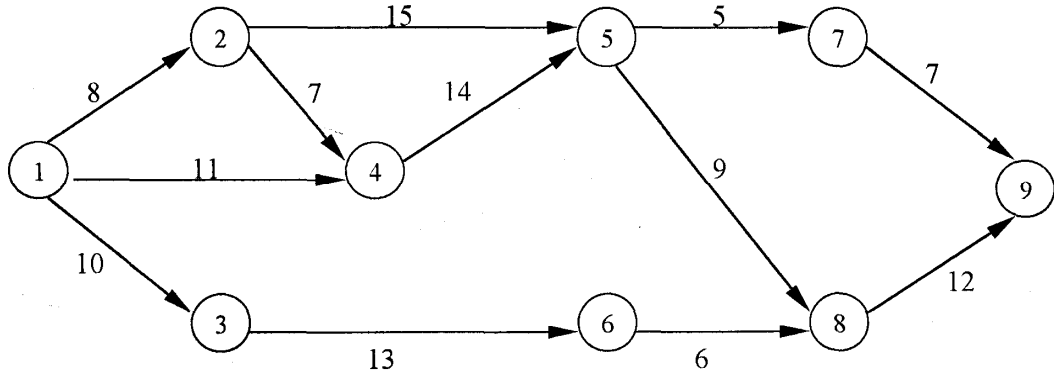


Рисунок 4.9 - Сетевой график

### Вариант №7

Для сетевого графика, представленного на рисунке 4.10 вычислить длину полных путей, время свершения событий и время выполнения работ, продолжительность которых проставлена над стрелками.

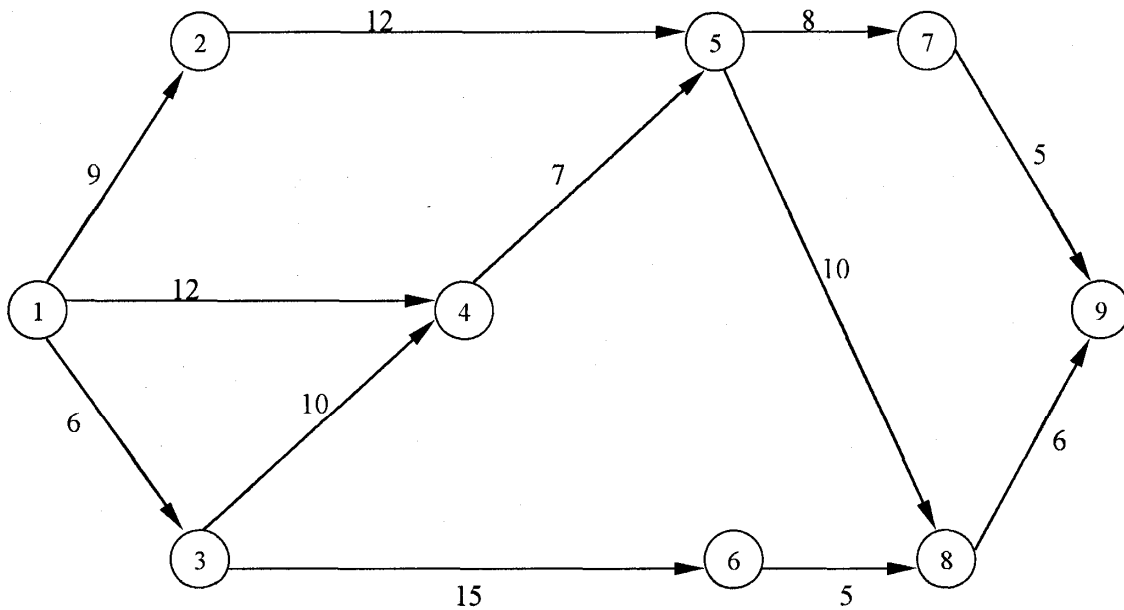


Рисунок 4.10 - Сетевой график

## Практическая работа № 5

### Характеристики функционирования систем массового обслуживания автомобилей

**Цель работы:** ознакомиться с методикой оценки характеристики функционирования систем массового обслуживания.

#### Общие положения

К системам массового обслуживания (СМО) автомобильного транспорта относятся ремонтные мастерские, станции технического обслуживания, производственно-технические комбинаты, автозаправочные станции и т.д. Процессы, протекающие в СМО, описываются теорией массового обслуживания, позволяющей решать ряд задач автомобильного транспорта:

- определить количество линий или постов ТО и ремонта автомобилей;
- определить рациональное количество оборотных агрегатов;
- рассчитать количество постов погрузки, а также многие другие задачи.

СМО подразделяются на два основных вида: системы обслуживания с отказами и системы с ожиданием обслуживания (очередью).

В системах с отказами обслуживаются только те требования, которые поступают в момент времени, когда хотя бы один из постов (участков) обслуживания свободен. Если все посты заняты, то требование (автомобиль) покидает систему необслуженным.

В СМО с ожиданием требование, поступившее в момент, когда все посты заняты, ждет освобождения поста обслуживания, т.е. встает в очередь (рисунок 5.1). При этом на длину очереди могут быть наложены ограничения, определяющие максимальную длину очереди.

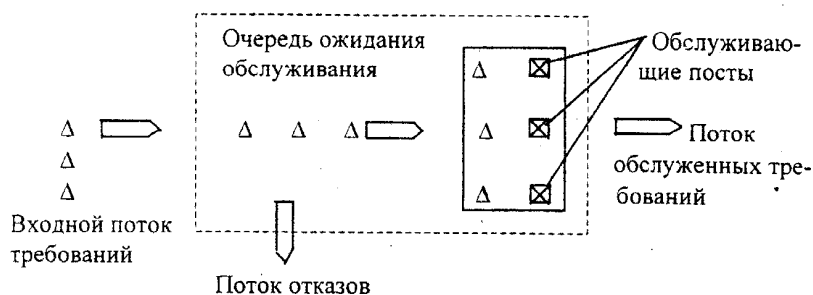


Рисунок 5.1 – Схема системы массового обслуживания

При анализе работы СМО необходимо знать ее основные исходные параметры:

- число постов обслуживания  $n$ ;

- интенсивность потока требований на обслуживание  $\lambda$ ;

- производительность каждого поста обслуживания  $\mu$  (среднее число требований (автомобилей), обслуживаемых постом в единицу времени);

- условия, накладываемые на образование очереди. Случайный характер потока требований приводит к тому, что в СМО происходит случайный процесс. Процесс функционирования СМО можно описать системой дифференциальных уравнений, а в предельном случае -

системой линейных алгебраических уравнений, решением которых определяется характеристики работы СМО.

### 1. Системы массового обслуживания с отказами

Пусть имеем  $n$ -канальную СМО с отказами, в которую поступает поток требований (автомобилей) на обслуживание с интенсивностью  $\lambda$ , интенсивность обслуживания одного канала равна  $\mu$ . Определим показатели эффективности работы такой системы:

Построим размеченный граф состояний системы (рисунок 5.2), где состояния системы пронумерованы по числу занятых каналов, т. е.

- $S_0$  - все каналы свободны;
- $S_1$  - занят один канал, остальные свободны;
- $S_2$  - заняты два канала, остальные свободны;
- .....
- $S_n$  - заняты все  $n$  каналов.

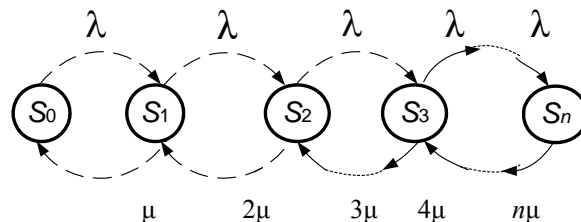


Рисунок 5.2 - Размеченный граф состояний

По стрелке слева направо систему переводит поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . По стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживаний интенсивностью  $k\mu$ , где  $k$  - число занятых каналов.

Для вычислений предельных вероятностей состояний системы ( $P_i$ ) запишем систему линейных уравнений, структура которой подчинена определенному правилу:

- в левой части каждого уравнения стоит производная вероятность рассматриваемого состояния;
- правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием;
- каждый член равен произведению интенсивности перехода, соответствующей данной стрелке, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка;
- если стрелка направлена из состояния, то соответствующий член имеет знак «минус», если в состояние - знак «плюс».

Согласно рисунку 5.2 расчетные формулы примут вид (таблица 5.1).



Таблица 5.1 – Расчетные формулы

$k$	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_0 = \mu P_1$	$P_1 = \frac{\alpha}{1!} P_0$
2	$\lambda P_1 = 2\mu P_2$	$P_2 = \frac{\alpha}{2} P_1 = \frac{\alpha^2}{2!} P_0$
3	$\lambda P_2 = 3\mu P_3$	$P_3 = \frac{\alpha}{3} P_2 = \frac{\alpha^3}{3!} P_0$
4	$\lambda P_3 = 4\mu P_4$	$P_4 = \frac{\alpha}{4} P_3 = \frac{\alpha^4}{4!} P_0$
.....	.....	.....
$k$	$\lambda P_{k-1} = k\mu P_k$	$P_k = \frac{\alpha}{k} P_{k-1} = \frac{\alpha^k}{k!} P_0$
...	.....	.....
$n$	$\lambda P_{n-1} = n\mu P_n$	$P_n = \frac{\alpha}{n} P_{n-1} = \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Рекуррентное выражение для определения вероятности состояния будет равно

$$\frac{P_k}{P_{k-1}} = \frac{\alpha}{k}, \quad (5.1)$$

где  $\alpha = \lambda/\mu$ .

Запишем нормировочное условие:

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1. \quad (5.2)$$

Решая его совместно с системой уравнений табл. 4.1, получим:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}}. \quad (5.3)$$

Остальные вероятности состояний найдём из выражений таблицы 5.1.

Зная предельные вероятности состояний  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$ , вычислим характеристики работы СМО.

Вероятностные характеристики:

- вероятность того, что все каналы заняты и отказ в обслуживании

$$P_{\text{отк}} = P_n; \quad (5.4)$$

- относительная пропускная способность

$$q = 1 - P_n. \quad (5.5)$$

Количественные характеристики:

- среднее число занятых постов

$$M_n = 0P_0 + 1P_1 + 2P_2 + \dots + nP_n = \alpha(1 - P_{\text{отк}}); \quad (5.6)$$

- среднее число каналов, свободных от обслуживания

$$N_0 = n - M_n; \quad (5.7)$$

- абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda(1 - P_n). \quad (5.8)$$

Временные характеристики:

- среднее время обслуживания

$$t_{\text{обс}} = 1/\mu. \quad (5.9)$$

Качественные характеристики:

- коэффициент занятости каналов

$$K_3 = M_n/n; \quad (5.10)$$

- коэффициент простоя каналов

$$K_{\text{пр}} = 1 - K_3. \quad (5.11)$$

## 2. Системы массового обслуживания с ожиданием

### Одноканальная СМО с ожиданием

Пусть СМО имеет один канал, на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Интенсивность обслуживания канала равна  $\mu$ . Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания. Предположим, что число мест в очереди равно  $m$ , то есть, если заявка, пришедшая в момент, когда в очереди стоит  $m$  заявок, покидает СМО необслуженной.

Будем нумеровать состояния СМО по числу заявок, находящихся в системе (как обслуживаемых, так и ожидающих обслуживания):

$S_0$  - канал свободен;

$S_1$  - канал занят, очереди нет;

$S_2$  - канал занят, одна заявка в очереди;

.....

$S_{m+1}$  - канал занят,  $m$  заявок в очереди.

Составим размеченный граф состояний системы (рисунок 5.3)

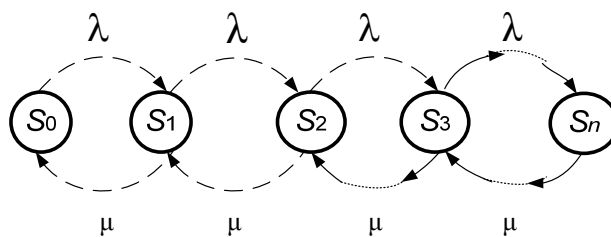


Рисунок 5.3 - Размеченный граф состояния

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для данного процесса имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda_0 P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -(\lambda + \mu)P_1(t) + \lambda P_0(t) + \mu P_2(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -(\lambda + \mu)P_2(t) + \lambda P_1(t) + \mu P_3(t); \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dP_{m+1}}{dt} &= -\mu P_{m+1}(t) + \lambda P_m(t). \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Добавим к этой системе начальные условия. Например, если при  $t = 0$  система находится в состоянии  $S_0$ , то начальные условия примут вид:

$$P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = \dots = P_{m+1}(0) = 0. \quad (5.13)$$

Проинтегрировав систему (1) при принятых начальных условиях, получим все вероятности состояния как функции времени

$$P_0(t); P_1(t); P_2(t); \dots P_{m+1}(t), \quad (5.14)$$

которые в любой момент времени  $t$  удовлетворяют условию

$$\sum_{i=0}^{m+1} P_i(t) = 1. \quad (5.15)$$

Если в системе дифференциальных уравнений (5.12) положить все производные равные нулю (при  $t \rightarrow \infty$  зависимость от времени пропадает), то она превращается в систему обычных линейных алгебраических уравнений, которая совместно с нормированным условием (5.13) дает возможность вычислить все предельные вероятности состояний.

При  $\frac{dP_i}{dt} = 0$  имеем

$$\left. \begin{aligned} \lambda P_0 &= \mu P_1, \\ \lambda P_1 + \mu P_1 &= \lambda P_0 + \mu P_2, \\ \lambda P_2 + \mu P_2 &= \lambda P_1 + \mu P_3, \\ &\dots\dots\dots \\ \mu P_{m+1} &= \lambda P_m. \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

После преобразований система (5.16) переписывается в виде цепочки уравнений

Таблица 5.2 – Расчетные формулы

1	$P_1 = \alpha P_0$
2	$P_2 = \alpha P_1 = \alpha^2 P_0$
3	$P_3 = \alpha P_2 = \alpha^3 P_0$
...	.....
$m+1$	$P_{m+1} = \alpha P_m = \alpha^{m+1} P_0$

Окончательное выражение для  $P_0$  имеет вид

$$P_0 = \frac{1}{1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{m+1}}. \quad (5.17)$$

Остальные вероятности состояний можно найти по формулам таблицы 5.2.

#### Многоканальная СМО с ожиданиями

Пусть имеем  $n$ -канальную СМО с ожиданием, на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , интенсивность обслуживания одного канала равна  $\mu$ , число мест в очереди ограничено заданным числом  $m$ . Вычислить основные характеристики СМО.

Состояния системы будем нумеровать по числу заявок, связанных с системой:

- $S_0$  - все каналы свободны;
- $S_1$  - занят только один канал;
- $S_2$  - заняты только два канала;
- $S_n$  - заняты все  $n$  каналов.

Когда СМО находится в любом из этих состояний, очереди еще нет. После того, как будут заняты все каналы обслуживания, а заявки продолжают поступать, образуется очередь. Тогда состояния системы будут:

- $S_{n+1}$  - заняты все  $n$  каналов и одна заявка в очереди;
- $S_{n+2}$  - заняты все  $n$  каналов и две заявки в очереди;
- .....
- $S_{n+m}$  - заняты все  $n$  каналов и все  $m$  мест в очереди.

Граф состояний системы представлен на рисунок 5.4.

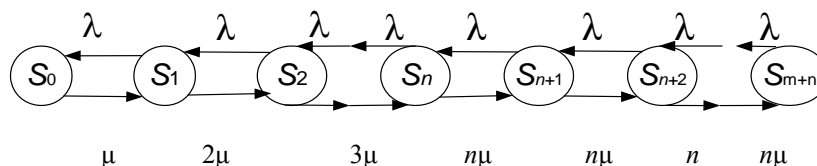


Рисунок 5.4 - Размеченный граф состояния

Действительно, переход системы в состояние с большими номерами (слева направо) вызывается только потоком заявок с интенсивностью  $\lambda$ . По стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживания, интенсивность которого равна  $\mu$ , умноженная на число занятых каналов. Действительно, полная интенсивность потока обслуживания возрастает с подключением новых каналов вплоть до такого состояния  $S_n$ , когда все  $n$  каналов скажутся занятыми. С появлением очереди интенсивность обслуживания больше не увеличивается, так как она уже достигла максимума, равного  $(n\mu)$ .

Не повторяя соответствующих рассуждений, запишем сразу в окончательном виде основные формулы, отражающие работу СМО с

ожиданием, введя для упрощения записи обозначение

$\lambda/\mu = \alpha$  - приведенная интенсивность;  $\alpha/n = \beta$  - нагрузка.

Таблица 5.3 – Расчетные формулы для определения вероятности состояний системы до возникновения очереди

$k$	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_0 = \mu P_1$	$P_1 = \frac{\alpha}{1!} P_0$
2	$\lambda P_1 = 2\mu P_2$	$P_2 = \frac{\alpha}{2} P_1 = \frac{\alpha^2}{2!} P_0$
3	$\lambda P_2 = 3\mu P_3$	$P_3 = \frac{\alpha}{3} P_2 = \frac{\alpha^3}{3!} P_0$
4	$\lambda P_3 = 4\mu P_4$	$P_4 = \frac{\alpha}{4} P_3 = \frac{\alpha^4}{4!} P_0$
...	.....	.....
$k$	$\lambda P_{k-1} = k\mu P_k$	$P_k = \frac{\alpha}{k} P_{k-1} = \frac{\alpha^k}{k!} P_0$
...	.....	.....
$n$	$\lambda P_{n-1} = n\mu P_n$	$P_n = \frac{\alpha}{n} P_{n-1} = \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Таблица 5.3 – Расчетные формулы для определения вероятности состояний системы после возникновения очереди

$k$	Цепочка уравнений	Вероятность состояния системы
1	$\lambda P_n = n\mu P_{n+1}$	$P_{n+1} = \beta P_n = \beta^1 P_n = \beta \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
2	$\lambda P_{n+1} = n\mu P_{n+2}$	$P_{n+2} = \beta P_{n+1} = \beta^2 P_n = \beta^2 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
3	$\lambda P_{n+2} = n\mu P_{n+3}$	$P_{n+3} = \beta P_{n+2} = \beta^3 P_n = \beta^3 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
4	$\lambda P_{n+3} = n\mu P_{n+4}$	$P_{n+4} = \beta P_{n+3} = \beta^4 P_n = \beta^4 \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
...	.....	.....
1	$\lambda P_{n+l-1} = n\mu P_{n+l}$	$P_{n+l} = \beta P_{n+l-1} = \beta^l P_n = \beta^l \frac{\alpha^n}{n!} P_0$
...	.....	.....
$m$	$\lambda P_{n+m-1} = n\mu P_{n+m}$	$P_{n+m} = \beta P_{n+m-1} = \beta^m P_n = \beta^m \frac{\alpha^n}{n!} P_0$

Вычислим основные характеристики СМО, для чего запишем нормировочное условие

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_{n+m} = 1 \quad (5.18)$$

и подставим в него значения вероятностей  $P_i$  выраженные через вероятность  $P_0$ , тогда вероятность того, что все каналы свободны - определяется по выражению

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^n}{n!} \sum_{l=1}^m \beta^l}. \quad (5.19)$$

Другие вероятности состояний определяются по данным табл. 4.3.

Вероятность того, что все каналы и места ожидания заняты и заявка получает отказ в обслуживании

$$P_{\text{отк}} = P_{n+m} = \beta^m \frac{\alpha^n}{n!} P_0. \quad (5.20)$$

Относительная пропускная способность

$$q = 1 - P_{\text{отк}}. \quad (5.21)$$

Среднее число каналов, занятых обслуживанием

$$M_3 = \sum_{k=1}^n kP_k + n \sum_{k=1}^m P_{n+k} = aq. \quad (5.22)$$

Среднее число каналов, свободных от обслуживания

$$N_0 = \sum_{k=0}^n (n-k)P_k = n - M_3. \quad (5.23)$$

Среднее число заявок в накопителе

$$A_H = \sum_{m=1}^m mP_{n+m}. \quad (5.24)$$

Абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda q. \quad (5.25)$$

Среднее время ожидания обслуживания заявки в очереди

$$\bar{t}_o = \frac{A_H}{\lambda}. \quad (5.26)$$

Среднее время пребывания заявки в системе

$$\bar{t}_c = \bar{t}_o + \frac{1}{\mu}. \quad (5.27)$$

Коэффициент занятости каналов

$$K_3 = M_3/n. \quad (5.28)$$

Коэффициент простоя каналов

$$K_{\text{пр}} = 1 - K_3. \quad (5.29)$$

### Пример выполнение работы

Дана система массового обслуживания, характеристики которой сведены в таблице 5.4.

Таблица 5.4 – Исходные данные к работе

Вариант	Число постов n	Число мест в очереди m	Интенсивность поступления автомобилей $\lambda$ , авт/ч.	Среднее время обслуживания автомобиля на посту $t_{\text{обс}}=1/\mu$
1	2	0	1,5	2,0

Система СМО с отказами.

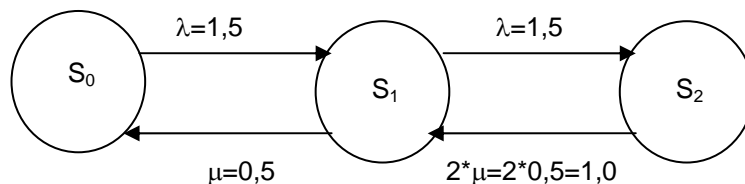


Рисунок 5.5 - Размеченный граф состояния:  $S_0$  - все посты свободны;  $S_1$  - занят один пост, остальные свободны;  $S_2$  - заняты все посты.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \frac{dP_1}{dt} = -(\lambda + \mu)P_1(t) + 2\mu P_2(t) + \lambda P_0(t), \\ \frac{dP_2}{dt} = -2\mu P_2(t) + \lambda P_1(t). \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_0}{dt} = -1,5 * P_0(t) + 0,5 * P_1(t), \\ \frac{dP_1}{dt} = -(1,5 + 0,5) * P_1(t) + 2 * 0,5 P_2(t) + 1,5 * P_0(t), \\ \frac{dP_2}{dt} = -2 * 0,5 * P_2(t) + 1,5 * P_1(t). \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} -1,5 * P_0 + 0,5 * P_1 = 0, \\ -(1,5 + 0,5) * P_1 + 1,5 * P_0 + 2 * 0,5 * P_2 = 0, \\ -2 * 0,5 * P_2 + 1,5 * P_1 = 0, \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1,0 \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda/\mu}{1!} + \frac{(\lambda/\mu)^2}{2!}} = \frac{1}{1 + \frac{1,5/0,5}{1!} + \frac{(1,5/0,5)^2}{2!}} = 0,1176$$

$$P_1 = \frac{\lambda / \mu}{1!} * P_0 = \frac{1,5/0,5}{1!} * 0,1175 = 0,3529$$

$$P_2 = \frac{(\lambda / \mu)^2}{2!} * P_0 = \frac{(1,5/0,5)^2}{2!} * 0,1175 = 0,5295$$

Проверка:  $P_0 + P_1 + P_2 = 1,0$

$0,1176 + 0,3529 + 0,5295 = 1,0$ , Верно!

- вероятность отказа в обслуживании

$$P_{\text{отк}} = P_n = 0,5295;$$

- относительная пропускная способность

$$q = 1 - P_n = 1 - 0,5295 = 0,4705;$$

- абсолютная пропускная способность

$$A = \lambda(1 - P_n) = 1,5 * (1 - 0,5295) = 0,70575;$$

- среднее число занятых постов

$$M(n) = 0P_0 + 1P_1 + 2P_2 + \dots + nP_n = 0 * 0,1176 + 1 * 0,3529 + 2 * 0,5295 = 1,4119$$

- приведенная интенсивность

$$\alpha = \lambda / \mu = 1,5 / 0,5 = 3.$$

- среднее время обслуживания автомобиля на посту  $t_{\text{обс}} = 1 / \mu = 2,0$  часа.

### Варианты исходных данных к выполнению лабораторной работы

Таблица 5.5 – Исходные данные к лабораторной работе

Номера вариантов	Число постов <i>n</i>	Число мест в очереди <i>m</i>	Интенсивность поступления автомобилей $\lambda$ , авт/ч	Среднее время обслуживания на посту $t_{\text{обс}} = 1/\mu$
1	2	1	1.5	2.0
2	2	2	2.0	2.5
3	2	3	2.5	2.0
4	2	3	3.0	2.5
5	2	2	1.5	2.0
6	3	4	2.0	2.5
7	2	4	2.5	1.0
8	3	2	3.0	1.5
9	3	2	1.5	2.0
10	3	3	2.0	2.5
11	3	1	2.5	3.0
12	3	3	2.5	1.5
13	3	2	1.5	2.0
14	3	4	2.0	2.5
15	3	4	2.5	3.0



## **Практическая работа № 6**

### **Оптимизация числа оборотных агрегатов методами теории массового обслуживания**

**Цель работы:** Произвести оптимизацию числа оборотных агрегатов методами теории массового обслуживания.

#### **Общие положения**

Рациональное управление производством и распределением оборотного фонда запасных частей, узлов и агрегатов, используемых при ремонте автомобилей, имеет важное производственное значение.

Одним из методов решения поставленной задачи может служить математический аппарат теории массового обслуживания, описывающий процессы, протекающие в СМО.

В системах массового обслуживания поток требований является случайным. Случайно и время обслуживания. Работа СМО протекает нерегулярно; то образуется очередь на обслуживание, то происходит простой постов (аппаратов) обслуживания. Задача теории массового обслуживания - установить оптимальную (с минимальными простоями) зависимость между характером потока требований, числом постов и их производительностью (временем обслуживания), правилами работы системы обслуживания.

Наиболее часто в качестве критериев - показателей эффективности работы систем массового обслуживания - используются показатели среднего времени ожидания требования начала обслуживания; среднего размера очереди на обслуживание; вероятности того, что в системе обслуживания будет находиться определенное количество требований; среднее число аппаратов, занятых или свободных от обслуживания, и ряд других. Однако наиболее целесообразно использовать экономические показатели оценки эффективности функционирования систем массового обслуживания, которые дают обобщенную характеристику производственного процесса. В этом случае в качестве критерия эффективности функционирования СМО обычно выбираются общие денежные затраты, связанные и простоями автомобилей в ожидании обслуживания, и затраты на создание и эксплуатацию постов (аппаратов).

**Пример.** В автотранспортном предприятии, имеющем одномарочный подвижной состав, применяется агрегатный метод ремонта. Ремонт осуществляется путем замены неисправного агрегата на годный, взятый со склада. При отсутствии на складе агрегатов автомобиль ожидает ремонта.

В данном примере входящий поток требований образуют автомобили с неисправными агрегатами. Обслуживающими аппаратами являются оборотные агрегаты. Дисциплина замены агрегатов - в порядке поступления требований, а процесс замены их можно рассматривать как СМО с ожиданием.

Задачу оптимизации оборотного фонда агрегатов автотранспортного предприятия сведем к отысканию минимума целевой функции

$$z = C_{\text{ож}} A_{\text{н}} + C_N A_{\text{с}}, \quad (6.1)$$

где  $C_{\text{ож}}$  - издержки в рублях, вызываемые простоем одного автомобиля в ожидании поступления отремонтированного агрегата в течение суток;

$A_{\text{н}}$  - среднее число неисправных автомобилей, ожидающих поступления отремонтированных агрегатов (среднее число автомобилей в накопителе);

$C_N$  - издержки, вызываемые неиспользованием одного отремонтированного агрегата в течение суток;

$A_{\text{с}}$  - среднее число неиспользованных агрегатов (пролежавших на складе).

$C_{\text{ож}}$  и  $C_N$  определяются путем калькуляции.  $A_{\text{н}}$  и  $A_{\text{с}}$  определяются методами теории массового обслуживания для конкретных условий производственной деятельности АТП и зависят от числа оборотных агрегатов  $N$ .

Если автомобили поступают на ремонт (замену агрегата) с интенсивностью  $\lambda$ , а среднее время возврата агрегата на склад составляет  $T_{\text{об}} = 1/\mu$ ,

то для разомкнутой системы массового обслуживания с ожиданием имеем следующие расчетные формулы.

Для упрощения формул используются выражения  $a = \lambda/\mu$ .

Загрузка  $\beta = a/n$ .

Вероятность того, что все обслуживающие аппараты (агрегаты) свободны

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^N}{N!(1-\beta)}}. \quad (6.2)$$

Вероятность того, что все обслуживающие аппараты (агрегаты) заняты

$$P_{\text{н}} = \frac{P_0 a^N}{N!(1-\beta)}. \quad (6.3)$$

Среднее число требований (автомобилей) в накопителе

$$A_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}} \beta}{(1-\beta)^2}. \quad (6.4)$$

Среднее число свободных обслуживающих аппаратов (агрегатов)

$$A_{\text{с}} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{N-k}{k!} a^k = N - a. \quad (6.5)$$

Первоначальное расчетное число оборотных агрегатов определяется по

условию  $a \leq N_{\min}$ .

Изменением числа оборотных агрегатов от  $N_{\min}$  до  $N$  определим оптимальное число оборотных агрегатов из условия целевой функции  $z = C_{ож}A_H + C_N A_c \rightarrow \min$ .

### Пример выполнение работы

Исходные данные:

- интенсивность замены агрегата  $\lambda=1,0$  агр/сут;
- время возврата агрегата на склад  $T_{об}=3,0$  сут;
- издержки  $C_{ож}=25,0$  у.е.;
- издержки  $C_N=3,0$  у.е.

$$T_{об}=1/\mu, \mu=1/T_{об}=1/3.$$

Минимальное число агрегатов:  $N_{\min}=\lambda/\mu=1/(1/3)=3,0$  агрегата.

Используя следующие формулы, получим

$$P_0 = \frac{1}{S_k + \frac{\mu}{(N-1)!(N\mu - \lambda)} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}; S_k = \sum_{K=0}^{N-1} \frac{1}{K!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K; B_k = \sum_{K=0}^{N-1} \frac{N-K}{K!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K;$$

$$P_H = \frac{\mu P_0}{(N-1)!(N\mu - \lambda)} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^N; A_H = \frac{P_H \lambda}{N\mu(1 - \lambda/N\mu)^2}; A_c = B_k \cdot P_0.$$

Результаты расчета сведем в таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Результаты оптимизации числа оборотных агрегатов

$N$	$S_k$	$B_k$	$P_0$	$P_H$	$A_H$	$A_c$	$Z$
4	13,0	26,5	0,0377	0,5094	6,1128	0,99905	155,81
5	16,375	42,875	0,0466	0,2361	0,8853	1,9979	28,126
6	18,4	61,275	0,04895	0,09914	0,19828	2,99994	13,955
7	19,4125	80,6875	0,04957	0,0376	0,04935	3,999	<b>13,232*</b>
8	19,8464	100,5339	0,04973	0,01294	0,018624	4,999	15,464

Примечание:\* - минимальное значение целевой функции.

Строим график (см. рисунок 6.1).

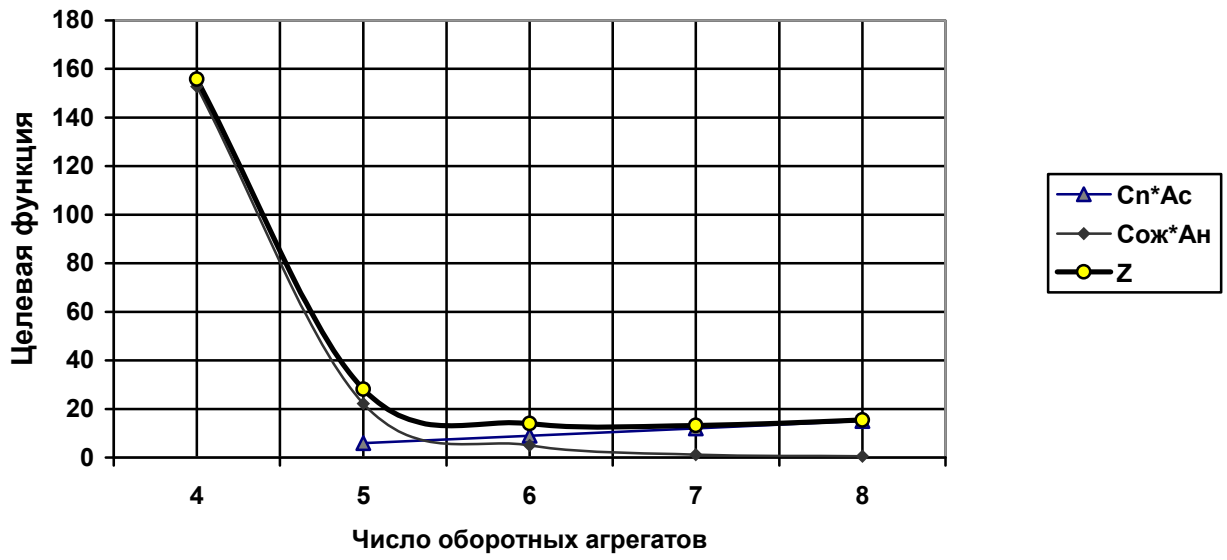


Рисунок 6.1 – График затрат в системе массового обслуживания

## Варианты исходных данных к выполнению лабораторной работы

Таблица 6.2 – Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	Интенсивность замены агрегата $\lambda$ , агр./сут.	Время возврата агрегата на склад $T_{об}$ , сут.	Издержки предприятия, вызванные простоем автомобиля в ожидании агрегата за сутки $C_{ож}$ , у.е.	Издержки предприятия, вызванные неиспользованием агрегата за сутки $C_N$ , у.е.
1	1,0	3,00	25	3,0
2	1,25	2,50	27	2,5
3	1,5	2,00	30	2,0
4	1,25	1,50	32	1,5
5	2,0	1,00	35	1,0
6	2,25	1,50	37	1,5
7	2,5	2,00	40	2,0
8	2,75	2,50	42	2,5
9	3,0	2,00	45	3,0
10	2,25	1,50	47	2,5
11	2,5	2,00	50	2,0
12	2,75	1,00	52	1,5
13	2,0	1,75	55	1,0
14	1,5	2,00	57	1,5
15	1,25	2,25	60	2,0

## Варианты заданий для выполнения лабораторных работ

Таблица 6.3 - Варианты заданий для выполнения лабораторных работ

Номер студента по списку в академическом журнале	Лаб./раб. №1	Лаб./раб. №2	Лаб./раб. №3	Лаб./раб. №4	Лаб./раб. №5	Лаб./раб. №6
1	1	7	5	2	15	1
2	2	6	6	1	14	2
3	3	5	7	2	13	3
4	4	4	1	3	12	4
5	5	3	2	4	11	5
6	6	2	3	5	10	6
7	7	1	4	6	9	7
8	8	2	5	7	8	8
9	9	3	6	6	7	9
10	10	4	7	5	6	10
11	11	5	1	4	5	12
12	12	6	2	3	4	13
13	13	7	3	2	3	14
14	14	6	4	1	2	15
15	15	5	5	2	1	5
16	1	4	6	3	2	6
17	2	3	7	4	3	7
18	3	2	1	5	4	8
19	4	1	2	6	5	9
20	5	2	3	7	6	1
21	6	3	4	6	7	11
22	7	4	5	5	8	12
23	8	5	6	4	9	13
24	9	6	7	3	10	14
25	10	7	1	2	11	15

## Библиографический список

1. Акулин, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. /И.Л. Акулин. - М.: Высш. шк., 1993 – 336 с.
2. Бедняк, М.Н. Моделирование процессов технического обслуживания и ремонта автомобилей./ М.Н. Бедняк. - Киев: Выща шк., 1983. – 130 с.
3. Боровиков, В.П. и др. Прогнозирование в системе STATISTIKA в среде WINDOWS: Учебное пособие. / В.П. Боровиков. - Финансы и статистика, 2000. – 384 с.
4. Вентцель, Е.С. Исследование операций./ Е.С. Вентцель. - М.: Наука, 1980. – 208 с.
5. Вентцель, Е.С. и др. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. / Е.С. Вентцель. - М.: Наука, 1991. – 384 с.
6. Завадский, Ю.В. Моделирование случайных процессов. /Ю.В. Завадский. - М.: МАДИ, 1974. – 100 с.
7. Колемаев, В.А. и др. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для экон. спец. вузов. / В.А. Колемаев. - М.: Высш. шк., 1991 – 400 с.
8. Колихман И.Л. и др. Динамическое программирование в примерах и задачах. М.: Высш. шк., 1979. – 125 с.
9. Коновалов, С.И. и др. Моделирование производственных процессов автомобильного транспорта: Учебн. пособие. / С.И. Коновалов. - Владим. гос. ун-т; Владимир, 2005. 244 с.
10. Максимов, С.А. Математическое моделирование. Прикладные задачи: Учеб. пособие. /С.А. Максимов. - Владимир, 1997. – 192 с.
11. Положение о техническом обслуживании и ремонте подвижного состава автомобильного транспорта. М.: Транспорт, 1986. – 72 с.