

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**
(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

Кафедра «Автотранспортная и техносферная безопасность»

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине **«Информационное обеспечение участников дорожного движения»**
для студентов ВлГУ,
обучающихся по направлению 230301 «Технология транспортных
процессов» профиль «Организация и безопасность движения»

Составитель:
И.В. Денисов

Владимир – 2015 г.

Практическая работа №1

1. Теоретическая часть

С древнейших времен неотъемлемой составляющей развития любого государства является транспорт, на котором базируется вся инфраструктура. Экономическое благополучие страны немислимо без использования транспорта (железнодорожного, автомобильного, морского, трубопроводного и т.д.), позволяющего существенно сократить сроки доставки грузов и пассажиров. Увеличение скорости транспортирования товаров позволяет быстрее высвободить денежные средства из оборота и направить их на другие цели. В результате появляется стимул для совершенствования существующих видов транспорта и изобретению новых, более скоростных, вместительных и безопасных.

По данным статистики наиболее перспективным, является автомобильный транспорт, за которым следует железнодорожный и трубопроводный (табл. 1.1) [9].

Таблица 1.1 – Динамика перевозок грузов по видам транспорта в РФ (млн. тонн) за период 2000-2009 гг.

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Объемы перевозок - всего	7907	7666	8488	8668	8978	9167	9230	9450	9451	7467
в том числе по видам:										
железнодорожный	1047	1058	1084	1161	1221	1273	1312	1345	1304	1109
автомобильный	5878	6125	6348	6368	6568	6685	6753	6861	6893	5240
трубопроводный	829	345	899	976	1024	1048	1070	1062	1067	985
морской	35	24	37	36	29	26	25	28	35	37
внутренний водный	117	113	119	126	135	134	139	153	151	97
воздушный	0,8	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8	0,9	1,0	1,0	0,9

На долю автомобильного транспорта в РФ приходится более половины объема пассажирских и три четверти – грузовых перевозок. Широкое использование автомобилей в транспортном процессе является следствием их большей мобильности, приспособленности к транспортировке грузов с различными размерами и массой, возможности организации перевозок в короткие сроки.

Задача повышения эффективности работы транспорта является приоритетной в политике любого государства, так как от этого зависит социально-экономическое развитие общества. Основные направления повышения эффективности функционирования транспорта являются: снижение простоев автомобилей под грузовыми и технологическими операциями, сокращение порожних пробегов, более рациональное и полное использование полезного объема подвижного состава, разработка оптимальных схем и маршрутов перевозок, обеспечение качества работы системы технического обслуживания (ТО) и текущего ремонта (ТР) по поддержанию автомобилей в технически исправном состоянии и т.д.

Несмотря на мировой финансово-экономический кризис, затронувший экономику России, высокая потребность в автомобильных перевозках сохраняется и вызвана ежегодным увеличением грузо- и пассажирооборота. Высокий спрос на транспортные услуги привел к повышению уровня автомобилизации общества. Вместе с тем, большие потери демографических и материальных ресурсов, сопутствующие автомобилизации, стали комплексной социальной проблемой и препятствием для экономического роста России. Поэтому в последние годы снижение ущерба от дорожно-транспортных происшествий (ДТП) является одной из приоритетных государственных задач.

В настоящий момент автомобильный транспорт интенсивно совершенствуется. Использование ЭВМ, интегрированных в системы управления автотранспортными средствами (АТС) и реализованных в виде систем ABS, ESP, ASC, AFS, ARK, позволяют корректировать ошибки водителя при управлении автомобилем, что повышает безопасность дорожного движения (БДД). Однако, несмотря на совершенствование конструкции современных автомашин и насыщения её мехатронными системами уровень дорожно-транспортной аварийности в Российской Федерации остается высоким.

Количественный анализ ДТП дает оценку аварийности по месту (АТП, город, регион, страна, дорога, перекресток) и времени их совершения (день, месяц, год).

Различают абсолютные показатели (общее число ДТП, число убитых или раненых, суммарный ущерб от ДТП, как правило за год) и относительные (число ДТП, приходящихся на 1 тыс. жителей; на 1 тыс. транспортных средств; на 1 тыс. водителей, на 1 км протяженности дороги; на 1 млн км пробега и пр.).

Абсолютные показатели дают общее представление о масштабах аварийности, показывают тенденции изменения уровня аварийности по времени. Однако более объемными являются относительные показатели, позволяющие проводить сравнительный анализ уровня аварийности различных стран, регионов, городов, магистралей, АТП и пр. [6].

Из перечисленных показателей наиболее распространенным и объективным является показатель K_a относительной аварийности, определяемый как отношение числа ДТП ($\sum n_{\text{ДТП}}$) за рассматриваемый период к суммарному пробегу транспортных средств ($\sum L$, км) за тот же период:

$$K_a = \frac{\sum n_{\text{ДТП}}}{\sum L}, \quad (1.1)$$

В связи с различной степенью тяжести последствий ДТП для сравнительной оценки и анализа различных ДТП применяют коэффициент тяжести ДТП (K_T), определяемый как отношение числа погибших $\sum n_y$ к числу раненых $\sum n_p$ за определенный период времени

$$K_T = \frac{\sum n_y}{\sum n_p}. \quad (1.2)$$

Качественный анализ ДТП служит для установления причинно-следственных факторов и степени их влияния на возникновение ДТП. Этот анализ позволяет выявить причины и факторы возникновения ДТП по

каждому из составляющих системы «Водитель-Автомобиль-Дорога-Среда» («В-А-Д-С»).

На рис. 1.1 и 1.2 представлены результаты анализа уровня дорожно-транспортной аварийности в Российской Федерации за период с 1997 по 2010 гг.

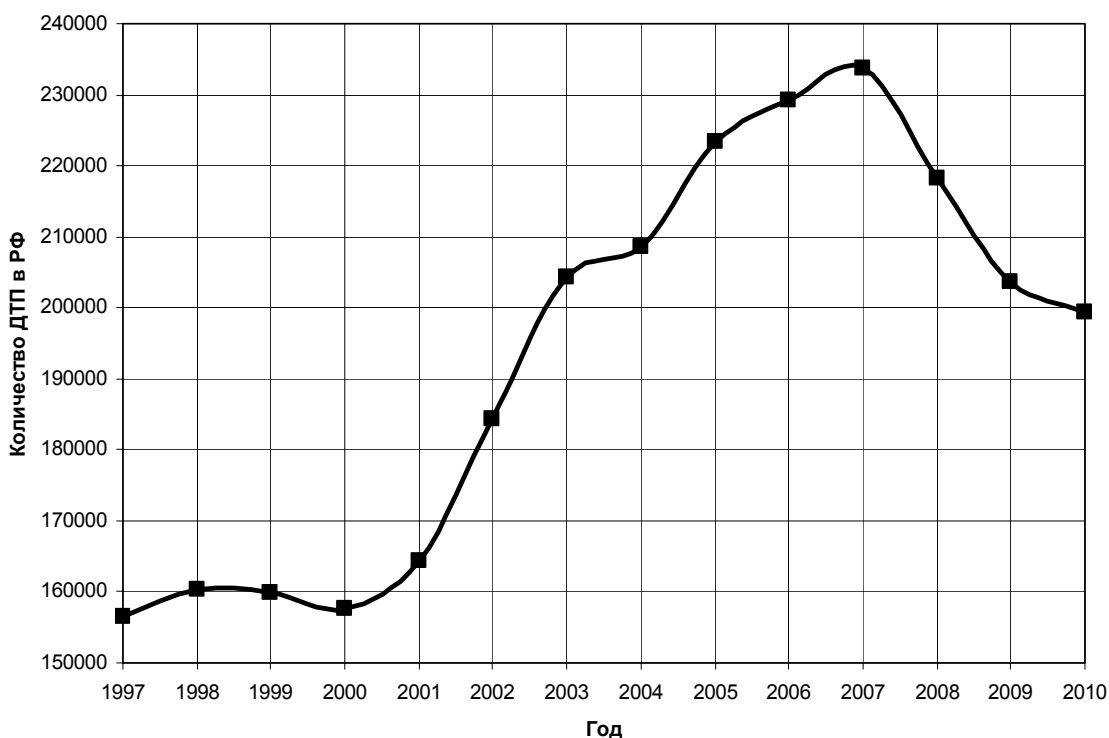


Рис.1.1. Динамика аварийности (количество ДТП) в РФ в 1997 г. по 2010 г.

В период с 2001 по 2008 гг. на территории России наблюдался тренд устойчивого роста количества ДТП, а так же пострадавших в них лиц. Меры, предпринятые государством и направленные, в первую очередь, на повышение размеров штрафных санкций в отношении нарушителей правил дорожного движения (ПДД), позволили стабилизировать и уменьшить уровень аварийности на дорогах страны.

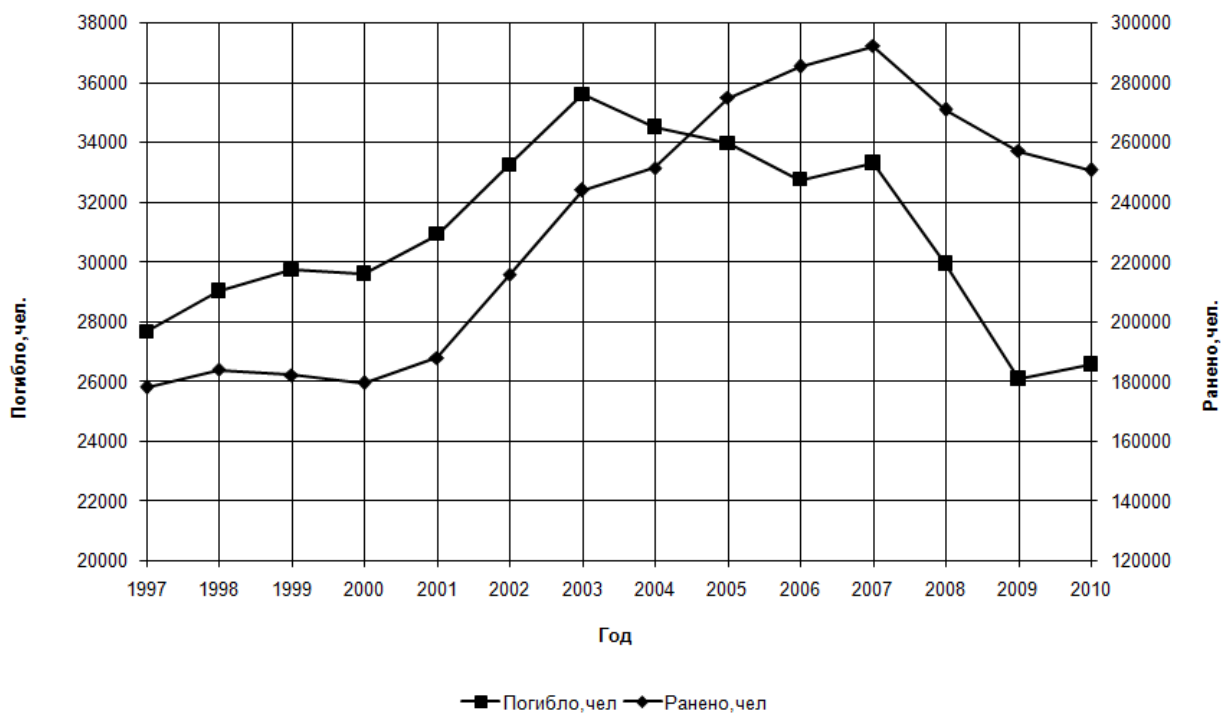


Рис.1.2. Динамика количества пострадавших от ДТП в РФ в 1997-2010 гг.

Однако для кардинального решения проблемы высокого уровня дорожно-транспортного травматизма на дорогах России потребовалось провести анализ ДТП, который представлял собой сложный процесс определения причин и условий их возникновения, выявление опасных участков дороги и т.д.

По материалам мировой статистики основными причинами ДТП являются: неправильные действия водителей (60-70%), несоответствующие требованиям безопасности дороги и сложные дорожные условия (20-30%), а так же технические неисправности транспортных средств (10-20%) [6]. При этом около 15 % случаев ДТП от общего их числа происходят вследствие эксплуатации транспортных средств с неисправностями систем, влияющих на их активную безопасность.

Наибольшее количество ДТП случается из-за неправильных действий человека. Это можно объяснить несколькими причинами, главной из которых является преднамеренное пренебрежение ПДД. Проблему систематического нарушения ПДД водителями невозможно решить только за счет совершенствования конструкции транспортных средств. Необходимо

повышение квалификации водителя, за счет более качественной его подготовки, особенно по практическому вождению, и систематического проведения тренингов.

Другая причина столь высокой аварийности скрывается в ограниченной способности водителя управлять современными транспортными средствами, перемещающимися в транспортном потоке, характеризуемом высокой интенсивностью движения.

Вся информация доступная водителю в процессе управления автомобилем воспринимается и обрабатывается с помощью его физиологических качеств во взаимосвязи со знаниями ПДД, техническими характеристиками автомобиля и т.д., в результате чего, принимаются конкретные действия. Однако на процесс принятия решения оказывают влияние психические (тип и состояние нервной системы) и личностные качества человека (характеризующие его как личность), а так же «шум» (усталость, болезненное состояние) (рис.1.3).

Следовательно, каждый водитель обладает набором уникальных качеств, определяющих его способность воспринять, проанализировать и принять комплекс грамотных действий по управлению автомобилем. Как показывает практика, при возникновении аварийной ситуации принять грамотное решение по предотвращению ДТП способен водитель с наиболее развитыми способностями мышления и реагирования.

Вместе с тем не следует рассматривать водителя в отрыве от системы «В-А-Д-С». Важную роль в обеспечении БДД играет каждый компонент данной системы, но автомобиль является вторым по значимости компонентом после водителя. Это объясняется тем, что с одной стороны человек воздействует на органы управления АТС (силовое воздействие), а с другой машина обеспечивает его всей необходимой информацией (обратная связь).

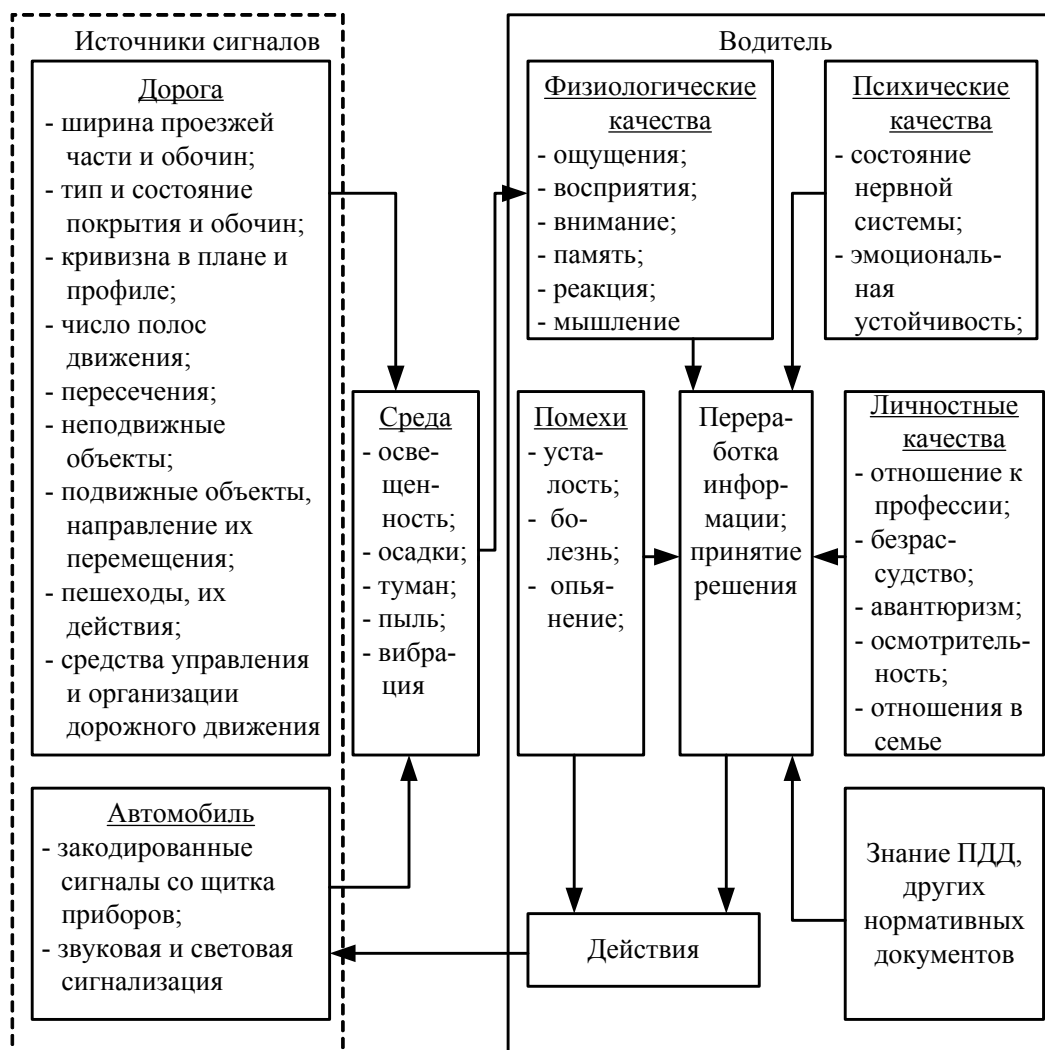


Рис. 1.3. Модель деятельности водителя [6]

Статистическая оценка парка АТС в РФ, проводимая аналитическим агентством «Автостат» [3], показала высокую его неоднородность. Следует признать, что в России в транспортном процессе участвуют автомобили, эксплуатационные свойства которых варьируются в очень широких пределах.

На 1 января 2011 г. парк легковых автомобилей в РФ составлял 34,04 млн. ед., что на 2,0 млн. больше, чем в 2009 году. Из рис. 1.4 видно, что более 50% парка имеют возраст более 10 лет. Автомобили данной возрастной группы не отвечают в полном объеме международным требованиям по техническому уровню и безопасности конструкции и имеют длительные сроки эксплуатации, в том числе за пределами установленного ресурса.

Однако, до прихода международного финансово-экономического кризиса наблюдалась устойчивая положительная динамика омоложения парка подвижного состава, что связано с временным улучшением финансового благосостояния граждан, в особенности средних слоев населения. При этом доля автомобилей отечественного производства с каждым годом снижается (рис.1.5).

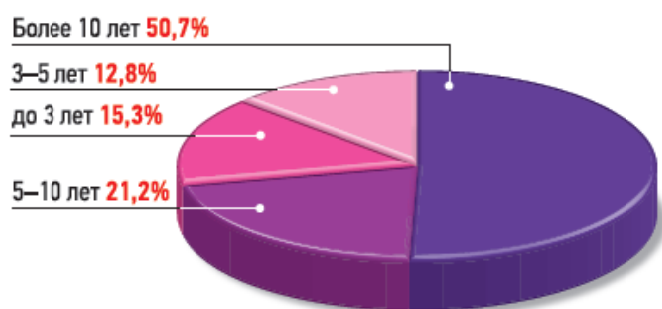


Рис. 1.4. Распределение парка легковых автомобилей в РФ по возрасту на 1 января 2011 г.

Согласно данным официальной статистики количество ДТП, произошедших по техническим причинам (рис.1.6), составляет 2%. Однако, по мнению многих ученых их число в общем объеме может достигать и

больших значений, до 15%. [121].

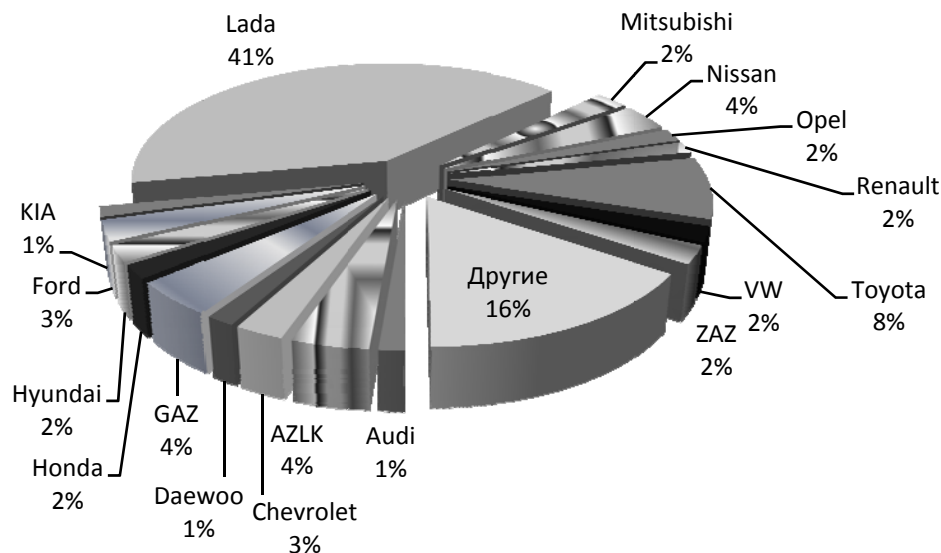


Рис.1.5. Марочный состав парка легковых автомобилей в РФ на 1 января 2011 г.

Причина расхождения может быть вызвана несовершенством методик оценки технического состояния послеаварийных транспортных средств. Как показывает статистика, большинство автомобилей, эксплуатируются с

различными неисправностями и после ДТП сложно определить его фактическую причину.

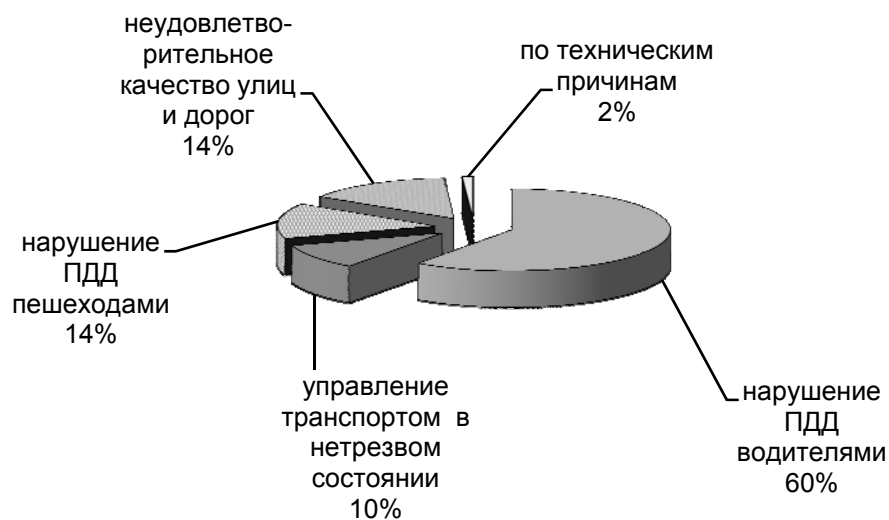


Рис.1.6. Основные причины возникновения ДТП

Решением актуальной проблемы повышения БДД на автомобильном транспорте занимались многие ученые: Аринин И.Н., Афанасьев Л.Л., Болдин А.П., Коноплянко В.И., Мороз С.М., Русаков В.З., Рябчинский А.И., Соцков Д.А., Ходес И.В. и др. [2,3,4,5,7,8,10,11]. Выполненный обзор этих и других научных работ позволяет утверждать, что на исход возникшей аварийной ситуации значительное влияние оказывает техническое состояние тормозной системы (ТС), рулевого управления (РУ) и передней подвески (ПП) автомобиля.

Анализ основных причин ДТП, связанных с техническими неисправностями АТС показывает, что наиболее характерными и часто повторяющимися из них являются: в тормозных системах – утечка тормозной жидкости или воздуха из магистрали, разрыв шлангов и диафрагм тормозных камер, изнашивание или замасливание фрикционных накладок, неравномерность тормозных сил, чрезмерное время срабатывания тормозного привода; в рулевом управлении – увеличенный свободный ход рулевого колеса, ослабление крепления деталей и узлов системы, заклинивание рулевого механизма, разъединение тяг рулевого привода из-за

разрушения шарниров или поломки шаровых пальцев; в системе освещения и сигнализации – перегорание ламп, неправильная установка фар; в ходовой части – проколы и разрывы шин, чрезмерное изнашивание протектора, срезание шпилек.

В табл. 1.2 представлено распределение ДТП по причинам неисправности отдельных элементов автомобиля, влияющих на БДД.

Таблица 1.2 – Распределение ДТП по причинам, связанным с техническими неисправностями АТС

Причина	Количество ДТП, %
Повреждение тормозных шлангов, трубопроводов	5,7
Поломка деталей тормозного привода	3,3
Другие неисправности тормозов	27,0
Поломка деталей рулевого привода	4,8
Рассоединение тяг рулевого привода	3,7
Увеличенный люфт рулевого колеса	3,0
Другие неисправности рулевого управления	5,7
Поломка деталей ходовой части	7,2
Неисправны фары	4,0
Неисправны стоп-сигналы, указатели поворотов	1,7
Отсутствие или неисправность габаритных фонарей	1,5
Отсутствие или неисправность зеркала заднего вида	0,6
Ограничен обзор для водителя из-за дефектов стекла	0,4
Отсутствие или неисправность стеклоочистителя	0,5
Изношенный протектор	5,3
Разрыв шины	8,2
Неисправно сцепное устройство	2,2
Другие неисправности транспортного средства	15,2

Согласно Государственной подсистеме управления техническим состоянием автотранспортных средств, техническое состояние автомобилей индивидуальных владельцев проверяют только при инспекционном контроле при прохождении ежегодного технического осмотра. При этом данная мера воздействия, направленная на повышение БДД, совершенно не учитывает интенсивность эксплуатации, а так же, как это не парадоксально и качество

производства АТС, о чем свидетельствует динамика аварийности (рис.1.1 и 1.2).

К недостаткам можно отнести и невысокую достоверность полученных сведений о техническом состоянии систем автомобиля, отвечающих за безопасность, при диагностировании. Это объясняется в невозможности воссоздать реальные условия дорожного движения на диагностическом стенде для всех трех подсистем в совокупности и одновременном сборе диагностических параметров – «правдоподобная диагностика» (рис.1.7).



Рис.1.7. Подсистемы автомобиля

Рассмотрим автомобиль, как сложную систему, состоящую из более простых подсистем. Из рис. 1.7 видно, что каждая из подсистем автомобиля, обладая индивидуальным уровнем безотказной работы, в совокупности оказывает воздействие на работоспособность смежных подсистем, понижая или повышая надежность системы (автомобиля) в целом. Такая связь обеспечивается только в системе «В-А-Д-С» и игнорируется при индивидуальном осмотре (диагностировании).

Таким образом, сложную проблему обеспечения безопасности перевозок, выполняемых автомобильным транспортом в России, требуется решать комплексно. В этой связи можно выделить несколько наиболее значимых путей ее решения:

- совершенствование национальной системы управления БДД с целью обеспечения экономической целесообразности мероприятий по предупреждению аварийности;

- модернизация существующей нормативно-законодательной базы в сфере обеспечения БДД и принятие новых законодательных актов, способствующих снижению дорожно-транспортной аварийности;

- обеспечение безопасности АТС в эксплуатации за счет повышения эффективности функционирования системы государственного технического осмотра, качества ТО и ремонта автомобилей на всех предприятиях автотранспортной отрасли;

- конструктивное совершенствование автомобиля, прежде всего его активной, пассивной, послеаварийной и экологической безопасности, оснащение его современными средствами информации;

- повышение качества профессионального отбора и подготовки водителей с обязательным обучением их правильным целенаправленным действиям в критических ситуациях;

- увеличение транспортно-эксплуатационных качеств автомобильных дорог и городских улиц (обеспечение необходимого качества дорожного покрытия и его сохранности в процессе эксплуатации, строительство объездных путей вокруг городов, введение пересечений в разных уровнях, автоматизированных систем управления транспортом).

В сложившихся условиях повышения средних скоростей движения и интенсивности эксплуатации подвижного состава в РФ, технические неисправности в РУ, ПП и ТС АТС способствуют возникновению аварийной ситуации, нередко заканчивающейся ДТП. Вместе с тем, усложнение конструкции современных автомобилей, обусловленное внедрением мехатронных модулей, требуют совершенствования существующих методов и средств диагностирования их технического состояния, так как не позволяют в полной мере обнаружить неисправные транспортные средства. Своевременный вывод из эксплуатации АТС с техническими неисправностями систем, влияющих на активную безопасность, позволит уменьшить риск возникновения ДТП и реализовать имеющийся потенциал для снижения высокого уровня дорожно-транспортного травматизма в России.

2. Практическая часть

Используя сведения о показателях состояния (<http://www.gibdd.ru/stat/>) безопасности дорожного движения выполнить анализ уровня дорожно-транспортной аварийности в Российской Федерации по федеральным округам. Привести графики изменения (абсолютных и относительных) показателей состояния безопасности дорожного движения за последние 10 лет.

Российская Федерация Центральный федеральный округ

- 31 - Белгородская область
- 32 - Брянская область
- 33 - Владимирская область
- 36 - Воронежская область
- 37 - Ивановская область
- 40 - Калужская область
- 44 - Костромская область
- 46 - Курская область
- 48 - Липецкая область
- 50 - Московская область
- 57 - Орловская область
- 62 - Рязанская область
- 67 - Смоленская область
- 68 - Тамбовская область
- 69 - Тверская область
- 71 - Тульская область
- 76 - Ярославская область
- 77 - город Москва

Российская Федерация Северо-Западный федеральный округ

- 10 - Республика Карелия
- 11 - Республика Коми
- 29 - Архангельская область
- 35 - Вологодская область
- 39 - Калининградская область
- 47 - Ленинградская область
- 51 - Мурманская область
- 53 - Новгородская область
- 60 - Псковская область
- 78 - город Санкт-Петербург

83 - Ненецкий автономный округ

Российская Федерация
Южный федеральный округ

- 01 - Республика Адыгея
- 08 - Республика Калмыкия
- 23 - Краснодарский край
- 30 - Астраханская область
- 34 - Волгоградская область
- 61 - Ростовская область

Российская Федерация
Северо-Кавказский федеральный округ

- 05 - Республика Дагестан
- 06 - Республика Ингушетия
- 07 - Кабардино-Балкарская Республика
- 09 - Карачаево-Черкесская Республика
- 15 - Республика Северная Осетия - Алания
- 26 - Ставропольский край
- 95 - Чеченская Республика

Российская Федерация
Приволжский федеральный округ

- 02 - Республика Башкортостан
- 12 - Республика Марий Эл
- 13 - Республика Мордовия
- 16 - Республика Татарстан
- 18 - Удмуртская Республика
- 21 - Чувашская Республика
- 43 - Кировская область
- 52 - Нижегородская область
- 56 - Оренбургская область
- 58 - Пензенская область
- 59 - Пермский край
- 63 - Самарская область
- 64 - Саратовская область
- 73 - Ульяновская область

Российская Федерация
Уральский федеральный округ

- 45 - Курганская область
- 66 - Свердловская область
- 72 - Тюменская область
- 74 - Челябинская область
- 86 - Ханты-Мансийский автономный округ - Югра
- 89 - Ямало-Ненецкий автономный округ

Российская Федерация
Сибирский федеральный округ

- 03 - Республика Бурятия
- 04 - Республика Алтай
- 17 - Республика Тыва
- 19 - Республика Хакасия
- 22 - Алтайский край
- 24 - Красноярский край
- 38 - Иркутская область
- 42 - Кемеровская область
- 54 - Новосибирская область
- 55 - Омская область
- 70 - Томская область
- 75 - Забайкальский край

Российская Федерация
Дальневосточный федеральный округ

- 14 - Республика Саха (Якутия)
- 25 - Приморский край
- 27 - Хабаровский край
- 28 - Амурская область
- 41 - Камчатский край
- 49 - Магаданская область
- 65 - Сахалинская область
- 79 - Еврейская автономная область
- 87 - Чукотский автономный округ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1	Автомобильная статистика. Ключевые цифры. - Тольятти: ООО «Автостат», 2010. - 21 с.
2	Аринин, И.Н. Техническая эксплуатация автомобилей / И.Н.Аринин, С.И.Коновалов, Ю.В.Баженов - (Серия Высшее профессиональное образование) – Ростов н/Д: Феникс, 2004. – 315 с.
3	Афанасьев Л.Л. Конструктивная безопасность автомобиля /Л.Л. Афанасьев, А.Б. Дьяков, В.А. Иларионов. – М.: Машиностроение, 1983. – 215 с.
4	Аринин, И.Н., Техническая эксплуатация автомобилей. (Управление технической готовностью подвижного состава): Учеб. пособие / И.Н.Аринин, С.И.Коновалов, Ю.В.Баженов, А.А. Бочков Владим. гос. ун-т. Владимир, 2003. - 247 с. ISBN 5-89368-090-1
5	Болдин, А.П. Научные основы разработки и использования систем внешнего и встроенного диагностирования на автомобильном транспорте. Дис. ... докт. техн. наук / А.П. Болдин. - Москва, 1994. – 430 с.
6	Касаткин, Ф.П. Организация перевозочных услуг и безопасность транспортного процесса: Учеб. пособие / Ф.П.Касаткин, С.И.Коновалов, Э.Ф. Касаткина. - Владим. гос. ун-т. Владимир, 2003. □- 283 с.
7	Концепция развития автомобильной промышленности России до 2010 г.
8	Мороз, С.М. Комментарии к ГОСТ Р 51709-2001. Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки./С.М. Мороз. – М.:НИИАТ «Транконтсалтинг», 2001. – 248 с.
9	Основные показатели транспортной деятельности в России.2010: Стат.сб./ Росстат. М., 2010. – 87 с.
10	Русаков, В.З. Безопасность автотранспортных средств в эксплуатации: Дис. докт. техн. наук / В.З. Русаков. - Москва, 2004. – 337 с.
11	Соцков, Д.А. Повышение активной безопасности автотранспортных средств при торможении. - Дис. ... докт. техн. наук/Д.А.Соцков. – МАДИ, М., 1990, –565.с

Практическая работа №2

Определение выборочных характеристик. Нормальный закон распределения

I. Теоретическая часть

Для оценки случайной однородной величины используются два вида характеристик: полные и числовые. Полные характеристики – это так называемые *законы распределения*. Для дискретных величин в качестве таковых используют *функцию и ряд распределения* (графически – многоугольник распределения), для непрерывных величин – *функцию и плотность распределения* (графически – кривую распределения).

Любой закон распределения представляет собой некоторую функцию, которая полностью описывает случайную величину. Однако, в целом ряде инженерных задач нет необходимости характеризовать случайную величину полностью, исчерпывающим образом. Зачастую вполне достаточно определить отдельные параметры, характеризующие наиболее существенные черты распределения случайной величины. Такие характеристики, назначение которых – выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения, называются числовыми характеристиками случайной величины.

1 Числовые характеристики случайной величины

Основными числовыми характеристиками случайной величины являются: среднее арифметическое (выборочное среднее), среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Среднее арифметическое случайной величины характеризует центр группирования всей совокупности ее значений:

$$\bar{X} = (X_1 m_1 + X_2 m_2 + \dots + X_k m_k) / n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_i m_i, \quad (1)$$

где X_i – центр i -го интервала вариационного ряда; m_i – соответствующая данному интервалу частота; k – количество интервалов вариационного ряда; n – объем выборки обследования.

Среднее квадратическое отклонение случайной величины $\sigma(x)$, характеризующее меру рассеивания значений X вокруг центра группирования \bar{X} , определяется по формуле

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 m_i}{n-1}}. \quad (2)$$

Коэффициент вариации ряда v оценивает относительную меру рассеивания случайной величины X и в первом приближении позволяет судить о законе ее распределения

$$v = \frac{\sigma(x)}{\bar{X}}. \quad (3)$$

Чем меньше значение коэффициента вариации, тем плотнее группируются результаты испытаний вокруг среднего значения \bar{X} , тем, следовательно, меньше их рассеивание.

2 Законы распределения случайных величин

Результаты испытаний дают возможность найти математическое описание полученных закономерностей, т.е. получить обобщенные зависимости, по которым определяются показатели надежности.

В общем случае в качестве таких обобщенных зависимостей используются функции распределения случайной величины (законы распределения) $F(X)$ и $P(X)$. Для автотранспортной техники в качестве случайной величины чаще всего используют наработки t (до 1 отказа, между отказами, до предельного состояния и т.д.). Поэтому при обработке результатов испытаний различными законами вместо абстрактной случайной величины X используем наработку t .

Интегральная функция распределения $F(t)$ показывает вероятность того, что наработка T от начала отсчета до появления отказа окажется меньше заданной наработки t , т.е.

$$F(T) = \text{Вер} (T < t).$$

Иными словами эта функция показывает вероятность того, что изделие откажет в заданном интервале наработки.

Интегральная функция $P(t)$ показывает вероятность того, что наработка T от начала отсчета до появления отказа окажется больше или равной заданной наработке t . Иначе говоря эта функция показывает, что в пределах заданной наработки от 0 до t отказа изделия не произойдет

$$P(T) = \text{Вер} (T \geq t).$$

Теоретические значения $F(t)$ и $P(t)$ определяются из выражений

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt; \quad P(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t), \quad (4)$$

где $f(t)$ – дифференциальная функция распределения. Она характеризует плотность, с которой распределяются значения случайной величины в

данной точке и поэтому называется плотностью распределения случайной величины.

Физический смысл $f(t)$ применительно к теории надежности – это вероятность возникновения отказа на достаточной малой наработке.

Таким образом, функции или законы распределения устанавливают связи между возможными значениями случайных величин и соответствующими им вероятностями.

Если известна одна из функций $F(t)$, $P(t)$ или $f(t)$, можно определить любую числовую характеристику надежности. Например, средняя наработка до отказа находится из выражений:

$$t_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad \text{или} \quad t_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (5)$$

При обработке информации о надежности автомобилей наиболее широкое распространение получили следующие законы распределения: экспоненциальный, нормальный, логарифмически нормальный, Вейбулла.

3 Нормальный закон распределения

Непрерывная случайная величина t называется нормально распределенной, если ее плотность вероятности имеет следующий вид:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-t_{\text{cp}})^2}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

где t_{cp} , σ – параметры нормального распределения (математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение).

Параметр t_{cp} характеризует положение распределения на оси абсцисс, а параметр σ форму кривой (рис.1).

Для упрощения вычислений при решении практических задач надежности прибегают к центрированию и нормированию нормального распределения.

Под центрированием понимается перенос центра группирования случайной величины t_{cp} в начало координат, тогда $t_{\text{cp}} = 0$, а среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1$. Если ввести новую переменную $z = \frac{t - t_{\text{cp}}}{\sigma}$, то такая операция называется нормированием.

В результате центрирования и нормирования получим новое распределение случайной величины z :

$$f_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad (7)$$

Функция $f_0(z)$ является однопараметрической и ее значения приведены в таблицах нормального распределения. При отрицательных значениях z функция $f(-z) = f(z)$. После того, как найдены значения $f_0(z)$ необходимо перейти обратно к функции $f(t)$:

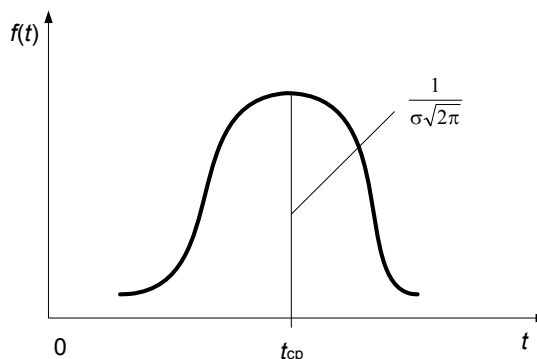


Рис. 1. Нормальное распределение с параметрами $t_{ср}$ и σ

$$f(t) = \frac{1}{\sigma} f_0\left(\frac{t - t_{ср}}{\sigma}\right). \quad (8)$$

Вероятность безотказной работы до возникновения первого отказа вычисляется из выражения

$$P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t - \bar{t}_{ср}}{\sigma}\right), \quad (9)$$

где $\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ - функция Лапласа, значения которой приведены в таблицах математической статистики. Эта функция нечетная, т.е. при $\Phi(-z) = -\Phi(z)$.

Вероятность отказа определяется по формуле

$$F(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t - \bar{t}_{ср}}{\sigma}\right). \quad (10)$$

Интенсивность отказов находится по известной формуле:

$$\lambda = f(t)/P(t).$$

Гамма-процентный ресурс (гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости) определяется из уравнения

$$\frac{\gamma}{100} = 0,5 - \Phi\left(\frac{t_\gamma - \bar{t}_{ср}}{\sigma}\right). \quad (11)$$

Нормальный закон распределения хорошо описывает процессы, на которые влияют большое число независимых факторов, каждый из которых оказывает незначительное воздействие. Ему подчиняются износные отказы, ресурсы агрегатов и отдельных деталей, люфты и зазоры в сочленениях, трудоемкости обслуживания и др.

4 Статистическая обработка информации о надежности

4.1 Порядок обработки опытных данных

В первичной документации, где фиксируются результаты испытаний на надежность, содержатся данные, в которых трудно усмотреть какой-либо порядок и закономерности. Обработка этих данных начинается с составления

таблицы, в которой они располагаются в порядке увеличения полученных при испытаниях значений. Затем определяются границы их рассеивания, т.е. наибольшее t_{\max} и наименьшее t_{\min} значения. Разность между ними является размахом варьирования

$$R = t_{\max} - t_{\min}. \quad (12)$$

Далее устанавливается количество интервалов k , на которое необходимо разбить размах R . Число k должно быть не менее

$$k = 1 + 3,321qN, \quad (13)$$

где N – объем выборки испытаний.

Находится ширина интервала вариационного ряда h

$$h = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{k} = \frac{R}{k}. \quad (14)$$

Определяются границы интервалов, для чего вначале устанавливается нулевое (крайнее) значение интервала t_0

$$t_0 = t_{\min} - h/2. \quad (15)$$

Следующие границы интервалов рассчитываются последовательным прибавлением ширины интервала h к предыдущему значению, т.е.

$$t_1 = t_0 + h; t_2 = t_1 + h; \dots; t_k = t_{\max} + h.$$

В каждом интервале определяется его середина

$$\bar{t}_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2}. \quad (16)$$

Устанавливается число попаданий наработок t в i -й интервал \bar{m}_i (опытная частота). В случае, когда отдельные результаты в выборке существенно отличаются по своей величине от остальных, что чаще всего объясняется ошибками испытаний, целесообразно проверить их на аномальность по какому-либо критерию.

Из существующих методов проверки чаще всего используют правило трех средних квадратических отклонений. В соответствии с ним результат испытаний относится к аномальному и должен быть исключен из дальнейшего анализа, если он выходит за границы допустимого разброса $\bar{t} \pm 3\sigma(t)$.

Пример. По результатам эксплуатационных наблюдений за долговечностью свечей зажигания у 80 двигателей установлены и сгруппированы по интервалам их наработки до отказа (табл. 1).

Значение наработки в первом интервале с частотой $\bar{m} = 1$ резко отличается от остальных экспериментальных данных. Проверим ее принадлежность к выборке.

Таблица 1

Параметр	Номера интервалов								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Границы интервалов, тыс. км	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27	27-30	30-33	33-36	36-39
Середины интервалов \bar{t}_i , тыс. км	13,5	16,5	19,5	22,5	25,5	28,5	31,5	34,5	37,5
Частота \bar{m}_i	1	-	4	16	21	17	12	7	2

Вычисляем среднее арифметическое наработки без подозреваемого результата

$$\bar{t}_{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k t_i \bar{m}_i = \frac{1}{79} (19,5 \cdot 4 + 22,5 \cdot 16 + 25,5 \cdot 21 + 28,5 \cdot 17 + 31,5 \cdot 12 + 34,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 2) = 27,25 \text{ тыс.км}$$

Вычисляем среднее квадратическое отклонение наработки

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2 \bar{m}_i}{n-1}} = \sqrt{\frac{1484,06}{78}} = 4,37 \text{ тыс.км.}$$

Определяем границы допустимого разброса наработок до отказа относительно среднего значения \bar{t}_{cp}

$$27,25 \pm 3 \cdot 4,37 = [14,14; 40,36].$$

Следовательно, наработка, соответствующая первому интервалу, является аномальной, так как выходит за границы допустимого разброса и должна быть исключена из дальнейшего анализа.

Если имеется несколько подозреваемых данных, то \bar{t}_{cp} и σ определяется без них, а затем проводится проверка каждого по приведенной схеме. В случае, когда проверяемые данные находятся внутри доверительного интервала, предположение об их аномальности ошибочно, их следует вернуть в выборку и учитывать при дальнейшем анализе.

Исключив аномальные результаты, определяем числовые характеристики: среднее арифметическое \bar{t}_{cp} , среднее квадратическое отклонение σ и коэффициент вариации v . В нашем примере значения среднего арифметического и среднего квадратического были определены при проверке аномальности подозреваемых результатов ($\bar{t}_{\text{cp}} = 27,25$; $\sigma = 4,37$). Они не изменились, так как рассчитывались без аномальных результатов. Значение коэффициента вариации составит:

$$v = \sigma / \bar{t}_{\text{cp}} = 4,37 / 27,25 = 0,16.$$

Затем определяются опытная частота \bar{m}_i , частость $w_i = \bar{m}_i / N$ и накопленная частость w_i^{H} . Накопленные частоты w_i^{H} вычисляются путем последовательного прибавления частоты w_i очередного интервала:

$$w_1^{\text{H}} = w_1; w_2^{\text{H}} = w_1^{\text{H}} + w_2; \dots; w_k^{\text{H}} = \sum_{i=1}^k w_i = 1.$$

Результаты расчета сводятся в таблицу. Для рассматриваемого примера найденные значения параметров сведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер интервала	Границы интервалов, тыс. км	Середина интервала, тыс. км	Частота \bar{m}_i	Частость w_i	Накопленная частость w_i^H
1	18 – 21	19,5	4	0,0506	0,0506
2	21 – 24	22,5	16	0,2025	0,2531
3	24 – 27	25,5	21	0,2658	0,5189
4	27 – 30	28,5	17	0,2152	0,7341
5	30 – 33	31,5	12	0,1519	0,8860
6	33 – 36	34,5	7	0,0887	0,9747
7	36 - 39	37,5	2	0,0253	1,0

Для установления закона распределения случайной величины t результаты обработки информации, представленные в табл. 2 оформляются графически в виде гистограммы, которая строится следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы наработок и на их основании строятся прямоугольники, высота которых равна частостям этих интервалов w_i . Графическое изображение гистограммы по результатам наблюдений за свечами зажигания представлено на рис. 2.

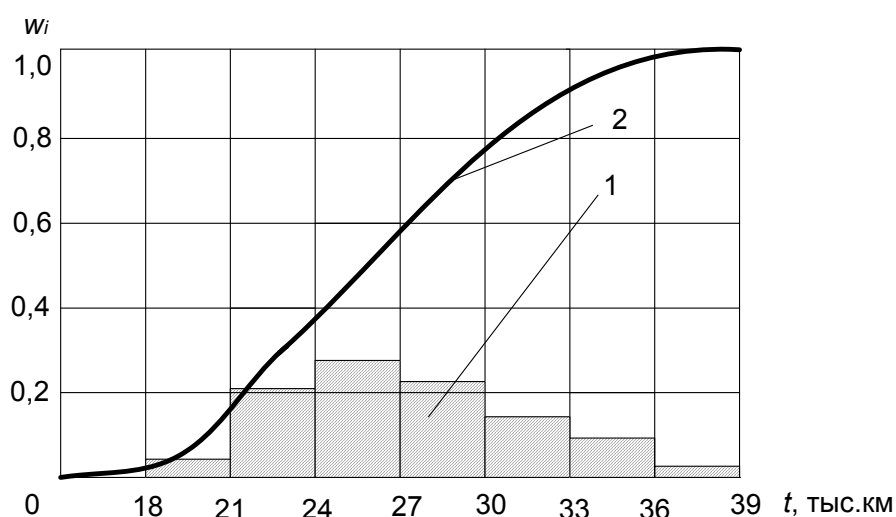


Рис. 2. Гистограмма распределения 1 и кумулятивная кривая 2 значений наработок свечей зажигания до отказа

Пользуясь данными табл. 2 по накопленным частостям w_i^H строится статистическая функция распределения наработки t (кумулятивная кривая) $\bar{F}(t)$.

По виду гистограммы и значению коэффициента вариации v подбирается теоретический закон распределения, который наилучшим образом описывает данное статистическое распределение. Известно, что нормальному закону распределения соответствует значение коэффициента вариации $v \leq 0,3$, Вейбулла – $v > 0,3$, экспоненциальному – $v = 1,0$.

4.2 Проверка гипотезы о принадлежности результатов исследований выбранному закону распределения

Для проверки гипотезы о принадлежности опытных данных выбранному закону распределения существуют соответствующие критерии согласия (χ^2 Пирсона, критерий Колмогорова и др.).

Критерий χ^2 Пирсона

Этот критерий нашел широкое применение из-за легкости его использования для проверки согласия любого распределения. Проверка правдоподобия гипотезы о принадлежности результатов испытаний к выбранному закону распределения записывается в виде альтернативного условия

$$\chi_{\text{опыт.}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i} = \begin{cases} \leq \chi_{\text{табл.}}^2(\alpha, S) \\ > \chi_{\text{табл.}}^2(\alpha, S) \end{cases}, \quad (4.47)$$

где \bar{m}_i , m_i – опытное и теоретическое число попаданий отказов в i -й интервал; k – количество интервалов; α – уровень значимости; S – число степеней свободы ($S = k - r - 1$); r – число параметров теоретического закона распределения.

Если $\chi_{\text{опыт.}}^2 \leq \chi_{\text{табл.}}^2$, гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается, в противном случае ее нельзя принять.

Уровень значимости α представляет собой вероятность того, что величина $\chi_{\text{опыт.}}^2$ в результате случайных отклонений частот опытного распределения от соответствующих частот теоретического распределения, будет меньше табличного значения $\chi_{\text{табл.}}^2$. Критические значения $\chi_{\text{табл.}}^2$ в зависимости от уровня значимости α и числа степеней свободы S приведены в табл. 3.

Таблица 3

S	Уровень значимости α				S	Уровень значимости α			
	0,01	0,05	0,10	0,20		0,01	0,05	0,10	0,20
1	6,3	3,8	2,7	1,6	11	24,7	19,6	17,2	14,6
2	9,2	5,9	4,0	3,2	12	26,2	21,0	18,5	15,8
3	11,3	7,8	6,2	4,6	13	27,6	22,3	19,8	16,9
4	13,2	9,5	7,7	5,9	14	29,1	23,6	21,0	18,1
5	15,0	11,0	9,2	7,2	15	30,5	24,9	22,3	19,3
6	16,8	12,5	10,6	8,5	16	32,0	26,2	23,5	20,4
7	18,4	14,0	12,0	9,8	17	33,4	27,5	24,7	21,6
8	20,0	15,5	13,3	11,0	18	34,8	28,8	25,9	22,7
9	21,6	16,9	14,6	12,2	19	36,1	30,1	27,2	23,9
10	23,2	18,3	15,9	13,4	20	37,5	31,4	28,4	25,0

4.3 Обработка опытных данных, распределенных по нормальному закону

Обработку и проверку гипотезы о принадлежности опытных данных нормальному распределению рассмотрим на примере.

Пример. По результатам эксплуатационных наблюдений за 47 двигателями ЗМЗ-4063.10 были установлены следующие наработки до отказа вкладышей коренных шеек коленчатого вала (тыс. км): 90, 95, 120, 115, 112, 122, 105, 116, 108, 129, 130, 145, 128, 142, 144, 148, 140, 139, 156, 170, 162, 174, 168, 171, 173, 168, 155, 169, 170, 191, 180, 186, 198, 190, 194, 179, 178, 204, 211, 203, 217, 221, 228, 231, 236, 250, 232.

Требуется установить закон распределения, проверить гипотезу о принадлежности статистических данных выбранному закону, определить основные параметры распределения отказов по наработке.

1. Последовательно определяем:

- размах выборки $R = t_{\max} - t_{\min} = 250 - 90 = 160$ тыс. км;
- число интервалов $k = 1 + 3,32 \ln 47 = 7$;
- интервал $h = R/k = 160/7 = 22,9$ тыс. км. (принимаем $h = 25$ тыс. км);
- частоты попаданий наработок в эти интервалы ($\bar{m}_1 = 2$; $\bar{m}_2 = 7$; $\bar{m}_3 = 9$; $\bar{m}_4 = 11$; $\bar{m}_5 = 8$; $\bar{m}_6 = \bar{m}_7 = 5$);
- середины интервалов ($\bar{t}_1 = 87,5$; $\bar{t}_2 = 112,5$; $\bar{t}_3 = 137,5$; $\bar{t}_4 = 162,5$; $\bar{t}_5 = 187,5$; $\bar{t}_6 = 212,5$; $\bar{t}_7 = 237,5$).

2. Используя формулы (1; 2 и 3), вычисляем числовые характеристики выборки

$$\bar{t}_{\text{ср.}} = \frac{1}{47} (87,5 \cdot 2 + 112,5 \cdot 7 + \dots + 237,5 \cdot 5) = 166 \text{ тыс. км};$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{(87,5 - 166)^2 \cdot 2 + \dots + (237,5 - 166)^2 \cdot 5}{47 - 1}} = 40,6 \text{ тыс. км};$$

$$v = 40,6/166 = 0,24.$$

3. Строим гистограмму распределения частоты отказов вкладышей по наработке t (рис. 3).

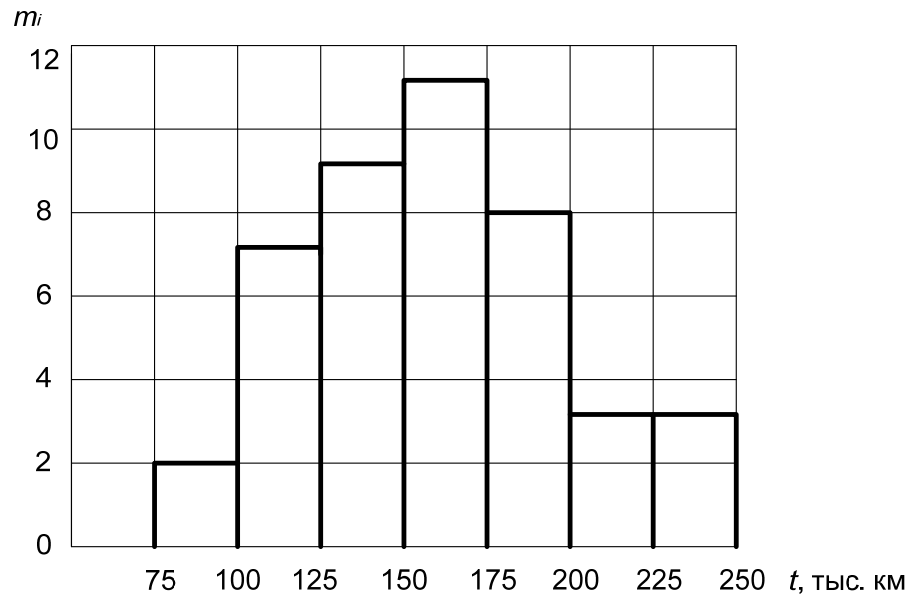


Рис. 3. Гистограмма распределения отказов вкладышей коренных шеек коленчатого вала по наработке t

По виду гистограммы и значению коэффициента вариации $v = 0,24$ предполагаем, что распределение отказов вкладышей подчиняется нормальному закону.

4. Для удобства вычислений пронормируем величину t , т.е. перейдем к новой случайной величине $z = \frac{t - \bar{t}_{\text{cp}}}{\sigma(t)}$ и вычислим концы новых интервалов

$$z_i = \frac{t_i - \bar{t}_{\text{cp}}}{\sigma(t)}; \quad z_{i+1} = \frac{t_{i+1} - \bar{t}_{\text{cp}}}{\sigma(t)}.$$

Расчеты сводим с таблицу 4, полагая при этом, что левый конец первого интервала равен $-\infty$, а правый конец последнего интервала ∞ .

Таблица 4

i	Границы интервалов		$t_i - \bar{t}_{cp}$	$t_{i+1} - \bar{t}_{cp}$	Границы интервалов z_i	
	t_i	t_{i+1}			$z_i = \frac{t_i - \bar{t}_{cp}}{\sigma(t)}$	$z_{i+1} = \frac{t_{i+1} - \bar{t}_{cp}}{\sigma(t)}$
1	75	100	-	- 66	$-\infty$	-1,63
2	100	125	-66	-41	-1,63	-1,01
3	125	150	-41	-16	-1,01	-0,40
4	150	175	-16	9	-0,40	0,22
5	175	200	9	34	0,22	0,84
6	200	225	34	59	0,84	1,46
7	225	250	59	-	1,46	∞

5. Вычисляем теоретические частоты $m_i = Np_i$,

где $p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятность попадания наработки t в интервалы (t_i, t_{i+1}) ; $\Phi(z)$ – функция Лапласа. С этой целью составим расчетную таблицу 5.

Таблица 5

i	Границы интервала		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$	Теоретические частоты $m_i = Np_i$
	z_i	z_{i+1}				
1	$-\infty$	-1,63	-0,5000	-0,4484	0,0516	2,43
2	-1,63	-1,01	-0,4484	-0,3438	0,1046	4,92
2	-1,01	-0,40	-0,3438	-0,1554	0,1884	8,85
4	-0,40	0,22	-0,1554	0,0871	0,2425	11,40
5	0,22	0,84	0,0871	0,2995	0,2124	9,98
6	0,84	1,46	0,2995	0,4279	0,1284	6,03
7	1,46	∞	0,4279	0,5000	0,0721	3,38

6. Рассчитываем значение критерия согласия χ^2 Пирсона (расчеты сводим в табл. 6).

Таблица 6

i	\bar{m}_i	m_i	$\bar{m}_i - m_i$	$(\bar{m}_i - m_i)^2$	$\frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i}$
1	2	2,43	-0,43	0,1849	0,0761
2	7	4,92	2,08	4,3264	0,8793
3	9	8,85	0,15	0,0225	0,0025
4	11	11,40	-0,40	0,1600	0,0140
5	8	9,98	-1,98	3,9204	0,3928
6	5	6,03	-1,03	1,0609	0,1759
7	5	3,38	1,62	2,6244	0,7764
Σ	47				$\chi^2_{опыт.} = 2,317$

По таблице критических значений χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $s = k - r - 1 = 7 - 2 - 1 = 4$ находим $\chi^2_{\text{табл.}} = 9,5$. Так как $\chi^2_{\text{опыт.}} < \chi^2_{\text{табл.}}$ гипотеза о принадлежности выборочных данных к нормальному закону распределения принимается.

7. Используя выражение (9), определяем вероятности безотказной работы $P(t)$ и вероятности отказов $F(t)$ вкладышей на наработках, соответствующих серединам интервалов выборки \bar{t}_i . Для первого из них

$$P(t = 87,5) = 0,5 - \Phi\left(\frac{87,5 - 166}{40,6}\right) = 0,5 - \Phi(-1,933) = 0,9742.$$

$$F(t = 87,5) = 1 - P(t = 87,5) = 1 - 0,9742 = 0,0258.$$

Результаты расчета для остальных интервалов сводим в табл. 7.

Таблица 7

Функции	Номера интервалов						
	1	2	3	4	5	6	7
$P(t_i)$	0,9742	0,9040	0,7580	0,5030	0,2980	0,1260	0,0392
$F(t_i)$	0,0258	0,0960	0,2420	0,4970	0,7020	0,8740	0,9608
$f(t_i), 10^{-3}$	0,0015	0,0041	0,0077	0,0098	0,0085	0,0051	0,0021
$\lambda(t_i), 10^{-3}$	0,0016	0,0045	0,010	0,0195	0,0285	0,0405	0,0531

По найденным значениям $P(t)$ и $F(t)$ строим график (рис. 4).

Плотность распределения $f(t)$ вычисляем по формуле (8) и табличным значениям для $f_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$. Для первого интервала выборки

$$f(t = 87,5) = \frac{1}{40,6} f_0\left(\frac{87,5 - 166}{40,6}\right) = 0,0246 \cdot 0,0620 = 0,001525 \cdot 10^{-3}.$$

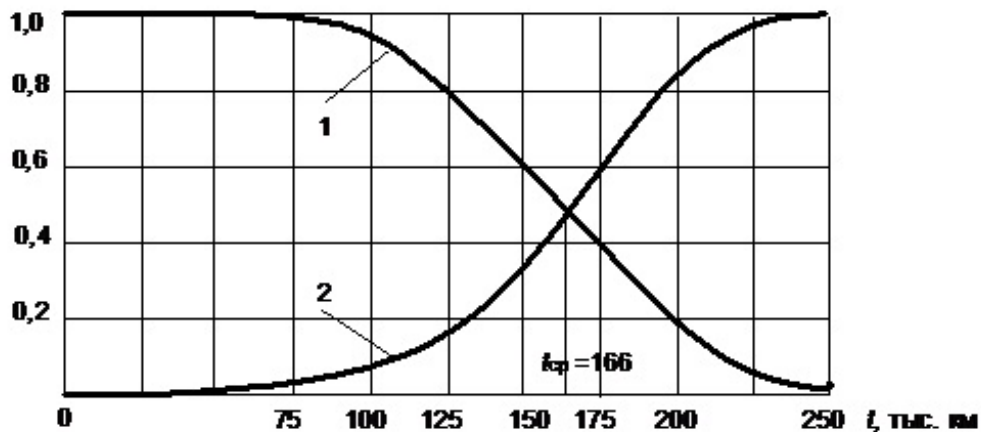


Рис.4. График функций вероятности безотказной работы (1) и вероятности отказа (2)

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ на этой наработке

$$\lambda(t=87,5) = f(t=87,5)/P(t=87,5) = 0,001525 \cdot 10^{-3} / 0,9742 = 0,00156 \cdot 10^{-3}.$$

Для остальных интервалов наработки расчетные значения $f(t)$ и $\lambda(t)$ приведены в табл. 7. Графическое изображение характеристик $f(t)$ и $\lambda(t)$ представлено на рис. 5.

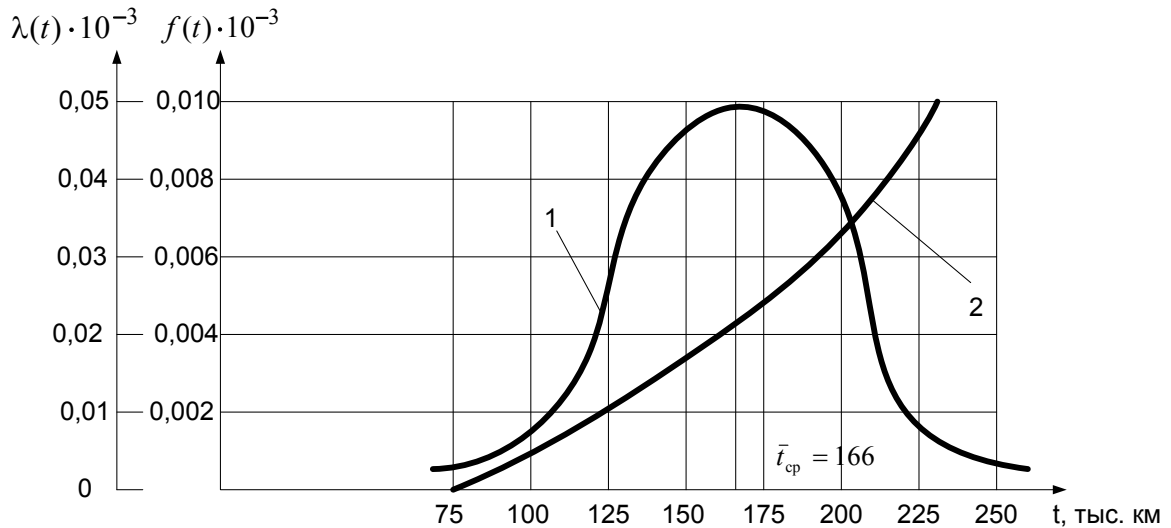


Рис. 5. График плотности распределения (1) и интенсивности отказов (2) вкладышей шеек коренных подшипников

II. Практическая часть

Выполнить обработку и проверку гипотезы о принадлежности опытных данных нормальному закону распределения.

Вариант №1

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
36,6	51,1	28,8	49,8	37,3	14,5	38,2	62,8	32,5	26,9
5,3	32,5	47,3	31,3	59,4	40,8	27,7	35,4	6,2	38,4
44,5	30,7	52,0	11,1	23,4	35,7	55,5	25,3	49,7	69,6
20,1	44,9	22,7	66,5	38,0	45,5	19,2	58,9	39,1	18,7

Вариант №2

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
1,8	14,7	27,9	9,0	16,6	13,7	16,2
6,4	20,4	18,8	19,3	5,2	18,9	10,3
15,4	33,4	3,6	11,4	15,9	28,1	21,6
13,2	22,5	19,1	20,9	8,3	26,7	17,3
24,7	14,0	27,4	22,2	19,0	12,5	15,6

Вариант №3

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
55,1	49,3	23,6	47,7	12,5	40,9	26,5
42,8	39,1	33,3	52,5	38,6	38,9	19,4
35,4	46,8	52,7	36,6	7,0	37,6	34,2
64,5	29,2	48,5	35,8	62,8	32,0	24,8
44,6	18,3	34,7	59,5	41,1	27,9	37,8

Вариант №4

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
44,5	83,3	105,4	95,3	48,2	69,9	41,1
23,3	62,8	35,6	74,7	59,8	118,7	82,4
109,9	19,4	70,7	88,2	69,1	61,0	46,5
98,1	72,8	51,3	77,0	10,6	68,5	60,9
53,7	79,9	94,6	112,0	76,7	89,0	28,0

Вариант №5

Наработка до отказа L_0 , тыс.км								
15,2	52,3	23,1	55,0	30,8	25,6	22,3	38,2	12,6
49,7	36,6	21,9	35,7	18,3	37,2	44,1	27,8	46,8
51,5	29,4	38,5	59,2	37,1	5,7	30,9	38,7	24,6
36,4	8,2	42,2	17,1	38,1	47,8	25,0	58,7	44,4
34,8	35,9	32,2	48,5	29,1	41,1	59,1	18,4	31,1

Вариант №6

Наработка до отказа L_0 , тыс.км								
3,1	13,0	7,5	15,7	31,0	11,7	26,4	6,5	14,3
16,2	23,9	8,3	25,2	17,3	10,1	18,8	12,8	27,7
24,8	29,5	19,1	21,6	24,0	21,3	33,4	24,9	2,7
14,7	23,0	4,4	22,4	23,8	12,4	16,8	19,2	17,5
9,0	18,3	19,7	29,8	18,1	28,6	12,8	8,9	15,9

Вариант №7

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
19,1	41,1	22,4	37,1	52,3	44,3	62,3	33,4	59,1	45,3
39,0	21,5	35,6	57,0	14,5	38,7	29,9	47,7	27,3	18,4
37,6	47,2	6,3	34,5	48,4	59,9	31,2	12,7	49,8	35,7
28,2	51,4	41,8	32,6	25,6	46,2	67,0	39,8	27,6	58,2

Вариант №8

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
79,31	110,7	15,6	149,5	82,3	62,4	103,1	37,8	87,6	59,7
118,5	54,1	89,1	100,2	35,4	90,5	48,2	92,4	75,9	99,9
137,6	90,8	68,9	93,7	117,2	56,0	87,3	105,4	82,3	109,8
110,3	24,5	52,4	41,8	81,5	122,2	88,8	74,7	49,5	89,2

Вариант №9

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

40,5	48,4	51,6	34,2	68,9	36,1	47,6
50,8	65,0	11,1	42,3	55,8	25,8	57,2
31,5	3,3	76,9	38,3	16,8	64,5	36,9
63,2	41,2	33,6	48,8	44,1	59,2	45,7
21,3	73,0	49,5	24,4	57,9	39,9	28,9

Вариант №10

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

20,9	18,9	27,2	16,5	23,1	12,4	22,7	21,6	15,8	14,6
15,1	10,4	26,8	4,5	33,2	17,1	28,9	9,3	24,1	29,9
32,0	24,8	26,0	21,2	19,4	11,2	34,8	18,3	11,8	22,7
5,6	28,5	7,2	22,0	15,3	22,4	24,6	13,7	18,9	24,2

Практическая работа №3

Определение выборочных характеристик. Распределение Вейбулла

I. Теоретическая часть

1 Распределение Вейбулла

Непрерывная случайная величина t называется распределенной по закону Вейбулла, если ее плотность распределения имеет вид

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}, \text{ при } t > 0 \quad (1)$$

где a – параметр масштаба распределения, характеризующий растянутость кривых вдоль оси t ; b – параметр формы распределения.

Значения плотностей вероятностей $f(t)$, записанные по этой форме, протабулированы, т.е. представлены в таблицах математической статистики.

Распределение Вейбулла – гибкое распределение и часто принимается в качестве статистической модели для описания самых разнообразных отказов. Хорошо оно проявляется в модели «слабого звена». Например, в двигателе, кроме блока цилиндров, картера, коленчатого вала, поршней, шатунов входят менее долговечные детали: поршневые кольца, вкладыши, прокладки, уплотнения и т.д. Они отказывают в разные сроки, а наработка двигателя на отказ определяется наиболее слабым звеном.

Поэтому распределение Вейбулла занимает особое место при оценке ресурсов работы многих узлов и агрегатов автомобиля. При этом в зависимости от параметра b оно может принимать самые разнообразные формы.

При $b < 1$ – это убывающая функция; при $b \approx 1$ – совпадает с экспонентой; при $b \approx 3,3$ – совпадает с нормальным распределением.

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение при этом законе распределения находятся по формулам:

$$t_{cp} = ak_B; \quad (2)$$

$$\sigma(t) = aq_B; \quad (3)$$

где k_B и q_B – коэффициенты, определяемые из выражений:

$$k_B = \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right); \quad (4)$$

$$q_B = \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - k_B^2}, \quad (5)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Коэффициент вариации случайной величины t определяется по формуле:

$$v = \frac{\sigma}{t_{cp}} = \frac{aq_B}{ak_B} = \frac{q_B}{k_B}. \quad (6)$$

Из математической статистики известно, что параметр формы распределения Вейбулла b является функцией коэффициента вариации v , т.е.

$$b = f(v) = f(\sigma(t)/t_{cp}).$$

Для удобства вычислений при определении параметра формы b , а также коэффициентов k_B и q_B составлены специальные таблицы.

Если t предоставляет собой наработку до отказа, то вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность возникновения отказа $F(t)$ до этой наработки находятся по формулам:

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}; \quad (7)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}. \quad (8)$$

Интенсивность отказов определяется выражением:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}. \quad (9)$$

Гамма-процентный ресурс (срок службы, сохраняемости) находится по формуле:

$$\frac{\gamma}{100} = e^{-\left(\frac{t_\gamma}{a}\right)^b}. \quad (10)$$

2 Статистическая обработка информации о надежности

2.1 Порядок обработки опытных данных

В первичной документации, где фиксируются результаты испытаний на надежность, содержатся данные, в которых трудно усмотреть какой-либо порядок и закономерности. Обработка этих данных начинается с составления таблицы, в которой они располагаются в порядке увеличения полученных при испытаниях значений. Затем определяются границы их рассеивания, т.е. наибольшее t_{max} и наименьшее t_{min} значения. Разность между ними является размахом варьирования

$$R = t_{max} - t_{min}. \quad (11)$$

Далее устанавливается количество интервалов k , на которое необходимо разбить размах R . Число k должно быть не менее

$$k = 1 + 3,32 \lg N, \quad (12)$$

где N – объем выборки испытаний.

Находится ширина интервала вариационного ряда h

$$h = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{k} = \frac{R}{k}. \quad (13)$$

Определяются границы интервалов, для чего вначале устанавливается нулевое (крайнее) значение интервала t_0

$$t_0 = t_{\min} - h/2. \quad (14)$$

Следующие границы интервалов рассчитываются последовательным прибавлением ширины интервала h к предыдущему значению, т.е.

$$t_1 = t_0 + h; t_2 = t_1 + h; \dots; t_k = t_{\max} + h.$$

В каждом интервале определяется его середина

$$\bar{t}_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2}. \quad (15)$$

Устанавливается число попаданий наработок t в i -й интервал \bar{m}_i (опытная частота). В случае, когда отдельные результаты в выборке существенно отличаются по своей величине от остальных, что чаще всего объясняется ошибками испытаний, целесообразно проверить их на аномальность по какому-либо критерию.

Из существующих методов проверки чаще всего используют правило трех средних квадратических отклонений. В соответствии с ним результат испытаний относится к аномальному и должен быть исключен из дальнейшего анализа, если он выходит за границы допустимого разброса $\bar{t} \pm 3\sigma(t)$.

Пример. По результатам эксплуатационных наблюдений за долговечностью свечей зажигания у 80 двигателей установлены и сгруппированы по интервалам их наработки до отказа (табл. 1).

Значение наработки в первом интервале с частотой $\bar{m} = 1$ резко отличается от остальных экспериментальных данных. Проверим ее принадлежность к выборке.

Таблица 1

Параметр	Номера интервалов								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Границы интервалов, тыс. км	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27	27-30	30-33	33-36	36-39
Средины интервалов \bar{t}_i , тыс. км	13,5	16,5	19,5	22,5	25,5	28,5	31,5	34,5	37,5
Частота \bar{m}_i	1	-	4	16	21	17	12	7	2

Вычисляем среднее арифметическое наработки без подозреваемого результата

$$\bar{t}_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k t_i \bar{m}_i = \frac{1}{79} (19,5 \cdot 4 + 22,5 \cdot 16 + 25,5 \cdot 21 + 28,5 \cdot 17 + 31,5 \cdot 12 + 34,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 2) = 27,25 \text{ тыс.км}$$

Вычисляем среднее квадратическое отклонение наработки

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2 \bar{m}_i}{n-1}} = \sqrt{\frac{1484,06}{78}} = 4,37 \text{ тыс.км.}$$

Определяем границы допустимого разброса наработок до отказа относительно среднего значения \bar{t}_{cp}

$$27,25 \pm 3 \cdot 4,37 = [14,14; 40,36].$$

Следовательно, наработка, соответствующая первому интервалу, является аномальной, так как выходит за границы допустимого разброса и должна быть исключена из дальнейшего анализа.

Если имеется несколько подозреваемых данных, то \bar{t}_{cp} и σ определяется без них, а затем проводится проверка каждого по приведенной схеме. В случае, когда проверяемые данные находятся внутри доверительного интервала, предположение об их аномальности ошибочно, их следует вернуть в выборку и учитывать при дальнейшем анализе.

Исключив аномальные результаты, определяем числовые характеристики: среднее арифметическое \bar{t}_{cp} , среднее квадратическое отклонение σ и коэффициент вариации v . В нашем примере значения среднего арифметического и среднего квадратического были определены при проверке аномальности подозреваемых результатов ($\bar{t}_{cp} = 27,25$; $\sigma = 4,37$). Они не изменились, так как рассчитывались без аномальных результатов. Значение коэффициента вариации составит:

$$v = \sigma / \bar{t}_{cp} = 4,37 / 27,25 = 0,16.$$

Затем определяются опытная частота \bar{m}_i , частость $w_i = \bar{m}_i / N$ и накопленная частость w_i^H . Накопленные частости w_i^H вычисляются путем последовательного прибавления частости w_i очередного интервала:

$$w_1^H = w_1; w_2^H = w_1^H + w_2; \dots; w_k^H = \sum_{i=1}^k w_i = 1.$$

Результаты расчета сводятся в таблицу. Для рассматриваемого примера найденные значения параметров сведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер интервала	Границы интервалов, тыс. км	Середина интервала, тыс. км	Частота \bar{m}_i	Частость w_i	Накопленная частость w_i^H
1	18 – 21	19,5	4	0,0506	0,0506
2	21 – 24	22,5	16	0,2025	0,2531
3	24 – 27	25,5	21	0,2658	0,5189

4	27 – 30	28,5	17	0,2152	0,7341
5	30 – 33	31,5	12	0,1519	0,8860
6	33 – 36	34,5	7	0,0887	0,9747
7	36 - 39	37,5	2	0,0253	1,0

Для установления закона распределения случайной величины t результаты обработки информации, представленные в табл. 2 оформляются графически в виде гистограммы, которая строится следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы наработок и на их основании строятся прямоугольники, высота которых равна частотам этих интервалов w_i . Графическое изображение гистограммы по результатам наблюдений за свечами зажигания представлено на рис. 1.

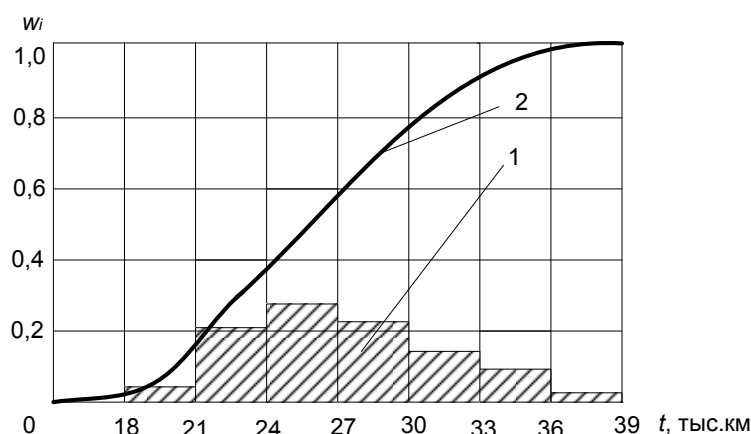


Рис. 1. Гистограмма распределения 1 и кумулятивная кривая 2 значений наработки свечей зажигания до отказа

Пользуясь данными табл. 2 по накопленным частотам w_i^H строится статистическая функция распределения наработки t (кумулятивная кривая) $\bar{F}(t)$.

По виду гистограммы и значению коэффициента вариации v подбирается теоретический закон распределения, который наилучшим образом описывает данное статистическое распределение. Известно, что нормальному закону распределения соответствует значение коэффициента вариации $v \leq 0,3$, Вейбулла – $v > 0,3$, экспоненциальному – $v = 1,0$.

2.2 Проверка гипотезы о принадлежности результатов исследований выбранному закону распределения

Для проверки гипотезы о принадлежности опытных данных выбранному закону распределения существуют соответствующие критерии согласия (χ^2 Пирсона, критерий Колмогорова и др.).

Критерий χ^2 Пирсона

Этот критерий нашел широкое применение из-за легкости его использования для проверки согласия любого распределения. Проверка правдоподобия гипотезы о принадлежности результатов испытаний к выбранному закону распределения записывается в виде альтернативного условия

$$\chi_{\text{опыт.}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i} = \begin{cases} \leq \chi_{\text{табл.}}^2(\alpha, S) \\ > \chi_{\text{табл.}}^2(\alpha, S) \end{cases}, \quad (16)$$

где \bar{m}_i, m_i – опытное и теоретическое число попаданий отказов в i -й интервал; k – количество интервалов; α – уровень значимости; S – число степеней свободы ($S = k - r - 1$); r – число параметров теоретического закона распределения.

Если $\chi_{\text{опыт.}}^2 \leq \chi_{\text{табл.}}^2$, гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается, в противном случае ее нельзя принять.

Уровень значимости α представляет собой вероятность того, что величина $\chi_{\text{опыт.}}^2$ в результате случайных отклонений частот опытного распределения от соответствующих частот теоретического распределения, будет меньше табличного значения $\chi_{\text{табл.}}^2$. Критические значения $\chi_{\text{табл.}}^2$ в зависимости от уровня значимости α и числа степеней свободы S приведены в табл. 3.

Таблица 3

S	Уровень значимости α				S	Уровень значимости α			
	0,01	0,05	0,10	0,20		0,01	0,05	0,10	0,20
1	6,3	3,8	2,7	1,6	11	24,7	19,6	17,2	14,6
2	9,2	5,9	4,0	3,2	12	26,2	21,0	18,5	15,8
3	11,3	7,8	6,2	4,6	13	27,6	22,3	19,8	16,9
4	13,2	9,5	7,7	5,9	14	29,1	23,6	21,0	18,1
5	15,0	11,0	9,2	7,2	15	30,5	24,9	22,3	19,3
6	16,8	12,5	10,6	8,5	16	32,0	26,2	23,5	20,4
7	18,4	14,0	12,0	9,8	17	33,4	27,5	24,7	21,6
8	20,0	15,5	13,3	11,0	18	34,8	28,8	25,9	22,7
9	21,6	16,9	14,6	12,2	19	36,1	30,1	27,2	23,9
10	23,2	18,3	15,9	13,4	20	37,5	31,4	28,4	25,0

2.3 Обработка опытных данных, распределенных по закону Вейбулла

Пример. По результатам эксплуатационных испытаний 50 автомобилей средней грузоподъемности установлены и сгруппированы по интервалам наработки до предельного состояния ведомых дисков сцепления (табл. 4). Определение значений $R, k, h, \bar{t}_i, \bar{m}_i$ осуществлялась по той же методике, что и для других законов распределения.

Таблица 4

Номера интервалов	1	2	3	4	5	6	7
Границы интервалов, тыс. км	15-30	30-45	45-60	60-75	75-90	90-105	105-120
Середины интервалов, тыс. км	22,5	37,5	52,5	67,5	82,5	97,5	112,5
Частота попаданий \bar{m}_i	6	14	12	9	6	2	1

1. Определяем числовые характеристики выборки:

$$\bar{t}_{\text{cp}} = \frac{1}{50} (22,5 \cdot 6 + 37,5 \cdot 14 + \dots + 112,5 \cdot 1) = 54 \text{ тыс. км};$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{(22,5 - 54)^2 \cdot 6 + (37,5 - 54)^2 \cdot 14 + \dots + (112,5 - 54)^2}{49}} = 22,4 \text{ тыс. км};$$

$$v = 22,4/54 = 0,41.$$

2. Строим гистограмму распределения частоты отказов (рис. 2).

По виду гистограммы и коэффициенту корреляции $v = 0,41$ предполагаем, что отказы ведомых дисков согласуются с законом Вейбулла.

3. По табл.7 значений параметров распределения Вейбулла для коэффициента вариации $v = 0,41$ находим

$$b = 2,7; k_b = 0,890; q_b = 0,350.$$

4. Из выражения (2) определяем второй параметр распределения (параметр масштаба a)

$$a = \bar{t}_{\text{cp}}/k_b = 54/0,890 = 60,7 \text{ тыс. км.}$$

5. Вычисляем теоретические вероятности попадания случайной величины t_i в интервалы наработки

$$p_i(t_i < t < t_{i+1}) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b} - e^{-\left(\frac{t_{i+1}}{a}\right)^b}.$$

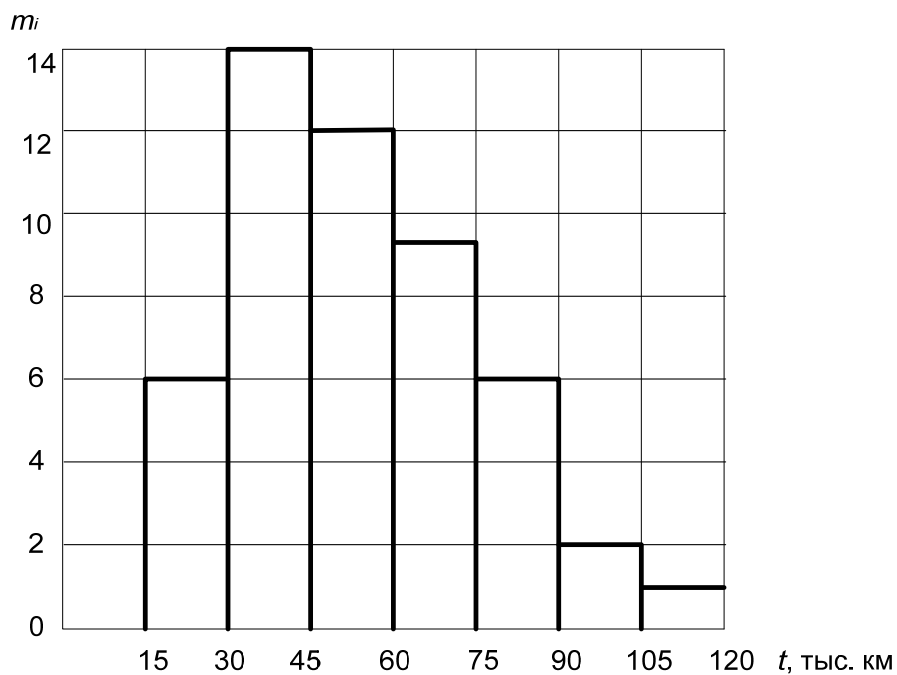


Рис. 2. Гистограмма распределения частоты отказов ведомых дисков сцепления автомобилей средней грузоподъемности

Для первого интервала

$$p(t_1) = e^{-\left(\frac{15}{60,7}\right)^{2,7}} - e^{-\left(\frac{30}{60,7}\right)^{2,7}} = e^{-0,0237} - e^{-0,1539} = 0,12.$$

Для остальных интервалов найденные значения $p(t_i)$ сводим в табл. 5.

Таблица 5

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Характеристики							
1. Теоретические вероятности $p(t_i)$	0,12	0,224	0,263	0,210	0,110	0,038	0,035
2. Теоретические частоты m_i	6	11,2	13,15	10,5	5,5	1,9	1,82
3. Интегральная функция $F(t_i)$	0,12	0,344	0,607	0,817	0,927	0,965	1,00
4. Вероятность безотказной работы $P(t_i)$	0,88	0,656	0,393	0,183	0,073	0,035	0
5. Интенсивность отказов $\lambda(t_i)$	0,0083	0,0200	0,0348	0,0537	0,0759	0,1011	0,1281
6. Плотность распределения $f(t_i)$	0,0073	0,0131	0,01367	0,0098	0,0055	0,0035	0

6. Вычисляем теоретические частоты попадания отказов в интервалы наработки:

$$m_1 = p(t_1) \cdot N = 0,12 \cdot 50 = 6;$$

$$m_2 = p(t_2) \cdot N = 0,224 \cdot 50 = 11,2 \text{ и т.д.}$$

Для остальных интервалов расчетные значения m_i приведены в табл.

6.

Таблица 6

i	\bar{m}_i	m_i	$\bar{m}_i - m_i$	$(\bar{m}_i - m_i)^2$	$\frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i}$
1	6	6	0	0	0
2	14	11,2	2,8	7,84	0,7
3	12	13,15	1,15	1,3225	0,1
4	9	10,5	1,5	2,25	0,214
5	6	5,5	0,5	0,25	0,045
6	2	1,9	0,1	0,01	0,005
7	1	1,825	0,825	0,681	0,373
Σ	50				$\chi_{\text{опыт.}}^2 = 1,44$

8. По таблице значений критерия Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и $S = 4$ находим $\chi_{\text{табл.}}^2 = 9,5$. Гипотеза о принадлежности опытных данных закону Вейбулла не отвергается, так как $\chi_{\text{опыт.}}^2 < \chi_{\text{табл.}}^2$.

9. Для построения кривых вероятностей отказа $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t)$ воспользуемся формулами

$$F(t_i) = \sum_1^i p(t_i); \quad P(t_i) = 1 - F(t_i).$$

Результаты расчета сведены в табл. 5 и изображены графически на рис. 3.

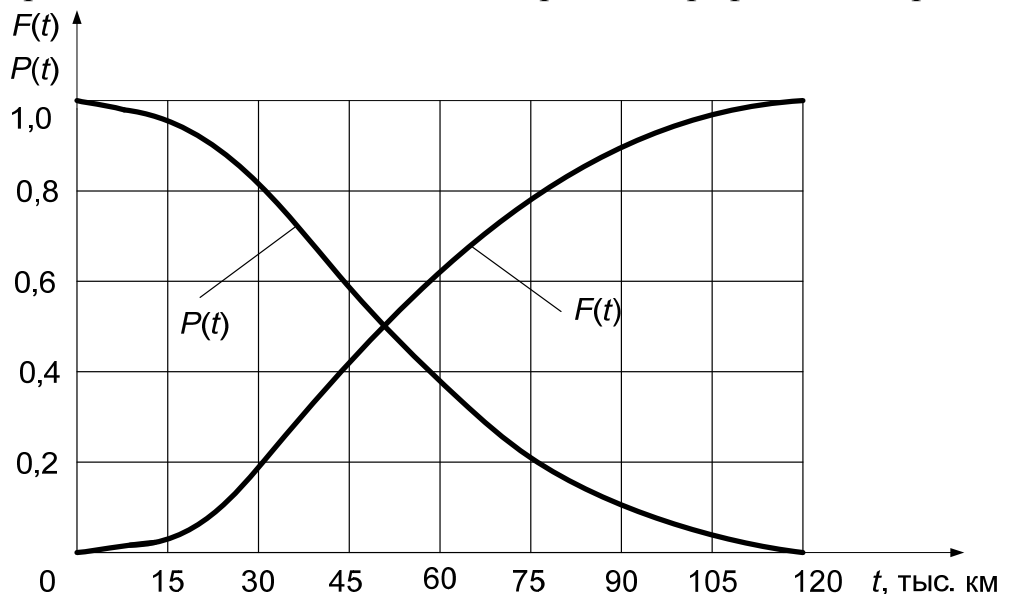


Рис. 3. График вероятностей отказа $F(t)$ и безотказной работы $P(t)$ ведомых дисков сцепления

10. Используя формулу (9) рассчитываем интенсивность отказов $\lambda(t)$ и плотность вероятностей распределения $f(t)$ по интервалам наработки t_i . Для первого интервала

$$\lambda(t_1 = 22,5) = \frac{2,7}{60,7} \left(\frac{22,5}{60,7}\right)^{2,7-1} = 0,045 \cdot 0,37^{1,7} = 0,0083;$$

$$f(t_1) = P(t_1) \lambda(t_1) = 0,88 \cdot 0,0083 = 0,0073.$$

Аналогично рассчитываем $\lambda(t)$ и $f(t)$ для остальных интервалов и результаты сводим в табл. 5. Графическое изображение кривых $\lambda(t)$ и $f(t)$ представлено на рис. 4.

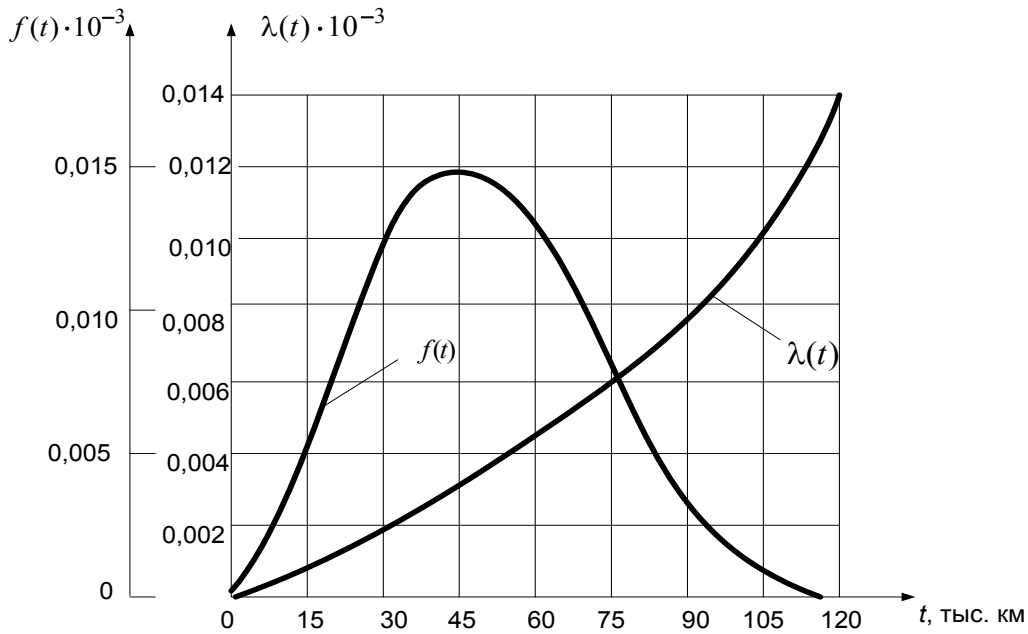


Рис. 4. График плотности распределения $f(t)$ и интенсивности отказов $\lambda(t)$ ведомых дисков сцепления

Таблица 7. Параметры и коэффициенты распределения Вейбулла

V	b	K_b	S_b	V	b	K_b	S_b	V	b	K_b	S_b
1,26	0,8	1,13	1,43	0,55	1,9	0,89	0,49	0,36	3,0	0,89	0,33
1,11	0,9	1,07	1,20	0,52	2,0	0,89	0,46	0,35	3,1	0,89	0,32
1,00	1,0	1,00	1,00	0,50	2,1	0,89	0,44	0,34	3,2	0,90	0,31
0,91	1,1	0,97	0,88	0,48	2,2	0,89	0,43	0,33	3,3	0,90	0,30
0,84	1,2	0,94	0,79	0,46	2,3	0,89	0,41	0,33	3,4	0,90	0,29
0,78	1,3	0,92	0,72	0,44	2,4	0,89	0,39	0,32	3,5	0,90	0,29
0,72	1,4	0,91	0,66	0,43	2,5	0,89	0,38	0,31	3,6	0,90	0,28
0,68	1,5	0,90	0,61	0,41	2,6	0,89	0,37	0,30	3,7	0,90	0,27
0,64	1,6	0,90	0,57	0,40	2,7	0,89	0,35	0,29	3,8	0,90	0,27
0,61	1,7	0,89	0,54	0,39	2,8	0,89	0,34	0,29	3,9	0,90	0,26
0,58	1,8	0,89	0,51	0,38	2,9	0,89	0,34	0,28	4,0	0,90	0,25

II. Практическая часть

Выполнить обработку и проверку гипотезы о принадлежности опытных данных закону Вейбулла.

Вариант №1

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
65,2	22,5	44,5	25,0	37,3	42,8	12,4
29,1	32,0	54,3	10,8	5,4	27,8	17,3
67,1	27,6	41,0	7,2	28,8	12,9	33,2
51,3	18,1	43,6	74,5	27,2	59,8	39,1
49,7	18,0	26,6	8,4	28,7	15,0	63,4

Вариант №2

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
32,1	10,4	57,9	13,7	30,2	13,5	6,7	26,8	38,3	29,3
28,9	3,5	24,0	19,9	77,4	23,2	15,0	54,3	18,9	35,1
62,1	27,3	11,5	35,7	22,6	17,8	44,5	23,5	12,4	8,9

Вариант №3

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
43,8	8,2	28,9	32,2	18,5	23,1	48,6	19,3	54,2	13,4
11,0	69,3	2,4	49,1	29,5	37,8	10,7	24,5	7,4	35,2
38,6	9,9	13,8	21,3	55,2	18,9	5,2	310	12,1	27,6
27,8	47,3	27,1	6,0	17,7	39,4	16,6	28,7	57,	15,9

Вариант №4

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
38,5	58,7	13,5	42,1	8,7	28,6	47,8
22,6	10,3	27,1	12,5	23,4	64,5	29,0
72,3	44,5	3,0	25,3	48,6	18,9	13,6
18,8	26,3	42,1	16,2	15,7	24,1	6,7
33,3	9,1	22,7	53,2	27,2	38,0	26,4

Вариант №5

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
43,6	3,7	27,6	11,4	20,8	49,5	15,0
29,8	13,9	72,4	28,7	8,2	29,3	18,9
18,5	21,0	10,5	42,0	18,2	63,5	26,6
23,2	53,8	25,4	17,4	12,6	19,3	42,8
16,2	28,6	49,1	22,3	9,4	25,4	51,7

Вариант №6

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
54,5	28,1	5,4	23,6	33,7	29,9	52,3	8,0	17,5	65,4
23,8	47,0	18,2	74,5	22,9	36,2	38,5	25,7	42,3	19,8
38,6	24,5	49,1	38,2	12,6	42,5	26,4	68,1	25,5	34,0
79,6	10,2	3,9	16,8	58,0	14,6	8,9	18,3	48,7	9,3

Вариант №7

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
20,7	65,2	19,1	54,3	16,3	51,0	15,0	62,8	27,1	9,7
17,0	44,4	21,2	17,8	32,3	7,3	24,8	19,4	40,0	25,3
5,6	13,5	61,2	26,4	59,4	29,9	13,9	58,1	19,6	38,5
23,5	58,3	12,7	8,6	11,0	42,7	74,3	25,2	8,4	28,8

Вариант №8

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
21,0	5,4	47,5	18,3	6,8	17,6	65,3	28,5	37,8	42,2
34,7	25,6	38,1	22,0	12,3	39,5	28,7	3,8	18,5	29,4
29,2	78,3	25,3	5,6	68,7	27,6	19,5	231	54,5	12,0
8,1	17,7	35,0	21,9	11,1	32,8	44,3	9,2	19,6	39,3

Вариант №9

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
24,5	3,3	21,0	76,4	24,0	38,5	54,3
12,6	23,5	33,9	8,8	37,1	13,5	35,0
27,1	32,1	19,0	25,5	27,6	65,2	22,2
35,2	57,0	23,9	9,5	24,6	79,3	27,6
18,3	34,5	17,5	56,3	72,1	5,4	31,9

Вариант №10

Наработка до отказа L_0 , тыс.км								
12,0	29,3	48,8	38,5	13,4	37,1	28,8	67,7	25,2
54,3	21,3	11,4	27,8	40,3	26,0	8,2	29,4	17,7
19,5	5,8	27,7	72,4	28,5	31,0	17,8	33,8	25,9
11,4	28,8	34,5	24,4	14,3	45,1	28,2	15,1	16,0
9,4	41,1	23,4	12,0	37,8	25,3	12,4	77,3	8,8

Практическая работа №4

Определение выборочных характеристик. Экспоненциальный закон распределения

I. Теоретическая часть

Для оценки случайной однородной величины используются два вида характеристик: полные и числовые. Полные характеристики – это так называемые *законы распределения*. Для дискретных величин в качестве таковых используют *функцию и ряд распределения* (графически – многоугольник распределения), для непрерывных величин – *функцию и плотность распределения* (графически – кривую распределения).

Любой закон распределения представляет собой некоторую функцию, которая полностью описывает случайную величину. Однако, в целом ряде инженерных задач нет необходимости характеризовать случайную величину полностью, исчерпывающим образом. Зачастую вполне достаточно определить отдельные параметры, характеризующие наиболее существенные черты распределения случайной величины. Такие характеристики, назначение которых – выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения, называются числовыми характеристиками случайной величины.

1 Числовые характеристики случайной величины

Основными числовыми характеристиками случайной величины являются: среднее арифметическое (выборочное среднее), среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Среднее арифметическое случайной величины характеризует центр группирования всей совокупности ее значений:

$$\bar{X} = (X_1 m_1 + X_2 m_2 + \dots + X_k m_k) / n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_i m_i, \quad (1)$$

где X_i – центр i -го интервала вариационного ряда; m_i – соответствующая данному интервалу частота; k – количество интервалов вариационного ряда; n – объем выборки обследования.

Среднее квадратическое отклонение случайной величины $\sigma(x)$, характеризующее меру рассеивания значений X вокруг центра группирования \bar{X} , определяется по формуле

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2 m_i}{n-1}}. \quad (2)$$

Коэффициент вариации ряда v оценивает относительную меру рассеивания случайной величины X и в первом приближении позволяет судить о законе ее распределения

$$v = \frac{\sigma(x)}{\bar{X}}. \quad (3)$$

Чем меньше значение коэффициента вариации, тем плотнее группируются результаты испытаний вокруг среднего значения \bar{X} , тем, следовательно, меньше их рассеивание.

2 Законы распределения случайных величин

Результаты испытаний дают возможность найти математическое описание полученных закономерностей, т.е. получить обобщенные зависимости, по которым определяются показатели надежности.

В общем случае в качестве таких обобщенных зависимостей используются функции распределения случайной величины (законы распределения) $F(X)$ и $P(X)$. Для автотранспортной техники в качестве случайной величины чаще всего используют наработки t (до 1 отказа, между отказами, до предельного состояния и т.д.). Поэтому при обработке результатов испытаний различными законами вместо абстрактной случайной величины X используем наработку t .

Интегральная функция распределения $F(t)$ показывает вероятность того, что наработка T от начала отсчета до появления отказа окажется меньше заданной наработки t , т.е.

$$F(T) = \text{Вер} (T < t).$$

Иными словами эта функция показывает вероятность того, что изделие откажет в заданном интервале наработки.

Интегральная функция $P(t)$ показывает вероятность того, что наработка T от начала отсчета до появления отказа окажется больше или равной заданной наработке t . Иначе говоря эта функция показывает, что в пределах заданной наработки от 0 до t отказа изделия не произойдет

$$P(T) = \text{Вер} (T \geq t).$$

Теоретические значения $F(t)$ и $P(t)$ определяются из выражений

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt; \quad P(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t), \quad (4)$$

где $f(t)$ – дифференциальная функция распределения. Она характеризует плотность, с которой распределяются значения случайной величины в

данной точке и поэтому называется плотностью распределения случайной величины.

Физический смысл $f(t)$ применительно к теории надежности – это вероятность возникновения отказа на достаточной малой наработке.

Таким образом, функции или законы распределения устанавливают связи между возможными значениями случайных величин и соответствующими им вероятностями.

Если известна одна из функций $F(t)$, $P(t)$ или $f(t)$, можно определить любую числовую характеристику надежности. Например, средняя наработка до отказа находится из выражений:

$$t_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad \text{или} \quad t_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (5)$$

При обработке информации о надежности автомобилей наиболее широкое распространение получили следующие законы распределения: экспоненциальный, нормальный, логарифмически нормальный, Вейбулла.

3 Экспоненциальный закон распределения

Непрерывная случайная величина t называется распределенной по экспоненциальному закону, если ее плотность вероятности определяется выражением:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{при} \quad t \geq 0, \quad (6)$$

где λ – параметр закона распределения; t – случайная величина наработки.

При исследовании надежности машин параметр λ может выражать, например, интенсивность отказов, или интенсивность их восстановления.

В общем случае экспоненциальным распределением описываются события, которые возникают с постоянной интенсивностью ($\lambda = \text{const}$) и независимо друг от друга (наработки деталей с внезапным характером отказов, трудоемкости их устранения, интервалы времени между поступлениями автомобилей в зону ремонта).

Вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность отказа $F(t)$ на интервале наработки от 0 до t вычисляются из выражений:

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad F(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (7)$$

Средняя наработка до отказа (средний ресурс, средний срок службы, средний срок сохраняемости, среднее время восстановления отказа):

$$t_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (8)$$

Среднее квадратическое отклонение для экспоненциального закона распределения:

$$\sigma = t_{cp} = \frac{1}{\lambda}. \quad (9)$$

Коэффициент вариации:

$$\nu = \frac{\sigma}{t_{cp}} = 1. \quad (10)$$

Гамма-процентный ресурс (гамма-процентный срок службы, гамма-процентный срок сохраняемости) находится из выражения:

$$t_{\gamma} = \frac{1}{\lambda} \left(-\ln \frac{\gamma}{100} \right). \quad (11)$$

Из выражений (6) и (7) следует, что интенсивность отказов λ может быть выражена формулой:

$$\lambda = \frac{f(t)}{e^{-\lambda t}} = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (12)$$

4 Статистическая обработка информации о надежности

4.1 Проверка гипотезы о принадлежности результатов исследований выбранному закону распределения

Для проверки гипотезы о принадлежности опытных данных выбранному закону распределения существуют соответствующие критерии согласия (χ^2 Пирсона, критерий Колмогорова и др.).

Критерий χ^2 Пирсона

Этот критерий нашел широкое применение из-за легкости его использования для проверки согласия любого распределения. Проверка правдоподобия гипотезы о принадлежности результатов испытаний к выбранному закону распределения записывается в виде альтернативного условия

$$\chi_{\text{опыт.}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i} = \begin{cases} \leq \chi^2_{\text{табл.}} \left(\alpha \right) \\ & S \\ > \chi^2_{\text{табл.}} \left(\alpha \right) \\ & S \end{cases}, \quad (13)$$

где \bar{m}_i, m_i – опытное и теоретическое число попаданий отказов в i -й интервал; k – количество интервалов; α – уровень значимости; S – число степеней свободы ($S = k - r - 1$); r – число параметров теоретического закона распределения.

Если $\chi^2_{\text{опытн.}} \leq \chi^2_{\text{табл.}}$, гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается, в противном случае ее нельзя принять.

Уровень значимости α представляет собой вероятность того, что величина $\chi^2_{\text{опытн.}}$ в результате случайных отклонений частот опытного распределения от соответствующих частот теоретического распределения, будет меньше табличного значения $\chi^2_{\text{табл.}}$. Критические значения $\chi^2_{\text{табл.}}$ в зависимости от уровня значимости α и числа степеней свободы S приведены в табл. 1.

Таблица 1

S	Уровень значимости α				S	Уровень значимости α			
	0,01	0,05	0,10	0,20		0,01	0,05	0,10	0,20
1	6,3	3,8	2,7	1,6	11	24,7	19,6	17,2	14,6
2	9,2	5,9	4,0	3,2	12	26,2	21,0	18,5	15,8
3	11,3	7,8	6,2	4,6	13	27,6	22,3	19,8	16,9
4	13,2	9,5	7,7	5,9	14	29,1	23,6	21,0	18,1
5	15,0	11,0	9,2	7,2	15	30,5	24,9	22,3	19,3
6	16,8	12,5	10,6	8,5	16	32,0	26,2	23,5	20,4
7	18,4	14,0	12,0	9,8	17	33,4	27,5	24,7	21,6
8	20,0	15,5	13,3	11,0	18	34,8	28,8	25,9	22,7
9	21,6	16,9	14,6	12,2	19	36,1	30,1	27,2	23,9
10	23,2	18,3	15,9	13,4	20	37,5	31,4	28,4	25,0

4.2 Обработка опытных данных, распределенных по экспоненциальному закону

Пример. По результатам эксплуатационных наблюдений за 35 автомобилями средний грузоподъемности были получены следующие наработки до отказа элементов системы освещения (тыс. км): 8,7; 14,0; 17,1; 72,7; 14,3; 9,9; 24,2; 26,6; 68,8; 40,1; 84,4; 17,7; 14,6; 7,1; 6,0; 22,6; 12,4; 11,6; 18,8; 27,3; 4,4; 9,2; 76,5; 13,4; 14,8; 13,8; 2,7; 46,6; 38,0; 11,0; 8,1; 42,9; 42,2; 59,4; 50,9. Требуется установить закон распределения наработок, проверить гипотезу о принадлежности опытных данных выбранному закону, построить график вероятностей безотказной работы $P(t)$ и отказа $F(t)$.

1. Определяем размах выборки $R = t_{\text{max}} - t_{\text{min}} = 84,4 - 2,7 = 81,7$ тыс. км; число интервалов $k = 1 + 3,32 \ln 35 = 6$; величину интервала $h = R/k = 81,7/6 = 15$ тыс. км; середины интервалов ($\bar{t}_1 = 7,5$; $\bar{t}_2 = 22,5$; $\bar{t}_3 = 37,5$; $\bar{t}_4 = 52,5$; $\bar{t}_5 = 67,5$; $\bar{t}_6 = 82,5$) тыс. км; частоты попаданий наработок в эти интервалы ($\bar{m}_1 = 16$; $\bar{m}_2 = 7$; $\bar{m}_3 = 4$; $\bar{m}_4 = 3$; $\bar{m}_5 = 3$; $\bar{m}_6 = 2$).

2. Строим гистограмму распределения частот \bar{m}_i (рис. 1). По виду гистограммы предполагаем, что распределение наработок до отказа подчиняется экспоненциальному распределению.

3. Определяем среднее значение наработки до отказа

$$\bar{t}_{\text{cp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k t_i \bar{m}_i = \frac{1}{35} (16 \cdot 7,5 + 7 \cdot 22,5 + \dots + 2 \cdot 82,5) = 27,2 \text{ тыс. км.}$$

4. Определяем интенсивность отказов λ

$$\lambda = 1/\bar{t}_{\text{cp}} = 1/27,2 = 0,0368 \text{ тыс. км}^{-1}.$$

5. Находим вероятности попаданий наработок t в каждый из интервалов (вероятность усеченного распределения)

$$p_{iy} = P(t_i < \bar{t}_i < t_{i+1}) = e^{-\lambda t_i} - e^{-\lambda t_{i+1}}.$$

Для первого интервала

$$p_{1y} = (0 < t_1 < 15) = e^{-0,0368 \cdot 0} - e^{-0,0368 \cdot 15} = 1 - 0,595 = 0,405.$$

Аналогично вычисляем вероятности попадания t в остальные интервалы:

$$p_{2y} = 0,262; p_{3y} = 0,143; p_{4y} = 0,079; p_{5y} = 0,048; p_{6y} = 0,025.$$

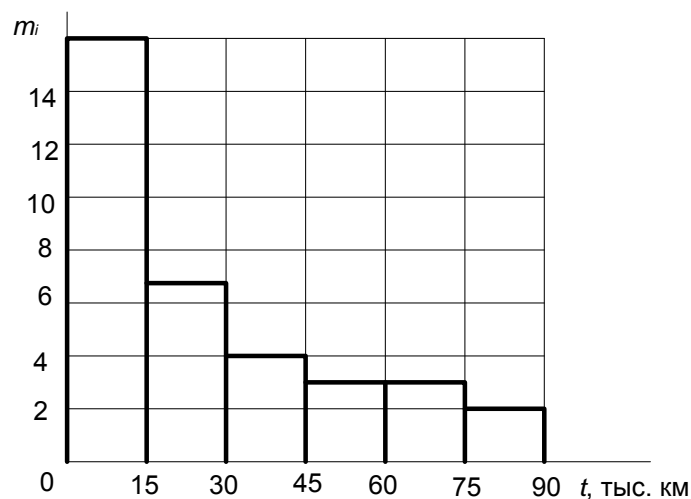


Рисунок 1. Гистограмма распределения наработок элементов системы освещения до отказа

6. Определяем нормирующий множитель

$$C = 1 / \sum_{i=1}^6 p_i = 1 / 0,962 = 1,04.$$

7. Вычисляем исправленные вероятности

$$p_i = p_{iy} C$$

$$\begin{aligned} p_1 &= p_{1y} \cdot 1,04 = 0,421; \\ p_2 &= 0,279; p_3 = 0,149; \\ p_4 &= 0,082; p_5 = 0,050; \\ p_6 &= 0,026. \end{aligned}$$

8. Определяем теоретические частоты $m_i = p_i N$.

Для первого интервала $m_1 = 0,421 \cdot 35 = 14,735$. Для последующих интервалов: $m_2 = 9,765$; $m_3 = 5,215$; $m_4 = 2,870$; $m_5 = 1,75$; $m_6 = 0,91$.

9. Находим значение критерия согласия χ^2 Пирсона по формуле 4.47. Для удобства все расчеты сводим в табл. 2.

Таблица 2

i	\bar{m}_i	m_i	$\bar{m}_i - m_i$	$(\bar{m}_i - m_i)^2$	$\frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{m_i}$
1	16	14,735	1,265	1,600	0,111
2	7	9,77	-2,77	7,67	0,7850
3	4	5,21	-1,21	1,46	0,2802
4	3	2,87	0,13	0,02	0,0070
5	3	1,75	1,25	1,56	0,8914
6	2	0,91	1,09	1,19	1,3077
Σ	35				$\chi^2_{\text{опыт}} = 3,38$

По таблице критических значений χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $S = k - r - 1 = 6 - 1 - 1 = 4$ находим $\chi^2_{\text{табл.}} = 9,5$. Так как $\chi^2_{\text{опыт}} < \chi^2_{\text{табл.}}$ гипотеза о распределении наработок элементов системы освещения по экспоненциальному закону не отвергается.

10. По найденным значениям исправленной вероятности p_i определяем величины интегральных функций распределения отказов $F(t)$ и вероятности безотказной работы $P(t) = 1 - F(t)$ по интервалам наработки:

$F(t_1) = p_1 = 0,421$; $F(t_2) = p_1 + p_2 = 0,421 + 0,279 = 0,700$ и т.д.

$P(t_1) = 1 - F(t_1) = 1 - 0,421 = 0,579$. Для остальных интервалов рассчитанные значения $F(t)$ и $P(t)$ представлены в табл. 3.

Таблица 3

Функции	Номера интервалов					
	1	2	3	4	5	6
$F(t_i)$	0,421	0,700	0,849	0,931	0,981	1,000
$P(t_i)$	0,579	0,300	0,151	0,069	0,019	0

Используя найденные значения $F(t)$ и $P(t)$, строим график (рис. 2).

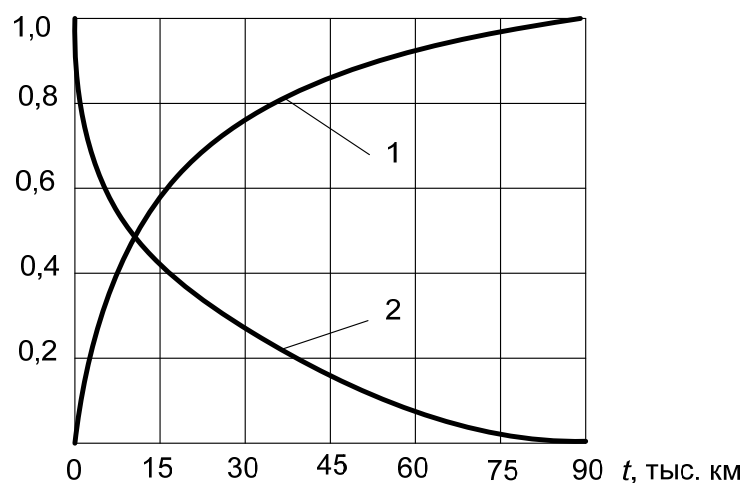


Рис. 2. График интегральной функции распределения отказов (1) и вероятности безотказной работы (2) по наработке t

II. Практическая часть

Выполнить обработку и проверку гипотезы о принадлежности опытных данных экспоненциальному закону распределения.

Вариант №1

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
44,3	9,7	17,2	3,4	32,3	18,4	59,2
19,0	39,8	9,7	22,5	12,7	7,3	5,5
37,9	11,5	67,3	5,1	15,2	47,8	21,6
8,4	45,0	6,2	18,8	72,4	8,3	17,1
51,1	6,6	26,4	32,5	10,7	8,5	34,7

Вариант №2

Наработка до отказа L_0 , тыс.км						
24,6	3,5	19,8	1,8	42,1	3,9	67,6
3,5	83,6	9,2	27,3	7,1	18,7	6,3
16,2	8,2	38,4	4,3	75,2	5,6	24,8
43,7	7,7	9,8	28,1	3,0	12,5	33,9
11,4	19,9	53,1	6,5	16,7	20,6	8,3

Вариант №3

Наработка до отказа L_0 , тыс.км									
17,4	7,6	12,8	1,4	32,4	3,0	5,1	15,3	4,0	14,5
2,2	27,8	3,6	22,3	4,6	13,3	3,5	7,9	14,1	2,7
11,2	5,3	18,9	1,7	12,5	1,7	21,4	3,9	8,0	33,5

Вариант №4

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

7,4	1,6	15,7	3,8	8,5	14,5	1,0
27,6	8,0	13,3	9,1	18,2	2,7	30,7
2,0	2,5	39,4	12,0	3,5	13,6	1,9
5,9	10,2	3,2	6,3	13,4	3,8	16,1
12,5	4,4	6,8	22,8	4,9	32,3	9,4

Вариант №5

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

40,2	19,7	100,4	22,7	62,3	12,1	93,5	13,7	24,0	128,2
25,3	66,8	15,0	47,6	16,0	28,7	10,5	48,6	18,8	5,4
35,4	80,9	3,2	135,6	10,7	39,8	49,3	9,4	69,1	4,6

Вариант №6

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

1,4	84,7	19,6	64,3	11,1	29,4	59,3
59,4	36,6	85,9	18,5	21,5	100,9	18,1
8,3	24,8	15,0	154,2	16,7	28,5	77,7
22,1	42,5	39,9	37,8	50,0	90,2	14,8
9,3	95,6	137,8	10,4	112,3	17,3	31,6

Вариант №7

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

9,2	41,8	5,1	29,5	7,4	11,4	1,6	31,0	19,0	56,4
23,2	8,7	10,3	6,0	42,9	5,8	67,9	8,2	16,5	3,1
2,6	39,4	7,8	72,3	18,7	35,6	9,1	19,2	35,8	17,7

Вариант №8

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

54,8	3,6	22,5	17,1	39,5	5,6	27,4	3,6	62,3	8,7
7,5	45,8	1,3	79,6	6,4	26,0	7,2	10,8	7,0	25,4
29,9	11,1	37,2	4,0	27,1	5,3	52,1	2,7	19,3	9,1

Вариант №9

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

11,5	6,2	3,0	32,1	8,3	25,6	14,5	7,3	18,6	63,5
29,4	17,8	6,0	15,4	2,8	42,9	7,6	27,8	8,2	9,0
5,5	47,5	3,2	28,2	19,0	9,4	18,1	3,9	26,1	7,2

Вариант №10

Наработка до отказа L_0 , тыс.км

65,4	7,3	25,6	3,7	38,8	7,2	25,0	1,6	19,0	27,8
8,8	52,3	18,2	23,3	6,9	47,1	16,5	9,3	77,2	3,5
25,0	6,7	41,6	2,4	11,8	2,5	29,4	32,5	6,4	11,9