Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Владимирский государственный университет

имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

Кафедра «Автотранспортная и техносферная безопасность»

Методические указания к лекционным занятиям

по дисциплине **«Надежность автомобильных дорог»** для студентов ВлГУ,

обучающихся по направлению 230301 «Технология транспортных

процессов» профиль «Организация и безопасность движения»

Составитель:

И.В. Денисов

Владимир – 2015 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Термины и определения

Каждое техническое устройство, в том числе и автомобиль, характеризуется определенными выходными параметрами, т.е. величинами, определяющими показатели качества. Эти параметры могут характеризовать самые разнообразные свойства машины в зависимости от её назначения и тех требований, которые к ней предъявляются. Применительно к автомобилям основными свойствами являются: грузоподъёмность, вместимость, маневренность, безопасность, динамичность, производительность, экологичность и другие свойства, закладываемые при проектировании и производстве автомобиля.

Под качеством автомобиля *понимается* совокупность свойств, определяющих степень его пригодности к выполнению заданных функций при использовании по назначению.

Каждое из этих свойств оценивается одним или несколькими *параметрами*, которые в процессе эксплуатации принимают различные количественные значения, именуемые *показателями*. Таким образом, при анализе и оценке качества последовательно рассматривается следующая цепочка (рис. 1.2):

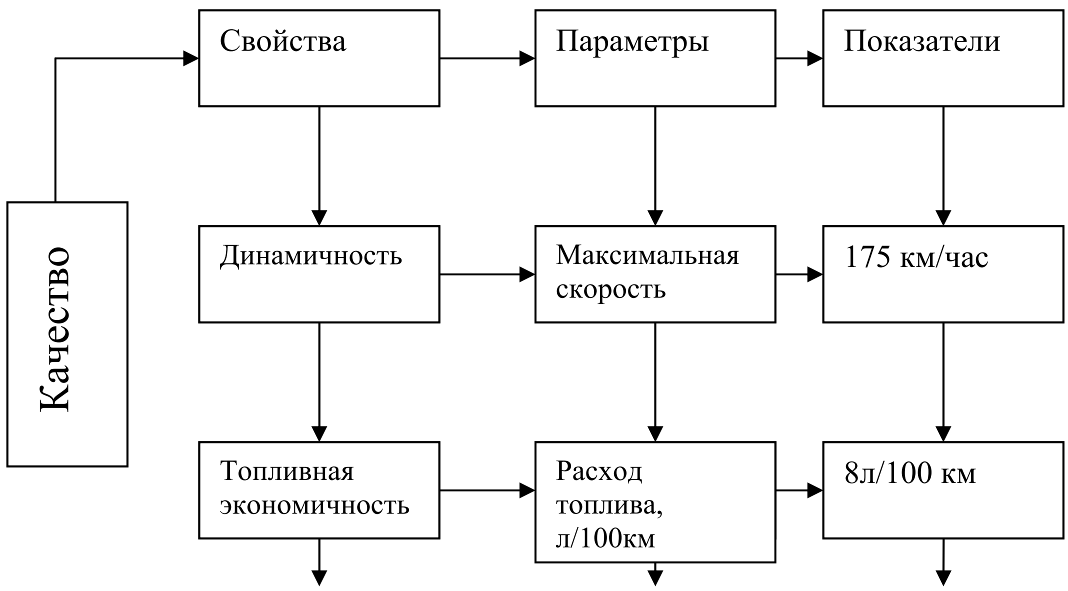


Рис.1.2. Структура понятия качества

Важнейшим свойством любого изделия, позволяющим количественно оценить изменение показателей качества во времени, является надёжность.

Надёжность - это свойство любого изделия, в том числе и автомобиля, сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования (ГОСТ 27.002-89).

Эксплуатационные показатели автомобиля по мере увеличения наработки изменяется от начальных до предельных значений, соответственно изменяется и его техническое состояние. При этом следует различать следующие пять основных видов технического состояния автомобиля:

- исправное;
- работоспособное;
- неисправное;
- неработоспособное;
- предельное.

Переход автомобиля из одного состояния в другое (т.е. нижестоящее) происходит вследствие повреждений или отказов.

Исправное состояние – это нормальное и естественное состояние автомобиля, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической документации (НТД). Исправное состояние является наиболее продолжительным в жизненном цикле автомобиля и нормальным с позиции эксплуатации. Поддержание исправного состояния безусловно требует определённых эксплуатационных затрат на выполнение предусмотренных работ по ТО и ремонту, включая контроль и диагностику.

Состояние автомобиля, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований НТД, называется *неисправным состоянием (неисправностью)*. Переход автомобиля из исправного состояния в неисправное происходит вследствие повреждения, но при этом сохраняется его работоспособность.

Работоспособный автомобиль в отличии от исправного должен удовлетворять лишь тем требованиям НТД, выполнение которых обеспечивает нормальное использование объекта по назначению.

Понятие “исправность” шире, чем понятие “работоспособность”. Исправный объект, как правило, работоспособен. Работоспособный объект может быть и “неисправным”, когда возможные повреждения не влияют на его функционирование (например, помято крыло, отслоилась краска, увеличились зазоры и т.п.).

Предельным называется состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно. Невозможность дальнейшего применения объекта может являться следствием неустранимого нарушения требований безопасности, неустранимого ухода заданных параметров (параметра) за установленные пределы, неустранимого снижения эффективности эксплуатации, необходимостью капитального ремонта.

Совокупность фактических состояний изделий составляет так называемый *жизненный цикл*, протекающий во времени (или по наработке) и имеющий вполне определённые закономерности, изучаемые в теории надёжности.

Центральным понятием в теории надёжности является ***отказ***, под которым понимается полная или частичная потеря объектом (автомобилем, агрегатом, узлом, системой) работоспособности. Для предупреждения отказов, необходимо знать причины их возникновения и проявления, а также влияние на работоспособность автомобиля. В зависимости от этих факторов рекомендуется следующая классификация основных отказов автомобилей.

По источнику и причинам возникновения отказы подразделяются на конструктивные, производственные и эксплуатационные.

Конструктивные отказы возникают по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования. Главным образом они обусловлены недостатками конструкции автомобиля. Например, неудачно выполнена конструктивная схема, не учтены условия эксплуатации, детали плохо защищены от попадания абразивов и влаги.

Производственные отказы возникают из-за несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Эксплуатационные отказы связаны с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации.

По характеру изменения параметра технического состояния отказы подразделяются на постепенные и внезапные.

Постепенными называют отказы, которые возникают в результате протекания того или иного процесса старения, ухудшающего начальные параметры элементов автомобиля. Основным признаком постепенного отказа является то, что вероятность его возникновения $P(t)$ в течение заданного пробега от t_1 до t_2 зависит от длительности предыдущей работы (рис. 1.3, а).

Чем больше наработка автомобиля, тем выше вероятность возникновения отказа, т.е.

$$P(t_2 + \Delta t) > P(t_1 + \Delta t) \text{ при } t_2 > t_1.$$

Это связано с тем, что в процессе эксплуатации по мере выработки заложенной долговечности происходит накопление необратимых изменений объекта, обусловленных износом и старением материалов, накоплением усталостных повреждений, а также коррозионными, эрозионными и другими воздействиями. К этому виду отказов относится большинство отказов автомобиля.

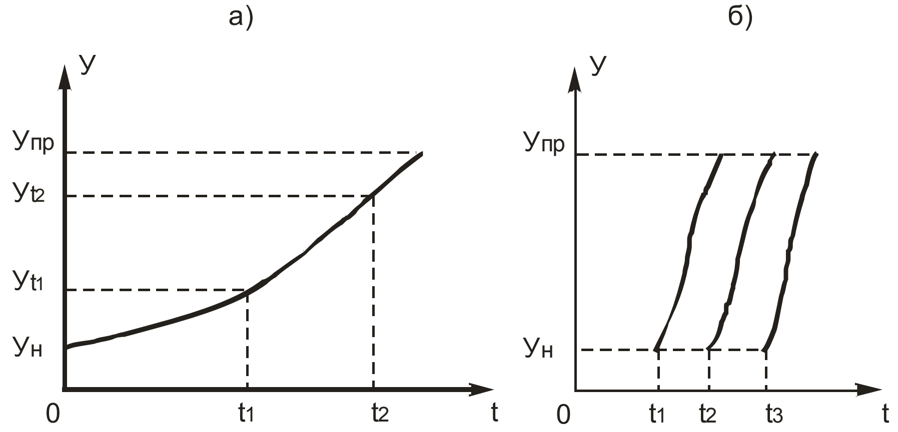


Рис.1.3. Изменение параметра технического состояния У по наработке t при постепенных (а) и внезапных (б) отказах. $У_н$; $У_{пр}$ – начальное и предельное значения параметров

Внезапные отказы возникают в результате сочетания неблагоприятных факторов и случайных внешних воздействий, превышающих возможности элемента автомобиля к их восприятию.

Такой отказ возникает через некоторую наработку $t_в$ (рис.1.3, б), которая является случайной величиной и вероятность его возникновения $P(t)$ в течение заданного периода от t_1 до t_2 не зависит от длительности предыдущей эксплуатации, т.е. $P(t_1 + \Delta t) \approx P(t_2 + \Delta t)$.

Примерами таких отказов могут служить тепловые трещины, возникающие в деталях вследствие прекращения подачи смазки, деформаций и поломок деталей, попавших в такие условия работы, когда каждый параметр принимает экстремальное значение (наибольшая нагрузка, минимальная твёрдость, повышенная температура и т.д). Выход из строя при этом происходит, как правило, внезапно, без предшествующих симптомов.

По своим последствиям отказы подразделяются на отказы функционирования и параметрические.

Отказы функционирования приводят к тому, что автомобиль или какой либо его агрегат, узел не может выполнять свои функции. Например, в результате отказа системы питания или зажигания двигатель не заводится, насос не подаёт масло и т.д.

Параметрический отказ приводит к выходу параметров (характеристик изделия) за допустимые пределы. Такие отказы, например, как снижение мощности, топливной экономичности, увеличение зазоров в сопряжениях, не ограничивают дальнейшую эксплуатацию автомобиля, однако выполняемые им функции не удовлетворяют требованиям экономичности, точности и эффективности.

По месту возникновения отказы подразделяются на линейные и выявленные в нерабочее время автомобиля.

Линейные отказы возникают в режиме рабочего времени и нарушают транспортный процесс.

Отказы, выявленные в нерабочее время, обнаруживаются, как правило, при техническом обслуживании и диагностировании автомобиля и своевременно устраняются, не нарушая транспортный процесс.

Надёжность является сложным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения состоит из сочетаний более простых свойств: безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохранности.

Безотказность - это свойство автомобиля непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки. Следовательно, безотказность определяет непрерывную работу автомобиля без каких-либо вмешательств для поддержания работоспособности (т.е. технических обслуживаний и ремонтов).

Долговечность - это свойство автомобиля сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Таким образом, долговечность автомобиля анализирует его работу за весь период эксплуатации и учитывает, что длительная работа невозможна без ремонтных и профилактических мероприятий.

Ремонтопригодность - это свойство автомобиля, определяющее его приспособленность к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путём проведения технического обслуживания и ремонта.

Это свойство, с одной стороны, характеризует качество конструкторских решений по предупреждению и обнаружению возможных отказов и, с другой, какой ценой по трудозатратам обеспечивается требуемый уровень надёжности изделия. В технической эксплуатации автомобилей под ремонтопригодностью (в узком значении) понимают просто приспособленность изделий к ремонту.

Сохраняемость - это свойство объекта сохранять работоспособное состояние в течении и после срока хранения и (или) транспортирования. Сохраняемостью определяются целесообразные сроки хранения и консервации автомобилей, а также допустимые расстояния транспортирования, после которых они остаются пригодными для дальнейшей эксплуатации без ремонта. Это свойство зависит от качества изготовления, интенсивности протекания в элементах автомобиля процессов старения, а также таких внешних факторов, как температура и влажность воздуха, агрессивность окружающей среды и др.

2 Количественные показатели надёжности

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 для оценки надёжности применяются количественные показатели её отдельных свойств (безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости), а также комплексные показатели, характеризующие готовность и эффективность использования изделий. Показатели надёжности количественно характеризуют, в какой степени конкретному изделию присущи определённые свойства, обуславливающие его надёжность. Они могут иметь размерность (например, наработка на отказ в тыс.км) или не иметь её (например, вероятность безотказной работы).

2.1 Показатели безотказности

Для количественной оценки безопасности используют следующие показатели:

- вероятность безотказной работы;

- среднюю наработку на отказ для восстанавливаемых и среднюю наработку до отказа для невосстанавливаемых изделий;

- параметр потока отказов для восстанавливаемых и интенсивность отказов для невосстанавливаемых изделий.

Вероятность безотказной работы - это вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ изделия не возникнет. Этот показатель применяется как для восстанавливаемых, так и для невосстанавливаемых изделий. При назначении или определении этого показателя указывается наработка, в течение которой его значение должно быть в пределах заданной величины.

Значение вероятности безотказной работы $P(t)$, как и всякой вероятности, находится в пределах:

$$0 \leq P(t) \leq 1.$$

Физический смысл $P(t)$ заключается в следующем. Если, например, $P(t)$ какого-либо изделия (автомобиля, отдельного агрегата, системы) на пробеге 0 - 50 тыс.км. равна 0,95, это означает, что из большого их количества в среднем около 5% потеряют свою работоспособность на этом пробеге. Остальные же 95% не будут иметь ни одного отказа.

Показатель $P(t)$ может быть использован и для оценки безотказности одного изделия. В этом случае он определяет шансы изделия проработать без отказов заданный пробег.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность отказа $F(t)$ образуют полную группу событий:

$$P(t) + F(t)=1. \qquad (1.1)$$

С увеличением пробега автомобиля вероятность его безотказной работы уменьшается и, соответственно, увеличивается вероятность отказа (рис. 1.4)

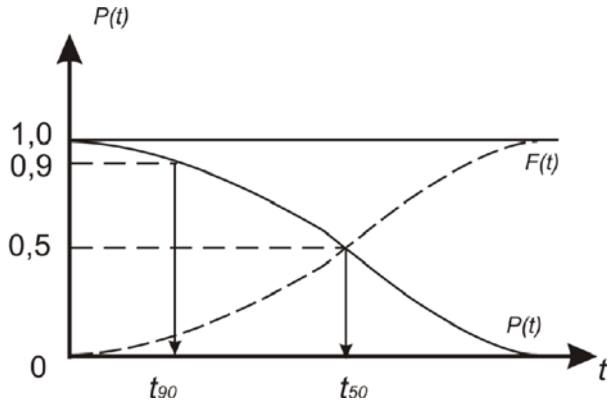


Рис. 1.4 Изменение вероятностей безотказной работы $P(t)$ и отказа $F(t)$ по наработке t

Функция $P(t)$ позволяет применительно к отдельно взятому элементу конструкции предвидеть и количественно оценить возможность отказа на том или ином пробеге. Она определяется из выражения:

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad , \tag{1.2}$$

где $f(t)$ - плотность вероятности распределения наработки до отказа.

Статистическая оценка вероятности безотказной работы $P(t)$ по результатам испытаний определяется отношением числа исправных изделий к общему числу находящихся под наблюдением изделий на протяжении наработки t:

$$\overline{P}(t) = \frac{N - \sum_{j=1}^{r} m_j}{N} \quad , \tag{1.3}$$

где N - число работоспособных изделий на начало наблюдений; m_j - число изделий, отказавших в j-м интервале наработки; $r = t/\Delta t$ - число интервалов наработки.

Наработка на отказ - это среднее значение наработки восстанавливаемого изделия между отказами. Статистически этот показатель определяется отношением суммарной наработки изделия к числу отказов в течение этой наработки:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \frac{T}{n} \ , \tag{1.4}$$

где t_1, t_2, …, t_n - наработки изделия между отказами; T - суммарная наработка изделия за время испытаний; n - число отказов на этой наработке.

Если наработка от начала эксплуатации до t разбита на r интервалов Δt и число отказов внутри каждого интервала равно m_j, то

$$\bar{t} = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 + ... + m_r t_r}{m_1 + m_2 + ... + m_r} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{r} m_j t_j \, , \qquad (1.5)$$

где $n = m_1+m_2+…+m_r$; t_1, t_2,…, t_r - средняя наработка изделия в каждом интервале.

Средняя наработка до отказа – это среднее значение наработки невосстанавливаемых изделий до первого отказа. Статистически этот показатель определяется отношением суммы наработок испытуемых объектов до первого отказа к их количеству. Если довести испытания до момента, когда все испытуемые изделия отказали, то средняя наработка до отказа определяется по формуле:

$$\bar{t}_{cp} = \frac{t_1 + t_2 + ... + t_n}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} t_j \quad , \qquad (1.6)$$

где t_1, t_2, …,t_N - наработки изделий до первого отказа.

Интенсивность отказов - условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого изделия, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Определение этого показателя базируется на понятии *плотности вероятности отказа* в момент времени t, под которой понимается предел отношения вероятности отказа в интервале времени от t до $t + \Delta t$ к величине этого интервала Δt при $\Delta t \rightarrow 0$. Физический смысл плотности вероятности отказа - это вероятность отказа в достаточно малую единицу времени:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} \quad . \qquad (1.7)$$

Из определения интенсивности отказов $\lambda(t)$ следует, что:

$$P(t)\lambda(t)\Delta t = f(t)\Delta t \quad , \qquad (1.8)$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы за время t; $f(t)$ – плотность распределения наработки до отказа.

Из этого соотношения интенсивность отказов определяется выражением:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad . \qquad (1.9)$$

Статистическая оценка этого показателя находится по формуле:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t)\Delta t} \quad , \qquad (1.10)$$

где $N(t)$, $N(t + \Delta t)$ - количество работоспособных изделий при наработках t и $t + \Delta t$; Δt - интервал наработки.

Из выражения (1.10) следует, что интенсивность отказов $\lambda(t)$ представляет собой количество отказов, приходящихся на одно работоспособное изделие $N(t)$ за единицу наработки Δt.

Параметр потока отказов представляет собой отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую его наработку к значению этой наработки:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\{m(t+\Delta t) - m(t)\}}{\Delta t} , \qquad (1.11)$$

где Δt - малый отрезок наработки; $m(t)$ - число отказов, наступивших от начального момента времени до достижения наработки t; разность $m(t + \Delta t)$ - $m(t)$ представляет собой число отказов на отрезке Δt.

Статистическую оценку для параметра потока отказов $\overline{\omega}(t)$ определяют по формуле:

$$\overline{\omega} = \frac{m(t_2) - m(t_1)}{t_2 - t_1} , \qquad (1.12)$$

По сравнению с формулой (1.11) здесь рассматривается число отказов за конечный отрезок времени (t_1, t_2), причем $t_1 \le t \le t_2$.

Изменение параметра потока отказов $\omega(t)$ протекает, в основном, в соответствии с рис. 1.5. На участке I происходит нарастание потока отказов, которое связано с выходом из строя деталей и узлов, имеющих дефекты изготовления и сборки (участок приработки). На участке II потоки отказов можно считать постоянными, это участок нормальной эксплуатации машины, на котором происходят, главным образом, внезапные отказы.

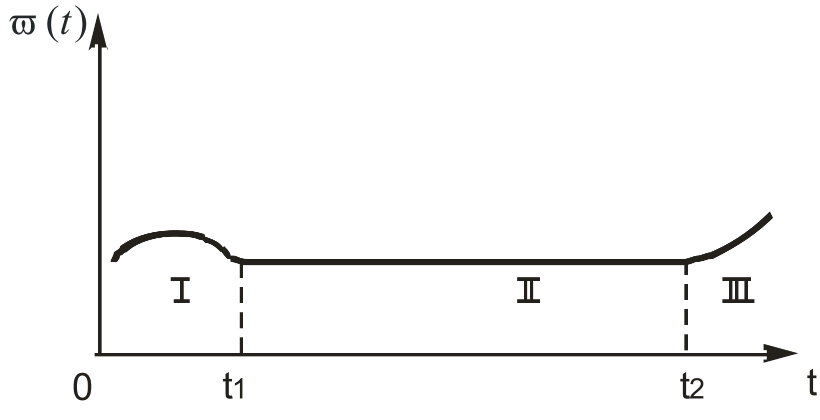


Рис. 1.5. Изменение потока отказов ω по наработке t

На участке III параметр потока отказов $\omega(t)$ резко возрастает вследствие износа большинства узлов и деталей машины, в т. ч. базовых. В этот период машины обычно направляются или в капитальный ремонт, или на списание.

Наиболее продолжительным периодом работы машины является участок II, на котором параметр потока отказов остается почти на одном уровне при постоянстве условий эксплуатации, т. е. $\omega(t)$=Const. Поэтому среднее число отказов на этом участке может быть определено по формуле:

$$m_{ср}(t) = \omega(t)t \quad \text{или} \quad \omega(t) = \frac{m_{ср}(t)}{t} \ . \qquad (1.13)$$

Наработка на отказ $\bar{t}$ за любой период работы Δt на II участке равна:

$$\bar{t} = \frac{1}{\omega(t)} = const \qquad (1.14)$$

2.2 Показатели долговечности

Для оценки долговечности машин используются следующие показатели:

-средний ресурс;

-средний срок службы;

-гамма-процентный ресурс.

Под ресурсом понимается наработка изделия от начала эксплуатации (или ее возобновления после капитального ремонта) до предельного состояния, оговоренного технической документацией.

Применительно к автомобильной технике различают средний ресурс до списания, средний ресурс до капитального ремонта и средний ресурс между капитальными ремонтами.

Срок службы - это календарная продолжительность эксплуатации изделия от ее начала (или возобновление после КР) до наступления предельного состояния.

Таким образом, понятие «ресурс» применяется при характеристике долговечности по наработке изделия, а «срок службы» - по календарному времени. Как ресурс, так и срок службы изделий зависят от большого числа факторов, обусловленных погрешностями их производства и условиями эксплуатации. В связи с этим и ресурс, и срок службы являются случайными величинами.

Средний ресурс определяется по формуле:

$$\overline{T}_{ср} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_i \quad , \qquad (1.15)$$

где N - число изделий, находящихся под наблюдением; T_i - наработка i-го изделия до КР или списания.

Гамма-процентный ресурс - это наработка, в течение которой изделие не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах. γ-процентный ресурс легко определяется по графику вероятности безотказной работы $P(t)$ (рис. 1.6, а).

Для этого через точку $P(t) = \gamma$ на оси ординат следует провести горизонталь до пересечения с кривой. Абсцисса точки пересечения и будет γ-процентным ресурсом. Например, для $\gamma = 90$ % соответствует наработка $t_\gamma = 90$ %, которая и является γ-процентным ресурсом для этого изделия.

Для партии изделий γ-процентный ресурс представляет собой наработку, которую имеют или превышают обусловленный процент изделий γ (рис. 1.6, б). Вертикальная линия с абсциссой, равной γ-процентному ресурсу, рассекает площадь под кривой $f(t)$ на две области: справа находится область, площадь которой равна вероятности работы без нарушения работоспособного состояния, а слева - область, площадь которой равна вероятности работы с возможными отказами.

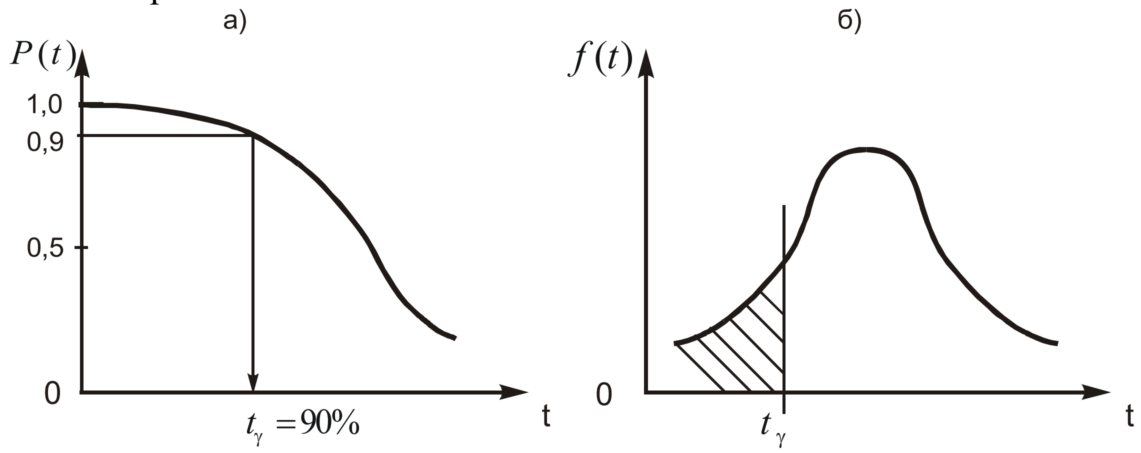


Рис. 1.6. Схема определения γ – процентного ресурса

При известной функции распределения ресурса γ-процентный ресурс находится из выражения:

$$1 - F(t_\gamma) = 1 - \int_0^{t_\gamma} f(t)dt = \frac{\gamma}{100} \quad . \qquad (1.16)$$

2.3 Показатели ремонтопригодности

Для оценки ремонтопригодности изделий служат следующие основные показатели:

-вероятность восстановления отказа в заданное время;

-среднее время восстановления отказа;

-средняя трудоемкость восстановления.

Вероятность восстановления в заданное время - это вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния не превысит заданное значение.

Среднее время восстановления это математическое ожидание времени восстановления работоспособности изделия после отказа. Это, по-существу, среднее время простоя, вызванное отказом. При этом следует учитывать не только чистое время ремонта, но и время, затрачиваемое на поиск причин отказа.

Если на поиск причин отказов и их устранение затрачено время t_1, t_2,…, t_m, то среднее время восстановления определяется по формуле:

$$\bar{t}_в = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} t_i \quad , \tag{1.17}$$

где t_i - время восстановления i-го отказа; m - число отказов изделия за определенную наработку.

Средняя трудоемкость восстановления представляет собой математическое ожидание трудоемкости восстановления объекта после отказа.

Статистическая оценка средней трудоемкости восстановления отказа вычисляется по формуле, аналогичной формуле (1.17), только вместо времени восстановления подставляется трудоемкость в чел.-ч.

Дополнительными показателями для комплексной оценки ремонтопригодности автомобилей используются: удельная продолжительность, удельная трудоемкость и удельная стоимость ТО и ремонтов.

Удельная продолжительность ТО и ремонтов - это математическое ожидание суммарной продолжительности технических обслуживаний и ремонтов, отнесенное к единице наработки.

В течение заданной наработки машины, например до капитального ремонта, для поддержания ее работоспособности многократно выполняются различные виды профилактических и ремонтных работ. Для определения этого показателя необходимо установить методом хронометража суммарное время на ТО и ремонты и разделить его на ту наработку, в течение которой проводился контроль.

$$\bar{\tau}_{ТО-ТР} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tau_{iТО-ТР}}{NT}, \tag{1.18}$$

где $\bar{\tau}_{ТО-ТР}$ - удельная продолжительность ТО и ремонтов, ч/1000км; $\tau_{i\,ТО-ТР}$ - продолжительность простоя i-го объекта в ТО и ремонтах в течение назначенной наработки Т, ч; N - число объектов, находившихся под наблюдением.

Удельные трудоемкости и стоимости ТО и ремонтов определяются аналогичным образом с той лишь разницей, что вместо времени на выполнение работ в формулу подставляются трудоемкости в чел.-ч или стоимости в руб.

Показатели ремонтопригодности, как нетрудно заметить, сводятся к оценке простоев машин в технических обслуживаниях и ремонтах и затратам на их выполнение. Зависят они от удобства доступа к объектам ремонта и обслуживания, легкосъемности агрегатов, узлов и деталей, степени их взаимозаменяемости и унификации, контролепригодности и др.

2.4 Показатели сохраняемости

Сохраняемость машин оценивается показателями, аналогичными тем, которые применяются для оценки долговечности:

-средний срок сохраняемости;

-гамма-процентный срок сохраняемости.

Срок сохраняемости представляет собой календарную продолжительность хранения и транспортировки объекта в заданных условиях, в течение и после которой сохраняются значения эксплуатационных показателей в установленных пределах.

Гамма-процентным сроком сохраняемости называют срок сохраняемости, который будет, достигнут изделием с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

Эти показатели обычно оценивают сохраняемость объектов, подвергнутых консервации и находящихся на складах в качестве запасных частей. Они могут характеризовать как автомобиль в целом, так и отдельные его элементы (аккумуляторные батареи, шины, масла, краски и др.)

При соблюдении технологии хранения и консервации изделия должны отвечать всем требованиям, предъявляемым к ним техническими условиями после обусловленного срока хранения. Например, если 90% - й срок сохраняемости изделия равен двум годам, то после двухлетнего срока хранения 90 изделий из 100 будут полностью соответствовать требованиям технической документации.

2.5 Комплексные показатели надежности

Кроме рассмотренных выше показателей, характеризующих одно из свойств надежности и называемых единичными, применяются и комплексные показатели, оценивающие несколько свойств надежности одновременно. К ним относятся коэффициенты готовности и технического использования.

Коэффициент готовности $К_г$ - вероятность того, что изделие окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение изделия по назначению не предусматривается:

$$К_г = \frac{t_{\Sigma рс}}{t_{\Sigma э}} = \frac{t_{\Sigma рс}}{t_{\Sigma рс} + t_{\Sigma р}} \quad , \qquad (1.19)$$

где $t_{\Sigma\ \text{рс}}$ - суммарное время пребывания изделия в работоспособном состоянии в интервале наработки между плановыми ТО; $t_{\Sigma\ \text{р}}$ - суммарные простои в ремонте.

Коэффициент технического использования $К_{\text{ти}}$ представляет собой отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период:

$$К_{\text{ти}} = \frac{t_{\Sigma\text{рс}}}{t_{\Sigma\text{рс}} + t_{\Sigma\text{р}} + t_{\Sigma\text{ТО}}}, \qquad (1.20)$$

где $t_{\Sigma\text{рс}}$ - суммарное время нахождения изделия в работоспособном состоянии на заданной наработке; $t_{\Sigma\text{р}}$, $t_{\Sigma\text{то}}$ - суммарные простои изделия из-за отказов (в ремонтах) и при профилактических технических обслуживаниях за эту наработку соответственно.

Таким образом, коэффициент технического использования представляет собой вероятность того, что изделие окажется работоспособным в произвольно выбранный момент времени на заданной наработке.

Как видно из сравнения $К_{\text{г}}$ и $К_{\text{ти}}$, коэффициент готовности это тот же коэффициент технического использования, но определяемый за период между плановыми ТО.

3 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Теория вероятностей изучает случайные события, которые не предусмотрены нормальным протеканием технологического процесса на исправной машине. К таким событиям относятся, например, обрывы пряжи, поломки деталей и др.

Все события делятся на:

достоверные, которые обязательно произойдут при определенных условиях;

невозможные, о которых заранее известно, что они не произойдут при определенных условиях;

случайные о которых заранее не известно, произойдут они или нет.

Если события многократно повторяются при одних и тех же условиях, то они являются статически определимыми, или однородными. Основным требованием теории вероятностей к изучаемым событиям является постоянство их отношения к общему количеству всех наблюдений.

Вероятностью события называется постоянное число, около которого группируются относительные частости этого события при неограниченном числе испытаний, проводимых в неизменных условиях:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}$$

Свойства вероятности.

1. Вероятность события не может быть отрицательна и не может быть более единицы

$$0 \le P(A) \le 1$$

2. Вероятность достоверного события равна **1**, невозможного – **0**.

$$P(A) = 1; при \quad m = n$$

$$P(A) = 0; при \quad m = 0$$

3. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

4. Вероятность суммы двух противоположных событий равна единице

$$P(A + \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

5. Теорема умножения вероятностей. При одновременном появлении нескольких независимых событий, вероятность произведения событий равна

$$P(A \cdot B \cdot C \cdot ....) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot ...$$

Пример 1. В ящике находится 15 красных шаров и 5 белых. Какова вероятность извлечения из ящика подряд двух красных шаров при условии возвращения шаров после осмотра обратно.

$$P(A_1) = \frac{15}{20} = 0{,}75;$$

$$P(A_2) = \frac{15}{20} = 0{,}75$$

$$P(A_1 \cdot A_2) = 0{,}75 \cdot 0{,}75 = 0{,}565$$

Пример 2. В ящике находится 15 красных шаров и 5 белых. Какова вероятность извлечения из ящика подряд двух красных шаров при условии невозвращения шаров после осмотра.

$$P(A_1) = \frac{15}{20} = 0{,}75;$$

$$P(A_2) = \frac{15 - 1}{20 - 1} = 0{,}737$$

$$P(A_1 \cdot A_2) = 0{,}75 \cdot 0{,}737 = 0{,}553$$

Гипотеза Байеса.

Гипотеза Байеса позволяет определить вероятность того, какая из выдвинутых гипотез происхождения события А, соответствует появлению этого события.

Эта вероятность равна:

$$P_A(H_j) = \frac{P(H_j)P_{H_j}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)}$$

где $P(H\text{i})$ – вероятность гипотез Hi;

$P(A)$ – вероятность появления события A;

$P_{H_j}(A)$ - вероятность появления события A с учетом появления гипотезы H_i.

Пример. Из 100 чесальных машин 65% изготовлены с учетом требований ГОСТ, а 35%: - с отклонениями от ГОСТ. Первая группа машин будет иметь вероятность безотказной работы 0,9, а вторая – 0,5. Одна из этих машин испытывалась с заправкой в течение времени t. Какова вероятность того, что эта машина собрана в соответствие с ГОСТ, т.е. принадлежит к первой группе?

Устанавливаем гипотезы:

1 – H_1 машина собрана с учетом требований ГОСТ.

2 – $H2$ машина собрана с отклонениями от ГОСТ.

Вероятность появления гипотез:

1 – $P(H_1) = 0{,}65$.

2 – $P(H2) = 0{,}35$.

Условные вероятности наступления события А с учетом соответствующей гипотезы равны

$P_{H_1}(A) = 0{,}9$

$P_{H_2}(A) = 0{,}5$

В соответствии с формулой Байеса получим вероятность того, что первая вышедшая из строя машина принадлежит к первой группе, то есть изготовлена с учетом требований ГОСТ:

$$P_A(H_1) = \frac{0,65 \cdot 0,9}{0,65 \cdot 0,9 + 0,35 \cdot 0,5} = \frac{0,585}{0,76} = 0,77$$

Вероятность того, что первая вышедшая из строя машина принадлежит ко второй группе, то есть изготовлена с отклонениями от ГОСТ, равна:

$$P_A(H_2) = \frac{0,35 \cdot 0,5}{0,65 \cdot 0,9 + 0,35 \cdot 0,5} = \frac{0,175}{0,76} = 0,23$$

4 СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Процессы, определяющие надежность изделия, носят случайный характер. Соотношения, устанавливающие связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называются законами распределения.

Случайные величины, могут быть непрерывного или дискретного типа.

Для каждого числа x в диапазоне изменения случайной величины X существует определенная вероятность P(X< x), что X не превосходит x. Эта зависимость F(x)=P(X<x) называется функцией распределения или функцией вероятности случайной величины X.

Функция F(x) является неубывающей функцией x. В пределах изменения случайной величины X она изменяется от 0 до 1.

Производная от функции распределения по текущей переменной $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$, называется плотностью распределения. Она характеризует частость повторений данного значения случайной величины. В задачах надежности она широко используется как плотность вероятности.

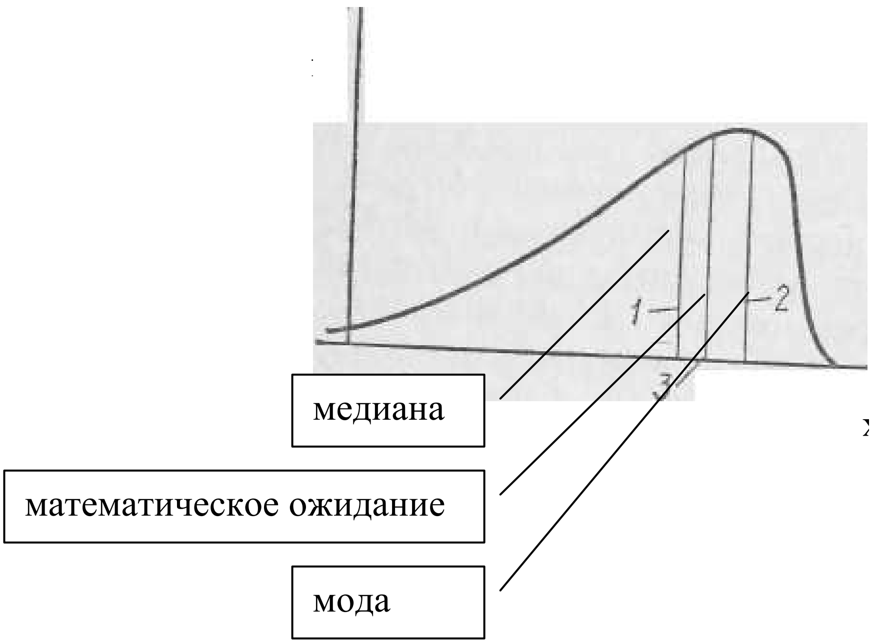


Рисунок. Плотность вероятности случайной величины

В большинстве случаев на практике для определения параметров распределения случайной величины достаточно знать следующие характеристики:

- Медиана
- Мода
- Математическое ожидание
- Среднее арифметическое случайной величины
- Среднее квадратическое отклонение
- Дисперсия
- Коэффициент вариации
- Квантиль

Значение параметра надежности, определяемое по результатам наблюдений, называют **оценкой** этого параметра и используется для обработки результатов эксперимента. Для прогнозирования надежности используются **истинные** характеристики надежности.

Медиана – линия, соответствующая положению центров группирования случайных величин по числовой оси.

Модой случайной величины называется ее наиболее вероятное значение или, иначе, то ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Математическим ожиданием случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятность появления этих значений.

$$M(x) = P(x_1)\cdot x_1 + P(x_2)\cdot x_2 + \ldots + P(x_n)\cdot x_n$$

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} P(x_i)\cdot x_i$$

Вероятностный смысл математического ожидания состоит в том, что оно является пределом, к которому стремится **среднее арифметическое** из наблюдаемых значений случайной величины.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + .. + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

где n — общее число наблюдений; x_i — значение случайной величины.

При достаточно большом числе наблюдений полагают, что среднее значение случайной величины равно его математическому ожиданию.

Черта над обозначением случайной величины означает среднее значение.

Дисперсия численно равна математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

$$Д(x) = M[x - M(x)]^2$$

Дисперсия означает рассеяние и характеризует разброс случайной величины. Очевидно, что чем больше дисперсия, тем больше разброс случайной величины относительно ее математического ожидания. Дисперсия всегда положительна.

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю.

$$Д(a) = M[a - a]^2 = 0$$

2. Постоянный множитель выносится в квадрате за знак дисперсии.

$$Д(k \cdot x) = k^2 \cdot Д(x)$$

3. Дисперсия случайной величины равна разности математического ожидания квадрата случайной величины и квадрата ее математического ожидания.

$$Д(x) = M(x^2) - M^2(x)$$

4. Дисперсия суммы случайных величин равна сумме дисперсий этих величин

$$Д(x+y)=Д(x)+Д(y)$$

5. Дисперсия разности независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин

$$Д(x-y)=Д(x)+Д(y)$$

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины.

Так как удобнее пользоваться характеристикой рассеяния, имеющей ту же размерность, что и случайная величина, то была введена характеристика — **среднее квадратическое отклонение**, представляющее собой корень квадратный из дисперсии.

$$\sigma(x)=\sqrt{Д(x)}$$

Среднее квадратическое отклонение суммы конечного числа независимых случайных величин равно

$$\sigma(x+y+z+\ldots)=\sqrt{\sigma^2(x)+\sigma^2(y)+\sigma^2(z)+\ldots}$$

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной (относительной) величины используют **коэффициент вариации**, равный отношению среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию, т. е.

$$\nu(x)=\frac{\sigma(x)}{M(x)}$$

Квантиль – значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности.

Квантиль, соответствующая вероятности 0,5, называется **медианой**. Медиана характеризует расположение центра группирования случайной величины. Площадь под графиком функции плотности распределения делится медианой пополам.

5 ОБЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Рассмотрим результаты условного исследования значительного числа N элементов в течение времени t. Пусть к концу испытания или срока эксплуатации останется N_P работоспособных элементов и n отказавших.

Тогда относительное количество отказов

$$Q(t) = \frac{n}{N}.$$

Если исследуются не все существующие однотипные объекты, а только их часть, то $Q(t)$ можно рассматривать как статистическую оценку вероятности отказа, а если N достаточно велико, как вероятность отказа.

$Q^*(t)$ - оценка относительного количества отказов.

$Q(t)$ - вероятность отказа

Вероятность безотказной работы оценивается относительным количеством работоспособных элементов

$$P(t) = \frac{N_P}{N} = 1 - \frac{n}{N}$$

Так как безотказная работа и отказ — взаимно противоположные события, то сумма их вероятностей равна 1:

$$P(t) + Q(t) = 1$$

В начальный период времени при t=0 количество вышедших из строя изделий n=0, при этом вероятность отказа $Q(t)$=0, следовательно, вероятность безотказной работы $P(t)$=1.

При t=∞ количество вышедших из строя изделий равно числу изделий, находящихся на испытаниях n=N, при этом вероятность отказа $Q(t)$=1, тогда вероятность безотказной работы $P(t)$=0.

Распределение отказов по времени характеризуется **функцией плотности распределения** *f(t)* наработки до отказа.

В статистической трактовке

$$f(t) = \frac{\Delta n}{N \cdot \Delta t} = \frac{\Delta Q(t)}{\Delta t}$$

в вероятностной трактовке

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

Вероятности отказов и безотказной работы выражаются зависимостями

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt$$

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt$$

Интенсивность отказов λ(t) в отличие от плотности распределения относится к числу объектов Np, оставшихся работоспособными, а не к общему числу объектов.

В статистической трактовке

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_P \cdot \Delta t}$$

в вероятностной трактовке:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Сделаем преобразование:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d(1 - P(t))}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)}{dt \cdot P(t)}$$

Разделяем переменные

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = -\lambda(t) \cdot dt$$

Проинтегрируем в пределах от 0 до t.

$$\ln P(t) - \ln P(0) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

$$P(0) = 1;$$

$$\ln P(0) = 0$$

$$\ln P(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$$

6 ЭКСПЛУАТАЦИЯ ОБЪЕКТА

Различают три периода эксплуатации объекта:

Период приработки. В этот период вследствие начальных погрешностей изготовления устанавливаются нормальные зазоры в парах трения. Интенсивность износа относительно велика вследствие малой поверхности контакта в паре трения. Площадь поверхности контакта растет вследствие уменьшения параметра шероховатости контактирующих изделий.

Период нормальной эксплуатации. Этот период характеризуется низкой интенсивностью изнашивания вследствие большой поверхности контакта в паре трения.

Период катастрофического износа. Износ пары трения достигает величины, при которой возникают вибрации, задиры вследствие роста контактных напряжений. Этот период характеризуется очень высокой интенсивностью изнашивания.

7 НАДЕЖНОСТЬ В ПЕРИОД НОРМАЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

В этот период постепенные отказы еще не проявляются, и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t) = const = \frac{1}{M(x)}$$

где *M(x)* — средняя наработка до отказа. Тогда λ выражается числом отказов в единицу времени.

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\lambda \cdot t}$$

Эта вероятность подчиняется экспоненциальному закону распределения и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов, например, особо ответственных машин, эксплуатируемых в период после окончания приработки; машин с последовательной заменой отказавших деталей; сложных объектов, состоящих из многих элементов.

Существенное достоинство экспоненциального распределения — его простота: оно имеет только один параметр.

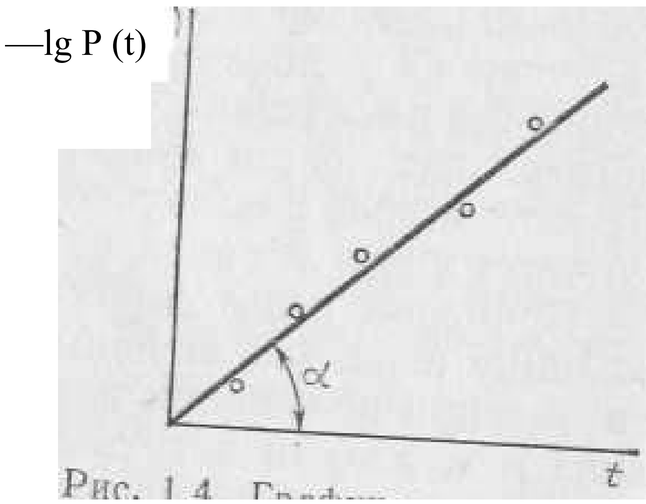
Плотность распределения (в общем случае)

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Если работа изделия происходит при разных режимах, а следовательно, и интенсивностях отказов λ_1 (за время t_1) и λ_2 (за время t_2), то

$$P(t) = e^{-(\lambda_1 \cdot t_1 + \lambda_2 \cdot t_2)}$$

Эта зависимость следует из теоремы умножения вероятностей.



Для определения на основании опытов интенсивности отказов оценивают среднюю наработку до отказа, например, графическим способом. (рис. 1.4). Для этого следует нанести экспериментальные точки в координатах **t** и **– lg P (t)**.

Знак минус выбирают потому, что $P(t) < 1$ и, следовательно, $lq(P(t)) < 0$.

Тогда, логарифмируя выражение для вероятности безотказной работы:

$$lq(P(t)) = lq(e^{-\lambda \cdot t}) = -\lambda \cdot t \cdot lq(e) \approx -0{,}4343\lambda \cdot t$$

заключаем, что тангенс угла прямой, проведенной через экспериментальные точки, равен $tq\alpha = 0{,}4343 \cdot \lambda$.

При реализации этого способа нет необходимости доводить до отказа все объекты.

Используя экспоненциальный закон распределения, несложно определить среднее число изделий *n*, которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий $N_р$, которые останутся работоспособными. При $\lambda \cdot t$<0,1 справедлива формула разложения в ряд:

$$P(t) = 1 - \lambda \cdot t + \frac{(\lambda \cdot t)^2}{2!} - \frac{(\lambda \cdot t)^3}{3!} + \frac{(\lambda \cdot t)^4}{4!} - \ldots \approx 1 - \lambda \cdot t$$

Тогда

$$N_P = N \cdot P(t) \approx N \cdot (1 - \lambda \cdot t)$$

$$n = N - N_P \approx N \cdot (1 - 1 + \lambda \cdot t) = N \cdot \lambda \cdot t$$

8 НАДЕЖНОСТЬ В ПЕРИОД ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗОВ

Постепенные отказы наблюдаются в основном в периоды катастрофического износа и приработки.

Для постепенных отказов нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают вначале низкую плотность распределения, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа работоспособных элементов.

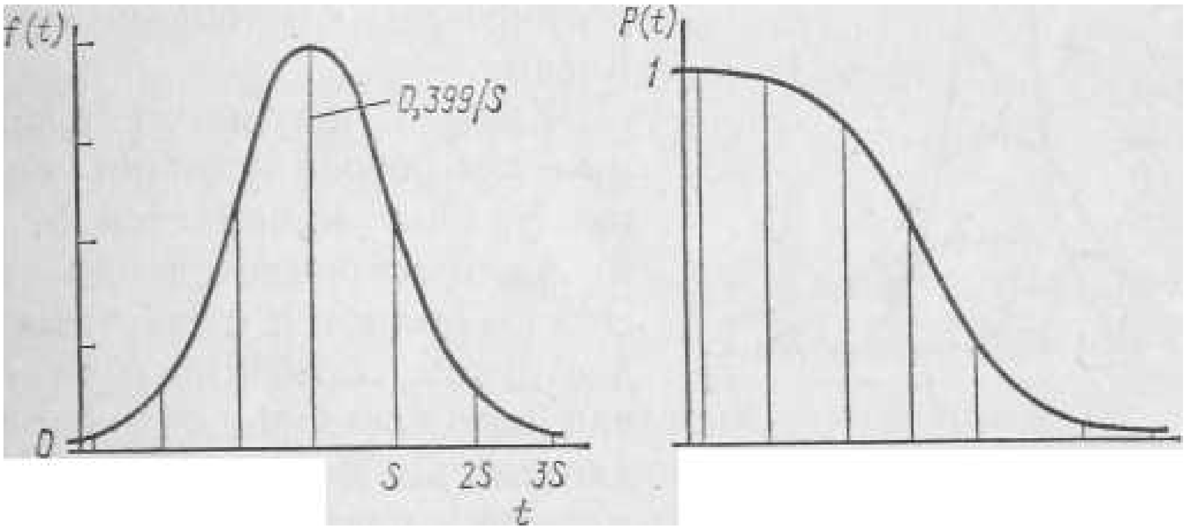


Рисунок. Функция плотности вероятности и интегральная функция вероятности нормального распределения

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчето).

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы (размеры и ошибки измерений деталей и т. д.)

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\cdot\pi}} e^{-\frac{(t-M(t))^2}{2S^2}}$$

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание $M(t)$ и среднее квадратическое отклонение S.

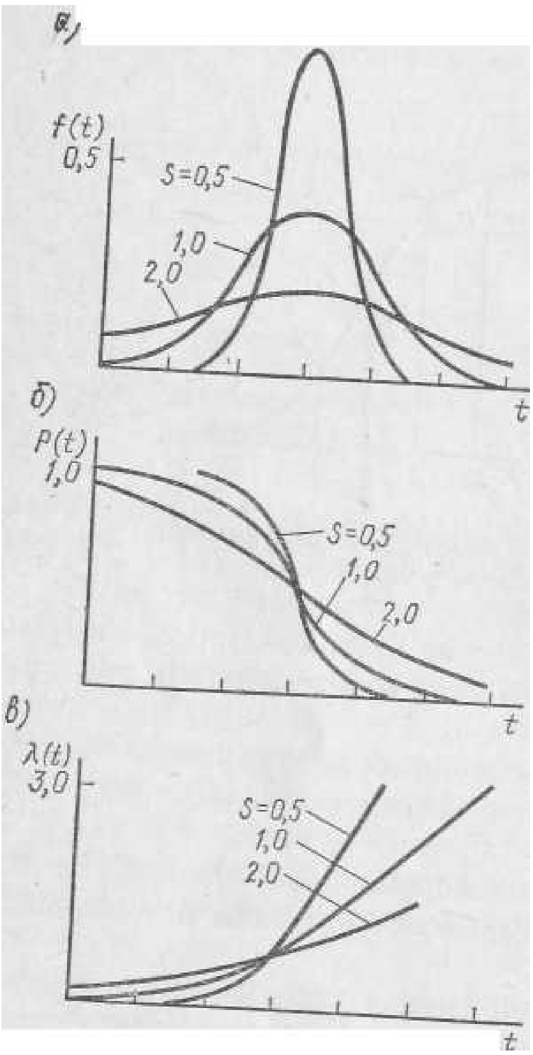
Значения параметров $M(t)$ и S оценивают по результатам испытаний по формулам

$$M^*(t) = \frac{\sum_i t_i}{N}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_i \left(t_i - M(t)\right)^2}$$

Иногда удобнее оперировать с дисперсией D=S^2.

Математическое ожидание определяет на графике (см. рисунок) положение петли, а среднее квадратическое отклонение — ширину петли.



Кривая плотности распределения тем острее и выше, чем меньше 5. Она начинается от $t = -\infty$ и распространяется до $t = +\infty$. Это не является существенным недостатком, особенно если $M(t)>3S$, так как площадь под кривой от $M(t) - 3S$ до $M(t) + 3S$ составляет 99% площади под всей кривой.

Наибольшая ордината кривой плотности распределения равна $0{,}399/S$.

Интегральная функция распределения

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы равны

$$Q(t) = F(t)$$

$$P(t) = 1 - F(t)$$

Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц.

Для упрощения принимают $M(t) = 0$ и $S = 1$. В итоге функция распределения имеет одну переменную x.

Функция распределения

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Для использования таблиц следует применять подстановку

$$x = u_P = \frac{(t - M(t))}{S}$$

при этом u_P называется **квантилью** нормированного нормального распределения.

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^{x} f_0(x)dx$$

пользуются функцией Лапласа:

$$\Phi_0(x) = \int_0^x f_0(x)dx$$

Тогда

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^0 f_0(x)dx + \int_0^x f_0(x)dx = 0{,}5 + \Phi(x)$$

Вероятность отказа

$$Q(t) = F_0(t) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{t - M(t)}{S}\right)$$

$$P(t) = 1 - F_0(t) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M(t)}{S}\right)$$

Усеченное нормальное распределение получается из нормального при ограничении интервала изменения случайной величины.

Функция плотности распределения записывается так же, как плотность нормального распределения, но с коэффициентом пропорциональности *c*:

$$f(t) = \frac{c}{S\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2S^2}}$$

t_0 – значение случайной величины, соответствующее максимуму $f(t)$ и называемое **модой**.

Коэффициент *c* определяется из условия нормировки

$$\int_a^b f(t)dt = c[F(b) - F(a)] = 1$$

где $F(b)$ и $F(a)$ — значения функции нормального распределения для предельных значений *t*. Отсюда

$$c = \frac{1}{[F(b) - F(a)]}$$

В **логарифмически нормальном распределении** логарифм случайной величины распределяется по нормальному закону. Как распределение положительных величин, оно несколько точнее, чем нормальное, описывает наработку до отказа деталей от усталостного разрушения.

Плотность распределения (рис. 1.7) описывается зависимостью

$$f(t)=\frac{1}{S\cdot t\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2S^2}}$$

где μ и S — параметры, оцениваемые по результатам испытаний.

Так, при испытаниях N изделий до отказа

$$\mu^*=\frac{\sum_i \ln t_i}{N}$$

$$S^*=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_i\left(\ln t_i-\mu^*\right)^2}$$

где μ^* и S^* — оценка параметров μ и S.

Вероятность безотказной работы можно определить по таблицам для нормального распределения (см. табл. 1.1) в зависимости от значения квантили

$$u_P=\frac{(\ln t-\mu)}{S}$$

Математическое ожидание наработки до отказа

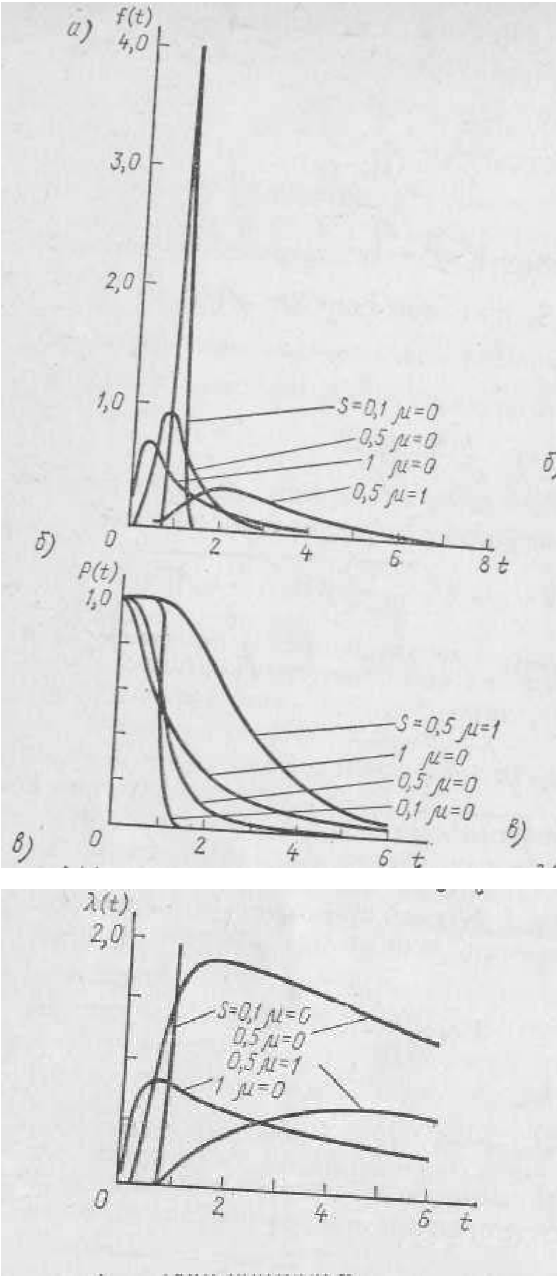
$$M(t)=e^{\mu+S^2/2}$$

Среднее квадратическое отклонение

$$S=\sqrt{e^{2\mu+S^2}\left(e^{S^2}-1\right)}$$

Коэффициент вариации

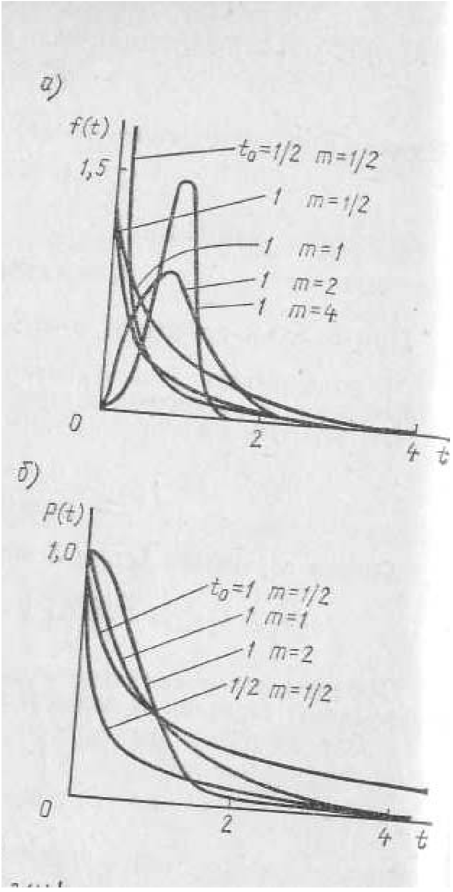
$$\upsilon=\frac{S}{M(t)}=\sqrt{e^{S^2}-1}$$

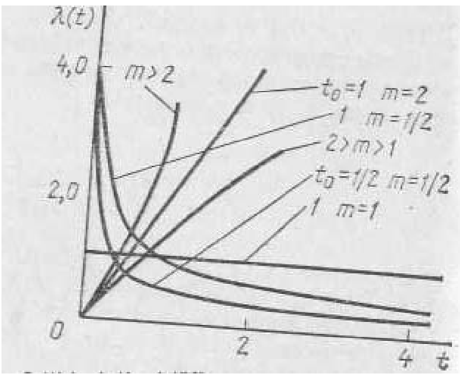


Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы (рис. 1.8):

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$





Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{b}{a^m} t^{b-1}$$

плотность распределения

$$f(t) = \frac{b}{a^m} \cdot t^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

Распределение Вейбулла два параметра: параметр формы b>0 и параметр масштаба a>0.

Если в течение времени t* отказы не наступают, то вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t-t^*}{a}\right)^b}$$

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла производится в логарифмических координатах: ln$P$(t) и ln t или lg$P$(t) и lg t.

9 ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА К ЗАВИСИМОСТЯМ НАДЕЖНОСТИ

В связи с тем, что теория надежности оперирует со случайными величинами, в ней широко используют вероятностные стохастические зависимости вместо функциональных.

Две случайные величины являются независимыми, если закон распределения одной не зависит от значения, которое приняла другая. Такими величинами можно считать, например, предел выносливости материала детали и коэффициент запаса прочности в опасном сечении детали.

Величины являются функционально зависимыми, если при известном значении одной можно точно указать значение другой. Так связаны, например, напряжение и деформация в упругодеформируемых деталях.

Наконец, величины являются связанными вероятностной зависимостью, если известному значению одной величины соответствует не конкретное значение, а закон распределения другой. Вероятностные зависимости имеют место, когда две величины зависят не только друг от друга, но и от других факторов.

Информацию о вероятностной связи двух случайных величин несут совместной плотностью распределения $f(x, y)$ или условными плотностями распределения $f\left({}^{x}\!/_{y}\right)$ и $f\left({}^{y}\!/_{x}\right)$.

Для независимых случайных величин совместная плотность распределения $f(x, y)$ равна произведению плотностей распределения случайных величин X и Y:

$$f(x,y) = f_x(x) \cdot f_y(y)$$

Основными характеристиками вероятностных зависимостей являются *корреляционный момент* и *коэффициент корреляции*.

Корреляционный момент двух случайных величин X и Y — это математическое ожидание произведения центрированных случайных величин:

Для дискретных

$$K(x,y)=\sum_i\sum_j\left(x_i-M(x)\right)\left(y_j-M(y)\right)P(X,Y)$$

для непрерывных

$$K(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(x-M(x)\right)\left(y-M(y)\right)\cdot f(x,y)dxdy$$

где $M(x)$ и $M(y)$ — математические ожидания величин X и Y; $P(X,Y)$ — вероятность отдельных значений x_i и y_i.

Корреляционный момент одновременно характеризует связь между случайными величинами и их рассеяние.

Если случайные величины независимы, то корреляционный момент равен нулю.

Если хотя бы одна из случайных величин имеет малое рассеяние, то корреляционный момент мал даже при тесной зависимости между случайными величинами. Поэтому оценки связи между случайными величинами применяют **коэффициент корреляции**.

$$\rho=K(x,y)\frac{1}{S_x\cdot S_y}$$

ρ - коэффициент корреляции; S_x, S_y – средние квадратические отклонения случайных величин X и $У$ соответственно.

Оценку ρ^* коэффициента корреляции ρ определяют по формуле

$$\rho^*=\frac{\sum_i\sum_j\left(x_i-M(x)\right)\left(y_j-M(y)\right)}{(n-1)\cdot S_x\cdot S_y}$$

где n – число наблюдений.

$$S_x=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_i\left(x_i-M(x)\right)^2}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_i \left(y_i - M\left(y\right)\right)^2}$$

Коэффициент корреляции характеризует степень тесноты зависимости и может изменяться в пределах $-1 < \rho < 1$ Значения, близкие к единице или минус единице свидетельствуют о функциональной зависимости, значение ρ=0 свидетельствует об отсутствии связи между случайными величинами.

10 РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Основной характеристикой вероятностной связи между случайной исследуемой величиной Y и намеренно изменяемой в процессе испытаний (неслучайной) x является регрессия, т. е. зависимость случайной величины Y от x. График этой зависимости называется *кривой регрессии*.

Регрессионный анализ — нахождение этой зависимости по отдельным значениям величин, обычно по экспериментальным точкам.

При анализе предполагают, что точно или приближенно соблюдаются следующие предпосылки:

1) результаты измерений распределены случайным образом в пределах генеральной совокупности значений;

2) дисперсия случайной величины Y постоянна в пределах опыта;

3) вид функциональной зависимости величины Y от x определен.

Метод наименьших квадратов.

Вид корреляционной зависимости между двумя количественными признаками устанавливается эмпирически или методом аналогии.

Уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$\overline{Y} = b_0 + b_1 x$$

где $\overline{Y}$ - оценка среднего квадратического отклонения Y.

Коэффициенты регрессии b_0 и b_1 находим методом наименьших квадратов, в основе которого положено требование минимизации квадратов отклонений случайной величины от ее математического ожидания:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \overline{Y}\right)^2 \to \min$$

Подставим в последнюю зависимость уравнение линейной регрессии:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right)^2 \to \min$$

где x_i и y_i – значение независимой переменной и выхода;

n – количество испытаний.

Известно, что минимум некоторой функции соответствует равенству нулю частных производных по всем неизвестным:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right)^2}{\partial b_0} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right) = 0$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right)^2}{\partial b_1} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right)\cdot x_i = 0$$

Раскрывая скобки, проводим суммирование и после преобразований получаем систему уравнений:

$$n \cdot b_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

Решая систему нормальных уравнений, определяем коэффициенты регрессии:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$b_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Уравнение квадратической регрессии имеет вид:

$$\overline{Y} = b_0 + b_1 x - b_2 x^2$$

По аналогии с линейной регрессией методом наименьших квадратов составляем нормальные уравнения:

$$n \cdot b_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^4 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i$$

Решая систему нормальных уравнений, определяем коэффициенты регрессии.

В изложенной выше форме регрессионный анализ применяют для обработки результатов пассивного эксперимента, т. е. эксперимента, в котором невозможно назначать и поддерживать на выбранном уровне значения независимого параметра величины.

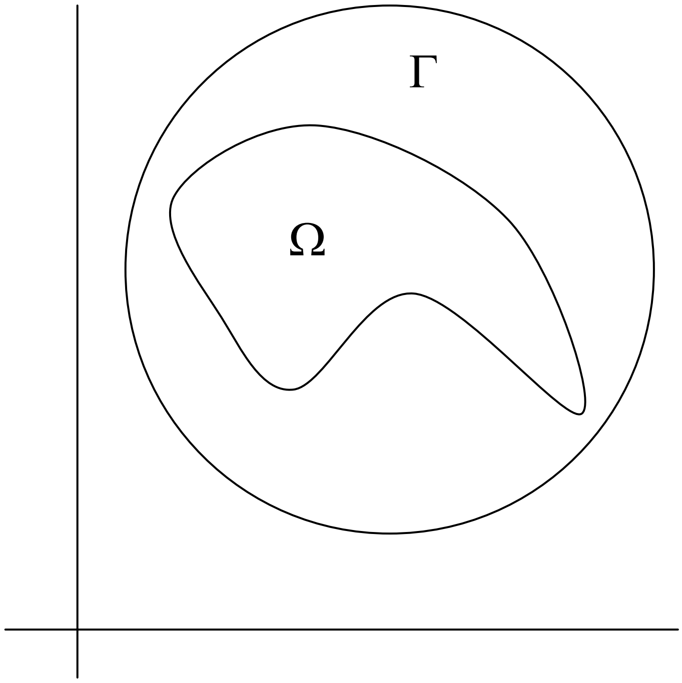
Более эффективным является активный эксперимент, позволяющий применять математическое планирование эксперимента (см. гл. 6) и тем самым уменьшать время и число опытов.

Метод статистического моделирования.

Метод статистического моделирования (Метод Монте-Карло) применяется для решения задач надежности при отсутствии или сложности аналитических решений. Он заключается в выборе значения независимых переменных из ряда случайных чисел, и определенных действий с ними в соответствии с функциональной зависимостью.

Наиболее просто этот метод можно объяснить на примере вычисления площадей фигур.

Пусть необходимо определить площадь фигуры Ω. Для этого выбирается другая фигура Г известной площади таким образом, чтобы фигуры Ω находилась внутри фигуры Г. Затем случайным образом формируются координаты произвольной точки внутри фигуры Г и по этим координатам устанавливается, принадлежит ли эта точка фигуре Ω. По количеству точек, принадлежащих фигуре Ω, формируется соответствующая вероятность, при умножении которой на площадь фигуры Г, получаем площадь фигуры Ω.



Симплекс-метод.

Данный метод состоит в целенаправленном переборе опорных решений задачи линейного программирования. Он позволяет за конечное число шагов расчета либо найти оптимальное решение, либо его отсутствие.

Симплексный метод основан на следующем:

- область допустимых значений задачи является выпуклым множеством с конечным числом угловых точек (т.е. многранником или многоугольником);
- оптимальным решением задачи линейного программирования является одна из угловых точек области допустимых решений;
- угловые точки области допустимых решений представляют решения системы ограничений задачи.

Нахождение оптимального плана симплекс-методом включает следующие этапы:

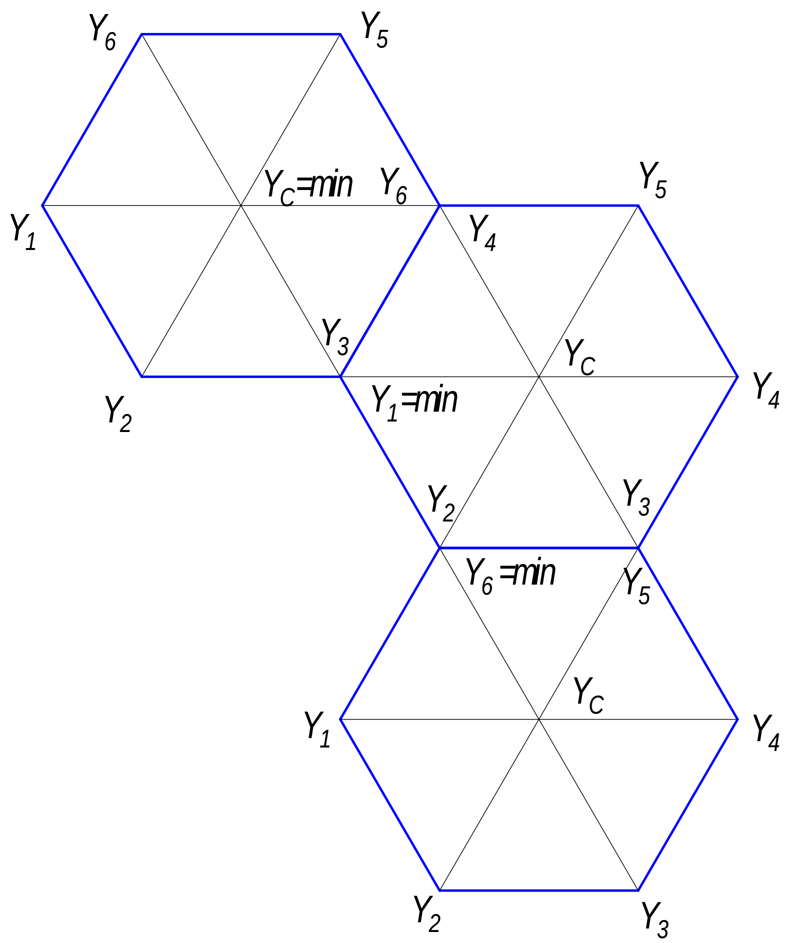
1. Находят опорный план.

2. Составляют симплекс-таблицу.

3. Проверяют базисный симплекс-план на оптимальность. (Выясняют, имеется ли хотя бы один отрицательный коэффициент $\triangle$. Если нет, то найденный опорный план оптимален.)

4. Проверяют значение выхода в центре симплекса. Если это значение больше (при нахождении максимума) или меньше (при нахождении минимума), чем в точках по периметру симплекса, то задача считается решенной и перебор значений факторов прекращается.

5. Если искомый экстремум находится на периметре симплекса, то строят новый симплекс на одном из ребер, содержащем экстремальное значение выхода. Проверяют найденный опорный план на оптимальность и переходят к пункту 4.



11 НАДЕЖНОСТЬ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Надежность большинства изделий в технике приходится определять при рассмотрении их как систем. Сложные системы делятся на подсистемы.

Системы с точки зрения надежности могут быть **последовательными**, **параллельными** и **комбинированными**.

К *последовательных* системам относят все системы, в которых отказ элемента приводит к отказу системы. Например, систему подшипников механических передач рассматривают как последовательную, хотя подшипники каждого вала работают параллельно.

Примерами *параллельных* систем являются энергетические систем из электрических машин, работающих на общую сеть, многороторные самолеты, и резервированные системы.

Примеры *комбинированных* систем – частично резервирование системы.

Системы могут включать элементы, изменение параметров которых определяет отказ системы в совокупности или даже влияет да работоспособность других элементов. К этой группе относится большинство систем при рассмотрении их по параметрическим отказам. Например, отказ прецизионных металлорежущих станков по параметрическому критерию — потере точности — определяется совокупным изменением точности отдельных элементов: шпиндельного узла, направляющих и др.

Рассмотрим надежность наиболее характерной для машиностроения простейшей расчетной модели системы из последовательно соединенных элементов (рис. 1.2), у которой отказ каждого элемента вызывает отказ системы, а отказы элементов принимаются независимыми.

Вероятность ее безотказной работы такой системы равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов:

$$P(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента.

Таким образом, вероятность системы из последовательно соединенных элементов получается низкой. Предположим, система содержит 10 подшипников с вероятностью безотказной работы 0,9. Тогда общая вероятность равна $0{,}9^{10}=0{,}349$.

При параллельном соединении элементов вероятность безотказной работы изделия равна

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left[1 - P_i(t)\right]$$

В системе с параллельным соединением элементов представляет интерес знание вероятности безотказной работы всей системы, т. е. всех ее элементов (или подсистем), системы без одного, без двух и т. д. элементов в пределах сохранения системой работоспособности хотя бы с сильно пониженными показателями.

Сохранение работоспособности системы из одинаковых элементов определяется с помощью биномиального распределения.

Рассмотрим бином:

$$(P(t) + Q(t))^m$$

где показатель степени m равняется общему числу параллельно работающих элементов; P(t) и Q(t) — вероятности безотказной работы и соответственно отказа каждого из элементов.

Записываем результаты разложения биномов с показателями степени 2, 3 и 4 соответственно для систем с двумя, тремя и четырьмя параллельно работающими элементами:

$$(P + Q)^2 = P^2 + 2PQ + Q^2 = 1;$$
$$(P + Q)^3 = P^3 + 3P^2Q + 3PQ^2 + Q^3 = 1;$$
$$(P + Q)^4 = P^4 + 4P^3Q + 6P^2Q^2 + 4PQ^3 + Q^4 = 1.$$

В них первые члены выражают вероятность безотказной работы всех элементов, вторые – вероятность отказа одного элемента и безотказной работы остальных, первые два члена – вероятность отказа не более одного элемента и т. д. Последний член выражает вероятность отказа всех элементов.

При обычных значениях коэффициентов вариации ресурсов элементов v=0,2...0,8 нет необходимости учитывать те элементы, средний ресурс которых в пять раз и более превышает средний ресурс наименее долговечного элемента.

Также, если средние ресурсы элементов близки друг к другу, нет необходимости учитывать все элементы, можно учитывать не более пяти элементов.

Надежность систем с резервированием

Для достижения высокой надежности в машиностроении конструктивные, технологические и эксплуатационные мероприятия могут оказаться недостаточными, и тогда приходится применять резервирование. Это относится к сложным системам, для которых повышением надежности элементов не удается достигнуть требуемой высокой надежности системы.

Резервирование позволяет уменьшить вероятность отказов в десятки раз.

Применяют:

1) постоянное резервирование с нагруженным (или горячим) резервом;

2) резервирование замещением с ненагруженным (или холодным) резервом;

3) резервирование с резервом, работающим в облегченном режиме.

Резервирование наиболее широко применяют в радиоэлектронной аппаратуре, в которой резервные элементы имеют малые габариты и легко переключаются.

Особенности резервирования в машиностроении: в ряде систем резервные агрегаты используют как рабочие в часы «пик»; в ряде систем резервирование обеспечивает сохранение работоспособности, но с понижением показателей. Резервирование в чистом виде в машиностроении преимущественно применяют при опасности аварий.

В пассажирских самолетах применяют 3...4 двигателя и несколько электрических машин. Выход из строя одной или даже нескольких машин, кроме последней, не приводит к аварии самолета. В морских судах — по две машины. Число эскалаторов, паровых котлов выбирают с учетом возможности отказа и необходимости ремонта. При этом в часы «пик» могут работать все эскалаторы. В общем машиностроении в ответственных узлах используют двойную систему смазки, двойные и тройные уплотнения. В станках применяют запасные комплекты специальных инструментов. На заводах уникальные станки основного производства стараются иметь по два или более экземпляров. В автоматическом производстве применяют накопители, станки-дублеры и даже дублирующие участки автоматических линий.

К резервированию следует также относить проектирование предприятий с учетом времени простоев оборудования в ремонте.

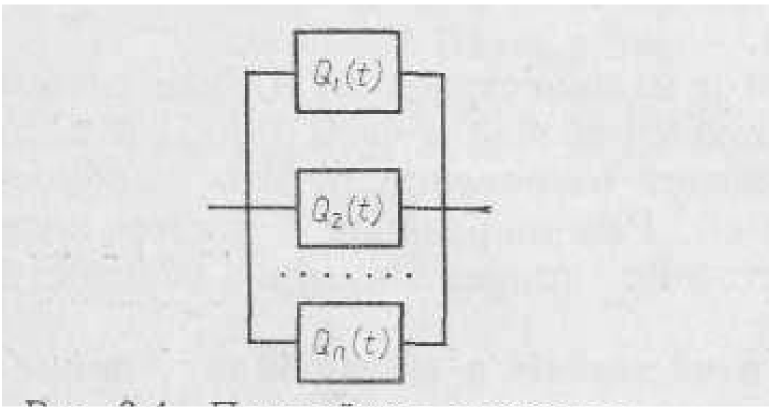
Постоянное резервирование

При постоянном резервировании резервные элементы или цепи подключают параллельно основным (рисунок). Вероятность отказа всех элементов (основного и резервных) по теореме умножения вероятностей

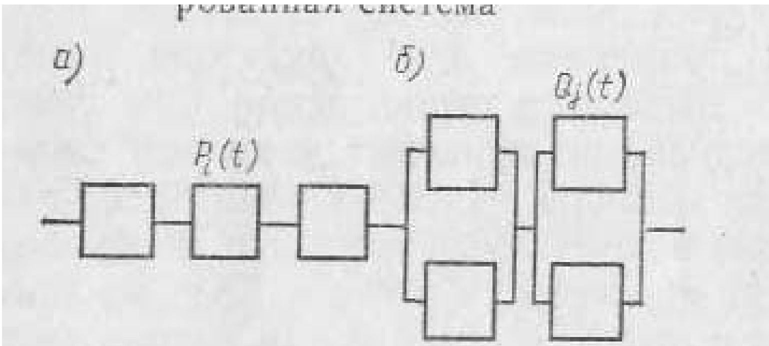
$$Q_C(t) = \prod_{i=1}^{n} Q_i(t) \quad 1$$

где $Q_i(t)$ — вероятность отказа элемента i.

Таким образом, в системах с последовательно соединенными элементами *вероятность безотказной работы* определяют перемножением вероятностей безотказной работы элементов, а в системах с параллельным соединением – *вероятность отказа* перемножением вероятностей отказа элементов.



Простейшая зарезервированная система



Частично зарезервированная система

Если в системе (рис. 3.5) a элементов не дублированы, а b элементов дублированы, то надежность системы

$$P(t) = P_a(t) \cdot P_b(t)$$

$$P_a(t) = \prod_{i=1}^{a} P_i(t)$$

$$P_b(t) = \prod_{i=1}^{b} \left[1 - Q_i^2(t)\right]$$

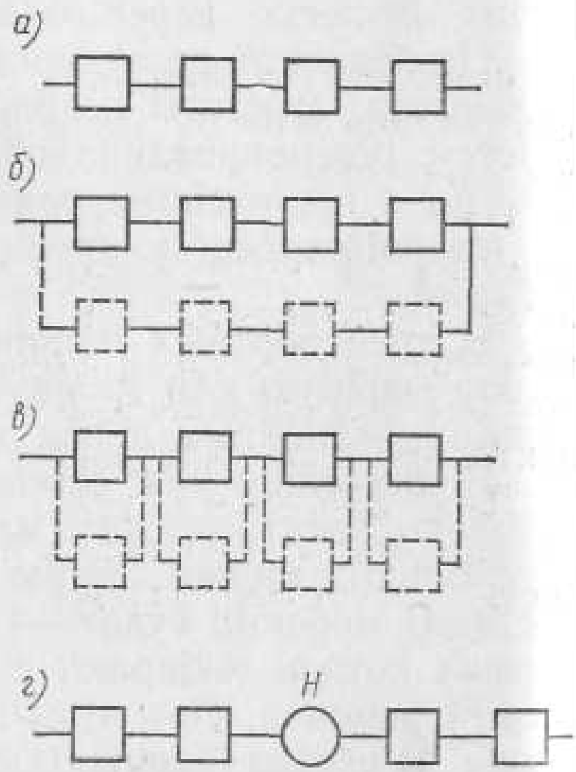


Рис. 3.6. Система резервирования:

а — основная; б — с общим резервированием; в — с поэлементным резервированием; г — с накопителем

Резервирование замещением

При резервировании замещением резервные элементы включаются только при отказе основных. Это включение может производиться автоматически или вручную.

Для основного случая экспоненциального распределения отказов при малых значениях λt, т. е. при достаточно высокой надежности элементов, вероятность отказа системы равна

$$Q_C(t) = \frac{\prod_{i=1}^{n} Q_i(t)}{n!} = \frac{\prod_{i=1}^{n} \lambda_i t}{n!}$$

Если элементы одинаковы, то

$$Q_C(t) = \frac{Q^n(t)}{n!} = \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

Формулы справедливы при условии, что переключение абсолютно надежно. При этом вероятность отказа в $n!$ раз меньше, чем при постоянном резервировании.

Для поддержания высокой надежности резервированных систем отказавшие элементы необходимо восстанавливать или заменять.

Применяют резервированные системы, в которых отказы регистрируются *при периодических проверках*, и системы, в которых отказы регистрируются *при их появлении*.

В первом случае система может начать работать с отказавшими элементами. Тогда расчет на надежность ведут за период от последней проверки. Если предусмотрено немедленное обнаружение отказов и система продолжает работать во время замены элементов, то оценку надежности ведут за время до окончания ремонта.

Резервирование систем путем применения накопителей

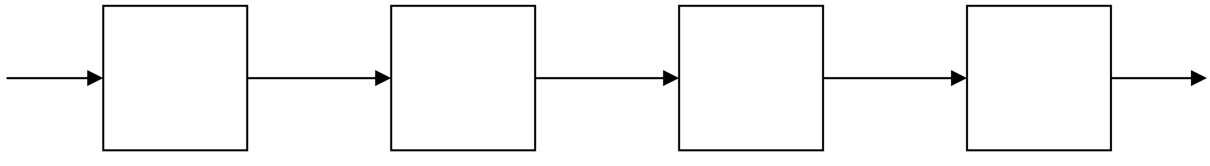
В автоматических линиях применяют накопители, которые разбивают линии на отдельные участки, причем отказ какого-либо элемента вызывает остановку только одного участка. В это время другие участки продолжают работу, получая заготовки от накопителя или подавая заготовки в накопитель.

При этом вероятность безотказной работы линии меньше этой вероятности для последнего участка и приближается к ней при увеличении емкости накопителя. Вероятность длительной безотказной работы линии меньше соответствующей вероятности для лимитирующего участка.

Надежность дублированных элементов

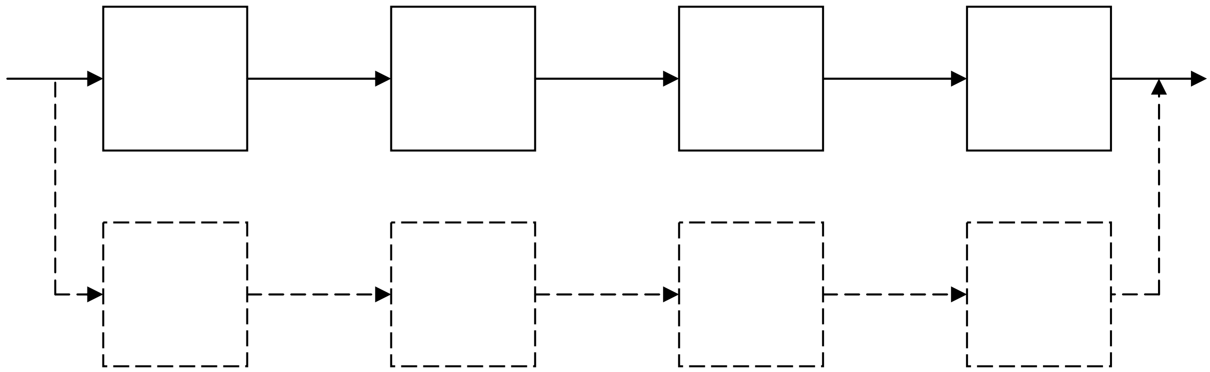
Эффективность разных способов резервирования проиллюстрируем на основной системе из четырех последовательно соединенных элементов с вероятностью безотказной работы каждого 0,9.

Вероятность безотказной работы системы без резервирования:



$$P_C(t) = P_1^4(t) = 0{,}9^4 = 0{,}6561$$

Вероятность безотказной работы дублированной системы с постоянным резервом в виде такой же системы

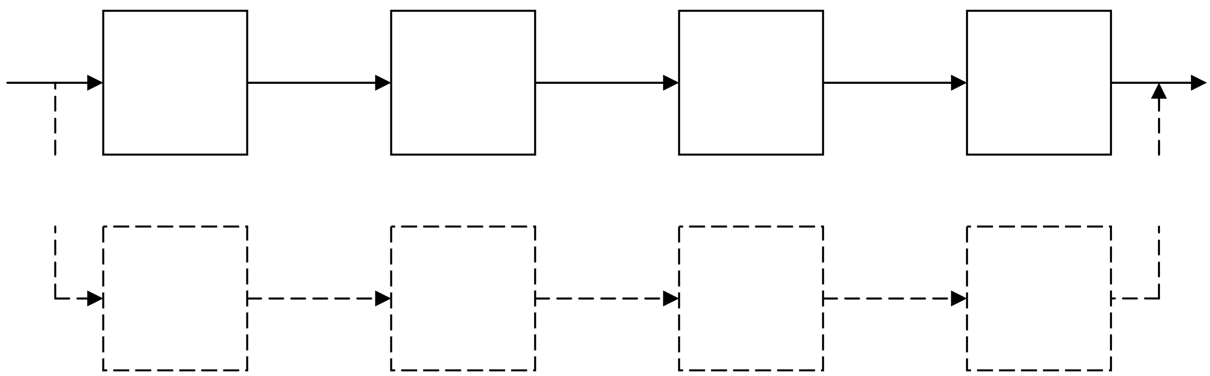


$$P_C(t)=1-\left(Q_C(t)\right)^2$$

$$Q_C(t)=1-P_C(t)=1-P_1^4(t)=1-0{,}9^4 = 0{,}3439$$

$$P_C(t)=1-\left(0{,}3439\right)^2 = 0{,}8817$$

Вероятность безотказной работы дублированной системы с ненагруженным резервом и вполне надежным переключателем равна

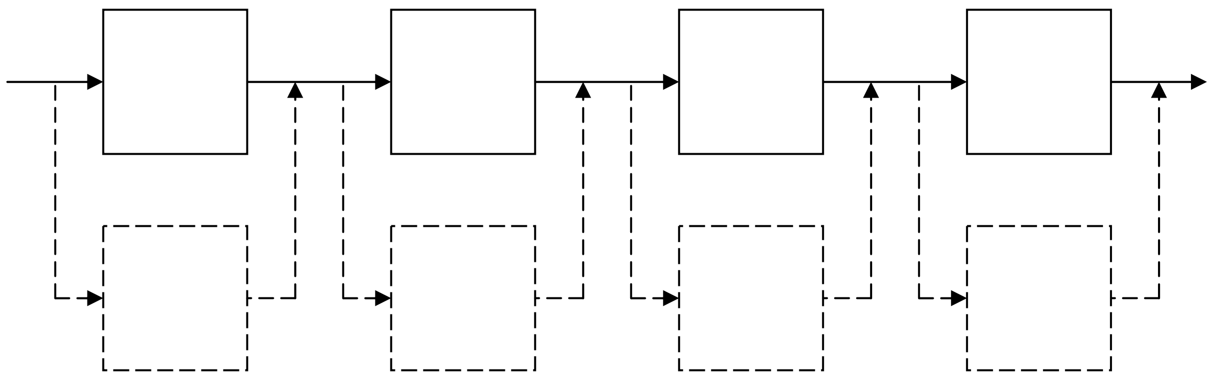


$$P_C(t)=1-\frac{\left(Q_C(t)\right)^2}{2!}$$

$$Q_C(t)=0{,}3439$$

$$P_C(t)=1-\frac{\left(0{,}3439\right)^2}{2!}=0{,}9409$$

Вероятность безотказной работы системы с независимым постоянным дублированием каждого элемента

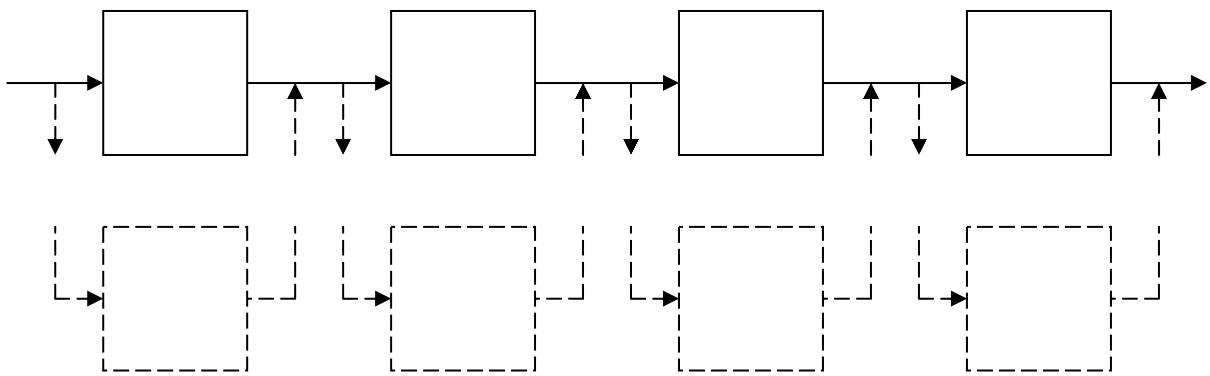


$$P_C(t) = \left(1 - \left(Q_1(t)\right)^2\right)^4$$

$$Q_1(t) = 1 - P_1(t) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

$$P_C(t) = \left(1 - (0{,}1)^2\right)^4 = 0{,}9606$$

Вероятность безотказной работы системы с независимым ненагруженным дублированием каждого элемента

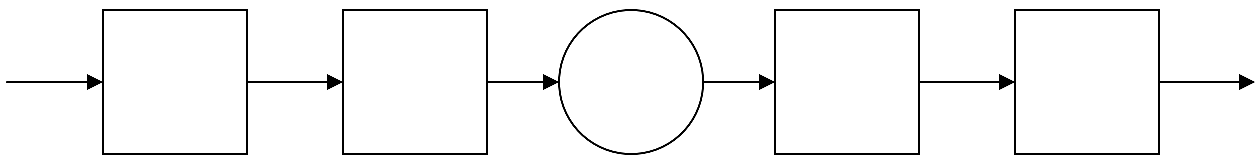


$$P_C(t) = \left(1 - \frac{\left(Q_1(t)\right)^2}{2!}\right)^4$$

$$Q_1(t) = 1 - P_1(t) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

$$P_C(t) = \left(1 - \frac{(0,1)^2}{2!}\right)^4 = 0,9801$$

Если систему, например автоматическую линию, рассматривать как технологическую и поставить в середине накопитель высокой надежности, то вероятность безотказной работы поднимается с 0,65 (для простой системы из четырех элементов) до величины, несколько меньшей 0,81.



При надежности накопителе, равной единице, получим:

$$P_C(t) = P_1^2(t) = 0,9^2 = 0,81$$

Пример наглядно показывает, что поэлементное резервирование гораздо эффективнее, чем общее, а резервирование замещением при совершенно надежном переключении эффективнее, чем постоянное.

Список литературы:

1. Ротенберг Р.В. Основы надежности системы «Водитель-автомобиль-дорога-среда». – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.

2. Баженов, Ю.В. Основы теории надежности машин: учебн. пособие / Ю.В. Баженов; Владим.гос.ун-т. – Владимир, 2006. – 156 с. (библиотека ВлГУ)

3. Кременец, Ю.А. Технические средства организации дорожного движения: учебник для вузов / Ю.А. Кременец, М.П. Печерский, М.Б. Афанасьев. – М.: Академкнига, 2005. – 279 с.

4. Слободчиков, Юрий Васильевич. Условия эксплуатации и надежность работы автомобильных дорог / Ю. В. Слободчиков.— Москва : Транспорт, 1987 .— 128 с. : ил., табл. — Библиогр.: с. 125-127. (библиотека ВлГУ)

5. Дорохов, А. Н. Обеспечение надежности сложных технических систем: учеб.- СПб.: Изд-во лань, 2010. - 352 с.

6. Малафеев, С. И. Надежность технических систем. Примеры и задачи: учеб. пособие. - СПб.: Изд-во Лань, 2012. - 320 с.

7. Яхьяев, Н.Я. Основы теории надежности и диагностика [Текст] : учеб. / Н. Я. Яхьяев, А. В. Кораблин. - М. : Академия, 2009. - 251 с.

8. Бабков, В.Ф. Дорожные условия и безопасность движения: Учебник по спец. «Строительство автомобильных дорог и аэродромов», «Организация дорожного движения» / В.Ф. Бабков. – М.: Транспорт, 1993. – 270 с. (библиотека ВлГУ)

9. Труханов, Владимир Михайлович. Надежность технических систем типа подвижных установок на этапе проектирования и испытаний опытных образцов : [научное издание] / В. М. Труханов .— Москва : Машиностроение, 2003 .— 320 с. : ил., табл. — Библиогр.: с. 316 .— ISBN 5-217-03192-1. (библиотека ВлГУ)

10. Труханов, Владимир Михайлович. Новый подход к обеспечению надежности сложных систем : [научное издание] / В. М. Труханов .— Москва : Спектр, 2010 .— 246 с. : ил., граф., табл. — Библиогр.: с. 226 .— ISBN 978-5-904270-09-4. (библиотека ВлГУ)

11. Справочно-методическое пособие / Н.А. Селиванов, А.И. Дворкин, Б.Д. Завидов и др. – М.: Лига Разум, 1998. – 448 с.

12. Тарский И. Фактор времени в транспортном процессе / И. Тарский. – М.: Транспорт, 1980. 5. Трихунков, М.Ф. Транспортное производство в условиях рынка / М.Ф. Трихунков. – М.: Транспорт, 1993. (библиотека ВлГУ)

13. Автомобильные дороги : реферативный журнал (РЖ) : электронное издание / Всероссийский институт научной и технической информации Российской академии наук (ВИНИТИ РАН) .— Москва : ВИНИТИ РАН, 2011. (библиотека ВлГУ)