

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности
А.А.Панфилов
« 30 » 08 2019г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки **20.03.01 Техносферная безопасность**

Профиль/программа подготовки **Безопасность труда**

Уровень высшего образования **Бакалавриат**

Форма обучения **Очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед/час.	Лекции, час	Практич. занятия, час	Лаб. работы, час	СРС, час	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
1	4/144	36	36	-	36	Экзамен 36
2	4/144	36	36	-	45	Экзамен 27
Итого	8/288	72	72	-	81	Экзамен 63

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Высшая математика» обеспечивает подготовку последующим по разделам математики: линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного исчисления, векторного исчисления, теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной, неопределённых и определённых интегралов, дифференциальных уравнений.

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.

Задачи:

овладение студентами основными понятиями алгебры, геометрии, математического анализа;

умение решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;

умение использовать математический аппарат для решения прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Высшая математика» относится к базовой части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: алгебра, геометрия, введение в математический анализ.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
ОК-4	Частичное	владением компетенциями самосовершенствования (сознание необходимости, потребность и способность обучаться)

4. ОБЪЁМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часов): 4 зачетных единицы в 1 семестре, 4 зачётных единицы во 2 семестре.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации
-------	--	---------	-----------------	--	--	--

				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		(по семестрам)
1	Линейная алгебра	1	1-3	6	6		6	6 / 50	
2	Векторная алгебра	1	4-5	4	4		4	4 / 50	Рейтинг-контроль 1
3	Аналитическая геометрия	1	6-8	6	6		6	6 / 50	Типовой расчёт 1
4	Введение в математический анализ	1	9-11	6	6		6	6 / 50	Рейтинг-контроль 2 Типовой расчёт 2
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	12-14	6	6		6	6 / 50	
6	Исследование функций	1	15	2	2		2	2 / 50	Типовой расчёт 3
7	Функции многих переменных	1	16-18	6	6		6	6 / 50	Рейтинг-контроль 3
Всего за 1 семестр:				36	36		36	36 / 50	Экзамен (36)
1	Неопределённый интеграл	2	1-6	12	12		15	12 / 50	Рейтинг-контроль 1 Типовой расчёт 1
2	Определённый интеграл	2	7-10	8	8		10	8 / 50	Рейтинг-контроль 2 Типовой расчёт 2
3	Дифференциальные уравнения	2	11-18	16	16		20	16 / 50	Рейтинг-контроль 3 Типовой расчёт 3
Всего за 2 семестр:				36	36		45	36 / 50	Экзамен (27)
Итого по дисциплине:				72	72		81	72 / 50	Экзамен (63)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Семестр 1.

Раздел 1. Линейная алгебра

Тема 1. Определители

Определители 2, 3, 4 порядков. Правило Саррюса.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений малых порядков: совместные, несовместные; определённые, неопределённые системы. Равносильные системы, элементарные преобразования систем.

Решение систем. Метод Крамера. Метод Гаусса.

Тема 3. Матрицы.

Основные понятия и их свойства. Матрицы. Основные понятия. Действия с ними (сложение матриц, умножение матриц на число, транспонирование матриц, произведение матриц).

Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Решение СЛАУ матричным методом.

Раздел 2. Векторная алгебра

Тема 1. Действия с векторами.

Понятие вектора. Линейные операции над векторами.

Тема 2. Произведения векторов.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

Тема 3. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Аналитическая геометрия

Тема 1. Прямая линия на плоскости.

Способы задания прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 2. Плоскость и прямая в пространстве.

Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве. Взаимное расположение в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Тема 3. Кривые 2 порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Основные понятия: каноническое уравнение, фокус, эксцентриситет, директрисы.

Тема 4. Поверхности 2 порядка

Сфера. Трёхосный эллипсоид. Однополостный гиперboloид. Двуполостный гиперboloид. Параболоид. Цилиндр. Конус.

Раздел 4. Введение в математический анализ

Тема 1. Общие понятия математического анализа.

Рациональные и иррациональные числа. Поле действительных чисел. Линейная упорядоченность поля. Операции сложения и умножения. Аксиоматическое представление поля действительных чисел. Модуль действительного числа, его свойства.

Тема 2. Понятие предела.

Предел числовой последовательности: понятие окрестности, определение предела. Предел монотонной последовательности. Арифметические свойства предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Число ϵ , его определение, существование и оценка.

Тема 3. Бесконечно малые функции.

Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Свойства б.м.ф. Предел функции в точке и на бесконечности, односторонние пределы. Единственность предела. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Сравнение б.м.ф., эквивалентность б.м.ф. Принцип замены б.м.ф. на эквивалентные. Порядок малости б.м.ф. Замечательные пределы. Таблица эквивалентных б.м.ф.

Тема 4. Непрерывность.

Приращение аргумента и приращение функции, разные формы определения непрерывности в точке. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Понятие производной.

Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций, неявно заданных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Тема 2. Приложения производной

Производная: задача о мгновенной скорости, задача о касательной. Определение производной, её геометрический и механический смысл, уравнение касательной. Непрерывность дифференцируемой функции.

Тема 3. Правило Лопиталья.

Правило Лопиталья. Понятие дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Раздел 6. Исследование функций

Тема 1. Экстремумы, точки перегиба

Экстремумы функции. Исследование функции по первой производной - определение интервалов возрастания и убывания. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Исследование функции по второй производной. Участки выпуклости и вогнутости, точки перегиба. Асимптоты, их определение и способы отыскания.

Тема 2. Построение графика функции

Полное исследование функции и построения графика функции.

Раздел 7. Функции многих переменных

Тема 1. Основные понятия ФМП.

Определение функции многих переменных; область определения, график. Предел и непрерывность функции многих переменных; их основные свойства. Частные производные и дифференциал функции многих переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 2. Экстремумы

Экстремумы функции многих переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции 2-ух переменных. Условный экстремум.

Семестр 2.

Раздел 1. Неопределенный интеграл

Тема 1. Понятие первообразной и неопределённого интеграла.

Первообразная. Теорема о первообразных. Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Частные методы интегрирования.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Замена переменной. Интегрирование по частям. Разложение и интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.

Раздел 2. Определенный интеграл

Тема 1. Правила вычисления определённого интеграла.

Определение и первичные свойства определенного интеграла. Оценка определенного интеграла, теорема о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Тема 2. Геометрические приложения определённого интеграла

Вычисление площадей с помощью определенного интеграла. Полярные координаты. Вычисление объемов тел. Вычисление длины дуги.

Тема 3. Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов (теорема сравнения, следствие).

Раздел 3. Дифференциальные уравнения

Тема 1. Общие понятия

Общие понятия (определение дифференциального уравнения, решения, порядка, нормальной формы записи). Задача Коши, теорема существования и единственности.

Тема 2. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка

Дифференциальные уравнения 1-ого порядка с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.

Тема 3. Комплексные числа

Комплексные числа. Вид комплексного числа. Действительная и мнимая часть. Операции сложения и умножения над комплексными числами. Геометрическое изображение комплексных чисел. Сопряжения комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, свойства модуля. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Перемножение комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Степени многочлена, деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Основная теорема алгебры.

Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков

Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения. Решение однородного линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

Метод вариации постоянных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения. Метод подбора решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.

Тема 5. Системы дифференциальных уравнений

Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения. Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.

Содержание практических занятий по дисциплине

Семестр 1.

Раздел 1. Линейная алгебра

Тема 1. Определители

Вычисление определителей 2, 3, 4 порядков.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом Гаусса.

Тема 3. Матрицы.

Действия с ними (сложение матриц, умножение матриц на число, транспонирование матриц, произведение матриц). Вычисление обратной матрицы. Решение СЛАУ матричным методом.

Раздел 2. Векторная алгебра

Тема 1. Действия с векторами.

Линейные операции над векторами (вычисление длины вектора, угла между векторами)

Тема 2. Произведения векторов.

Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов.

Тема 3. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

Решение задач.

Раздел 3. Аналитическая геометрия

Тема 1. Прямая линия на плоскости.

Вычисление угла между прямыми. Вычисление расстояния от точки до прямой.

Тема 2. Плоскость и прямая в пространстве.

Рассмотрение взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве. Вычисление угла между прямой и плоскостью, угла между прямыми, угла между плоскостями. Вычисление расстояния от точки до плоскости.

Тема 3. Кривые 2 порядка.

Решение задач на эллипс, гиперболу, параболу. Нахождение фокусов, эксцентриситета, директрис.

Тема 4. Поверхности 2 порядка

Решение задач.

Раздел 4. Введение в математический анализ

Тема 1. Общие понятия математического анализа.

Повторение рациональных и иррациональных чисел. Поля действительных чисел. Операции сложения и умножения. Вычисление модуля действительного числа.

Тема 2. Понятие предела.

Вычисление пределов последовательностей и функций. Первый и второй замечательные пределы.

Тема 3. Бесконечно малые функции.

Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентность бесконечно малых функций.

Тема 4. Непрерывность.

Классификация точек разрыва. Нахождение точек разрыва функций и определение их рода.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Понятие производной.

Дифференцирование функций. Вычисление производной сложной и обратной функций, неявно заданных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.

Тема 2. Приложения производной

Составить и написать уравнения касательной и нормали функции. Нахождение скорости и ускорения.

Тема 3. Правило Лопиталья.

Вычисление пределов по правилу Лопиталья.

Раздел 6. Исследование функций

Тема 1. Экстремумы, точки перегиба

Определение интервалов возрастания и убывания функции. Нахождение экстремумов функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Определение участков выпуклости и вогнутости, точек перегиба. Отыскание асимптот.

Тема 2. Построение графика функции

Произведя полное исследование функции, построить график функции.

Раздел 7. Функции многих переменных

Тема 1. Основные понятия ФМП.

Вычисление частных производных 1-ого и высших порядков. Вычисление дифференциалов функции многих переменных.

Тема 2. Экстремумы

Вычисление экстремумов функции двух переменных. Нахождение условного экстремума.

Семестр 2.

Раздел 1. Неопределенный интеграл

Тема 1. Понятие первообразной и неопределённого интеграла.

Нахождение первообразных функции. Непосредственное интегрирование, используя таблицу неопределённых интегралов.

Тема 2. Основные методы интегрирования.

Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.

Раздел 2. Определенный интеграл

Тема 1. Правила вычисления определённого интеграла.

Вычисление интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.

Тема 2. Геометрические приложения определённого интеграла

Вычисление площадей фигур. Вычисление объёмов тел. Вычисление длины дуги.

Тема 3. Несобственные интегралы.

Решение задач на сходимость и расходимость несобственных интегралов.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения

Тема 1. Общие понятия

Понятия общего и частного решения дифференциальных уравнений. Рассмотрение задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка

Решение дифференциальных уравнений 1-ого порядка: с разделяющимися переменными, однородных, линейных (методами Бернулли и Лагранжа), уравнений в полных дифференциалах.

Тема 3. Комплексные числа

Сложение и умножение комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел. Перемножение комплексных чисел в тригонометрической форме. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков

Решение дифференциальных уравнений 2-ого порядка с постоянными коэффициентами (однородных и неоднородных). Метод неопределённых коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных. Вычисление определителя Вронского.

Тема 5. Системы дифференциальных уравнений

Решение систем дифференциальных уравнений.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Высшая математика» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- интерактивные лекции (по всем темам).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

- работа с лекционным материалом как по конспектам, литературе, так и электронным источником информации;
- выполнение домашнего задания и подготовка к рейтинг-контролям;
- выполнение типовых расчётов (расчетно-графических работ):

1 семестр:

ТР № 1 Линейная алгебра и аналитическая геометрия

ТР №2 Введение в математический анализ

ТР №3 Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных

2 семестр:

ТР №1 Неопределённый интеграл

ТР №2 Определённый интеграл

ТР №3 Дифференциальные уравнения

- для контроля работы студентов, а также для стимулирования систематического изучения курса математики в течение семестра предусмотрены рейтинг-контроли. Они проводятся в письменной форме;
- для контроля знаний студентов проводится экзамен (1 и 2 семестр).

Текущий контроль успеваемости

Контрольные работы к рейтинг-контролю

Семестр 1.

Рейтинг-контроль № 1

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить значение матричного многочлена $AB-5EA$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x - 4y + 2z = -2 \\ 2x + y - 3z = 1 \end{cases}$$

4. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$.

Рейтинг-контроль № 2

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки А (2; -1; 4) и В (3 ;2;-1) перпендикулярно плоскости $x+y+2z-3=0$.

2. Дана плоскость и вне ее точка М (1; 1; 1). Найти точку К, симметричную точке М относительно данной плоскости.

3. Привести к каноническому виду уравнение $x^2 - y^2 - 4x + 8y - 2z = 0$.

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$.

5. Найти точки разрыва функции $y = \frac{1}{(x-1)(x-5)}$.

Рейтинг-контроль № 3

1. Вычислить производную функции $y = \cos 3x - 5 \ln x$.

2. Найти уравнение касательной и нормали к кривой $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6$ в точке М (1; -1).

3. Найти приближенное значение $\arcsin 0,51$.

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$, используя правило Лопитала.

5. Исследовать на экстремум функцию $y = \ln(x^2 + 1)$.

Семестр 2.

Рейтинг-контроль № 1

Найти интегралы:

1. $\int \frac{x dx}{x^2 - 1}$

2. $\int x \cdot e^{x+2} dx$

3. $\int \frac{x+2}{x(x-3)} dx$

4. $\int \cos^2 4x \cdot \sin 3x dx$

5. $\int \sqrt{256 - x^2} dx$

Рейтинг-контроль № 2

1. Вычислить $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

2. Вычислить $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9 - x^2} dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2$, $x + y + 2 = 0$.
4. Найти длину дуги кривой $y^2 = x^3$ от $x = 0$ до $x = 1$ ($y \geq 0$).
5. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

Рейтинг-контроль № 3

1. Решить дифференциальные уравнения

а) $2xy' = 1 - y^2$,

б) $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 9$.

2. Решить уравнение Бернулли $3(xy' + y) = y^2 \ln x$, $y(1) = 3$.

3. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + y = 4ctgx$.

4. Найти частное решение однородной системы ЛДУ с начальным условием

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 3, \quad y(0) = 1.$$

Контрольные работы к типовым расчётам

Типовой расчет №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (1 семестр)

Вариант 1

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 3)$ и составляющей с осью Ox угол 45° .

2. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(4; 3)$ и $B(16; -6)$.

3. Найти длину высоты BD в треугольнике с вершинами $A(-3; 0)$, $B(2; 5)$, $C(3; 2)$.

В задачах 4, 5 вычислить определители:

4. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \\ -3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$.

5. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

6. Решить систему уравнений двумя способами: 1) при помощи определителей (по формулам Крамера); 2) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = -7 \\ x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

7. Дан вектор $\overline{AB} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Определить координаты точки B , если $A(-2; 1; 0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; 3; -1)$ параллельно плоскости $5x - 3y + 2z - 10 = 0$.

Типовой расчет №2 «Введение в анализ» (1 семестр)

Вариант 1

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n^2}{4+5n^2} = -\frac{3}{5}$.

2. Вычислить предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 \sqrt{n} + \sqrt[5]{32n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt[3]{n^3 - 1}}$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} (\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n^2 - n})$;

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2+4}$;

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$.

3. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}$;

4. Сравнить бесконечно малую величину $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$ с $\alpha(x) = x$ при $x \rightarrow 0$.

Типовой расчет №3 «Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных» (1 семестр)

Вариант 1

Найти производные функций:

1. $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}$

2. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}$

3. $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$,

4. Найти дифференциал функции $y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

5. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$ в точке $x_0 = 1$.

6. Исследовать функцию $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$ и построить ее график.

7. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^{xy}$.
8. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = (2x + 1)^2 + y^2$.
9. Найти производную сложной функции $z = \frac{xy}{x - y}$, где $x = uv$, $y = u - v$

Типовой расчет №1 «Неопределенный интеграл» (2 семестр)

Вариант 1

1. Найти интегралы, используя линейную замену переменной

а) $\int \frac{3dx}{\cos^2(7-5x)}$; б) $\int \frac{3dx}{\sqrt{2x^2-6}}$; в) $\int \frac{dx}{4x^2+12x+25}$; г) $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 5x dx$.

2. Найти интегралы, используя подходящую замену переменной

а) $\int \frac{3x^3 dx}{2x^4 - 5}$; б) $\int \frac{(x - \sin x) dx}{\sqrt{x^2 + 2 \cos x}}$; в) $\int \frac{(4x + 1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$; г) $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{5 - 9^x}}$.

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям

а) $\int (4x - 1) \cos \frac{x}{2} dx$; б) $\int (x^2 - 4x) e^{-2x} dx$; в) $\int (2x + x^3) \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$; г) $\int \frac{\ln(2x + 9) dx}{(2x + 9)^4}$.

4. Найти интегралы от рациональных функций

а) $\int \frac{x^4 + 3x^3 + x^2 + 21x - 24}{(x + 4)(x^2 + 5)} dx$; б) $\int \frac{x^3 + 31x^2 + 37x - 5}{(x - 5)(x + 1)^3} dx$.

5. Найти интегралы, сведя их к интегралам от рациональных функций

а) $\int \frac{3e^{2x} - 6e^x + 4}{e^{2x} - 3e^x + 2} dx$; б) $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$.

6. Вычислить интеграл с помощью тригонометрической подстановки $\int \sqrt{(25 - x^2)^3} dx$

Типовой расчет №2 «Определенный интеграл и его приложения» (2 семестр)

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} dx$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (1 - x) e^{2x} dx$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах $r = 2 + \cos \varphi$.

5. Найти длину дуги линии $y = 1 - \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

6. Найти длину дуги $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$.

7. Найти длину дуги линии $r = 3e^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$.

8. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3$, $y = x^2 + 1$ вокруг оси Ox .

Типовой расчет №3 «Дифференциальные уравнения» (2 семестр)

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а) $(1 + e^x)y' = e^x$;

б) $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$;

в) $xy' + 2y = x^3$;

г) $y' + xy = (x-1)e^x y^2$;

2. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' = \sin(3x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 4x$;

б) $x^3 y'' - 2x^2 y' = 5$;

в) $y'' - 8y' + 12y = 0$;

г) $y'' + 12y' + 36y = 0$;

д) $y'' + 5y' = 0$;

е) $y'' + 9y = 0$;

ж) $y'' - 6y' + 8y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$;

з) $y'' - 16y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -4$;

и) $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x}$;

к) $y'' - 10y' + 25y = 5x - 1$;

л) $y'' - 3y' = 9\cos(2x)$.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен)

Экзаменационные вопросы

Семестр 1.

Системы линейных уравнений малых порядков: совместные, несовместные; определённые, неопределённые системы.

Равносильные системы, элементарные преобразования систем.

Определители 2×2 и 3×3 , метод Крамера решения систем линейных уравнений третьего порядка.

Понятие определителя $n \times n$. Свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение.

Матрицы. Понятие матрицы, квадратные матрицы; строки, столбцы.

Сложение матриц и умножение матриц на число. Транспонирование матриц. Свойства этих операций. Произведение матриц.

Обратная матрица.

Понятие вектора. Нулевой вектор. Равенство двух векторов.

Операции сложения векторов и умножения вектора на число.

Длина и направляющие косинусы вектора, орт. Стандартный базис. Координаты вектора.

Скалярное произведение: определение, физический смысл, вычисление.

Векторные и смешанные произведения векторов. Определение, свойства, вычисление и геометрический смысл.

Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой.

Различные виды уравнений прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

Кривые 2-ого порядка.

Предел числовой последовательности: понятие окрестности, определение предела.

Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Свойства б.м.ф.

Сравнение б.м.ф., эквивалентность б.м.ф.
Замечательные пределы. Таблица эквивалентных б.м.ф.
Свойства непрерывных функций.
Классификация точек разрыва.
Определение производной, её геометрический и механический смысл, уравнение касательной.
Непрерывность дифференцируемой функции.
Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций, неявно заданных и параметрически заданных функций.
Логарифмическое дифференцирование.
Основные теоремы дифференциального исчисления.
Правило Лопиталя. Понятие дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.
Исследование функции по первой и второй производным.
Асимптоты, их определение и способы отыскания.
Определение функции многих переменных; область определения, график. Предел и непрерывность функции многих переменных; их основные свойства.
Частные производные и дифференциал функции многих переменных.
Частные производные и дифференциалы высших порядков.
Экстремумы функции многих переменных.
Необходимое условие экстремума.
Достаточное условие экстремума функции 2-ух переменных.
Условный экстремум.

Семестр 2.

Первообразная. Теорема о первообразных.
Неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Частные методы интегрирования.
Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
Комплексные числа. Вид комплексного числа. Действительная и мнимая часть. Операции сложения и умножения над комплексными числами. Геометрическое изображение комплексных чисел. Сопряжения комплексных чисел.
Модуль и аргумент комплексного числа, свойства модуля.
Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
Формула Муавра. Степени многочлена, деление многочленов с остатком. Теорема Безу.
Основная теорема алгебры.
Разложение и интегрирование дробно-рациональных функций.
Интегрирование иррациональных выражений.
Интегрирование тригонометрических выражений.
Определение и геометрический смысл определенного интеграла.
Оценка определенного интеграла, теорема о среднем.
Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
Вычисление площадей с помощью определенного интеграла. Полярные координаты.
Вычисление объемов тел, длин дуги.
Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций.
Признаки сходимости несобственных интегралов (теорема сравнения, следствие).
Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, задача Коши, теорема существования и единственности.
Дифференциальные уравнения 1-ого порядка с разделяющимися переменными.
Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка.
Уравнения в полных дифференциалах.
Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные.

Решение однородного линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

Метод вариации постоянных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения.

Метод подбора решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.

Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.

Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.

Экзаменационные задачи

1 семестр

1) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + 5y - 7z = 12 \\ 3x - y + 4z = 7 \\ x + 7y - 3z = 20 \end{cases}$$

2) $A(1;2;3), B(0;-1;1), C(2;5;2), D(3;0;-2)$. Найти объём пирамиды $ABCD$.

3) Найти расстояние от точки $M(2;-1)$ до прямой $3x + 4y - 22 = 0$

4) Вычислить предел:
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - 1 - x}{x}$$

5) Найти уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ в точке с абсциссой 2.

2 семестр

1) $\int (1 + 2x) \cdot e^{2x} dx$

2) Вычислить площадь области, ограниченной кривыми $y = (x - 2)^3, y = 4x - 8$.

3) Решить задачу Коши: $xy' + y = 3x^2, y(1) = 1$.

Самостоятельная работа студентов

Задания для самостоятельной работы

1 семестр

Тема «Линейная алгебра»: вычислить определитель; решить систему уравнений; найти обратную матрицу. Тема «Векторная алгебра»: найти угол между векторами; вычислить площадь треугольника (используя векторное произведение); найти объём пирамиды (используя смешанное произведение). Тема «Аналитическая геометрия»: составить уравнение прямой на плоскости; составить уравнения прямой и плоскости в пространстве. Тема «Теория пределов»: вычислять пределы (используя формулы 1 и 2 замечательных пределов); бесконечно малые величины. Тема «Производные»: вычислить производные; составить уравнение касательной; исследовать функцию; вычислить предел с помощью правила Лопиталья.

2 семестр

Тема «Интегралы»: вычислить интегралы; найти площадь фигуры и объём тела вращения. Тема «Дифференциальные уравнения»: решение различных видов д.у.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1.Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 304 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). ISBN 978-5-16-010071-5.	2015		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html
2.Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] : уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. - ISBN9785392121625	2015		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html
Дополнительная литература			
1.Высшая математика в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов. В 3 т.: Т. 1 / В.Д. Черненко. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб. : Политехника, 2011/ISBN978-5-7325-0986-11	2011		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97857325098611.html
2.Кокурина Юлия Камильевна. Высшая математика для студентов-заочников, часть 1 (учебно-практическое пособие)[электронный ресурс]/- Владимирский государственный университет. –Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2014. -119 с./ISBN 978-5-9984-0466-5	2014	73	http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/3587/ISBN9785998404665.html
3.Кокурина Юлия Камильевна. Высшая математика для студентов-заочников, часть 2 (учебно-практическое пособие)[электронный ресурс]/- Владимирский государственный университет. –Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2015. -60 с./ISBN978-5-9984-0570-9	2015	73	http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/4257/ISBN9785998405709.html

7.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

7.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

