

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Институт машиностроения и автомобильного транспорта
Кафедра «Технология машиностроения»

Конспект лекций

по дисциплине

«МЕХАНИКА»

(часть 2)

для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению
20.03.01 «Техносферная безопасность»

Составитель:
доцент кафедры ТМС Федотов О.В.

Владимир 2016

Конспект лекций по дисциплине «Механика» для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность».

Настоящий конспект лекций составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность», рабочей программы дисциплины «Механика». В качестве рекомендаций для организации эффективной работы студентов использованы методические пособия ведущих ВУЗов России.

Рекомендации предназначены для студентов очной и заочной форм обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседании
НМС направления 20.03.01
Протокол № 14 от 04.05.2016 г.
Рукописный фонд кафедры ТМС ВлГУ

Оглавление

Введение

Часть 1. Теория механизмов и машин.

Лекция № 1.1. Введение. Основные понятия и определения. Структурный анализ и классификация механизмов. Кинематический анализ.

Лекция № 1.2. Динамический анализ и силовой расчёт механизмов.

Часть 2. Сопротивление материалов.

Лекция № 2.1. Основные понятия. Растяжение и сжатие. Закон Гука.

Лекция № 2.2. Испытания материалов. Основные механические характеристики. Расчёты на прочность.

Лекция № 2.3. Кручение. Чистый сдвиг.

Лекция № 2.4. Изгиб прямого бруса.

Часть 3. Детали машин.

Лекция № 3.1. Основные понятия. Этапы проектирования и конструирования машин.

Лекция № 3.2. Механические передачи. Геометрия и кинематика.

Лекция № 3.3. Параметры и конструкции механических передач. Критерии работоспособности.

Лекция № 3.4. Валы и оси. Подшипники.

Введение

Механика наряду с математикой и физикой имеет большое общеобразовательное значение: способствует развитию логического мышления, приводит к пониманию весьма широкого круга явлений, относящихся к простейшей форме движущейся материи – механическому движению.

Дисциплина «Механика» является базовой дисциплиной для последующей подготовки бакалавров по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность», в которой реализована идея интеграции университетского образования в области фундаментальных наук и технического - в области прочности, надежности и безопасности машин (механизмов). Эта дисциплина - первая из расчетно-конструкторских курсов, необходимых для подготовки студентов данного направления.

Содержание конспекта лекций по дисциплине "Механика" (раздел «Прикладная механика»), отдельный принцип изложения материала в нём соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавра 20.03.01 "Техносферная безопасность". Конспект лекций состоит из нескольких частей и, в зависимости от учебного плана подготовки бакалавров, включает в себя основы теоретической механики, сопротивления материалов, теории механизмов машин, деталей машин.

Целью освоения конспекта лекций по дисциплине "Механика" (раздел «Прикладная механика») является формирование у студентов набора базовых знаний в области механики, необходимых для решения различных задач в процессе практической деятельности на основе принципа неразрывного единства теоретического и практического обучения.

К задачам изучения конспекта лекций по разделу «Прикладная механика» дисциплины "Механика" относятся:

- овладеть теоретическими основами механики - методами составления и исследования уравнений статики, кинематики и динамики;
- познакомить с основными понятиями и законами механики материалов и конструкций;
- дать сведения по методам структурного, кинематического и силового анализа и синтеза механизмов;
- научить методы расчёта и конструирования типовых деталей, сборочных единиц и узлов машин.

Автор предполагает, что в соответствии с учебным планом подготовки бакалавров к моменту изучения дисциплины "Механика" (раздел «Прикладная механика») студенты уже

усвоили знания следующих дисциплин - инженерная графика, теоретическая механика, материаловедение.

Особенностью конспекта лекций является большой типаж изучаемых моделей и конструкций при общности расчётов по основным определяющим критериям.

При написании конспекта лекций не ставилась цель всеобъемлющего охвата. Вместе с другими литературными источниками, которыми студенты пользуются в рамках самостоятельной работы, конспект лекций призван заложить основу конструкторской подготовки, формирования широкого инженерного мышления.

ЧАСТЬ 1. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН.

Лекция № 1.1. Введение. Основные понятия и определения. Структурный анализ и классификация механизмов. Кинематический анализ.

План лекции

1. Основные понятия и определения. Виды машин. Механизм и его элементы.
2. Структурный анализ и классификация механизмов. Основные понятия структурного анализа. Основные структурные формулы. Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассуру. Основные виды плоских рычажных механизмов. Задача структурного анализа механизмов.
3. Кинематический анализ механизма: цели, задачи и методы.
4. Кинематический анализ механизма: графоаналитический метод. Построение плана положений механизма. Построение планов скоростей. Построение планов ускорений.

1. Введение. Основные понятия и определения.

В разделе "Основы теории механизмов", структурно являющимся первой частью курса "Прикладная механика", изучается структура, кинематика и динамика механизмов независимо от их конкретного применения.

Раздел начинается с рассмотрения положений общей механики, применяемых при изучении механизмов.

Механизм - механическая система, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел в соответствии с функциями того устройства, основой которого является эта система.

Главное назначение механизма - осуществление технической операции в результате движения его элементов.

Определённость движения механизма может обеспечиваться:

- кинематическими или конструктивными средствами (механизмы с полными связями, например, двигатель внутреннего сгорания);
- средствами динамики (механизмы с неполными связями, например, механизм вибрационного конвейера).

Машина - техническое устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью облегчения физического или умственного труда человека, увеличения его производительности и расширения производственных возможностей.

Использование какой-либо формы движения и совершение некоторой полезной работы являются **признаками** машины. Этим машина отличается от сооружений и приборов.

Сооружение - строительная конструкция, которая в идеальном случае должна представлять собой неизменяемую систему (ферму, раму и т.д.).

Прибор - устройство для регистрации параметров физических процессов, осуществления технических измерений и т.п., но не для совершения работы (часы, манометр, электроизмерительные приборы).

В технике так же находят широкое применение **механические приспособления**, назначение которых заключается в передаче и преобразовании сил (домкраты, рычажные и винтовые прессы и т.д.).

Таким образом, понятие "механизм" является более широким, чем понятие "машина", "прибор" или "приспособление", т.к. любое из вышеназванных устройств является одновременно и механизмом, но не наоборот. В результате можно говорить о **механизмах машин, приборов и приспособлений**.

Виды машин.

По функциональному назначению машины можно разделить на следующие группы:

1) **энергетические** (преобразуют энергию одного вида в энергию другого вида) двух подгрупп:

- **двигатели** (рис. 1), которые преобразуют любой вид энергии в механическую (например, электродвигатели преобразуют электрическую энергию, двигатели внутреннего сгорания - энергию расширения газов при сгорании в цилиндре);

- **генераторы** (рис. 2), которые преобразуют механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию паровой или гидравлической турбины в электрическую энергию);

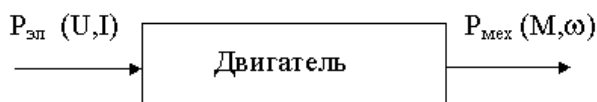


Рис. 1. Двигатель

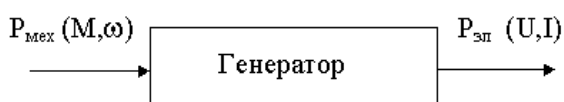


Рис. 2. Генератор

2) **рабочие** (используют механическую энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию материалов) двух подгрупп:

- **транспортные машины** (рис. 3), которые используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат);

- **технологические машины** (рис. 4), которые используют механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта;



Рис. 3. Транспортная машина



Рис. 4. Технологическая машина

3) **информационные** (обрабатывают и преобразуют информацию) двух подгрупп:

- **математические машины** (рис. 5), которые преобразуют входную информацию в математическую модель исследуемого объекта;

- **контрольно-управляющие машины** (рис. 6), которые преобразуют входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной;

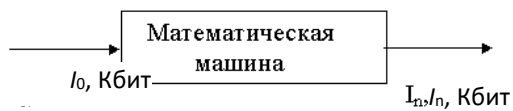


Рис. 5. Математическая машина

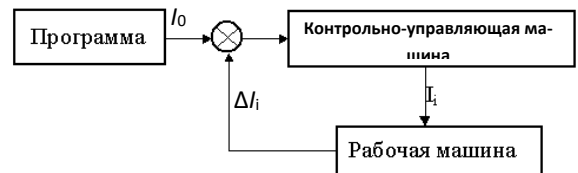


Рис. 6. Контрольно-управляющая машина

4) **кибернетические машины** (рис. 7), управляющие рабочими или энергетическими машинами, способны изменять программу своих действий в зависимости от состояния окружающей среды, т.е. машины, обладающие элементами искусственного интеллекта.

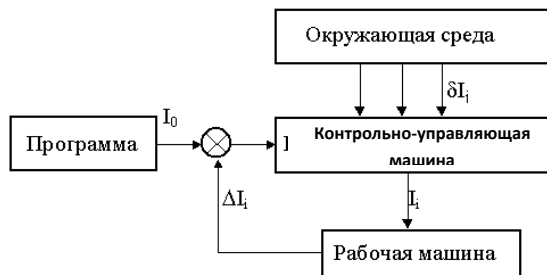


Рис. 7. Кибернетическая машина



Рис. 8. Машинный агрегат

Наборы индивидуальных машин, каждая из которых обеспечивает определённую часть технологического процесса:

1) **комплект машин** - набор индивидуальных машин, работающих согласованно в соответствии с требованиями технологического процесса;

2) **комплекс машин** - совокупность кинематически связанных, но сохранивших свои индивидуальные особенности машин, с помощью которых комплексно механизмируют все основные операции технологического процесса;

3) **машинный агрегат** (рис. 8)- совокупность нескольких взаимодействующих машин, связанных конструктивно, приводящая к изменению конструкции индивидуальных машин и потере ими своей самостоятельности.

Машинные агрегаты, выполняющие все операции без непосредственного участия человека, называют **машинами-автоматами**.

Комплекс машин-автоматов, осуществляющих заданный технологический процесс, называется **автоматической линией**.

Несколько автоматических линий при централизованном управлении образуют **автоматический цех** или **завод-автомат**.

В классическом понимании машинный агрегат состоит из трёх устройств:

- двигательного;
- передаточного;
- рабочего.

В качестве передаточного механизма могут быть использованы:

- фрикционные (с использованием трения);
- цепные (привод транспортёра);
- зубчатые (редуктор).

Механизм и его элементы.

Звено - твёрдое тело, входящее в состав механизма и обладающее подвижностью относительно других звеньев.

Звенья могут состоять из одной (*простое звено*) или нескольких жёстко связанных между собой частей (*сложное звено*), называемых *деталью*.

Каждую деталь или группу деталей, образующих неизменяемую систему, называют *подвижным звеном*, а неподвижные детали механизма - *стойкой*.

Места соединения (соприкосновения) звеньев друг с другом являются их геометрическими элементами.

Для звена, подлежащего изучению в теории механизмов, характерным и главным являются *форма геометрических элементов* и их *взаимное расположение*, поскольку именно эти факторы определяют вид относительного движения звеньев. Все другие факторы (материал звена, его конструкция, способ изготовления и т.д.) в теории механизмов не рассматривают.

Кроме того, пренебрегают деформациями звеньев, а также не учитывают зазоры, возникающие в местах соединения звеньев вследствие износа соприкасающихся поверхностей и процессе работы механизма или неточности изготовления.

В зависимости от характера движения относительно неподвижного звена (называемого *стойкой* механизма - звено 4 на рис. 9), звенья называют:

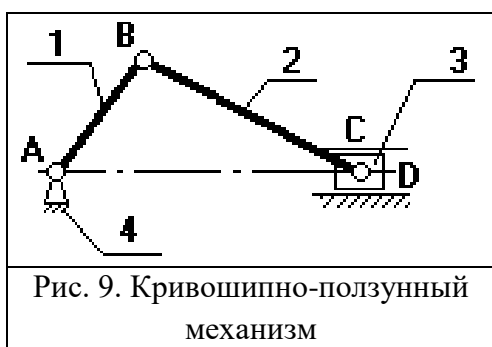


Рис. 9. Кривошипно-ползунный механизм

- **кривошипом** (звено 1 на рис. 9) - звено рычажного механизма, совершающее полный оборот вокруг оси, связанной со стойкой;

- **коромыслом** - звено рычажного механизма, совершающее неполный оборот вокруг оси, связанной со стойкой;

- **шатун** (звено 2 на рис. 9) - звено рычажного механизма, поступательно перемещающееся относительно стойки или другого звена и связывающее два

подвижных звена;

- **ползун** (звено 3 на рис. 9) - подвижное звено рычажного механизма, совершающее возвратно-поступательное движение по неподвижной станине;

- **кулисой** - подвижное звено рычажного механизма, являющееся направляющей для ползуна.

Кулачок - звено, профиль которого, имея переменную кривизну, определяет движение ведомого вала.

Зубчатое колесо - вращающееся звено, имеющее зубчатый контур.

Перечисленные звенья и их условные изображения представлены в таблице 1.2.1.

Таблица 1.2.1

Основные типы звеньев механизмов

Наименование	Эскиз	Движение	Особенности
Стойка		отсутствует	-
Кривошип		вращательное	полный оборот
Кулачок		вращательное	профиль определяет движение ведомого звена
		поступательное	
Колесо зубчатое		вращательное	зубчатый контур
Коромысло		колебательное	неполный оборот, возвратное движение
Шатун		плоскопараллельное	нет пар, связанных со стойкой
Ползун		поступательное	возвратное движение

Окончание табл. 1.2.1

Наименование	Эскиз	Движение	Особенности
Кулиса		колебательное, вращательное	направляющая для ползуна
		поступательное	возвратное движение, направляющая для ползуна

Входное (ведущее) звено - звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения ведомых звеньев.

Выходное (ведомое) звено - звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Между входным и выходным звеньями могут быть расположены промежуточные звенья.

2. Структурный анализ и классификация механизмов.

Исследование плоского механизма, все элементы которого расположены в плоскости, предусматривает структурный, кинематический и динамический анализы.

Основные понятия структурного анализа

Структурный анализ включает в себя:

- определение числа подвижных звеньев и кинематических пар (КП), их классификацию;
- определение числа степеней свободы для плоского и пространственного механизма;
- устранение избыточных связей (для пространственных групп);
- "рационализацию" структуры по Ассуру с энергетической интерпретацией возможных вариантов схем с избыточными подвижностями.

Структуру механизма определяют функционально связанные совокупности элементов (звенья, группы звеньев или типовые механизмы) и отношения между ними (подвижные КП или неподвижные соединения). Структура механизма на уровне звеньев, КП и структурных групп отображается на его структурной схеме, которая отличается от кинематической дополнительной информацией о виде кинематических пар, соединяющих эти элементы.

Кинематическая пара (КП) - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Кинематическую пару могут образовывать не только подвижные звенья, но и звенья, одно из которых неподвижно и служит в механизме стойкой.

Звенья кинематической пары могут соприкасаться поверхностями, по линии и точками, называемыми элементами кинематической пары.

Если звенья соприкасаются по линии и точками, то это **высшая КП** (рис. 10, в - элементами пары являются линии контакта звеньев 5 и 6).

Если звенья соприкасаются поверхностями, то это **низшая КП** (рис. 10, а - цилиндрический шарнир - элементами пары являются цилиндрические поверхности пальца звена 2 и охватывающей его втулки звена 1; рис. 10, б - шаровой шарнир - элементами пары являются сферические поверхности звеньев 3 и 4).

В низших парах происходит относительное скольжение элементов при поступательном, вращательном или винтовом движениях, а в высших парах - возможно качение и скольжение элементов этих пар.

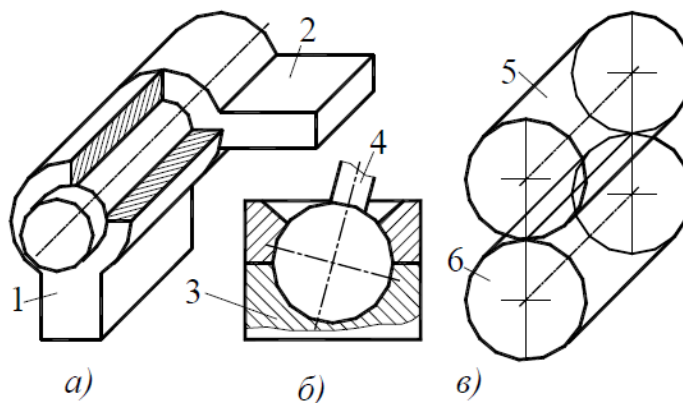


Рис. 10. Виды кинематических пар.

Существование кинематической пары обеспечивается **условиями замыкания**, сохраняющими постоянство и характер контакта звеньев.

В **низших парах** обычно осуществляется **геометрическое замыкание**, обусловленное формой соприкасающихся поверхностей, например, охват втулкой пальца (рис. 10, а).

В **высших парах** часто используют **силовое замыкание**, при котором контакт элементов пары обеспечивают гравитационные силы или усилия, создаваемые пружинами.

Классификация кинематических пар по числу связей

Так как требуемые законы движения ведомых звеньев обусловлены формой и конструкцией кинематических пар и их элементов, то для рационального проектирования новых типов машин необходимо знать теорию и классификацию кинематических пар.

Кинематические пары можно классифицировать *по числу условий связей S* , налагаемых на относительное движение двух звеньев, образующих пару, или *по числу степеней свободы H (или W)*.

Каждое условие связи в кинематической паре не только устраняет относительную подвижность, но и позволяет передавать от звена к звену силу или момент.

Подвижность (число степеней свободы) механизма - число ведущих звеньев (независимых обобщённых координат), однозначно определяющих положение всех других звеньев механизма (на плоскости или в пространстве).

Местные подвижности - подвижности отдельных звеньев механизма, которые не оказывают влияния на требуемое число ведущих звеньев, но допускают возможные смещения звеньев с другими целями. Например, вращение ролика, шарнирно соединённого с толкателем в кулачковом механизме, допускает замену трения скольжения трением качения на поверхности кулачка.

Связь - ограничение, наложенное на перемещение тела (звена механизма).

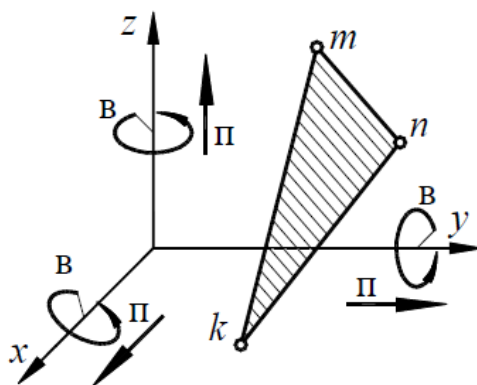


Рис. 11. Степени свободы свободного твёрдого тела.

Известно, что *свободное твёрдое тело* в пространстве имеет **6 степеней свободы** (рис. 11):

- **три поступательных** движения вдоль осей прямоугольной системы координат x, y, z ;
- **три вращательных** движения вокруг осей x, y, z .

Если одно из звеньев кинематической пары связать с неподвижной системой координат x, y, z , то для второго звена, согласно геометрии элементов пары, установится число степеней свободы W (или H), определяемое формулой:

$$W = 6 - S \text{ или } H = 6 - S,$$

где S - число связей, налагаемых элементами пары на относительное движение её звеньев.

Очевидны неравенства $0 < S < 6$, так как при $S = 0$ звено абсолютно свободно и пара отсутствует, а при $S = 6$ два тела абсолютно связаны и образуют одно звено.

Следовательно, число связи пространственной кинематической пары S может быть в пределах от 1 до 5.

Соответственно все кинематические пары по классификации И.И. Артоболевского подразделяют *на пять классов по числу связей* (таблица 1.2.2).

Таблица 1.2.2

Классификация кинематических пар по числу связей

Класс и число связи s	Пример кинематической пары
I $s=1$	
II $s=2$	

Окончание табл. 1.2.2

Класс и число связи s	Пример кинематической пары
III $s=3$	
IV $s=4$	
V $s=5$	

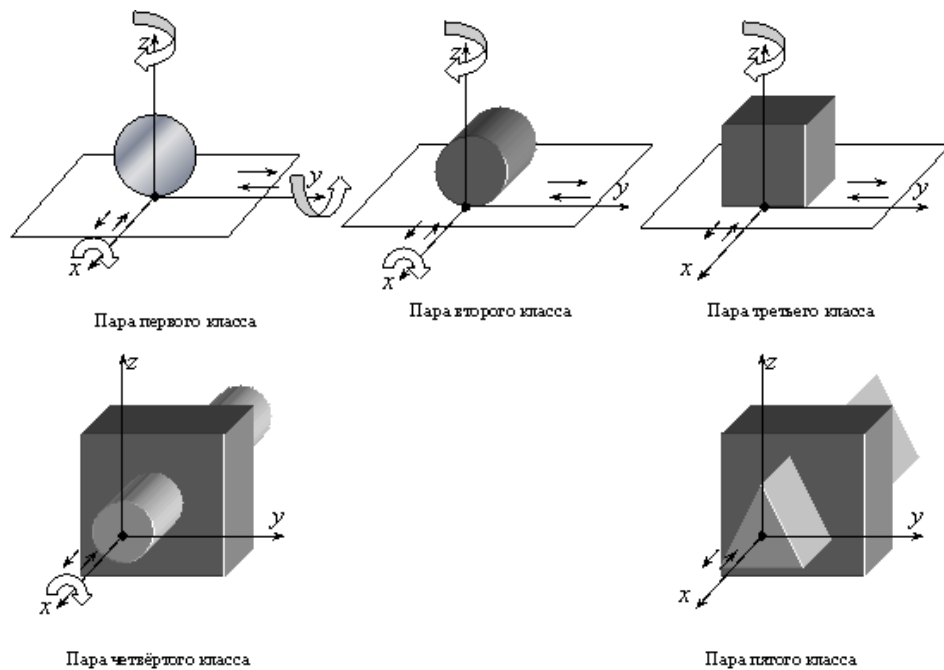


Рис. 12. Классы кинематических пар.

По числу W (или H) степеней свободы кинематические пары называют: пяти-, четырёх-, трёх-, двух- и одноподвижная.

Пара первого класса: $S = 1$; $H = 5$.

Пара второго класса: $S = 2$; $H = 4$.

Пара третьего класса: $S = 3$; $H = 3$.

Пара четвёртого класса: $S = 4$; $H = 2$.

Пара пятого класса: $S = 5$; $H = 1$

Пользуясь *условными изображениями* наиболее распространённых кинематических пар (табл. 1.2.1) компонуют **структурные схемы механизмов**.

Структурная схема - символический чертёж механизма, позволяющий установить количество его звеньев, число и класс кинематических пар, а также вид движения, которое совершает каждое звено относительно стойки.

Выполненную в масштабе структурную схему называют **кинематической схемой**.

Кинематические цепи и их классификация

Кинематическая цепь - связанная система звеньев, образующих кинематические пары.

Кинематические цепи подразделяют на:

- *простые и сложные*

(в простой кинематической цепи каждое её звено входит в состав одной или двух кинематических пар, а в сложной кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав трёх и более кинематических пар);

- *открытые и замкнутые*

(в открытой (незамкнутой) кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав одной кинематической пары, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и более кинематических пар);

- *плоские и пространственные*

(если точки всех звеньев кинематической цепи двигаются в одной или параллельных плоскостях, то такая кинематическая цепь называется *плоской*, в противном случае кинематическая цепь *пространственная*, так как точки её звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые).

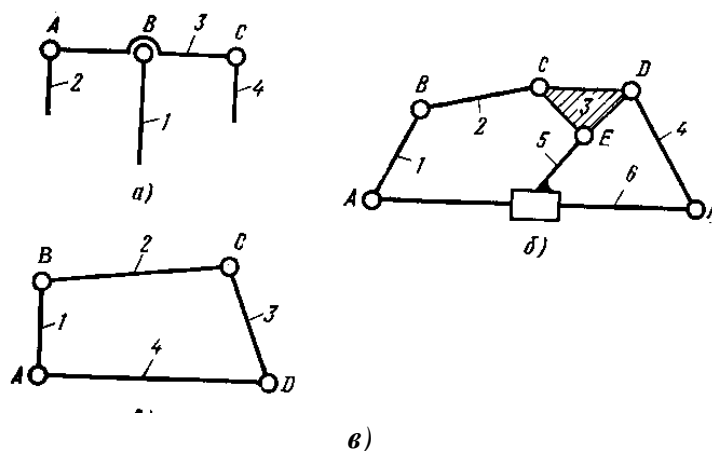


Рис. 13. Кинематические цепи:
 а – открытая, простая; б – замкнутая сложная;
 в – замкнутая простая; 1 - 6 – подводки и звенья

Основные структурные формулы

Для определения степени подвижности любой кинематической цепи необходимо подсчитать число степеней свободы всех подвижных звеньев, полагая их не связанными между собой. Затем из этого числа следует вычесть число связей, наложенных на звенья кинематическими парами.

Основные структурные формулы (или формулы подвижности) были составлены для плоских механизмов П.Л. Чебышевым, для пространственных - П.О. Сомовым и А.П. Малышевым. Так как принципы, заложенные в построение всех этих формул, одинаковы, то их можно записать в обобщённом виде:

$$W(H) = 3n - 2p_n - 2p_6,$$

где n - число подвижных звеньев механизма; p_n - число низших кинематических пар; p_6 - число высших кинематических пар.

Так как все числа должны быть целыми, число звеньев в структурной группе всегда должно быть чётным, а число низших кинематических пар - кратным 3.

Для расчёта избыточных связей используется следующая зависимость:

$$q = W_0 + W_m - W,$$

где q - число избыточных связей в механизме; W_0 - заданная или требуемая подвижность механизма; W_m - число местных подвижностей в механизме; W - расчётная подвижность механизма.

Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассуру

Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором

Петербургского университета Л.В. Ассуром была предложена *оригинальная структурная классификация*. Согласно этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп Ассура (рис. 13).

При структурном синтезе механизма по Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью W_0 последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.

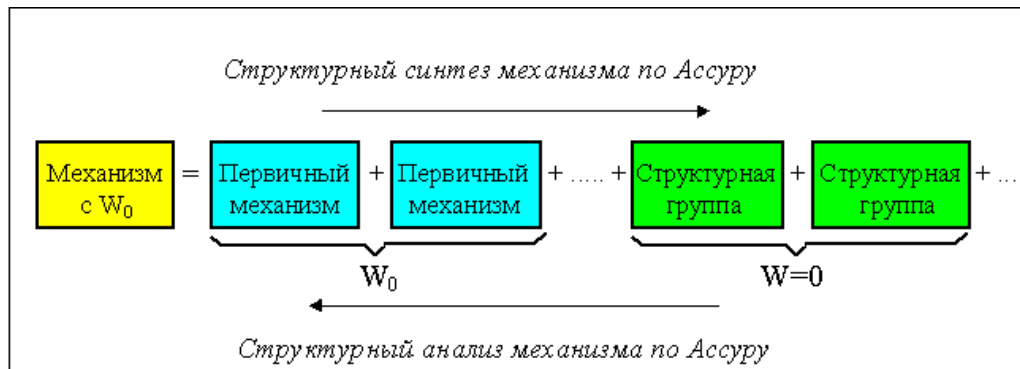


Рис. 13. Классификация по Л.В. Ассуру

Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т.е. не содержит избыточных связей и подвижностей.

Структурному анализу по Ассуру можно подвергать только механизмы, не содержащие избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо:

- устранить избыточные связи;
- выявить местные подвижности.

Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев наиболее удалённых от первичных, выделять из состава механизма структурные группы нулевой подвижности. При этом необходимо следить, чтобы звенья, остающиеся в механизме, не теряли связи с первичными механизмами.

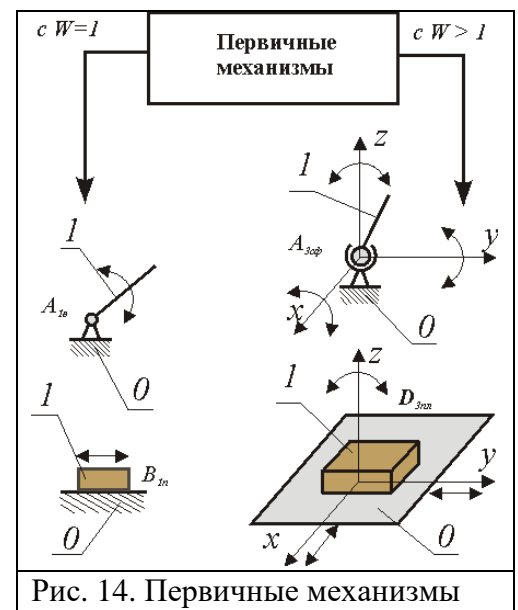


Рис. 14. Первичные механизмы

Структурные группы Ассура - кинематические цепи, образованные только подвижными звеньями механизма, подвижность которых (на плоскости) равна нулю.

Группа Ассура – плоские кинематические цепи с нулевой подвижностью.

Класс структурной группы Ассура - число кинематических пар, образующих наиболее сложный замкнутый контур группы.

Порядок группы Ассура - число кинематических пар, которыми она крепится к стойке, начальному механизму или другим группам.

Поводки структурных групп Ассура - аналоги элементов механизма, к которым присоединяется эта группа. Обычно их показывают пунктирными линиями, отходящими от свободных кинематических пар (рис. 15).

С учётом этого понятия порядок группы определяет число поводков, которыми она крепится к стойке, начальному механизму или другим группам Ассура.

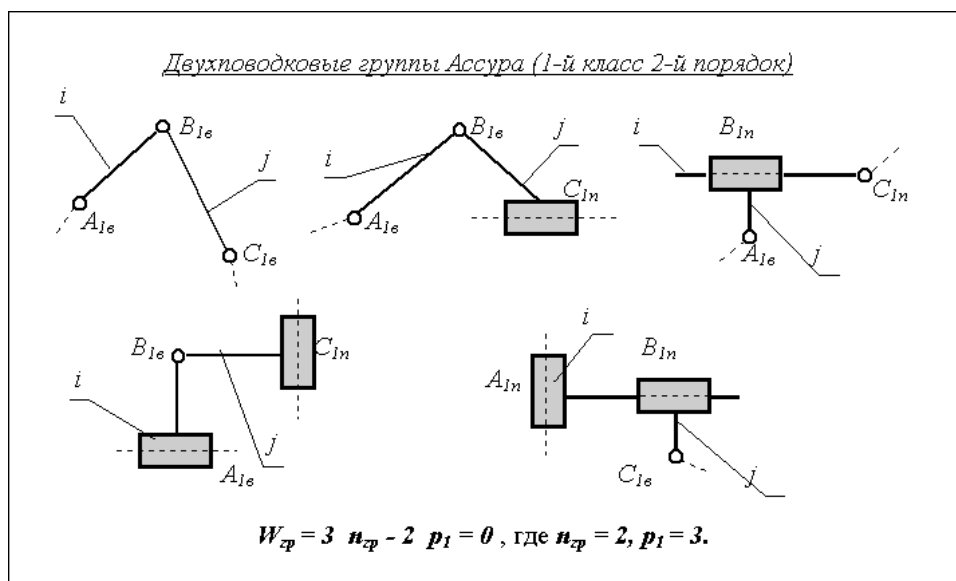


Рис. 15. Двухповодковые группы Ассура (2-й класс, 2-й порядок)

Основные виды плоских шарнирно-рычажных механизмов

Для систематизированного изучения всего многообразия механизмов, используемых в современных машинах и приборах, рассматривается так называемая **практическая классификация**, которая в общих чертах учитывает основные кинематические свойства и конструктивные особенности механизмов, а в некоторых случаях и их функциональное назначение.

Согласно этой классификации все механизмы можно разделить на пять основных видов:

- рычажные механизмы;
- фрикционные механизмы;
- кулачковые механизмы;
- зубчатые механизмы;
- механизмы с гибкими звеньями.

Кроме того, существует большое число различных составных или комбинированных механизмов, представляющих собой те или иные сочетания механизмов указанных выше пяти видов.

Рычажные механизмы предназначены для преобразования одного вида движения в другое, колебательное вдоль или вокруг оси.

Наиболее распространены следующие рычажные механизмы.

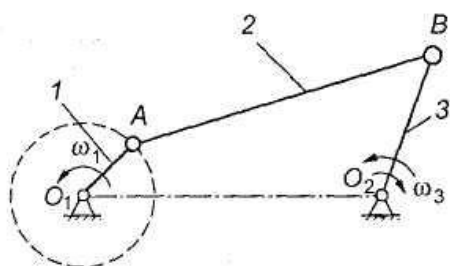


Рис. 16. Шарнирный четырёхзвенный механизм:
1 – кривошип; 2 – шатун;
3 – коромысло

механизм и его звенья будут выполнять разные функции.

Механизм, изображённый на рис. 16 со звеном 1, наиболее коротким из всех, называется **однокривошипным**.

При вращении кривошипа 1 вокруг оси O_1 , коромысло 3 совершает колебательное движение вокруг оси O_2 , шатун 2 совершает сложное плоскопараллельное движение.

Кривошипно-ползунный механизм получают из шарнирного четырёхзвенника при замене коромысла 3 (см. рис. 16) ползуном 3 (рис. 17). При вращении кривошипа 1, ползун 3 совершает колебательное прямолинейное движение вдоль направляющей ползуна. В двигателях внутреннего сгорания таким ползуном является поршень, а направляющей – цилиндр.

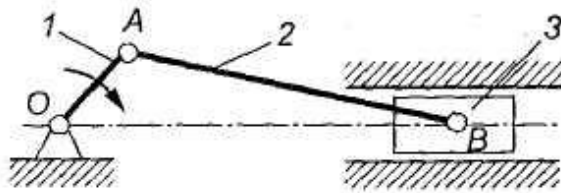


Рис. 17. Кривошипно-шатунный механизм: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун

Шарнирный четырёхзвенный механизм (рис. 16) состоит из кривошипа 1, шатуна 2 и коромысла 3. В зависимости от соотношения длин рычагов 1, 2, 3

изображённый на рис. 16 со звеном 1, наиболее коротким из всех, называется **однокривошипным**.

При вращении кривошипа 1 вокруг оси O_1 , коромысло 3 совершает колебательное движение вокруг оси O_2 , шатун 2 совершает сложное плоскопараллельное движение.

Кривошипно-ползунный механизм получают из шарнирного четырёхзвенника при замене коромысла 3 (см. рис. 16) ползуном 3 (рис. 17). При вращении кривошипа 1, ползун 3 совершает колебательное прямолинейное движение вдоль направляющей ползуна. В двигателях внутреннего сгорания таким ползуном является поршень, а направляющей – цилиндр.

Кулисные механизмы служат для преобразования равномерно-вращательного движения кривошипа 1 в качательное движение кулисы 3 (рис. 18).

Камень кулисы (втулка) 2 вместе со звеном 1 совершает полный оборот вокруг шарнира А (ω_1 – угловая скорость), а также движется вдоль звена 3, приводя его во вращение;

Гидроцилиндр – в кинематическом отношении подобен кулисному механизму (рис. 19). Такая схема используется в различных гидро – или пневмоприводах механизма входным поршнем 2 на кривошипе 1, скользящем в качающемся (или вращающемся) цилиндре 3.

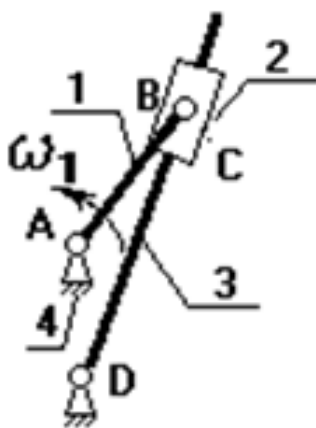


Рис. 18. Кулисный механизм:
1 – кривошип; 2 – камень кулисы (втулка);
3 – кулиса; 4 – стойка.

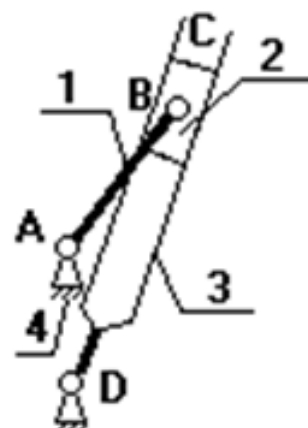


Рис. 19. Гидроцилиндр

Задача структурного анализа механизмов (и пример)

Структурный анализ сложного механизма состоит в том, чтобы выявить свойства и особенности строения механизма путём расчленения на более простые составляющие.

В процессе решения задачи структурного анализа механизма выполняется следующее:

- 1) определяется число звеньев механизма;
- 2) определяется число кинематических пар, даётся их классификация;
- 3) определяется число степеней свободы механизма;
- 4) выявляются избыточные связи и местные степени свободы;
- 5) механизм разбивается на группы звеньев в соответствии с принципом Ассура.

Пример выполнения структурного анализа механизма строгального станка (рис. 20).

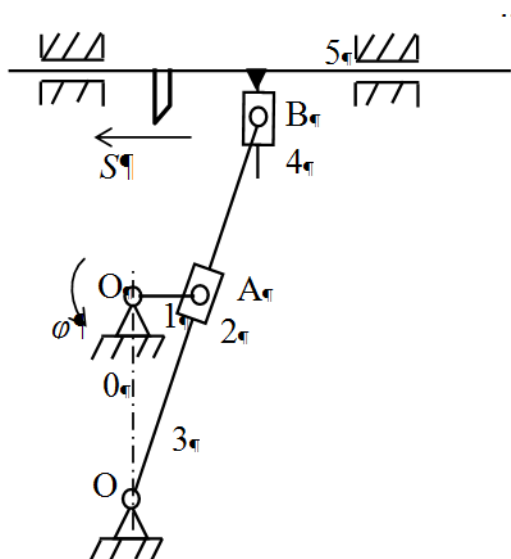


Рис. 20. Схема механизма строгального станка

Шаг 1.

Механизм состоит из шести звеньев: стойка O, кривошип 1, ползун 2, кулиса 3, ползун 4, суппорт 5 с установленным на нём резцом.

Входным звеном является кривошип 1, выходным – суппорт 5.

Шаг 2.

Звенья механизма образуют семь кинематических пар: O – 1, 1 – 2, O – 3, 3 – 4 – вращательные, одноподвижные, пятого класса; 5 – O – цилиндрическая, двухподвижная, четвёртого класса. Все кинематические пары – низшие, следовательно, механизм – рычажный.

Звенья механизма движутся в плоскостях, параллельных неподвижной плоскости – исследуемый механизм является плоским.

Он не содержит звеньев, образующих только одну кинематическую пару, следовательно, является замкнутым. Звенья механизма образуют два замкнутых контура: O – 1 – 2 – 3 – O и O – 3 – 4 – 5 – O.

Шаг 3.

Число степеней свободы механизма определим, применяя универсальную формулу Чебышева

$$W = 3(n - 1) - 2p_H = 3(6 - 1) - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1,$$

где $n = 6$ – число звеньев; $p_H = 7$ – число низших кинематических пар.

Шаги 4 и 5.

В соответствии с принципом Ассура *начальный механизм*, обладающий числом степеней свободы всего исследуемого механизма, *кривошипный*, состоит из стойки O и кривошипа 1 (рис. 21).

Остальные звенья образуют ведомую цепь, имеющую нулевую подвижность относительно звеньев начального механизма. Ведомая цепь, в свою очередь, состоит из двух двухзвенных структурных групп: 2 – 3 и 4 – 5.

На рис. 21 штриховой линией обозначены внешние кинематические пары – «поводки», которыми звенья групп присоединяются к начальному механизму или к звеньям соседних групп.

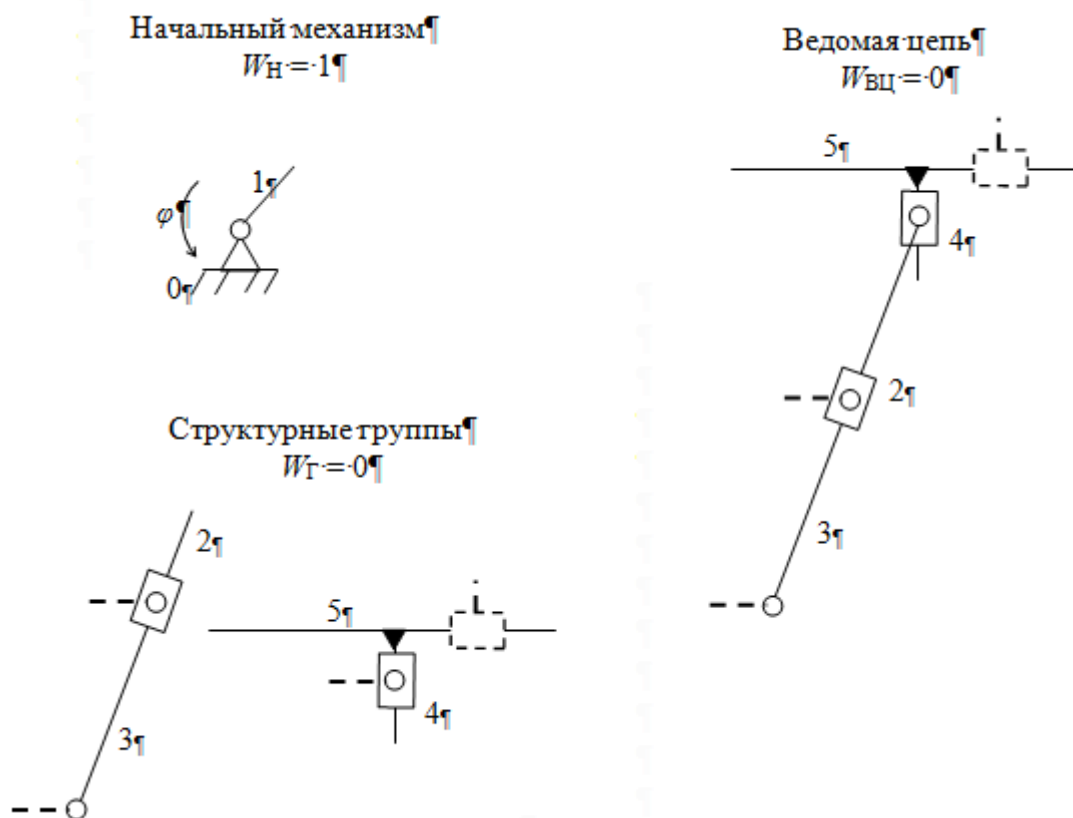


Рис. 21. Структурные группы механизма.

3. Кинематический анализ механизма: цели, задачи и методы.

Кинематический анализ механизма – исследование основных параметров механизма (без учёта действующих на него сил) с целью изучения законов изменения, а также выбор на основе этого исследования из ряда известных наилучшего механизма.

Цели:

1. Распределение кинематических характеристик звеньев: перемещение, скорость, ускорение, траектория движения, функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.
2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.
3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Задачи:

1. Определение перемещений звеньев и построение траекторий заданных точек механизма.
 2. Определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма.
 3. Определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев механизма.
- Эти задачи могут быть решены:
1. графическими методами (или методами графиков и диаграмм);
 2. графоаналитическими методами (или методами планов положений, скоростей и ускорений);
 3. аналитическими методами.

Выбор того или иного метода зависит как от необходимой степени точности решения, так и от целевого назначения расчёта.

Первые два метода уступают по точности третьему, однако они более наглядны и сравнительно просты.

4. Кинематический анализ механизма: графоаналитический метод. (самостоятельное изучение)

Этот метод - более простой. Основан на непосредственном геометрическом построении планов положений механизма, количество которых обычно равно 12.

Он позволяет наглядно представить движение его звеньев. При этом на чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а, следовательно, и действительная конфигурация механизма в соответствующие мгновения времени.

Недостаток метода - невысокая точность, которая зависит от точности графических построений.

Анализ проведём на примере кривошипно-ползунного механизма, для которого задана схема механизма и размеры его звеньев - L_{OA} и L_{AB} , а также угловая скорость кривошипа $\omega_1 = const$ (рис. 22).

Степень подвижности механизма

$$W = 3n - 2p_H - p_B = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1,$$

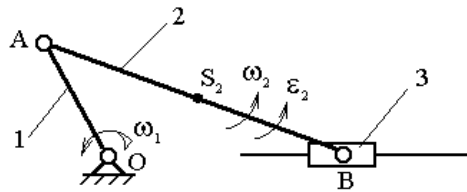
где $n = 3$ - число звеньев; $p_H = 4$ - число низших кинематических пар; $p_B = 0$ - число низших кинематических пар.

Рассматриваемый механизм образован путём присоединения к простейшему механизму группы Ассура второго класса, состоящий из звеньев 2 и 3. Так как наивысший класс группы Ассура, входящий в его состав, второй, то кривошипно-ползунный механизм является механизмом 2-го класса.

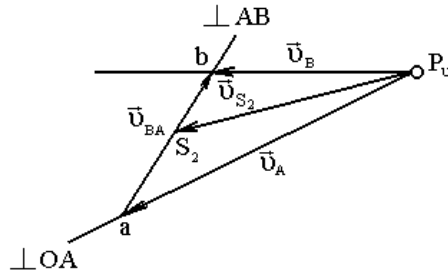
Построение плана положений

Выбираем масштабы длин $\mu_L = \frac{L_{OA}}{AO}$, м/мм, где AO - длина отрезка, мм, изображающая кривошип длиной L_{OA} на строящемся плане механизма.

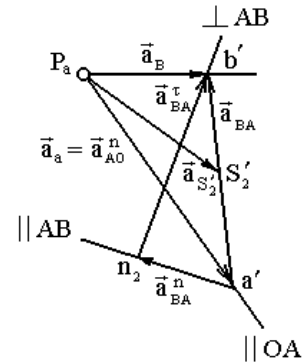
Эта длина выбирается произвольно с учётом того, что совмещённые планы механизма должны разместиться на отведённом месте чертежа, а сам масштаб длин был бы удобен для дальнейших расчётов.



План механизма (в масштабе длин μ_L)



План скоростей



План ускорений

Рис. 22. Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма.

Вычисляем длину отрезка $AB = \frac{L_{AB}}{\mu_L}$, мм, изображающего шатун на плане механизма.

При построении совмещённых планов механизма используют **метод засечек** (см. рис. 22).

Построение плана скоростей и ускорений

Для построения графиков скоростей и ускорений (см. рис. 22) выбираются полюсные расстояния h_v и h_a , где

h_v – полюсное расстояние при построении графика скоростей, которое выбирается произвольной длины; рекомендуется его величину выбирать в пределах $h_v \approx 30 - 40$ мм;

h_a – полюсное расстояние при построении графика ускорений; его рекомендуется принимать в пределах $h_a \approx 30 - 40$ мм.

Масштаб скорости вычисляется по формуле

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t} h_v, \text{ (м/с)/мм.}$$

Масштаб ускорения вычисляется по формуле

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t} h_a, \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$$

Для определения величины скорости или ускорения в каком-либо положении точки B необходимо длину ординаты соответствующего графика умножить на масштаб μ_v или μ_a соответственно.

План скоростей кривошипно-ползунного механизма начинают строить после построения плана механизма в заданном положении, в выбранном масштабе длин μ_L , составления векторного уравнения скоростей и выбора масштаба плана скоростей μ_v .

Векторное уравнение скоростей шатуна 2 (см. рис. 22):

$$V_B = V_A + V_{BA},$$

где $V_A = \omega_1 L_{OA}$ – скорость точки A , м/с; вектор этой скорости направлен перпендикулярно прямой OA кривошипа 1 на плане механизма; V_{BA} – вектор скорости точки B относительно A , имеет направление, перпендикулярное прямой AB на плане механизма; V_B – вектор полной (абсолютной), скорости ползуна 3, должен быть параллельным направлению движения ползуна.

Для построения плана скоростей сначала из полюса плана P_v (см. рис. 22) проводится вектор скорости точки A относительно O – V_A , т.е. векторный отрезок $P_v a$. Затем через точку a проводится перпендикуляр к прямой AB плана механизма и через полюс P_v – прямая, параллельная движению ползуна 3. На пересечении этих двух прямых получается точка b . Направления векторов скоростей V_B и V_{BA} обозначают стрелками.

Например, необходимо определить скорость точки S_2 , принадлежащей шатуну 2 и расположенной на середине отрезка AB . Используя теорему подобия, на отрезке ab плана скоростей находят его середину (точка S_2), которая, будучи соединенной с полюсом P_v , даст вектор V_{S_2} , изображающий абсолютную (полную) скорость точки S_2 .

Рассчитаем величину линейных скоростей и угловую скорость шатуна 2: $v_{BA} = (ab) \mu_v$, м/с; $v_B = (P_v b) \mu_v$, м/с; $v_{S_2} = (P_v S_2) \mu_v$, м/с;

$$\omega_2 = v_{BA} / L_{AB}, \text{ с}^{-1}.$$

Направление вектора угловой скорости шатуна ω_2 определяется следующим образом. Вектор скорости V_{BA} условно переносится в точку B плана механизма. Угловая скорость ω_2 шатуна будет направлена в ту сторону, в которую V_{BA} будет вращать шатун относительно точки A .

План ускорений кривошипно-ползунного механизма строят после того, как будет составлено векторное уравнение ускорений шатуна, учитывая, что он совершает сложное движение:

$$a_B = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^t,$$

где a_A – ускорение точки A ; его величину и направление можно определить, используя векторное уравнение ускорения точки A относительно оси O вращения кривошипа: $a_A = a_O + a_{AO}$, причём ускорение точки A относительно O можно разложить на две составляющие – нормальное ускорение a_{AO}^n и тангенциальное a_{AO}^t , т.е. $a_{AO} = a_{AO}^n + a_{AO}^t$.

Так как точка O неподвижна и ускорение её равно нулю ($a_O = 0$ и $a_{AO}^t = 0$ при условии, что угловая скорость вращения кривошипа постоянна: $\omega_1 = \text{const}$ и его угловое ускорение $\varepsilon_1 = 0$), то векторное уравнение ускорения точки A можно записать в виде: $a_A = a_{AO}^n$. Величина нормальной составляющей ускорения (нормальное ускорение) рассчитывается по формуле: $a_{AO}^n = \omega_1^2 L_{AO}$ (его вектор направлен по радиусу вращения кривошипа от точки A к точке O).

Затем вычисляется нормальное ускорение точки B относительно A по формуле: $a_{BA}^n = \omega_2^2 L_{AB}$ (его вектор направлен от B к A).

После выбора масштаба плана ускорений по формуле:

$$\mu_a = a_{OA}^n / P_a a'$$

величина нормального ускорения a_{BA}^n переводится этим масштабом в векторный отрезок

зок длиной:

$$a'n_2 = a_{BA}^n / \mu_a, \text{ мм.}$$

Затем строится план ускорений (см. рис. 22). Из произвольно выбранного полюса P_a параллельно отрезку OA плана механизма проводится вектор ускорения a_{AO}^n , длина которого $P_a a'$ была выбрана произвольно при расчёте масштаба μ_a . Из конца этого вектора (точки a') проводится вектор ускорения a_{BA}^n длиной $a'n_2$, который должен быть параллелен отрезку AB плана механизма и направлен от точки B к A .

Перпендикулярно ему через точку n_2 проводят прямую до пересечения с прямой, проведённой через полюс P_a параллельно линии движения ползуна 3. Полученная точка их пересечения b' определяет длины векторов ускорений a_{BA} и a_B .

Для нахождения величины ускорения точки S_2 , принадлежащей шатуну, можно применить теорему подобия. При этом необходимо на векторе, изображающем на плане ускорений относительное ускорение a_{BA} , найти соответствующую точку S_2' , делящую отрезок $a'b'$ в той же пропорции, что и точка S_2 делит отрезок AB на плане механизма.

Угловое ускорение шатуна вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / L_{AB} = (n_2 b') \mu_a / L_{AB}, \text{ с}^{-1},$$

где $n_2 b'$ – длина вектора на плане ускорений, изображающего тангенциальное ускорение a_{BA}^τ .

Для определения направления вектора углового ускорения шатуна ε_2 необходимо вектор тангенциального ускорения a_{BA}^τ условно перенести в точку B плана механизма.

На рисунке 23 показаны совмещённые планы механизма и графики: перемещений точки B (ползуна 3, см. рис. 22), скоростей точки B , ускорений точки B .

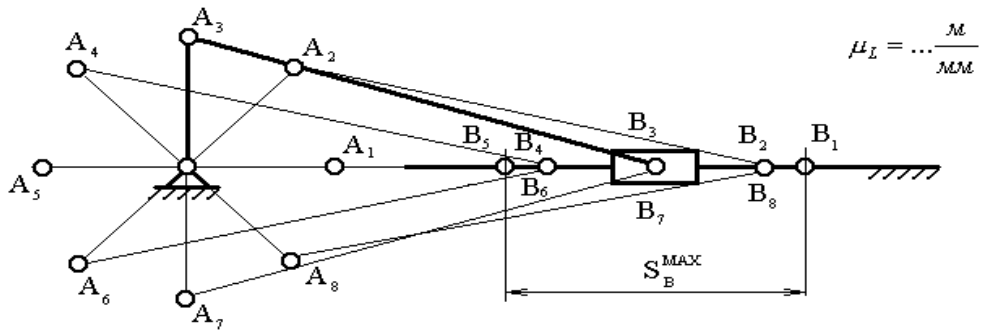


График перемещений точки В

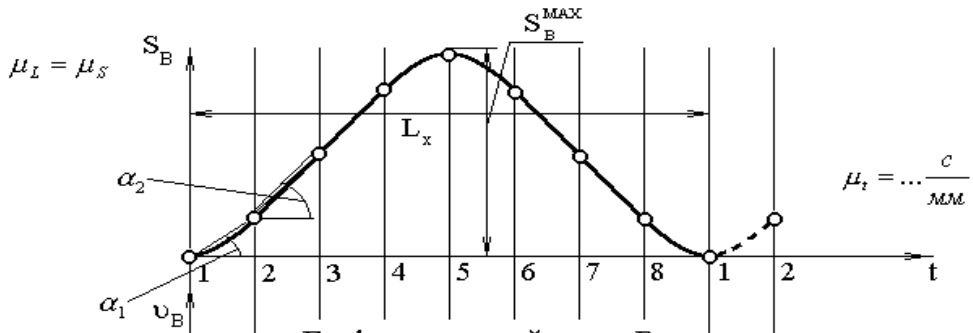


График скоростей точки В

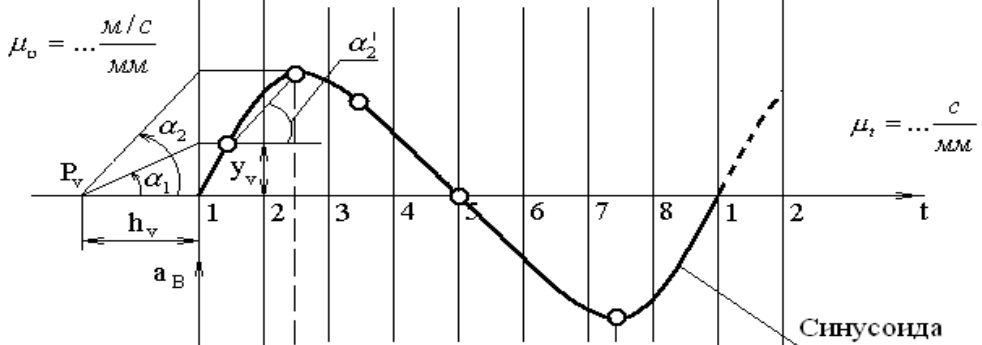


График ускорений точки В

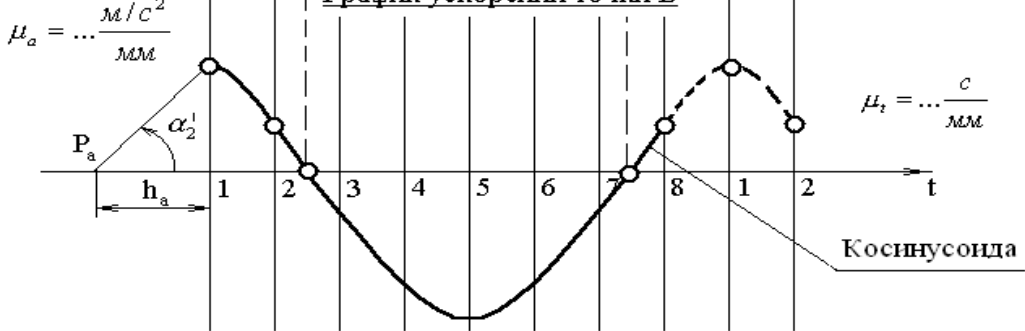


Рис. 23. Совмещённые планы механизма, графики перемещений, скоростей и ускорений точки В.

Лекция № 1.2. Динамический анализ и силовой расчёт механизмов

План лекции

1. Динамический анализ механизмов. Задачи исследования. Силы, действующие на звенья механизма. Динамические модели механизмов и машин. Общая схема (последовательность) исследования движения механизмов под действием сил. Приведение масс и сил. Уравнение движения механизма (машины) с жёсткими звеньями. Механические характеристики машин.

2. Силовой расчёт механизмов. Задачи и методика силового расчёта. Определение сил инерции. Силовой расчёт статически определимых механизмов. Силовой анализ механизма методом планов.

1. Динамический анализ механизмов.

Задачи исследования.

Движение механизмов и машин происходит в результате действия на них различных сил. При проектировании механизмов машин необходимо определять движение входных и выходных звеньев с тем, чтобы выяснить соответствие этого движения требованиям выполняемого машиной рабочего процесса.

В связи с этим различают:

- *идеальное движение машины*, при котором предусмотренный закон движения выполняется абсолютно точно;

- *фактическое реальное движение*, которое по ряду причин в той или иной мере отличается от идеального.

Расхождение между действительным и идеальным законами движения называют **динамическими ошибками**.

Динамические ошибки снижают качество выполняемого машиной рабочего процесса, а также отрицательно влияют на её надёжность и долговечность.

Динамический анализ позволяет определить:

- 1) идеальные (программные) законы движения механизмов;
- 2) динамические ошибки;
- 3) необходимую величину и мощность внешних сил на входном звене;
- 4) время перемещения механизма из одного положения в другое (быстродействие) и некоторые другие характеристики.

Причём п. 1 и п. 2 определяют основную задачу динамического анализа.

Прямая задача динамики машины является задачей анализа по определению закона движения механической системы под действием заданных внешних сил.

При решении этой задачи параметры машинного агрегата и действующие на него внешние силы известны, необходимо определить закон движения: скорости и ускорения в функции времени или обобщённой координаты.

Иначе эту задачу можно сформулировать так: заданы управляющие силы и силы внешнего сопротивления, определить обеспечиваемый ими закон движения машины.

Обратная задача динамики - это задача синтеза управления, когда задан закон движения машины и внешние силы сопротивления, а определяются управляющие силы.

При решении задач динамики используют либо уравнения силового равновесия системы - метод кинестатики, либо уравнения энергетического равновесия - закон сохранения энергии.

Для идеальной механической системы, в которой нет потерь энергии и звенья абсолютно жёсткие, этот закон можно применять в виде теоремы об изменении кинетической энергии. Согласно этой теореме, работа всех внешних сил, действующих на систему, расходуется только на изменение её кинетической энергии. При этом потенциальные силы - силы веса - рассматриваются как внешние:

$$\Delta T = T - T_{нач},$$

где ΔT - изменение кинетической энергии системы; T - текущее значение кинетической энергии системы; $T_{нач}$ - начальное значение кинетической энергии системы.

Рассмотрим механизм (рис. 1), состоящий из n подвижных звеньев, из которых r совершают вращательное движение, j - плоское, k - поступательное. Основная подвижность системы $W = 1$. На систему действуют f - внешних сил и m - внешних моментов. Движение этой системы определяется изменением одной независимой обобщённой координаты.

Такую систему при решении задач динамики можно заменить более простой динамической моделью. Положение звена этой модели определяется обобщённой координатой, а динамические параметры заменяются: инерционные - суммарным приведённым моментом инерции I_{Σ}^{pp} , силовые - суммарным приведённым моментом M_{Σ}^{pp} .

Эти параметры динамической модели рассчитываются по критериям подобия модели и объекта, которые определяются соответственно из равенства правых и левых частей уравнений изменения кинетической энергии для модели и объекта.

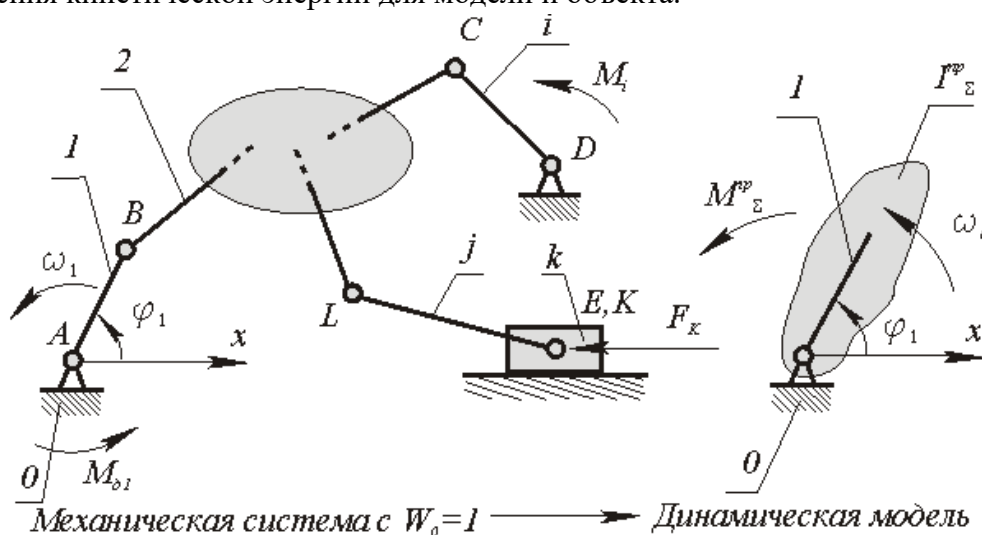


Рис. 1. Механическая система и динамическая модель

Силы, действующие на звенья механизма.

Физическая природа сил, действующих в машинах и механизмах, может быть различной. Это силы давления газа и жидкости, силы упругости, силы тяжести, электромагнитные силы и др.

Исследуя движение механизмов, удобно делить все силы, независимо от их природы, на две группы:

а) **силы движущие**, совершающие положительную работу;
основная движущая сила или движущий момент прикладывается к входному звену механизма с целью приведения его в движение;

б) **силы сопротивления**, работа которых отрицательна;
основная движущая сила или момент сопротивления прикладывается к выходному звену и представляет собой реакцию обрабатываемого или перемещаемого объекта на это звено; она называется **силой полезного сопротивления**.

Силы могут быть постоянными, так и переменными по величине.

Для исследования движения механизма все приложенные к нему внешние силы должны быть известны, причём основная движущая сила или момент задаётся в виде механической характеристики двигателя, а сила полезного сопротивления - в виде механической характеристики рабочей машины.

Приступая к исследованию движения механизма, необходимо чётко уяснить, какие внешние силы действуют на механизм и каковы их характеристики.

Динамические модели механизмов и машин.

Для исследования движения механизма составляют его **динамическую модель**, которая всегда должна быть проще реальной системы.

Наиболее простая динамическая модель любого механизма, имеющего одно входное звено, представляет собой абсолютно твёрдое тело (жёсткое звено), приводимое в движение от некоторого двигателя (рис. 2).

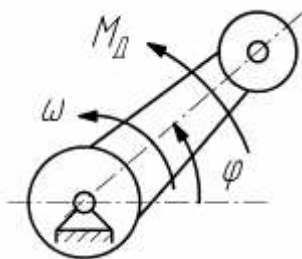


Рис. 2.

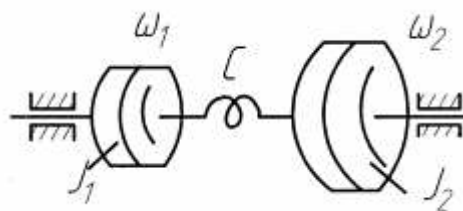


Рис. 3.

Динамические модели с жёстким звеном с успехом используются для решения таких задач динамики как:

- определение усреднённой скорости и ускорения движения;
- определение мощности двигателя, необходимой для обеспечения движения;
- определение времени разгона и остановки машины;
- определение тормозного усилия, необходимого для остановки машины на заданном тормозном перемещении и др.

Указанные модели могут использоваться для определения динамических нагрузок в случаях, когда жёсткость звеньев механизмов заранее довольно высока, т.е. их упругими податливостями можно пренебречь.

Более точное определение закона движения и динамических нагрузок требует составления **динамических моделей механизмов с учётом податливости звеньев**.

Сложность таких моделей и методов их исследования зависит от структуры механизмов и машины в целом, от числа упругих элементов и других факторов, учитываемых в процессе динамического анализа.

Одна из наиболее простых моделей, учитывающая только угловую податливость звеньев передаточного механизма между двигателем и рабочей машиной, имеет вид, показанный на рис. 2, где C - жёсткость передаточного механизма.

Динамические модели, составленные с учётом упругости звеньев, позволяют исследовать дополнительные динамические ошибки и дополнительные динамические нагрузки, вызванные упругими колебаниями.

При таком исследовании определяют условия наступления резонансов и намечают меры их предупреждения.

Далее даются указания по методам анализа механизмов с помощью "жёстких моделей", рассматриваемых в курсовых проектах.

Общая схема (последовательность) исследования движения механизмов под действием сил.

Для механизмов с жёсткими звеньями и степенью подвижности $W = 1$ эта последовательность такова:

1. Выделяют из механизма входное и выходное звенья вместе со стойкой.
2. Приводят к этому звену массы всех звеньев механизма, а также действующие на них внешние силы. В результате получают динамическую модель механизма согласно рис. 2. Её подвижное звено называют *звеном приведения*.

3. Решают уравнения движения звена приведения и находят закон его движения в требуемой форме.

Попутно при решении могут быть определены необходимая мощность двигателя, время движения механизма на заданном перемещении, необходимое тормозное усилие на заданном пути торможения и другие величины.

4. Найдя закон движения звена приведения, определяют скорости и ускорения остальных звеньев методами кинематики.

Приведение масс и сил (п. 2 общей схемы).

Целью приведения масс и сил является определение приведённого момента инерции (или приведённой массы) и приведённого момента сил (или приведённой силы).

Пусть звено приведения совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси. Обозначим угловую скорость звена ω .

Приведённый момент инерции J_{Π} - условный (расчётный) момент инерции звена приведения, определяемый из условия равенства кинетических энергий

$$J_{\Pi} \cdot \frac{\omega^2}{2} = \sum_{i=1}^n T_i .$$

В левой части этого равенства имеем кинетическую энергию звена приведения, а в правой - сумму кинетических энергий n звеньев механизма. В результате получаем

$$J_{\Pi} = \frac{2 \sum_{i=1}^n T_i}{\omega^2} .$$

Таким образом, чтобы получить формулу для определения приведённого момента инерции конкретного механизма нужно написать выражение суммарной кинетической энер-

гии звеньев механизма и затем разделить это выражение на половину квадрата скорости звена приведения.

Приведённый момент силы M_{Π} - условный (расчётный) момент, приложенный к звену приведения, определяемый из условия равенства мгновенных мощностей

$$M_{\Pi} \cdot \omega = \sum_{i=1}^n N_i.$$

В левой части этого равенства имеем мощность момента M_{Π} на звене приведения, а в правой - сумму мощностей моментов и сил, действующих на n звеньях механизма. В результате получаем

$$M_{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{\omega}.$$

Таким образом, чтобы получить формулу для определения приведённого момента сил конкретного механизма, нужно написать выражение суммарной мощности сил и моментов на звеньях механизма, а затем разделить это выражение на скорость звена приведения.

Совершенно аналогично вводятся понятия приведённой массы и приведённой силы. В результате получаются формулы для определения. Однако в дальнейшем будем использовать только понятия приведённого момента инерции и приведённого момента сил.

Рассмотрим механизм и его динамическую модель (рис. 1).

Модель будет энергетически эквивалентна рассматриваемому механизму, если правые и левые части уравнений изменения кинетической энергии для модели и для системы будут равны, т.е. для левых частей выполняется условие $T_C = T_M$, а для правых - $A_C = A_M$.

Для левых частей формула для определения приведённого суммарного момента инерции динамической модели

$$I_{\Sigma}^{IP} = \sum_{i=1} m V_{qSi}^2 + \sum_{i=1} I_{Si} \omega_{qi}^2.$$

Для правых частей формула для определения приведённого суммарного момента динамической модели

$$M_{\Sigma}^{IP} = \sum_{i=1} V_{qSi} \cos(F_i, dS_i) + \sum_{i=1} M_i \omega_{qi}.$$

Уравнение движения механизма (машины) с жёсткими звеньями.

Как уже отмечалось, уравнение движения механизма или машины с жёсткими звеньями сводится к уравнению движения одного звена - звена приведения.

Уравнение движения может быть представлено в двух формах:

в интегральной
$$\frac{J_{\Pi} \cdot \omega^2}{2} - \frac{J_{\Pi 0} \cdot \omega^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\Pi} d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_{\Pi Д} + M_{\Pi С}) d\varphi;$$

в дифференциальной
$$J_{\Pi} \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi} = M_{\Pi} = M_{\Pi Д} + M_{\Pi С};$$

где φ - угол поворота звена приведения (обобщённая координата);

ω - угловая скорость звена приведения (обобщённая скорость);

J_{Π} - приведённый момент инерции;

M_{Π} - приведённый момент сил, складывающийся из приведённого момента движущихся сил $M_{\Pi Д}$ и приведённого момента сил сопротивления $M_{\Pi С}$;

$\varphi_0, \omega_0, J_{\Pi 0}$ - значения φ, ω, J_{Π} в начальный момент рассматриваемого интервала времени.

Решение этих уравнений позволяет определить закон движения звена приведения в виде зависимости обобщённой скорости от времени $\omega = \omega(t)$ или от обобщённой координаты $\omega = \omega(\varphi)$.

Для большинства реальных машин уравнения движения могут быть решены лишь численными методами (в том числе с применением ЭВМ), т.е. зависимости $\omega(t)$ или $\omega(\varphi)$ получаются не в виде формул, а в виде таблицы значений или графиков, построенных по точкам.

Выбор формы уравнения движения и метода его решения зависит от характеристик двигателя и исполнительного механизма машины. Наиболее часто встречаются следующие случаи:

1. $J_{\Pi} = const, M_{Д} = M_{Д}(\omega), M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\omega)$ или $M_{\Pi С} = const$.

Примеры: машины роторного типа или грузоподъёмные устройства с приводом от электродвигателя.

2. $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi), M_{Д} = M_{Д}(\varphi), M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\varphi)$ или $M_{\Pi С} = const$.

Примеры: машины и механизмы с приводом от поршневого двигателя внутреннего сгорания или от пружинного двигателя.

3. $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi), M_{Д} = M_{Д}(\omega), M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\varphi)$.

Примеры: большинство технологических машин с приводом от электродвигателя.

Механические характеристики машин.

Механическая характеристика машины - зависимость силы или момента на выходном валу или рабочем органе машины от скорости или перемещения точки или звена её приложения.

Рассмотрим механические характеристики на примере строгального станка (рис. 4). Механические характеристики определяют внешние силы и моменты, действующие на входные и выходные звенья рассматриваемой механической системы, со стороны взаимодействующих с ней внешних систем и окружающей среды. Характеристики определяют экспериментально. По результатам экспериментов получают регрессионные эмпирические модели, которые в дальнейшем используются при проведении динамических расчётов машин и механизмов.

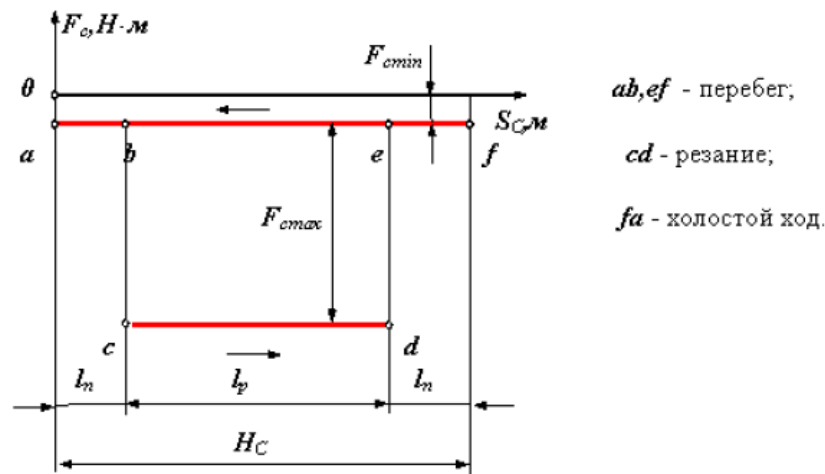


Рис. 4. Механические характеристики.

2. Силовой расчёт механизмов.

Задачи и методика силового расчёта.

Силовой расчёт механизмов является одним из этапов их синтеза. В ходе силового расчёта определяются:

- силы, действующие на звенья механизмов,
- и реакции в кинематических парах, возникающие под действием этих сил во время работы машины.

Только после определения этих сил можно рассчитать звенья на прочность, жёсткость и т.д.

Наиболее распространённым методом силового расчёта является метод кинетостатики, который основан на использовании известного **принципа Даламбера**.

Этот принцип применительно к механизмам может быть сформулирован так: *если ко всем внешним силам, действующим на движущуюся систему звеньев механизма, добавить силы инерции, то полученная таким искусственным способом система сил будет уравновешена.*

Следовательно, применяя принцип Даламбера, для определения реакций в кинематических парах механизмов можно использовать уравнения статики.

Ниже метод кинетостатики излагается применительно к схемам плоских механизмов, аналогичных тем, которые содержатся в заданиях на курсовое проектирование по дисциплине "Теория механизмов и машин".

Определение сил инерции.

Сила инерции - реакция массы на сообщаемое ей ускорение.

В общем случае все точки отдельного звена движутся с различными по величине и направлению ускорениями. Следовательно, в соответствии с принципом Даламбера к каждой из этих точек следует приложить элементарную силу инерции $\overline{dF_{ин}}$, равную произведению массы dm_i этой точки на её полное ускорение $\overline{a_i}$ и направленную в сторону, противоположную этому ускорению $\overline{F_{ин}} = -\overline{a_i} \cdot dm_i$.

Из теоретической механики известно, что все элементарные силы инерции звена, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, могут быть сведены к результирующей силе инерции $\overline{F_H}$, приложенной в центре масс S звена и паре сил с моментом $\overline{M_H}$ (рис. 5)

$$\overline{F_H} = -m \cdot \overline{a_S}, \quad (1)$$

$$\overline{M_H} = -J_S \cdot \overline{\varepsilon}, \quad (2)$$

где m - масса звена; $\overline{a_S}$ - ускорение центра масс звена; J_S - момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку S перпендикулярно плоскости движения; $\overline{\varepsilon}$ - угловое ускорение звена.

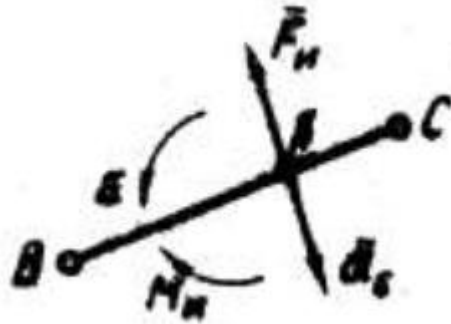


Рис. 5.

В дальнейшем будем называть $\overline{M_H}$ инерционным моментом. Знаки минус в формулах (1) и (2) указывают на то, что результирующая $\overline{F_H}$ направлена противоположно $\overline{a_S}$, а момент $\overline{M_H}$ - противоположно $\overline{\varepsilon}$.

Рассмотрим частные случаи движения звеньев.

Случай 1.

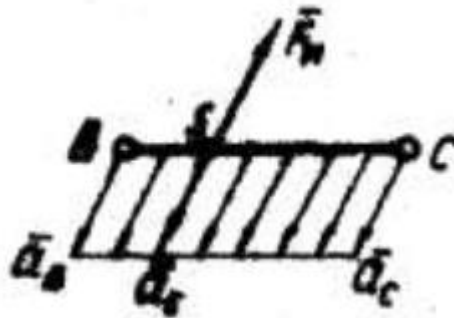


Рис. 6.

Звено совершает поступательное движение с ускорением $\overline{a_S}$ (рис. 6). Здесь угловое ускорение $\overline{\varepsilon}$ равно нулю и, следовательно, инерционный момент $\overline{M_H}$ согласно уравнению (2) будет также равен нулю.

Случай 2.



Рис. 7.

Звена вращается вокруг оси, проходящей через его центр масс S (рис. 7). В этом случае ускорение $\overline{a}_S = 0$ и, следовательно, согласно уравнению (1) равна нулю результирующая сила \overline{F}_H .

Случай 3.

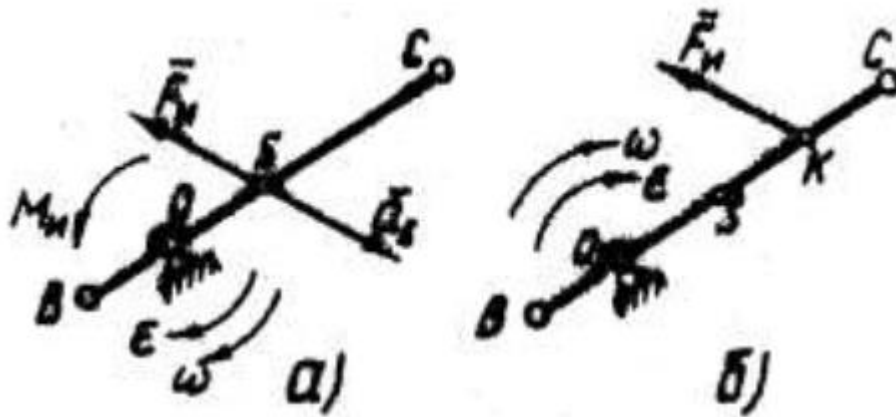


Рис. 8.

Звено вращается вокруг оси, не проходящей через его центр масс S (рис. 8). Также как и в общем случае, результирующая сила \overline{F}_H и момент \overline{M}_H (рис. 8, а) определяются по формулам (1) и (2). Однако силу \overline{F}_H и момент \overline{M}_H можно заменить только силой, равной \overline{F}_H (рис. 8, б), если её параллельно самой себе перенести в центр качания звена точку К.

Расстояние от оси вращения О до точки К определяется по формуле

$$l_{OK} = l_{OS} + \frac{J_S}{m \cdot l_{OS}}. \quad (3)$$

При плоскопараллельном движении, показанном на рис. 5, действие силы \overline{F}_H и момента \overline{M}_H можно заменить одной силой \overline{F}_H , приложенной в точке Т (рис. 9, а), если движение звена считать состоящим из переносного поступательного движения с ускорением, например, точки В и относительно движения вокруг точки В.

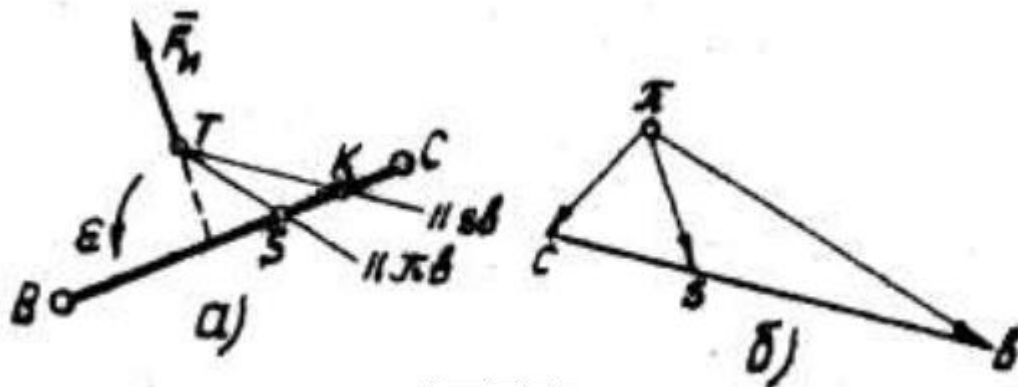


Рис. 9.

Тогда и результирующую силу $\overline{F_H}$ можно будет представить суммой двух составляющих: переносной $\overline{F_H^e}$ и относительной $\overline{F_H^r}$. При этом составляющая $\overline{F_H^e}$ в переносном движении направлена в сторону, противоположную ускорению $\overline{a_B}$ точки В (или вектору $\overline{\pi b}$ на плане ускорений, рис. 9, б) и приложена в центре масс S, а составляющая $\overline{F_H^r}$ в относительном движении направлена противоположно ускорению $\overline{a_{SB}}$ точки S относительно В (или вектору \overline{bs} на плане ускорений) и приложена в точке качания К, расстояние до которого в соответствии с уравнением (3) определяется так:

$$l_{BK} = l_{BS} + \frac{J_S}{m \cdot l_{BS}}.$$

Таким образом, точка Т является точкой пересечения ускорения $\overline{a_B}$ точки В, проведённого через центр масс звена S и направления относительного ускорения $\overline{a_{SB}}$ точки S относительно точки В, проведённого через центр качания К.

Направление результирующей $\overline{F_H}$, приложенной в точке Т, противоположно ускорению $\overline{a_S}$ центра масс (или вектору $\overline{\pi s}$ на плане ускорений).

Силовой расчёт статически определимых механизмов.

При выполнении силового расчёта закон движений начального звена механизма считается известным, что позволяет определить необходимое ускорение и силы инерции.

С целью упрощения расчёта обычно принимают ряд допущений, к числу которых относятся следующие:

- 1) силы трения в кинематических парах не учитываются, т.е. определяют лишь нормальные реакции, а касательными (силами трения скольжения) пренебрегают;
- 2) динамические параметры звеньев (массы, моменты инерции, положения центров масс) назначаются ориентировочно;
- 3) если механизм плоский, то считается, что все нагрузки на его звенья и реакции в кинематических парах образуют плоскую систему сил.

Следует заметить, что после уточнения исходных данных в процессе синтеза механизма результаты силового расчёта могут быть также уточнены.

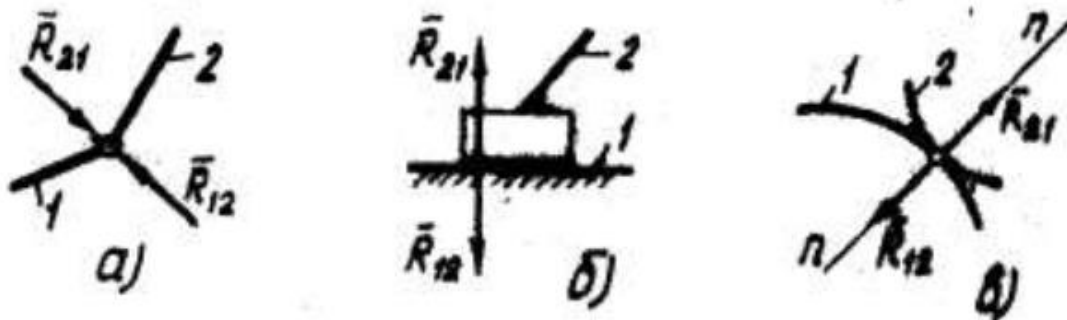


Рис. 10.

При нахождении нормальных реакций в кинематических парах число определяемых неизвестных должно соответствовать числу наложенных связей, т.е. в плоском механизме в каждой из кинематических пар 5-го класса определяются две неизвестные, а именно:

- во вращательной паре (рис. 10, а) - величина и направление реакции (точкой приложения считается центр пары);
- в поступательной паре (рис. 10, б) - величина и точка приложения (линия действия реакции перпендикулярна относительной скорости звеньев).

В высшей кинематической паре (рис. 10, в) определяется только величина реакции, поскольку точкой её приложения является точка контакта звеньев, а линия действия направлена по нормали $n - n$ к профилям звеньев в точке контакта.

Заметим, что показанные на рис. 10 реакции - это лишь равнодействующие действительных сил, распределённых по поверхностям или линиям контакта звеньев.

Как известно, статически определимыми кинематическими цепями являются структурные группы (группы Ассур). Поэтому силовому исследованию механизма предшествует его структурный анализ, в ходе которого выделяются начальный механизм и структурные группы, а также устанавливается порядок их присоединения.

Силовой анализ начинается с последней из присоединённых групп и заканчивается расчётом начального механизма.

Наиболее удобный метод определения реакций в кинематических парах - метод планов сил, используемый в дальнейшем.

Для удобства расчётов и построения *каждой внешней силы* приписывается цифровой индекс, соответствующий номеру звена, к которому эта сила приложена. Например, $\overline{G_3}$ - вес 3-го звена, M_{I2} - инерционный момент 2-го звена и т.д.

Каждой реакции приписывается двойной цифровой индекс. В нём первая цифра указывает номер звена, к которому приложена реакция, а вторая - номер звена, со стороны которого она действует. Например, $\overline{R_{12}}$ - реакция первого звена на второе, $\overline{R_{21}}$ - реакция второго звена на первое и т.д.

Очевидно, что в соответствии с третьим законом механики $\overline{R_{12}} = -\overline{R_{21}}$ и в более общем виде $\overline{R_{ik}} = -\overline{R_{ki}}$.

При определении реакций в опорах начального звена необходимо учитывать способ его соединения с ведущим механизмом (для рабочих машин) или с ведомым (для двигателей).

Если это соединение осуществляется при помощи муфты, то к начальному звену должен быть приложен момент, заменяющий действие этой муфты, который принято называть **уравновешивающим моментом**.

Если же начальное звено приводится в движение, например, через зубчатую передачу, то к зубчатому колесу, жёстко соединённому с начальным звеном, должна быть приложена в точке контакта зубьев так называемая уравновешивающая сила, направленная по линии зацепления, т.е. по нормали к рабочему профилю зуба.

Ниже приведены примеры силового расчёта плоских механизмов без учёта трения в кинематических парах.

Силовой анализ механизма методов планов.

Проведём силовой расчёт на примере кривошипно-ползунного механизма с ведущим звеном 1 (рис. 11). Требуется определить реакции в кинематических парах от силы P_3 , приложенной в точке S_3 звена 3, силы P_2 , приложенной в точке S_2 звена 2, а также P_y .

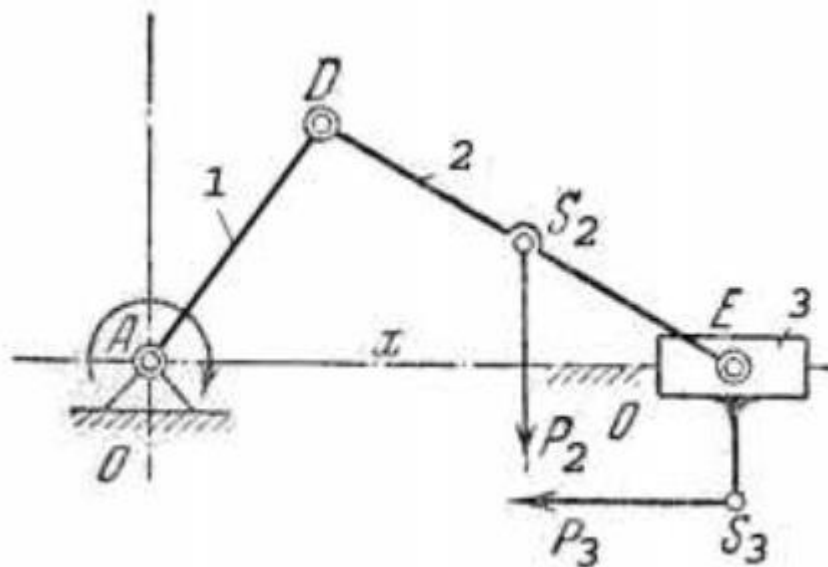


Рис. 11. Схема механизма.

Рассматриваемый механизм представляет собой механизм второго класса, второго вида. Определение реакций в кинематических парах начинаем с последней в порядке присоединения группы, состоящей из звеньев 2 и 3. Для этого разлагаем реакцию P_{12} , действующую в паре с D, на составляющие P_{12}' и P_{12}'' :

$$P_{12} = P_{12}'' + P_{12}'.$$

Уравнение моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки E:

$$M_E(P_{12}') + M_E(P_2) = 0,$$

откуда $P_{12}' = \frac{P_2 h_2}{L_{DE}},$

где h_2 - плечо силы P_2 относительно точки E.

Общее уравнение равновесия всей группы

$$P_{12}'' + P_{12}' + P_2 + P_{03}.$$

Для определения P_{12}'' и P_{03} строим в произвольно выбранном масштабе μ_p план сил. Для этого из точки d откладываем силу P_{12}' в виде отрезка (da). К силе P_{12}' прикладываем силу P_2 в виде отрезка (ab) и к ней силу P_3 в виде отрезка (bc). Через точку C проводим прямую в направлении силы P_{03} , т.е. перпендикулярно к оси x, а через точку d - в направлении силы P_{12}'' , т.е. параллельную направлению DE звена 2.

Точка e - пересечение этих прямых - определяет начало вектора силы P_{12}'' и конец вектора силы P_{03} . Соединив точку e с точкой a, получим силу P_{12} в виде отрезка (ea). Реакция P_{23} в виде отрезка (eb) определяется, если соединить точки e и b (рис. 12).

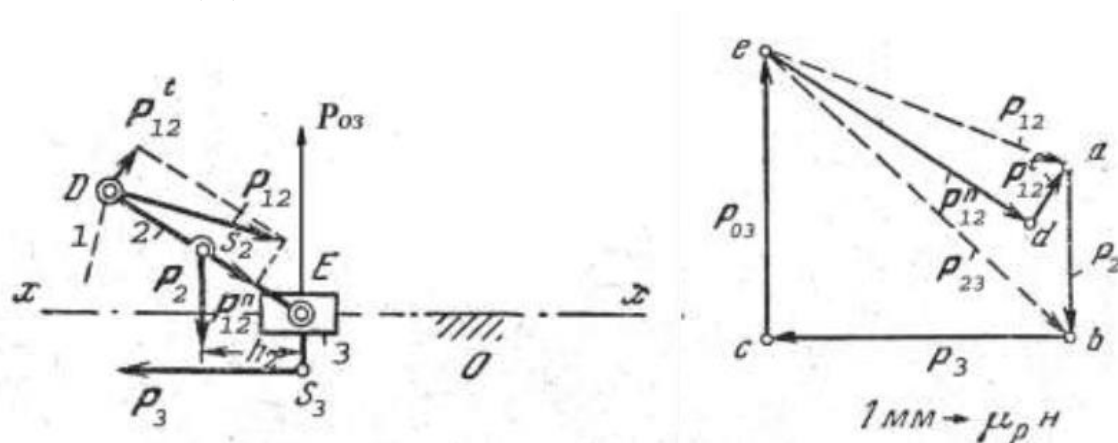


Рис. 12. План сил.

Равновесие ведущего звена 1. На него действует сила P_{21} , равная по величине и противоположно направленная силе P_{12} (рис. 13).

Линия действия уравновешивающей силы P_y перпендикулярна к AD. Величина уравновешивающей силы P_y определяется из уравнения: $M_A(P_y) + M_A(P_{21}) = 0$, откуда $P_y = \frac{P_{21} h_{21}}{h_y}$, где h_{21} и h_y - плечи сил P_{21} и P_y относительно точки A.

Для определения реакции P_{01} в паре A графически векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на звено 1,

$$P_{21} + P_y + P_{01} = 0.$$

Из точки a отложить в масштабе μ_F силу P_{21} в виде отрезка (ab) и к ней приложить силу P_y в виде отрезка (bc) . Отрезок (ca) представляет собой силу P_{01} .

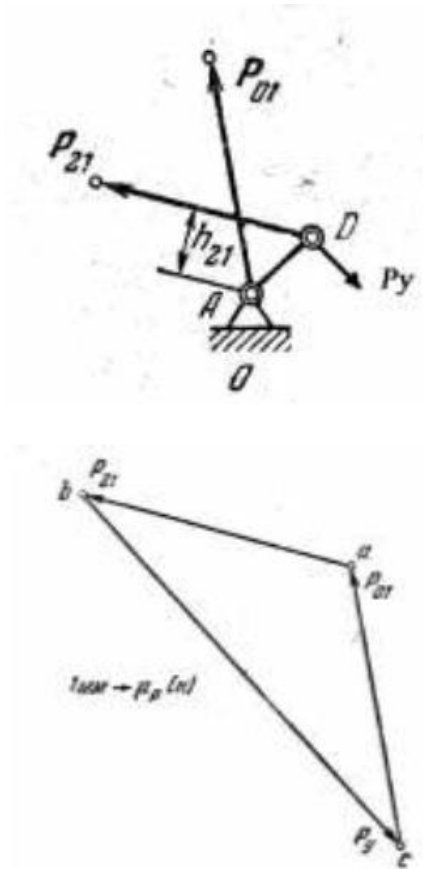


Рис. 13. Ведущее звено 1.

ЧАСТЬ 2. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ.

Лекция № 2.1. Основные понятия. Растяжение и сжатие. Закон Гука.

План лекции

1. Основные понятия, допущения и определения. Гипотезы.
2. Внешние силы и их классификация.
3. Растяжение и сжатие. Закон Гука. Удлинение стержня и закон Гука. Диаграмма растяжения – сжатия.
4. Метод сечений для определения внутренних усилий.

1. Основные понятия, допущения и определения. Гипотезы.

1.1. Задачи раздела "Сопротивление материалов"

В процессе эксплуатации машин и механизмов элементы конструкции в результате действия на них внешних сил в той или иной степени изменяют свои первоначальные размеры и форму, т.е. *деформируются*.

Деформации (в силу своей малости по сравнению с абсолютными размерами тела) не оказывают существенного влияния на законы его равновесия и движения.

Однако без изучения этих деформаций невозможно определить условия, при которых может произойти разрушение детали или недопустимое изменение её формы и размеров.

Основная задача сопротивления материалов - разработка методов расчёта различных элементов сооружений и машин с целью получения их оптимальных весогабаритных характеристик.

К другим задачам сопротивления материалов относят:

- 1) изложение методов расчёта элементов конструкций на прочность;
- 2) изложение методов расчёта элементов конструкций на жёсткость;
- 3) создание методов расчётов на устойчивость, которые должны обеспечить отсутствие качественного изменения характера деформации элементов конструкции.

1.2. Основные понятия и определения раздела "Сопротивление материалов"

Прочность - способность конструкции выдерживать заданную нагрузку не разрушаясь.

Жёсткость - способность конструкции к деформированию в соответствии с заданным нормативным регламентом.

Деформирование - свойство конструкции изменять свои геометрические размеры и форму под действием внешних сил.

Устойчивость - свойство конструкции сохранять при действии внешних сил заданную форму равновесия.

Надёжность - свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в определённых нормативных пределах в течение требуемого промежутка времени.

Ресурс - допустимый срок службы изделия. Указывается в виде общего времени наработки или числа циклов нагружения конструкции.

Отказ - нарушение работоспособности конструкции.

Опираясь на вышесказанное, можно дать определение прочностной надёжности.

Прочностная надёжность - отсутствие отказов, связанных с разрушением или недопустимыми деформациями элементов конструкции.

На рис. 1 приведена структура модели прочностной надёжности. Она включает известные модели или ограничения, которые априорно накладываются на свойства материалов, геометрию, формы изделия, способы нагружения, а также модель разрушения.

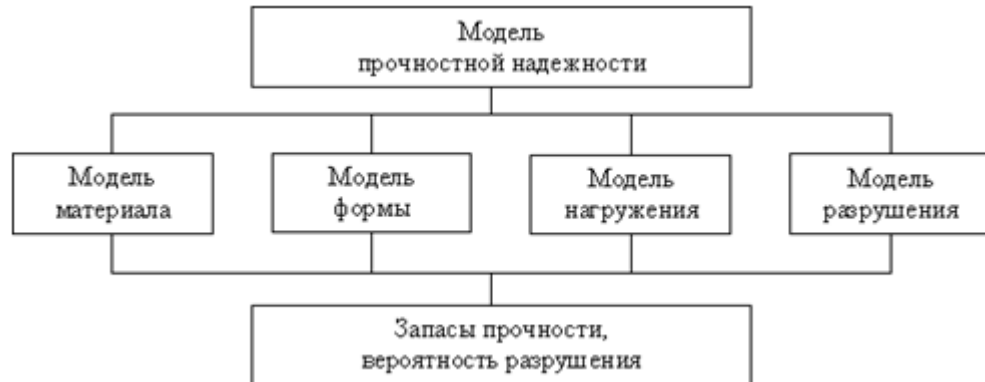


Рис. 1. Структура модели прочностной надёжности элементов конструкций

Инженерные модели сплошной среды рассматривают материал как **сплошное и однородное тело**, наделённое свойством однородности структуры.

Модель материала наделяется свойствами упругости, пластичности и ползучести.

Упругость - свойство тела восстанавливать свою форму после снятия внешних нагрузок.

Пластичность - свойство тела сохранять после прекращения действия нагрузки деформацию.

Ползучесть - свойство тела увеличивать деформацию при постоянных внешних нагрузках.

Основные модели формы

В процессе построения расчётной схемы конструкции элементы реального объекта заменяются их упрощёнными моделями. **Основными моделями формы в моделях прочностной надёжности** являются (рис. 2):

1. **Брус** - тело, у которого один из размеров много больше двух других (длинное, тонкое, в общем случае криволинейное тело).

Геометрически брус может быть образован путём перемещения плоской фигуры вдоль некоторой кривой.

Брус может иметь как постоянное, так и переменное **поперечное сечение** (плоская фигура, имеющая свой центр тяжести на оси бруса и нормальная к ней).

Ось бруса - линия, соединяющая центры тяжести всех его поперечных сечений.

В зависимости от формы оси брус могут быть либо **прямолинейными**, либо **криволинейными**.

Брус с прямолинейной осью называется **стержнем** (рис. 2, а). Стержень, работающий на изгиб, - **балка**.

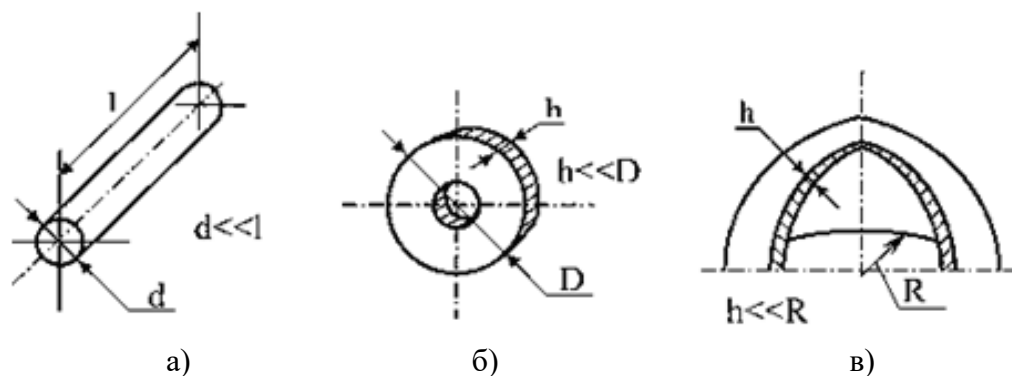


Рис. 2. Основные формы в моделях:
а - стержень; б - пластина; в - оболочка

2. **Оболочки** - тела, ограниченные криволинейными поверхностями, расположенными на близком расстоянии друг от друга.

У этих элементов конструкции один размер значительно меньше двух других (рис. 2, в).

Пластина (или плита) (рис. 2, б) - частный случай оболочки, у которой срединная поверхность является плоскостью.

3. **Массив (или массивное тело)** - тело, у которого все три размера имеют одинаковый порядок.

Модели нагружения содержат схематизацию внешних нагрузок по величине, характеру распределения (сосредоточенная или распределённая сила или момент), а также воздействию внешних полей и сред.

В разделе "Основы сопротивления материалов" рассматриваются преимущественно тела, имеющие форму брусьев постоянного сечения, и простейшие системы, состоящие из них, обладающие *достаточной жёсткостью*, то есть *не претерпевающие значительных деформаций при нагрузке*.

В расчётных схемах брусья обычно изображают одной осевой линией с идеализированными опорами.

В *гибких стержнях* возникают столь значительные деформации, что с ними нельзя не считаться даже при определении опорных реакций. Методы расчёта *гибких* брусьев, пластинок, оболочек и массивных тел рассматриваются в курсе "Прикладная теория упругости" без упрощающих гипотез, о которых речь пойдёт ниже.

Способы расчёта стержневых систем изучаются в курсе "Строительная механика".

1.3. Основные гипотезы и допущения

Из-за сложности расчёта элементов конструкций в курсе "Сопротивление материалов" принимают некоторые упрощающие гипотезы и допущения, касающиеся свойств материала, нагрузок и характера взаимодействия детали и нагрузок.

Экспериментальная проверка расчётных зависимостей, полученных на основе приведённых ниже гипотез и допущений, показала, что погрешность, вносимая ими, незначительна и для практических целей ею можно пренебречь.

1) **Гипотеза о сплошном строении тела:** *Предполагают, что материал полностью заполняет объём тела (пустоты отсутствуют).*

Это допущение вполне оправдано, так как большинство конструкционных материалов имеет мелкозернистую структуру, что позволяет без существенной погрешности считать их строение сплошным, непрерывным.

2) Гипотеза об однородности материала: *Предполагают, что все частицы материала обладают одинаковыми свойствами, т.е. свойства материала не зависят от размеров тела.*

Металлы обладают высокой однородностью, т.е. имеют во всех точках детали практически одинаковые свойства. В пластмассах же свойства смолы отличается от свойств наполнителя.

Опыт показывает, что расчёты, основанные на однородности материала детали, для основных конструкционных материалов дают удовлетворительные результаты.

3) Гипотеза об изотропности материала: *Предполагают, что в любом направлении свойства материала одинаковы.*

У материалов, имеющих мелкозернистую структуру, благодаря большому количеству кристаллов, расположенных в беспорядке, свойства в разных направлениях выравниваются, "осредняются", и можно считать эти материалы практически **изотропными**.

Материалы, свойства которых в разных направлениях различны, называются **анизотропными**. Например, для меди прочность кристаллов в разных направлениях различается более, чем в 3 раза.

4) Гипотеза об идеальной упругости материала: *Под идеальной упругостью понимают способность тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших деформацию тела.*

5) Гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли): *Поперечные сечения, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси после деформации.*

6) Допущение о малости деформаций: *Деформации тела настолько малы по сравнению с его размерами, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок.*

7) Допущение о линейной зависимости между деформациями и нагрузками: *Предполагают, что для большинства материалов перемещения, являющиеся результатом деформации тела, прямо пропорциональны вызвавшим их нагрузкам.*

8) Допущение об отсутствии начальных условий: *В теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий.*

Это допущение полностью не выполняется ни для одного материала. Например, в стальных деталях имеются внутренние силы, вызванные неравномерностью остывания. Величина этих сил конструктору обычно неизвестна. В тех случаях, когда есть основания предполагать, что эти силы значительны, их определяют экспериментальным путём.

9) Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции или принцип наложения): *Какая-либо величина, например, усилие или перемещение в любом элементе конструкции, вызванные различными факторами (несколькими силами, воздействием температуры), может быть получена как сумма величин, найденных от действия каждого из этих факторов в отдельности и любом порядке.*

Под словами "результат воздействия" в зависимости от конкретной задачи следует понимать деформации, внутренние силы, возникающие в теле, и перемещения отдельных точек. Также необходимо иметь в виду, что действие отдельных сил системы должно рассматриваться вместе с соответствующими им реакциями связей.

Принцип независимости действия сил к деформируемым телам применим лишь *при следующих двух условиях*:

- *перемещения* точек приложения сил *малы* по сравнению с размерами тела;
- *перемещения*, являющиеся результатом деформации тела, *линейно зависят* от действующих сил (такие тела называют *линейно деформируемыми* или подчиняющимися закону Гука).

В обычных конструкциях оба эти условия выполняются и поэтому принцип независимости действия сил широко используется при силовом расчёте конструкций.

10) Принцип Сен-Венана: *Если тело нагружается статически эквивалентными системами сил и размеры области их приложения невелики (по сравнению с размерами тела), то в сечениях, достаточно удалённых от мест приложения нагрузок, величина напряжений весьма мало зависит от способа нагружения.*

Этот принцип во многих случаях позволяет производить замену одной системы сил другой системой, статически эквивалентной, что может упростить расчёт.

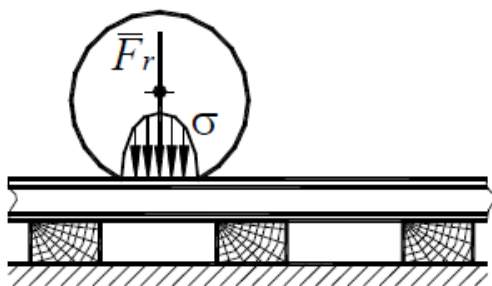


Рис. 3.

Например, при расчёте рельса, как балки, опирающейся на множество опор (шпал) (рис. 3), фактическую нагрузку от колеса, распределённую по площадке контакта по некоторому закону σ , можно заменить сосредоточенной (равнодействующей) силой \bar{F}_r .

2. Внешние силы и их классификация.

Активные внешние силы, действующие на рассматриваемое тело (элемент конструкции), называют **нагрузками**.

1) По способу приложения нагрузки подразделяют на:

- **сосредоточенные нагрузки** - силы, которые передаются на элемент конструкции через площадку небольших размеров (по сравнению с размерами всего элемента).

Характеристикой такой силы является её модуль, имеющей размерность [Н]. Сосредоточенную силу считают приложенной к точке. Например, давление шарика шарикоподшипника на вал, давление колеса вагона на рельсы и т.п.

- **распределённые нагрузки** - силы, приложенные непрерывно на некоторой длине или площади. На схемах такие нагрузки изображают в виде графиков, показывающих изменение нагрузки по длине или поверхности тела.

Характеристикой такой нагрузки является её интенсивность q (величина нагрузки, которая приходится на единицу площади или длины). В первом случае величина q измеряется, например, в [Н/м²], а во втором - в [Н/м].

Нагрузки могут быть распределены не только по *поверхности* или *длине*, но и по *объёму* (силы веса, силы инерции, магнитные силы и др.).

Например, давление пара в паропроводе, трубопроводе, котле, давление воздуха на крыло самолёта и т.п.

2) **По характеру воздействия** на элементы конструкции нагрузки подразделяют на:

- **статические нагрузки**, которые изменяют свою величину или точку приложения (или направление) с очень маленькой скоростью, поэтому возникающими при этом ускорениями можно пренебречь.

При действии таких нагрузок колебания сооружений и их частей пренебрежимо малы.

- **динамические нагрузки**, изменяющиеся во времени с большой скоростью.

Действие таких нагрузок сопровождается возникновением колебаний сооружений. При колебании же вследствие изменения скорости колеблющихся масс возникают **силы инерции**, пропорциональные (по второму закону Ньютона) колеблющимся массам и ускорениям. Величина этих сил инерции может многократно превосходить те же нагрузки, приложенные статически, и ими при расчётах пренебречь нельзя.

Динамические нагрузки делятся на:

- мгновенно приложенные;

- ударные;

- повторно-переменные;

- повторно-периодические.

В машиностроении расчётные нагрузки определяются в зависимости по номинальным значениям мощности, угловой скорости отдельных её деталей, силы тяжести, сил инерции и т.п.

3. Растяжение и сжатие. Закон Гука.

3.1. Основные понятия.

Твёрдое тело - неизменяемая система материальных точек, т.е. такая идеализированная система, при любых движениях которой взаимные расстояния между материальными точками системы остаются неизменными (материальные точки – достаточно малые макроскопические частицы).

Силы притяжения и отталкивания обуславливают механическую прочность твёрдых тел, т.е. их способность противодействовать изменению формы и объёма. Растяжению тел препятствуют силы межатомного притяжения, а сжатию – силы отталкивания.

Недеформируемых тел в природе не существует.

Деформация – изменение формы или объёма тела под действием внешних сил. Деформация может быть упругая или неупругая.

Упругая деформация – деформация, при которой после прекращения действия силы размеры и форма тела восстанавливаются.

Виды деформаций:

1. Линейная:

а) растяжение (тросы подъёмных кранов, буксирные тросы);

б) сжатие (колонны, стены, фундаменты зданий).

2. **Сдвиг** (заклёпки, болты, шпильки, заклёпки, ...).

3. **Кручение** (завинчивание гаек, работа валов машин и т.п.).

4. **Изгиб** – деформация растяжения или сжатия, различная в разных частях тела.

3.2. Удлинений стержня и закон Гука.

Рассмотрим однородный стержень с одним концом, жёстко заделанным, и другим – свободным, к которому приложена центральная продольная сила P (рис. 4).

До нагружения стержня его длина равнялась l , после нагружения она стала равной $l + \Delta l$ (рис. 4). Величину Δl называют **абсолютной деформацией стержня**.

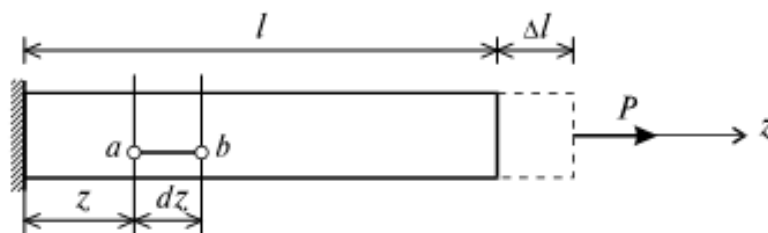


Рис. 4.

Отношение абсолютной деформации Δl к первоначальной длине образца l называют **относительной деформацией**: $\varepsilon = \Delta l / l$.

Если же по длине стержня возникает неоднородное напряженное состояние, то для определения его абсолютного удлинения необходимо рассмотреть бесконечно малый элемент длиной dz (рис. 4).

При растяжении он увеличит свою длину на величину $d\Delta z$ и его деформация составит $\varepsilon = \Delta dz / dz$.

В пределах малых деформаций при простом растяжении или сжатии **закон Гука** записывается в следующем виде: **механическое напряжение прямо пропорционально модулю относительной деформации**:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon.$$

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется **модулем продольной упругости (модулем Юнга)**. Физический смысл: модуль Юнга численно равен такому нормальному напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в 2 раза (если бы для такой большой деформации выполнялся закон Гука). В СИ модуль Юнга выражают в паскалях ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

3.3. Диаграмма растяжения - сжатия.

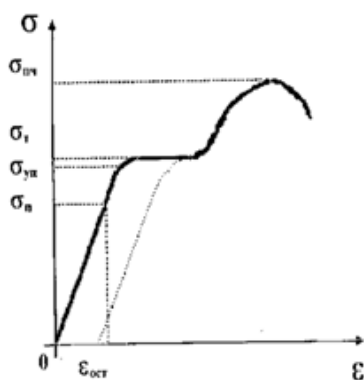


Рис. 5.

На рис. 5 представлена диаграмма растяжения–сжатия, в которой

$\sigma_{п}$ – *предел пропорциональности* (максимальное напряжение, при котором деформация ещё остаётся упругой и выполняется закон Гука);

$\sigma_{уп}$ – *предел упругости* (максимальное напряжение, при котором ещё не возникают заметные остаточные деформации и материал ещё сохраняет упругие свойства);

$\sigma_{т}$ – *предел текучести* (напряжение, при котором материал "течёт");

$\sigma_{\text{пч}}$ – *предел прочности* (наибольшее напряжение, которое способен выдержать образец без разрушения);

$\epsilon_{\text{ост}}$ – *остаточная деформация*.

Коэффициент безопасности (предел прочности) – отношение предела пропорциональности данного материала к максимальному напряжению, которое будет испытывать деталь конструкции в работе:

$$n = \sigma_q / \sigma.$$

В зависимости от необходимой надёжности различных деталей и конструкций коэффициент безопасности выбирают в пределах от 2 до 10.

4. Метод сечений для определения внутренних усилий.

Деформации рассматриваемого тела (элементов конструкции) возникают от приложения внешней силы. При этом изменяются расстояния между частицами тела, что, в свою очередь, приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия (или внутренние силовые факторы), которые определяются универсальным **методом сечений** (или **методом разреза**).

Внешние усилия (нагрузки) – это количественная мера взаимодействия двух различных тел, к которым относятся и реакции в связях.

Внутренние усилия – это количественная мера взаимодействия двух частей одного тела, расположенных по разные стороны сечения и вызванных действием внешних усилий. Внутренние усилия возникают непосредственно в деформируемом теле.

Применяя метод сечений, переводят силы, являющиеся внутренними для тела в целом, во внешние для одной из его частей, полученной в результате мысленно проведённого сечения.

Установить закон распределения внутренних сил по проведённому сечению методами статики не представляется возможным: составляя уравнения равновесия для сил, приложенных к оставленной части тела, можно лишь найти статический эквивалент внутренних сил (главный вектор и главный момент), возникающих в рассматриваемом сечении.

Принципиально совершенно безразлично, какую из частей тела отбросить (согласно третьего закона Ньютона). Практически удобнее оставлять ту часть, к которой приложено меньше внешних сил, так как уравнения равновесия для неё будут иметь более простой вид.

Рассмотрим прямой брус, находящийся в равновесии под действием произвольной системы внешних (активных или реактивных) сил (рис. 6).

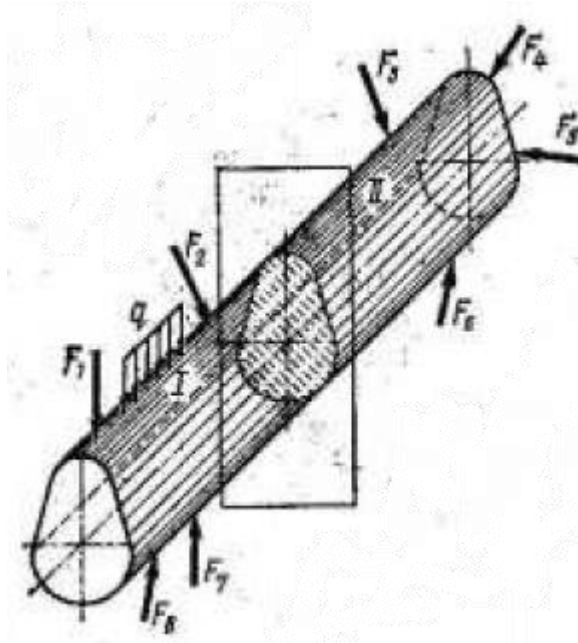


Рис. 6.

Рассечём его на две части некоторой произвольной плоскостью, перпендикулярной его продольной оси, и отбросим одну из частей (например, I).

Выше было сказано, что внутренние силы по сечению распределены сплошь, но как именно они распределены, с помощью уравнений равновесия установить нельзя.

Из теоретической механики известно:

- 1) любая система сил может быть приведена к её главному вектору и главному моменту, которые статически эквивалентны заданной системе сил;
- 2) главный вектор системы может быть представлен в виде трёх составляющих по осям выбранной системы координат;
- 3) главный момент системы может быть также разложен на составляющие по осям координат, т.е. заменён тремя моментами, каждый из которых стремится повернуть тело вокруг одной из координатных осей.

Эту систему выбирают следующим образом (рис. 7):

- начало координат O помещают в центр тяжести рассматриваемого поперечного сечения;
- ось Oz направляют по внешней нормали к сечению, т.е. вдоль оси бруса;
- оси Ox и Oy располагают в плоскости сечения: ось Oy - по оси симметрии поперечного сечения, ось Ox - ей перпендикулярно.

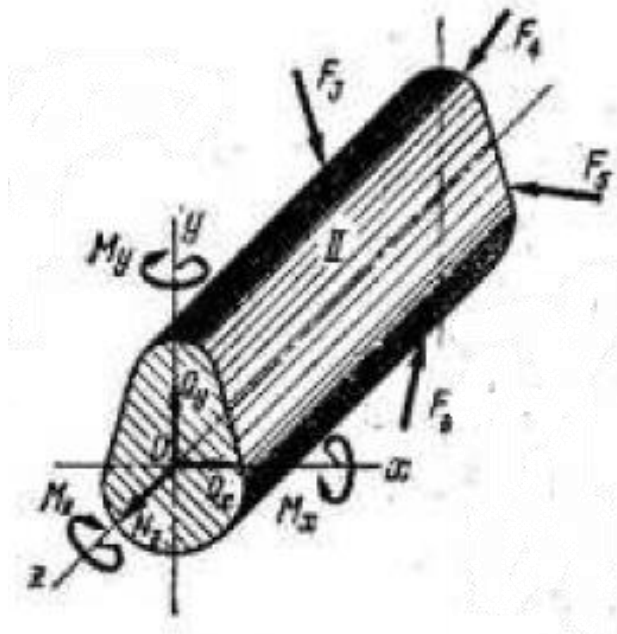


Рис. 7.

Составляющие главного вектора и главного момента внутренних сил, возникающих в поперечном сечении бруса, носят название **внутренних силовых факторов** в этом сечении (рис. 7).

Составляющие главного момента по осям принятой системы координат, как известно, векторы, но для большей наглядности они показаны в виде дугообразных линий со стрелками на концах.

Ко внутренним силовым факторам относят:

- N_z - продольная (или нормальная) сила;
- Q_x, Q_y - поперечные силы;
- M_z - крутящий момент;
- M_x, M_y - изгибающие моменты.

Каждый из них связан с определённым видом деформации:

- если не равна нулю только продольная сила N_z , то брус работает на растяжение или сжатие;

- если не равна нулю поперечная сила Q_x или Q_y (или обе одновременно), то брус работает на срез (сдвиг);

- при наличии в поперечных сечениях бруса только крутящего момента M_z имеет место деформация кручения;

- в случае если не равен нулю изгибающий момент M_x или M_y , брус работает на чистый изгиб либо в плоскости yOz (при $M_x \neq 0$), либо в плоскости xOz (при $M_y \neq 0$).

Таким образом, разложение главного вектора и главного момента внутренних сил на составляющие имеет не формальный, а ясно выраженный физический смысл.

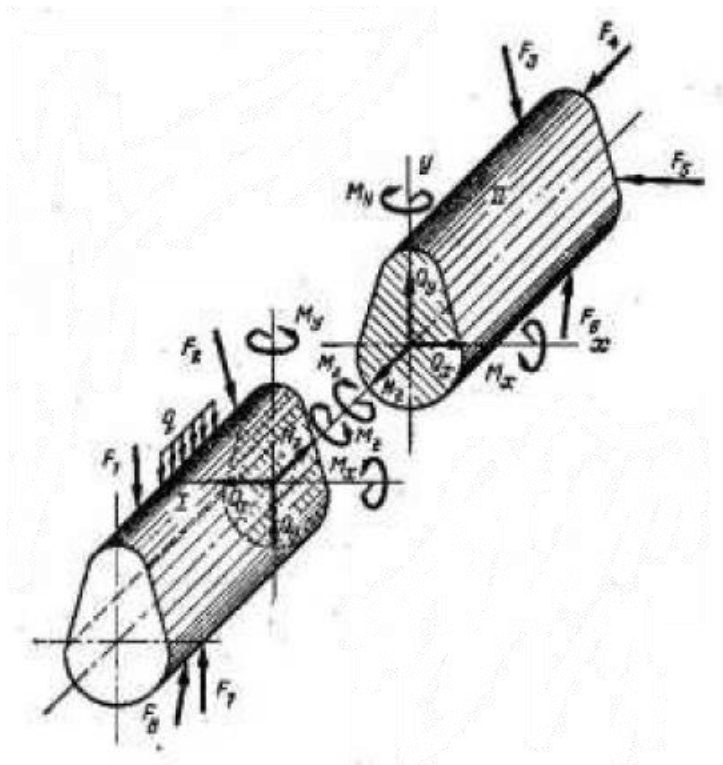


Рис. 8.

Для определения каждого из внутренних силовых факторов надо составить соответствующее уравнения равновесия для всех сил, действующих на оставленную часть бруса. С этой целью и используется метод сечений, имеющий сильно выраженное практическое применение (рис. 8).

Лекция № 2.2. Испытания материалов. Основные механические характеристики. Расчёты на прочность.

План лекции

1. Испытания материалов.
2. Механические характеристики материалов.
3. Расчёты на прочность и жёсткость.

1. Испытания материалов.

Конструктор, выбирая материал для проектируемой детали, а затем, рассчитывая её по критериям работоспособности (прочность, жёсткость и т.д.), должен располагать данными о **механических свойствах (или характеристиках)** материалов. Механические характеристики устанавливают границу безопасной эксплуатации элементов конструкций при различных видах нагружения.

Характер нагружения (статическое, динамическое, повторно-переменное) и условия работы деталей машин и инженерных сооружений весьма разнообразны. Располагая сведениями о свойствах материала при определённом виде деформации и характере нагружения, судить и его свойствах при других условиях можно лишь весьма приближённо, что в ряде случаев недопустимо. Поэтому механические испытания материалов различаются большим разнообразием.

Классификация испытаний:

- по виду нагружения:

- а) статические испытания;
- б) динамические испытания;
- в) испытания на выносливость (при переменных напряжениях).

- по виду деформации:

- а) испытания на растяжение;
- б) испытания на сжатие;
- в) испытания на срез;
- г) испытания на кручение;
- д) испытания на изгиб.

Большинство испытаний проводится при нормальной (комнатной) температуре, но для деталей паровых котлов, турбин, реактивных двигателей и т.п. необходимо знать их свойства при высоких температурах.

В некоторых случаях возникает необходимость в испытаниях конструкционных материалов при низких температурах.

Механические испытания проводят на образцах, формы и размеры которых установлены ГОСТами, техническими регламентами или техническими условиями.

Механические испытания имеют большое значение не только для расчёта на прочность, но и для контроля качества материала или выпускаемых изделий. При этом испытаниям могут подвергаться как специально изготовленные образцы, так и сами изделия (детали и узлы).

Все конструкционные материалы можно разделить на:

- хрупкие;
- пластичные.

К весьма **пластичным материалам** относят малоуглеродистые стали, алюминий, медь и некоторые другие. Эти материалы обладают способностью деформироваться в широких пределах без разрушения.

Примерами **хрупких материалов** могут служить чугун, низкоуглеродистые сорта стали, металлокерамические материалы, стекло. Хрупкие материалы разрушаются без заметной предварительной деформации.

Промежуточное положение занимают **малопластичные материалы**, к которым могут быть отнесены многие легированные стали, дюралюминий, бронза.

1.1. Испытания на растяжение

Наибольшее распространение имеют испытания на растяжение статической нагрузкой, так как они наиболее просты и в то же время дают возможность достаточно верно судить о поведении материала при других видах деформации.



Рис. 1.

Испытание различных материалов на растяжение осуществляется статическим нагружением на специальных машинах. Для этого применяют стандартный цилиндрический образец диаметром 3...10 мм (рис. 1).

Длина цилиндра превышает его диаметр приблизительно в 15 раз.

На цилиндре выделяют участок l_0 для измерения деформации

$$l_0 = 10d_0,$$

где d_0 - диаметр стержня для растяжения.

Иногда для испытаний применяют плоские или малые цилиндрические образцы, у которых $l_0 = 5d_0$.

При растяжении образца на машинах регистрируют нагрузку на образец и его удлинение Δl .

Количественная оценка физических свойств материала может быть сделана при помощи диаграммы растяжения в системе координат σ, ϵ (рис. 2).

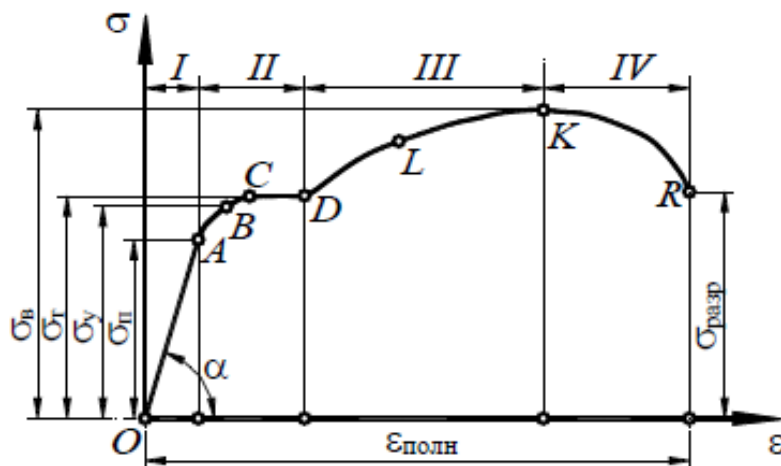


Рис. 2. Условная диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали.

Напряжение, откладываемое по вертикальной оси:

$$\sigma = \frac{F}{A_0},$$

где A_0 - площадь поперечного сечения образца до испытания.

Относительное удлинение образца, откладываемое по горизонтальной оси:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0},$$

где l_0 - длина расчётного участка образца до испытания.

Диаграмма растяжения $\sigma = f(\varepsilon)$ характеризует свойства испытываемого материала и носит название *условной* диаграммы растяжения, так как напряжения и относительные удлинения вычисляются соответственно к *первоначальной* площади сечения и *первоначальной* длине.

Условная диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали (рис. 2) характеризуется следующими четырьмя отличительными участками.

Участок I соответствует упругим деформациям материала образца.

На этом участке для пластичных материалов имеет место прямая пропорциональная зависимость между напряжениями и деформациями, называемая **законом Гука** (прямая *OA*):

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Коэффициент пропорциональности E - **модуль продольной упругости** или **модуль упругости первого рода**. Он имеет размерность напряжений (МПа) и характеризует способность материала сопротивляться упругой деформации при растяжении и сжатии. Величина модуля продольной упругости для различных материалов определяют экспериментально и приводят в справочниках.

Участок II начинается после точки *A*, когда диаграмма становится *криволинейной*. Однако до точки *B* деформации остаются *упругими*, т.е. при разгрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры.

При дальнейшем увеличении нагрузки за точкой *B* появляются *неупругие* деформации.

В точке *C* начинается процесс деформации детали *без увеличения внешней нагрузки*. Этот процесс называется процессом *текучести* материала.

Участок III (кривая *DK*) характерен увеличением нагрузки, при которой происходит дальнейшая деформация образца. Этот участок называется *зоной упрочнения*. Заканчивается участок при достижении максимальной нагрузки, воспринимаемой образцом.

Участок IV начинается в точке *K* и заканчивается разрушением образца в точке *R*. Этот участок носит название *зоны разрушения* образца. Деформация образца на этом участке характерна образованием шейки и удлинением образца за счёт её утончения (рис. 1, б).

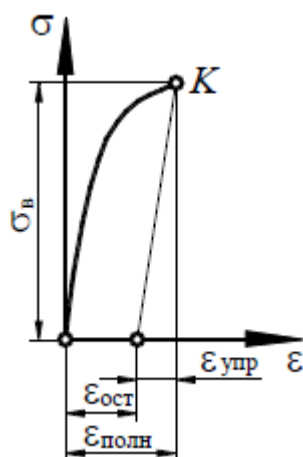


Рис. 3. Диаграмма растяжения хрупких материалов.

1.2. Испытания на сжатие

Во избежание искривления металлические образцы, подлежащие испытанию на сжатие, выполняют в виде *коротких цилиндров* высотой $h \leq 3d$ или кубиков.

Применение очень коротких образцов также нежелательно, т.к. развивающиеся по торцам образца силы трения препятствуют его расширению, в результате чего образец принимает бочкообразную форму.

Результаты испытания на сжатие зависят от величины сил трения и поэтому цилиндрические образцы целесообразнее кубических.

Образцы на сжатие испытывают на специальных прессах или универсальных разрывных машинах.

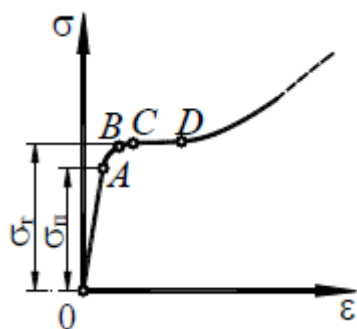


Рис. 4. Диаграмма сжатия образца из пластического материала.

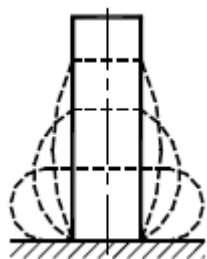


Рис. 5. Вид образца из малоуглеродистой стали во время испытаний на сжатие.

Диаграмма растяжения *хрупких* материалов показана на рис. 3, где отклонение от закона Гука начинается при малых значениях деформирующей силы. *Эта диаграмма не имеет площадки текучести.*

Образцы разрушаются при очень маленькой остаточной деформации без образования шейки.

Диаграмма сжатия образца из пластического материала показана на рис. 4.

В начальной части диаграмма сжатия совпадает с диаграммой растяжения (линия *OABCD*). После точки *D* материал образца расплющивается и сжимающая сила быстро возрастает.

Модуль упругости первого рода, а также пределы пропорциональности и текучести у малоуглеродистой стали при растяжении и сжатии можно считать совпадающими.

На рис. 5 представлен вид малоуглеродистого стального образца до сжатия и после сжатия на специальном испытательном станке.

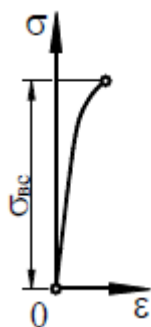


Рис. 6. Диаграмма сжатия образца из хрупкого материала.

Диаграмма сжатия образца из хрупкого материала показана на рис. 6.

Основными характеристиками хрупкого материала при сжатии является предел прочности, обозначаемый $\sigma_{B.C}$ и относительная остаточная деформация при разрушении $\epsilon_{ост}$.

Предел прочности при сжатии хрупких материалов оказывается значительно выше, чем при растяжении,

то есть хрупкие материалы сопротивляются сжатию значительно лучше, чем растяжению.

Качественно диаграмма сжатия хрупкого материала аналогична диаграмме его растяжения.

2. Механические характеристики материалов.

2.1. Основные характеристики

В соответствии с диаграммой растяжения вводят следующие основные характеристики материала.

1. Отношение растягивающего усилия в точке *A* в первоначальной площади поперечного сечения стержня называется **пределом пропорциональности**:

$$\sigma_{\Pi} = \frac{F_A}{A_0}.$$

До предела пропорциональности сохраняет силу закон Гука.

2. Отношение растягивающего усилия в точке *B* к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется **пределом упругости**:

$$\sigma_y = \frac{F_B}{A_0}.$$

Предел упругости - напряжение, до которого материал сохраняет свои упругие свойства (величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005%).

Для многих материалов разница между пределом пропорциональности и пределом упругости очень мала.

3. Отношение растягивающего усилия в точке *C* к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется **пределом текучести**:

$$\sigma_T = \frac{F_C}{A_0}.$$

Предел текучести - такое напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.

Для некоторых материалов, не имеющих на диаграмме выраженной площади текучести, вводят понятие **условного предела текучести**, под которым подразумевают напряжение, вызывающее остаточную деформацию, равную 0,2%.

4. Отношение наибольшей нагрузки к первоначальной площади поперечного сечения стержня называется **пределом прочности**, или **временным сопротивлением**:

$$\sigma_{\text{в(ПЧ)}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0}.$$

Предел прочности обозначают:

- при растяжении $\sigma_{\text{в,Р}}$;

- при сжатии $\sigma_{\text{в,С}}$.

Предел прочности соответствует максимальному напряжению, возникающему в образце до его разрушения.

Диаграммой растяжения можно воспользоваться для определения модуля упругости E (рис. 2). На ней прямолинейный участок, соответствующий закону Гука, наклонен под углом α к горизонтальной оси.

С учётом $\text{tg}\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ (из диаграммы) и $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ (из закона Гука) получаем:

$$E = \text{tg}\alpha.$$

Следовательно, модуль упругости материала численно равен тангенсу угла наклона к горизонтали прямолинейного участка OA диаграммы растяжения.

Абсолютное удлинение (укорочение) стержня при растяжении (сжатии) определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl_0}{EA},$$

где F - растягивающая (сжимающая) сила;

l_0 - первоначальная длина стержня;

E - модуль упругости материала;

A - площадь поперечного сечения.

2.2. Твёрдость

Твёрдость - способность материала сопротивляться механическому проникновению в него другого тела.

Твёрдость определяют различными способами и, соответственно, существуют различные величины, характеризующие твёрдость. Наиболее широкое распространение получили испытания твёрдости по Бринеллю и по Роквеллу.

Твёрдость по Бринеллю определяют вдавливанием закалённого шарика в испытуемый материал.

Величина, характеризующая твёрдость или число твёрдости по Бринеллю HB , представляет отношение силы F , с которой вдавливается шарик, к поверхности A лунки, оставшейся после вдавливания на испытуемом материале:

$$HB = \frac{F}{A}.$$

При определении **твёрдости по Роквеллу** в материал вдавливают острый алмазный наконечник.

Числом твёрдости можно пользоваться в производственных условиях для определения с достаточной степенью точности механических характеристик материала: предела текучести, временного сопротивления и предела упругости.

Для углеродистой термически не обработанной стали связь между числом твёрдости и временным сопротивлением (пределом прочности) выражается следующей зависимостью:

$$\sigma_B = (0,35 - 0,40)HB.$$

Для легированной термически обработанной стали

$$\sigma_B = (0,35 - 0,45)HB.$$

В справочной литературе приведены таблицы, устанавливающие зависимость между числами твёрдости по Бринеллю и Роквеллу.

2.3. Ударная вязкость

Ударная вязкость - величина, характеризующая способность материала сопротивляться действию ударных нагрузок.

Меру сопротивления удару определяют на специальных испытательных устройствах (копрах), на которых при помощи маятника разрушаются образцы.

Ударную вязкость a определяют как отношение работы, затраченной на разрушение образца A_p [Дж] к площади его поперечного сечения A [м²]:

$$a = \frac{A_p}{A}.$$

Величины механических характеристик основных конструкционных материалов приведены в соответствующих справочниках.

Описанные выше испытания материалов с целью получения их механических характеристик проведены по методикам, строго регламентированным ГОСТами и ведомственными нормами.

Механические характеристики материалов зависят от многих факторов, в числе которых можно назвать, например, химический состав и технологию получения материалов, виды термической обработки и обработки резанием, условия эксплуатации и др.

2.4. Допускаемые напряжения и запасы прочности

Для обеспечения нормальной работоспособности детали необходимо, чтобы фактически возникающие напряжения растяжения и сжатия не превышали некоторого **безопасного (или допускаемого) напряжения**, обозначаемого $[\sigma]_p$.

Допускаемое напряжение - максимально возможное напряжение, при котором обеспечивается достаточная прочность и необходимая долговечность детали.

Для того, чтобы деталь обладала требуемой надёжностью, необходимо создать требуемый **запас прочности** по отношению к экспериментально определённым величинам предельных напряжений, при которых может разрушиться деталь или возникнуть пластическая деформация. Таким образом,

$$[\sigma]_p = \frac{[\sigma]_{np}}{S_p},$$

где $[\sigma]_p$ - допускаемое напряжение;

$[\sigma]_{np}$ - предельное напряжение материала;

S_p - коэффициент запаса прочности или коэффициент безопасности.

В качестве исходной величины для определения предельных напряжений выбирают одну из нормативных механических характеристик материала:

- для *пластичных* материалов при статическом нагружении - *предел текучести* σ_T ;

- для *хрупких* материалов при статический нагружении - *временное сопротивление* σ_B ;

- для *любых* материалов при циклическом изменении нагрузки - *предел выносливости (предел усталости)* σ_r .

Величина *регламентированного* коэффициента безопасности S_p определяется на основе существующего опыта эксплуатации данной группы механизмов, машин и приборов.

Общий коэффициент безопасности S_p обычно рассматривают как произведение частных коэффициентов безопасности:

$$S_p = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot \dots \cdot S_{pn}.$$

При выполнении проверочных расчётов должно быть выполнено условие:

$$S \geq S_p,$$

где S - фактически существующий коэффициент безопасности.

Каждый из *частных* коэффициентов безопасности отражает влияние на прочность деталей какого-либо фактора или группы взаимосвязанных факторов. Учёт тех или иных факторов зависит от требований, которые предъявляются к расчёту, а также от назначения и условий работы рассчитываемых деталей.

Обычно при определении коэффициента безопасности учитывают степень надёжности материала, точность расчётной схемы, степень динамичности нагрузки и величину возможной перегрузки, степень ответственности детали, условия работы детали, наличие концентраторов напряжений и т.д.

Количество учитываемых факторов и соответствующих им частных коэффициентов колеблется от одного до десяти.

Значение коэффициентов безопасности обычно принимают на основании опыта конструирования и эксплуатации машин определённого типа.

Наиболее часто используется *формула с тремя частными коэффициентами*:

$$S_p = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot S_{p3},$$

где S_{p1} - коэффициент, учитывающий точность расчётной схемы (при повышенной точности расчётов - от 1,2 до 1,5; при наличии упрощений и допущений, снижающих точность расчёта, - от 2 до 3);

S_{p2} - коэффициент, учитывающий неоднородность материала и его чувствительность к степени чистоты обработки поверхности:

- при действии статических нагрузок

$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$	0,45 - 0,55	0,55 - 0,70	0,70 - 0,90
S_{p2}	1,2 - 1,5	1,4 - 1,8	1,7 - 2,2

- для малопластичных материалов (высокопрочные стали при низком отпуске) - от 2 до 3;
 - для хрупких материалов - от 3 до 4;
 - для весьма хрупких материалов - от 4 до 6;
- S_{p3} - коэффициент, учитывающий условия работы и степень ответственности детали (принимают равным от 1,0 до 1,5).

Выбор допускаемого напряжения определяет эксплуатационные и экономические характеристики механизма или машины.

3. Расчёты на прочность и жёсткость.

3.1. Расчёты на прочность

Для обеспечения работоспособности детали необходимо, чтобы фактически существующее напряжение растяжения (сжатия) не превышало допускаемого.

Для оценки прочности стержня необходимо сопоставить действующее напряжение с допускаемым напряжением (**условие прочности**):

$$\sigma_{p(c)} = \frac{F}{A} \leq [\sigma_{p(c)}]_p, \quad (1)$$

где $\sigma_{p(c)}$ - фактическое напряжение на растяжение или сжатие;

$[\sigma_{p(c)}]_p$ - допускаемое напряжение на растяжение или сжатие.

С помощью условия прочности (1) могут быть решены задачи следующих трёх типов.

1. Расчёт на прочность существующей конструкции с определёнными размерами. При этом определяют напряжения в деталях конструкции и величину их сравнивают с допустимым напряжением. Такой расчёт носит название **проверочного**.

2. Определение предельной (допускаемой) нагрузки для детали с определёнными размерами поперечного сечения A и допускаемым напряжением $[\sigma]_p$

$$[F]_p \leq A \cdot [\sigma]_p.$$

3. Определение площади поперечного сечения стержня по заданной продольной силе и допускаемому напряжению:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]_p}.$$

3.2. Расчёты на жёсткость

В некоторых случаях работоспособность конструкции определяют не величиной предельной нагрузки или предельного напряжения, а **величиной предельной деформации** $[\Delta]_p$.

В этом случае находят фактическую деформацию и сопоставляют её с предельной деформацией:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \leq [\Delta l]_p.$$

Это неравенство называют **условием жёсткости**, а расчёты, проводимые по этому неравенству, - расчётами на жёсткость.

Лекция № 2.3. Кручение. Чистый сдвиг.

План лекции

1. Кручение. Основные понятия. Внутренний силовой фактор.
2. Деформации и напряжения при кручении.
3. Построение эпюр внутренних силовых факторов.
4. Чистый сдвиг. Деформация при сдвиге.
5. Расчёт конструкций на сдвиг.

1. Кручение. Основные понятия. Внутренний силовой фактор.

Кручение - вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня возникает лишь один силовой фактор - крутящий момент M_z , который равен сумме моментов внутренних сил относительно продольной оси стержня Oz .

Нормальные силы, параллельные оси Oz , вклада в крутящий момент не вносят.

С силами, лежащими в плоскости поперечного сечения стержня и интенсивность которых определяется касательными напряжениями τ_{xz} и τ_{yz} , крутящий момент M_z связывает вытекающее из его определения уравнение равновесия статики (рис. 1)

$$M_z = \int_F (\tau_{yz} \cdot x - \tau_{xz} \cdot y) \cdot dF .$$

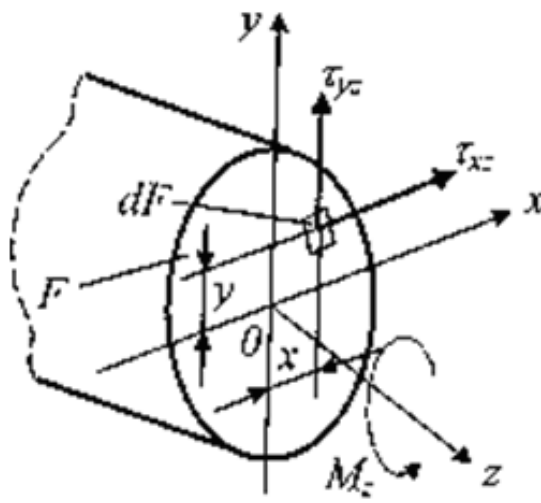


Рис. 1. Связь крутящего момента с касательными напряжениями.

M_z считается положительным, если со стороны отброшенной части стержня видим его направление против часовой стрелки (рис. 2).

Численно крутящий момент равен сумме моментов внешних сил, приложенных к отсечённой части стержня, относительно оси Oz .

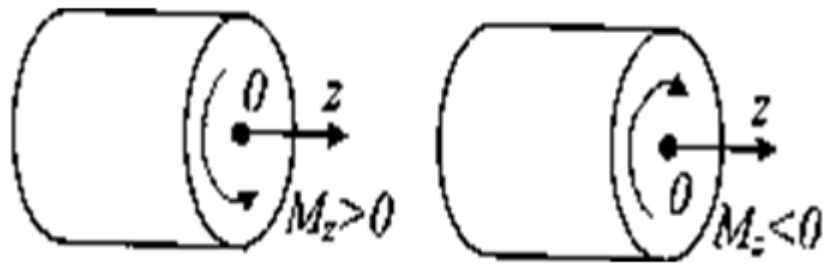


Рис. 2. Иллюстрация положительного и отрицательного крутящего момента.

2. Деформации и напряжения при кручении.

Рассмотрим кручение призматических стержней круглого поперечного сечения.

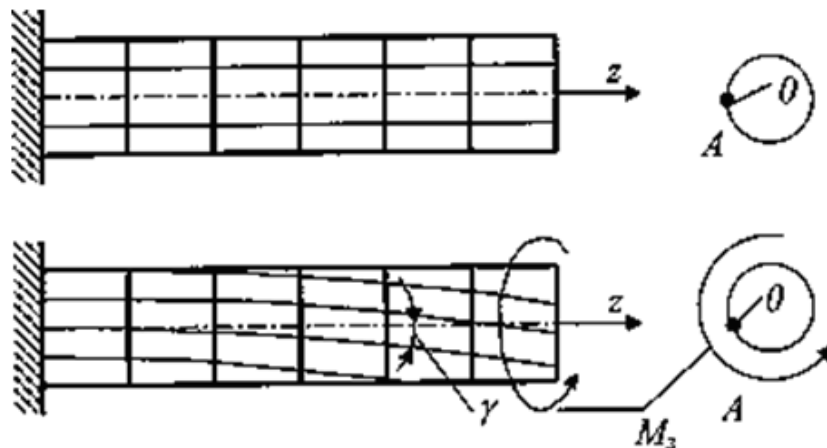


Рис. 3. Иллюстрация кручения: сверху - исходное состояние; внизу - деформированное состояние.

Исследование деформаций упругого стержня с нанесённой на его поверхности ортогональной сеткой рисок (рис. 3) позволяет сформулировать следующие предпосылки теории кручения этого стержня:

- 1) поперечные сечения остаются плоскими (выполняется гипотеза Бернулли);
- 2) расстояния между поперечными сечениями не изменяются, следовательно, $\varepsilon_z = 0$;
- 3) контуры поперечных сечений и их радиусы не деформируются.

Это означает, что поперечные сечения ведут себя как жёсткие круговые пластинки, поворачивающиеся при деформировании относительно оси стержня Oz .

Отсюда следует, что любые деформации в плоскости пластинки равны нулю, в том числе и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$;

- 4) материал стержня подчиняется закону Гука.

Учитывая, что $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$, из обобщённой формы закона Гука получаем

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0.$$

Это означает, что в поперечных сечениях стержня возникают лишь **касательные напряжения** τ , а в следствие закона парности касательных напряжений равные им напряжения действуют и в сопряжённых продольных сечениях. Следовательно, напряжённое состояние стержня - **чистый сдвиг**.

Выведем формулу для касательных напряжений при кручении стержня круглого поперечного сечения.

Как видно из рисунка 3, поворот правого торцевого сечения относительно неподвижного левого на угол φ (*угол закручивания стержня*) вызывает поворот продольных волокон на угол γ (*угол сдвига*), поскольку на величину γ искажаются углы ортогональной сетки продольных и поперечных рисок модели.

Двумя смежными сечениями вырежем элемент стержня длиной dz и, поскольку нас интересуют деформации элемента, его левое сечение будем считать неподвижным (рис. 4).

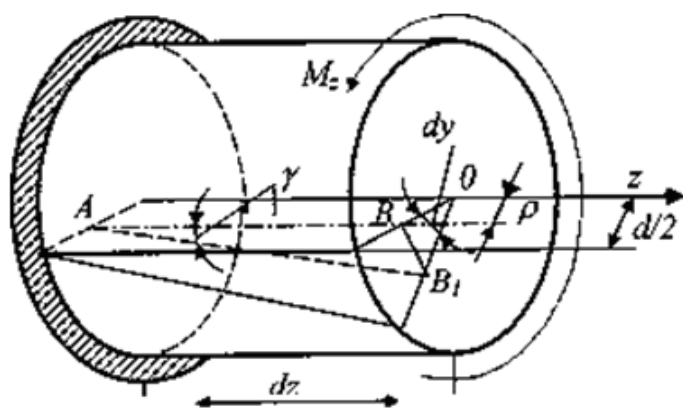


Рис. 4. Расчётная модель определения касательных напряжений

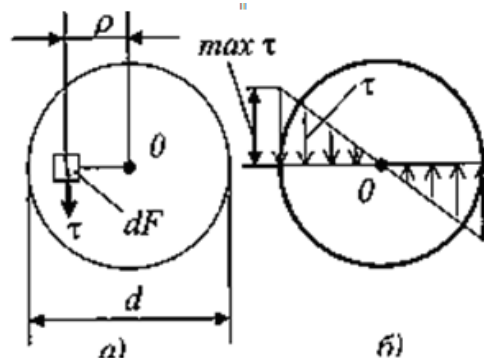


Рис. 5. Распределение касательных напряжений при кручении:
а) - ортогональность σ и τ ;
б) - эпюра τ .

При повороте правого сечения на угол $d\varphi$ в соответствии с гипотезой о недеформируемости радиусов правый конец волокна AB (отстоящий от оси элемента на величину полярного радиуса ρ) будет перемещаться по дуге BB_1 , вызывая поворот волокна на угол сдвига γ

$$\gamma = \frac{BB_1}{AB} = \rho \frac{d\varphi}{dz} .$$

Обратим внимание на то, что в соответствии с рисунками 4 и 5,а сдвиг γ и связанное с ним касательное напряжение τ перпендикулярны радиусу ρ .

Определим τ , воспользовавшись законом Гука для чистого сдвига:

$$\tau = G_\gamma = G \cdot \rho \frac{d\varphi}{dz} .$$

Здесь $\frac{d\varphi}{dz}$ - погонный угол закручивания стержня, который остаётся пока неизвестным.

Для его нахождения обратимся к условию статики, записав его в более удобной для данного случая форме (рис. 5, а):

$$M_z = \int_F \int \tau \cdot \rho \cdot dF .$$

Учитывая, что $\int_F \rho^2 dF = J_p$, где J_p - полярный момент инерции поперечного сечения

(для круга с заданным диаметром $J_p = \frac{\pi^4}{32}$), получаем:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{G \cdot J_p} .$$

Формула для касательных напряжений при кручении стержня круглого поперечного сечения

$$\tau = M_z \frac{\rho}{J_p}.$$

Сдвиги и касательные напряжения пропорциональны расстояниям от оси стержня. Мерай деформации стержня при кручении является погонный угол закручивания стержня $\frac{d\varphi}{dz}$.

Поскольку величина $G \cdot J_p$ стоит в знаменателе формулы и при заданной нагрузке (M_z через неё выражается) $\frac{d\varphi}{dz}$ тем меньше, чем больше $G \cdot J_p$, последнюю называют **жёсткостью поперечного сечения при кручении**.

Для определения угла закручивания элемента длиной dz используется выражение $d\varphi = M_z \cdot \frac{dz}{G \cdot J_p}$.

Для определения полного угла закручивания стержня длиной l используется выражение $\varphi = \int_0^l M_z \frac{dz}{G \cdot J_p}$.

В случае, если по длине стержня M_z и $G \cdot J_p$ постоянны, тогда

$$\varphi = M_z \frac{l}{G \cdot J_p}.$$

Полученные формулы по структуре аналогичны формулам для деформаций при растяжении (сжатии) стержня.

Наибольшие касательные напряжения возникают у внешней поверхности стержня, т.е. при $\rho = \frac{d}{2}$

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{J_p}; \rho_{\max} = \frac{M_z}{2J_p} = \frac{M_z}{W_p},$$

где $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ - момент сопротивления при кручении (или полярный момент сопротивления).

Полярный момент сопротивления для максимальных касательных напряжений является геометрической характеристикой, а условие прочности стержня при кручении принимает вид

$$\tau_{\max} = \left(\frac{M_z}{W_p} \right)_{\max} \leq [\tau],$$

где $[\tau]$ - допускаемое напряжение на кручение.

3. Построение эпюр внутренних силовых факторов при кручении.

На рисунке 6 приведена расчётная схема вала, нагруженного двумя сосредоточенными моментами M и $2M$ и распределёнными по длине.

В заданных сечениях 1, 2 и 3 задаются положительными значениями внутренних крутящих моментов M_1, M_2, M_3 .

Пусть $M = ml$.

Для первого участка $\sum M_x = M_1 + M = 0$; $M_1 = -M = -ml = const$.

Для второго участка

$\sum M_x = M_2 + M - 2M = 0$; $M_2 = 2M - M = M = ml = const$.

Для третьего участка

$\sum M_x = M_3 - mx_3 = 0$; $M_3 = mx_3$.

Границы изменения параметра x_3 в следующей системе координат $0 \leq x_3 \leq l$. Тогда $M_3(0) = 0$; $M_3(l) = ml$.

Найденные значения моментов откладываются на эпюре внутренних крутящих моментов на оси ординат (рис. 6).

При кручении в поперечных сечениях стержня действуют только касательные напряжения, т.е. напряжённое состояние в точках скручиваемого стержня представляет собой чистый сдвиг.

4. Чистый сдвиг. Деформации при сдвиге.

Если на брус действуют две равные силы P , достаточно близко расположенные друг к другу, перпендикулярные оси бруса и направленные в противоположные стороны, то при достаточной величине сил происходит срез (рис. 7).

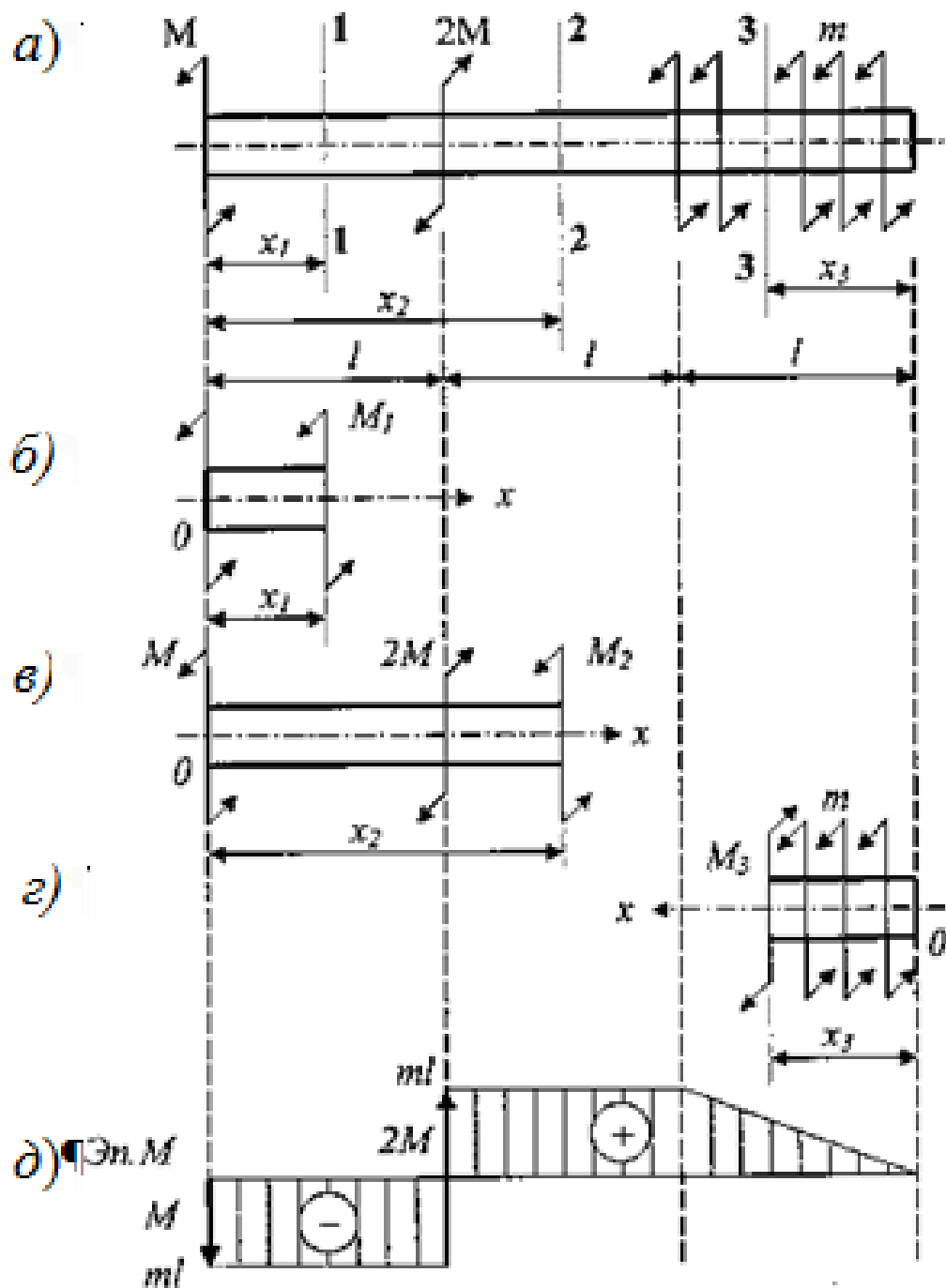


Рис. 6. Построение эпюры внутренних крутящих моментов:
 а - расчётная схема; б - первый участок, левая часть;
 в - второй участок, левая часть; г - третий участок, правая часть;
 д - эпюра внутренних крутящих моментов.

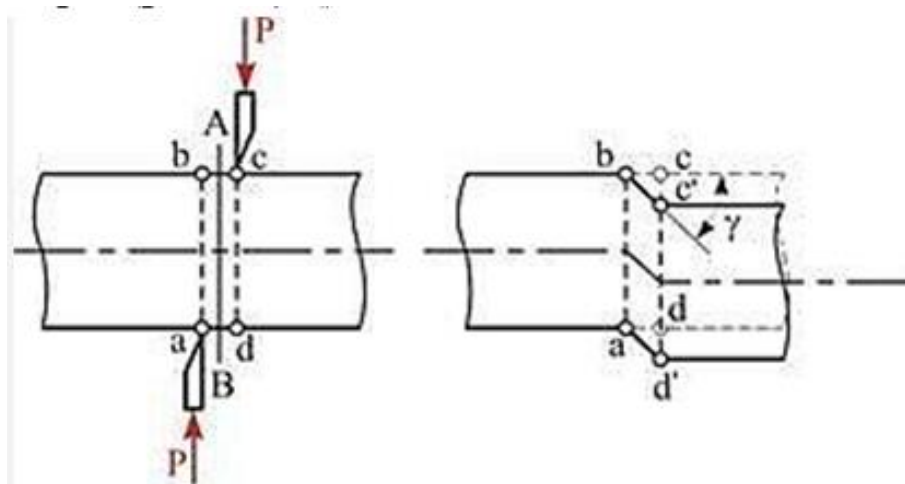


Рис. 7. Срез бруса под действием двух сил:
а - сдвиг до среза; б - сдвиг во время среза.

Правая часть тела отделяется от левой по некоторому сечению AB (рис. 7, а).

Деформация, предшествующая срезу, которая заключается в перекашивании прямых углов элементарного параллелепипеда, называется **сдвигом**.

Сдвиг происходит в параллелепипеде, т.е. когда прямоугольник $abcd$ превращается в параллелограмм $abc'd'$.

Величина cc' , на которую сечение cd сдвинулось относительно соседнего сечения ab , называется **абсолютным сдвигом** (рис. 7, б).

Угол γ , на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называется **относительным сдвигом**.

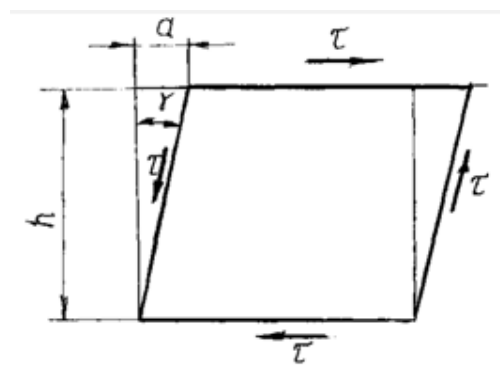


Рис. 8. Схема сдвига:

a - абсолютный сдвиг; γ - относительный сдвиг ($\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \frac{a}{h}$)

При расчёте элементов конструкций встречается частный случай плоского напряжённого состояния, когда на четырёх гранях прямоугольного элемента действуют только касательные напряжения, а сам элемент превращается в ромб. Такое напряжённое состояние называется **чистым сдвигом**.

Закон Гука при сдвиге

$$\tau = \gamma \cdot G,$$

где $G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \approx 0,4E$ - **модуль сдвига** или **модуль упругости** (способность материала

сопротивляться деформациям при сдвиге);

E - модуль упругости;

μ - коэффициент Пуассона (для металлов $\mu = 0,25...0,42$).

5. Расчёт конструкций на сдвиг.

Многие детали (склеенные, сварные и т.д.) подвержены сдвигу под действием растягивающих сил F (рис. 9).

Условие прочности заданного соединения

$$\tau = \frac{F}{\delta \cdot l} \leq [\tau],$$

где δ - толщина детали;

l - длина контактной площадки;

$[\tau]$ - допускаемое напряжение на срез;

$[\tau] = (0,5...0,6) \cdot [\sigma_p]$ - для пластичных материалов;

$[\tau] = (0,7...1,0) \cdot [\sigma_p]$ - для хрупких материалов.

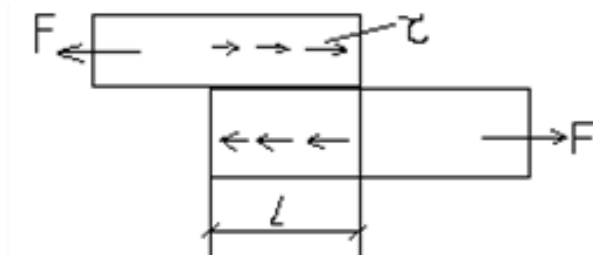


Рис. 9. Сдвиг деталей.

Лекция № 2.4. Изгиб прямого бруса.

План лекции

1. Классификация изгибов.
2. Рациональные формы поперечных сечений при изгибе.
3. Опоры балок и опорные реакции.
4. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

1. Классификация изгибов.

Изгиб - вид деформации, при котором под действием внешних сил в поперечном сечении стержня (бруса) возникают изгибающие моменты.

Если изгибающий момент M_x в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, то такой изгиб называется **прямым чистым изгибом**.

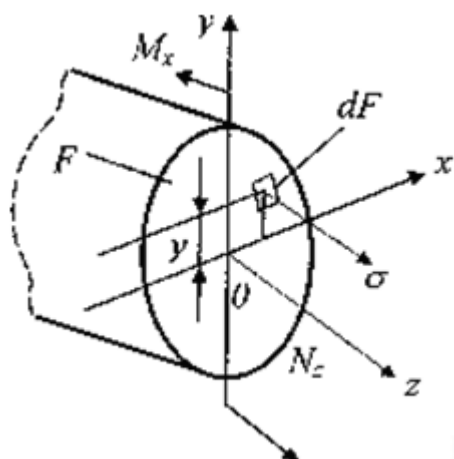


Рис. 1. Связь внутреннего усилия и напряжения

Прямой чистый изгиб может быть реализован при загрузении стержня парами сил, приложенными в торцевых сечениях стержня (рис. 1).

Изгибающий момент M_x равен сумме моментов внутренних сил относительно оси Ox

$$M_x = \int \sigma_y dF.$$

Предпосылки теории чистого прямого изгиба призматического стержня.

Проанализируем деформации модели стержня из низкомодульного материала, на боковой поверхности которого нанесена сетка продольных и поперечных рисок (рис. 2).



Рис. 2. Модель чистого изгиба.

1) Поперечные риски при изгибе стержня парами сил, приложенными в торцевых сечениях, остаются прямыми и перпендикулярными к искривлённым продольным рискам.

Это позволяет сделать вывод о выполнении **закона плоских сечений**.

2) Замеряя изменение расстояний между продольными рисками, приходим к выводу о справедливости **гипотезы о ненадавливании продольных волокон** $\sigma_x = \sigma_y = 0$.

3) Ортогональность продольных и поперечных рисок до и после деформирования (как отражение действия *закона плоских сечений*) указывает также на отсутствие сдвигов, касательных напряжений в поперечных и продольных сечениях стержня.

Таким образом, чистый прямой изгиб призматического стержня сводится к одноосному растяжению или сжатию продольных волокон нормальными напряжениями σ . При этом нижние волокна находятся в зоне растяжения, а верхние волокна - в зоне сжатия (рис. 2). Эти зоны разделены нейтральным слоем ($n - n$), не меняющим своей длины и напряжения в котором равны нулю.

Формула для нормальных напряжений $\sigma = -\frac{M_x}{J_x} y$ была впервые получена Ш. Кулоном в 1773 году.

Для согласования знаков изгибающего момента M_x и нормальных напряжений σ в правой части формулы ставится знак минус, так как при $M_x > 0$ нормальные напряжения σ при $y > 0$ оказываются сжимающими.

Однако в практических расчётах удобнее, не придерживаясь формального правила знаков, определять напряжения по модулю, а знак ставить по смыслу.

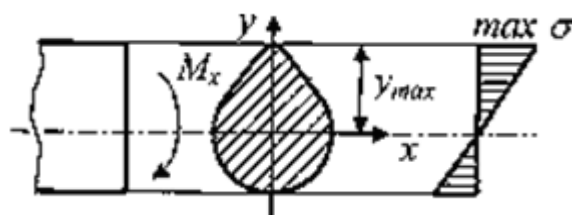


Рис. 3.

Нормальные напряжения при чистом изгибе призматического стержня являются линейной функцией координаты y и достигают наибольших значений в волокнах, наиболее удалённых от нейтральной оси (рис. 3)

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}.$$

В этом выражении $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$ - момент сопротивления при изгибе (геометрическая характеристика прочности поперечного сечения при изгибе, измеряемая в кубических метрах).

Для *простейших форм поперечных сечений* (рис. 4) момент сопротивления W_x определяется следующим образом:

а) для прямоугольного поперечного сечения (рис. 4, а)

$$J_x = \frac{bh^3}{12}, \quad y_{\max} = \frac{h}{2}, \quad W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{bh^2}{6};$$

б) для круга (рис. 4, б)

$$J_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64}, \quad y_{\max} = \frac{d}{2}, \quad W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32};$$

в) для кругового кольцевого сечения (рис. 4, в)

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \beta^4), \quad \beta = \frac{d}{D}, \quad y_{\max} = \frac{D}{2}, \quad W_x = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \beta^4).$$

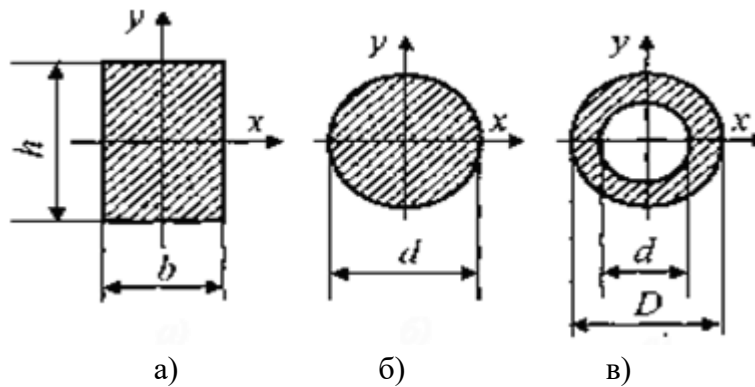


Рис. 4. Конфигурации поперечных сечений бруса.

Максимальные нормальные напряжения в сечении с изгибающим моментом M_x

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}.$$

Этой формулой удобно пользоваться для расчёта балок из пластичного материала в упругой области, одинаково работающего на растяжение и сжатие. Поскольку знак напряжения в этом случае не имеет значения, то напряжения вычисляются по модулю, и **условие прочности при изгибе балки** в форме призматического стержня получает вид

$$|\sigma_{\max}| = \frac{M_{x \max}}{W_{x \max}} \leq [\sigma],$$

где $M_{x \max}$ - максимальное значение изгибающего момента (определяется по его эпюре), $[\sigma]$ - допускаемое напряжение на простое растяжение (сжатие).

Прямой поперечный изгиб.

Если в поперечных сечениях стержня наряду с изгибающими моментами действуют и поперечные силы, то такой изгиб называется **прямым поперечным изгибом**.

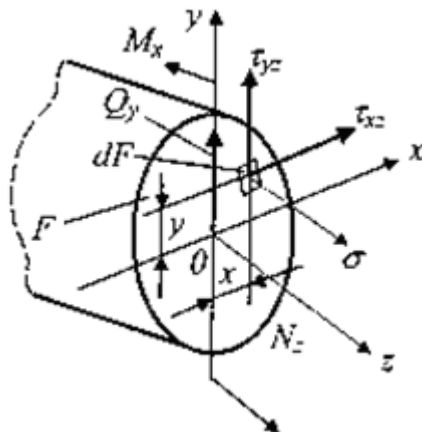


Рис. 5. Связь усилий и напряжений при прямом поперечном изгибе

При прямом поперечном изгибе в сечения стержня возникают изгибающий момент M_x и поперечная сила Q_y (рис. 5), которые связаны с нормальными и касательными напряжениями выражениями

$$M_x = \int_F \sigma_y dF, \quad Q_y = \int_F \tau_{yz} dF.$$

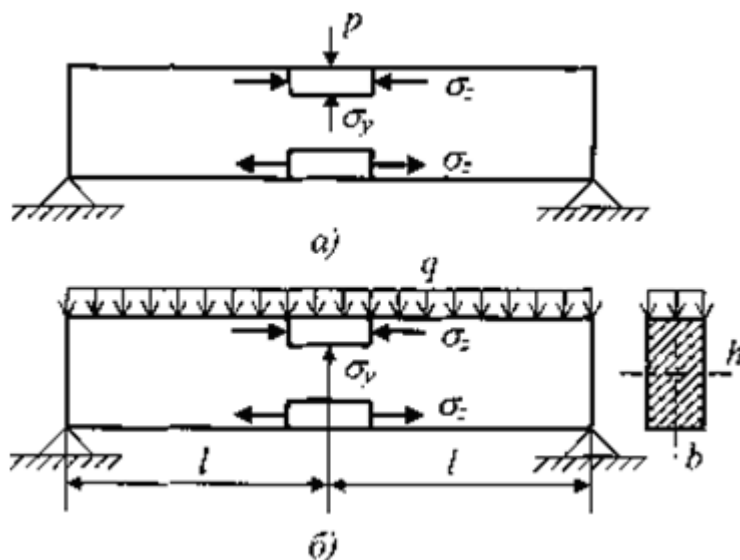


Рис. 6. Модель прямого поперечного изгиба:
 а - сосредоточенная сила; б - распределённая сила.

Выведенная в случае чистого изгиба стержня формула для прямого поперечного изгиба неприменима, поскольку из-за сдвигов, вызываемых касательными напряжениями τ_{yz} происходит деформация поперечных сечений (отклонение от закона плоских сечений).

Однако для балок с высотой сечения $h < \frac{1}{4}$ (рис. 6) погрешность невелика и её применяют для определения нормальных напряжений поперечного изгиба как приближённую.

При прямом поперечном изгибе наблюдаются отклонения от этой гипотезы:

а) в местах приложения сосредоточенных сил. Под сосредоточенной силой напряжения поперечного взаимодействия могут быть достаточно велики и во много раз превышать продольные напряжения σ_z , убывая при этом в соответствии с принципом Сен-Венана по мере удаления от точки приложения силы;

б) в местах приложения распределённых нагрузок. Так в случае, приведённом на рис. 6, а, напряжения от давления на верхние волокна балки $\sigma_y = -\frac{g}{b}$. Сравнивая их с продольными

напряжениями σ_z , имеющими порядок $\sigma_{z \max} = \frac{\frac{g}{b}}{\left(\frac{l}{h}\right)^2}$, приходим к выводу, что напряжения

$\sigma_y \ll \sigma_z$ при условии, что $h^2 \ll l^2$, так как $\frac{\sigma_y}{\sigma_z} \approx \left(\frac{h}{l}\right)^2 \ll 1$.

Формула для касательных напряжений при нормальном поперечном изгибе призматического стержня (формула Журавского)

$$\tau = \frac{Q_y S_x}{J_x} b_y.$$

В этой формуле b_y - ширина сечения в том месте, где определяются касательные напряжения, а статический момент может быть вычислен как для верхней части, так и для нижней (статические моменты этих частей сечения относительно его центральной оси Ox отличаются только знаком, так как статический момент всего сечения равен нулю).

2. Рациональные формы поперечных сечений при изгибе.

Рациональная форма сечения - сечение, обладающее минимальной площадью при заданной нагрузке (изгибающем моменте) на балку.

В этом случае расход материала на изготовление балки будет минимальным. Для обеспечения этого (минимальной материалоемкости) нужно стремиться к тому, чтобы по возможности наибольший объём материала работал при напряжениях, равных допускаемым или близким к ним.

Рациональное сечение балки при изгибе должно удовлетворять **условию равнопрочности растянутой и сжатой зон балки**, т.е. необходимо, чтобы наибольшие напряжения растяжения и наибольшие напряжения сжатия одновременно достигали допускаемых напряжений $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$.

Поэтому для балки из пластичного материала, одинаково работающего на растяжение и сжатие $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$, условие равнопрочности выполняется для сечений, симметричных относительно нейтральной оси. К таким сечениям относится, например, прямоугольное сечение (рис. 7, а), при котором обеспечено условие равенства $[\sigma_{p\max}] = [\sigma_{c\max}]$.

Однако в этом случае материал, равномерно распределённый по высоте сечения, плохо используется в зоне нейтральной оси. Чтобы получить более рациональное сечение, необходимо возможно большую часть материала переместить в зоны, максимально удалённые от нейтральной оси.

Поэтому, приходим к рациональному для пластичного материала сечению в форме **симметричного двутавра** (рис. 7, б), у которого возможно большая часть материала сосредоточена на полках (горизонтальных массивных листах), соединённых стенкой (вертикальным листом), толщина которой (δ) назначается из условий прочности стенки по касательным напряжениям, а также из соображений её устойчивости.

К двутавровому сечению близко по критерию рациональности так называемое **коробчатое сечение** (рис. 7, в).

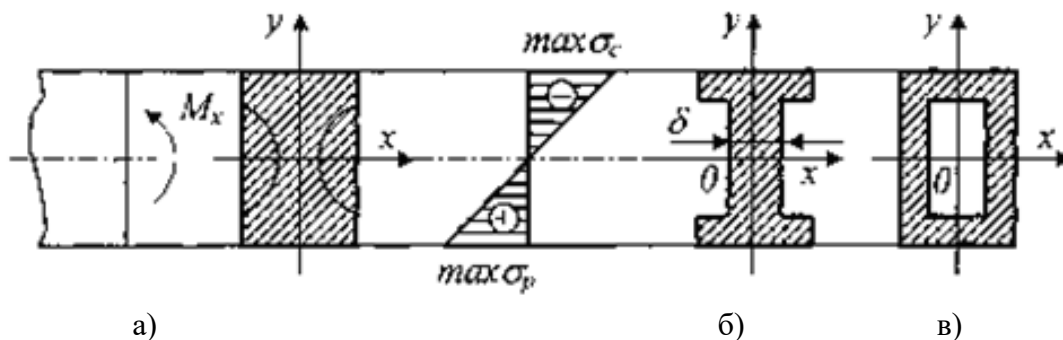


Рис. 7. Распределение нормальных напряжений в симметричных сечениях

Идея рациональности поперечного сечения стержней при изгибе реализована **в стандартных тонкостенных профилях**, получивших широкое распространение в строительстве, машиностроении.

Широко распространены профили, показанные на рис. 8.

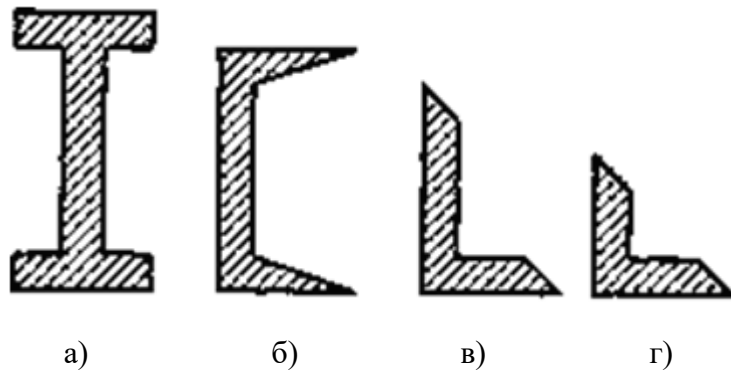


Рис. 8. Используемые профили сечений:

а - двутавр; б - швеллер;
в - неравнобокий уголок; г - равнобокий уголок

Если все нагрузки, вызывающие изгиб, действуют в одной плоскости, не совпадающей ни с одной из главных плоскостей, то изгиб называется **косым** (рис. 9).

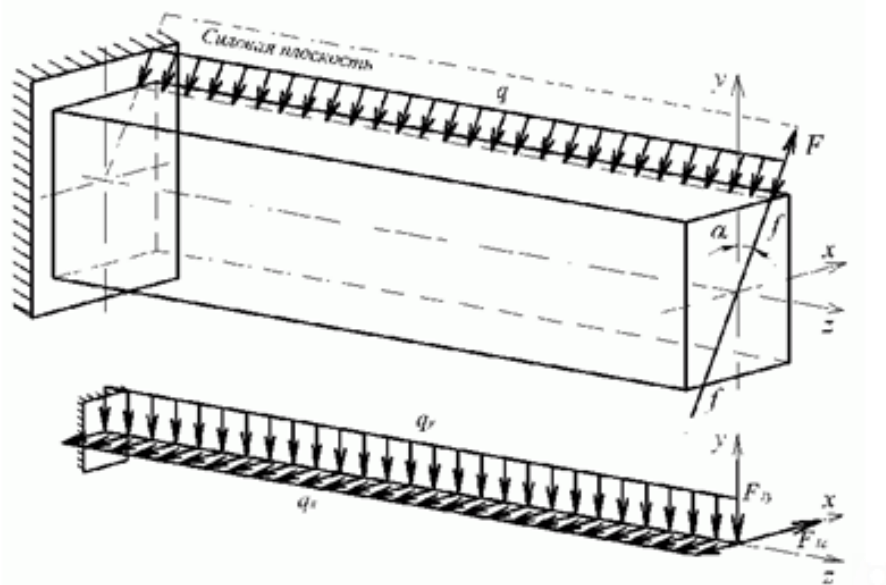


Рис. 9. Косой изгиб.

В случае как неплоского, так и косоуго изгиба наиболее удобно приводить изгиб к двум плоским изгибам.

Для этого нагрузки, действующие в произвольных продольных силовых плоскостях, нужно разложить на составляющие, расположенные в **главных плоскостях** xOy и xOz , где оси y и z - **главные оси инерции** сечения.

Таким образом, схема нагружения бруса при косом изгибе может быть представлена так, как показано на рис. 9.

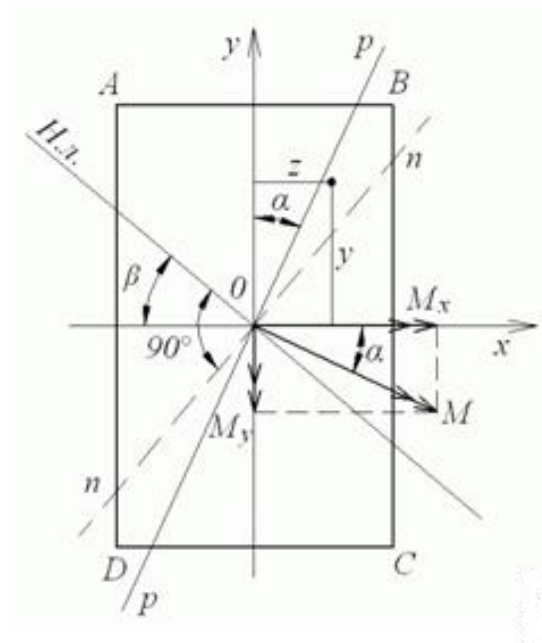


Рис. 10. Поперечное сечение бруса при косом изгибе

При косом изгибе в поперечных сечениях бруса в общем случае возникают четыре внутренних силовых фактора: Q_z , Q_y , M_z и M_y . Проводя расчёт на прочность при косом изгибе, обычно пренебрегают влиянием касательных напряжений.

В случае косоуго изгиба (рис. 10) изгибающие моменты M_z и M_y связаны зависимостями:

$$M_z = M \cdot \cos \alpha ; M_y = M \cdot \sin \alpha ,$$

где M - изгибающий момент в данном сечении в силовой плоскости $p - p$.

Нормальное напряжение в точке сечения

$$\sigma = \frac{M_y \cdot \cos \alpha}{J_z} + \frac{M_z \cdot \cos \alpha}{J_y} .$$

3. Опоры балок и опорные реакции.

Для передачи нагрузок стержень должен быть зафиксирован относительно корпуса с помощью **опор** - устройств, воспринимающих внешние силы.

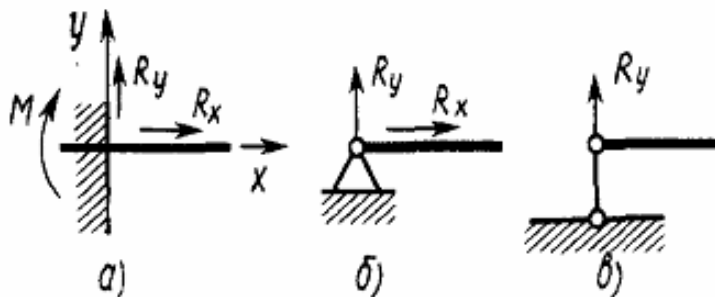


Рис. 11. Основные виды опор.

Различают 3 основных вида опор:

1) жёсткое защемление (заделка) исключает осевые, угловые смещения и воспринимает осевые силы и моментальную нагрузку (рис. 11, а);

2) шарнирно-неподвижная опора допускает поворот вокруг оси и не воспринимает момент (рис. 11, б);

3) шарнирно-подвижная опора не допускает смещение стержня только в направлении одной из осей и передаёт нагрузку вдоль этой силы (рис. 11, в).

Под действием внешних нагрузок в местах закрепления стержня возникает опорная реакция R_y , которую находят из условий равновесия $\sum x = 0$, $\sum y = 0$, $\sum z = 0$.

Анализ внутренних сил начинается после определения реакций.

4. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

При расчёте и построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов рекомендуется придерживаться следующего порядка:

1) определяют опорные реакции балки;

2) разбивают балку на участки, приняв в качестве границ участков точки приложения сосредоточенных сил или начало и конец участков, нагруженных распределённой нагрузкой;

3) в пределах каждого участка проводят сечение, нормальное оси балки;

4) для каждого сечения составляют формулу изгибающего момента и поперечной силы в соответствии с правилами нахождения этих величин, сформулированными в этой лекции;

5) подсчитывают значения M и Q на границах всех участков;

6) если окажется, что на каком-либо участке изменение искомого параметра происходит нелинейно, то, исходя из общеизвестных правил высшей математики, находят местоположение максимума функции и его значение;

7) строят эпюры.

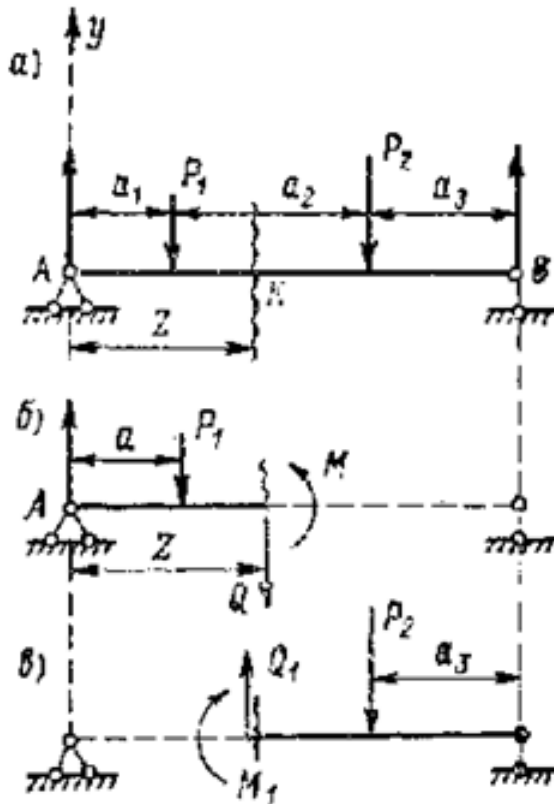


Рис. 12. Схема к определению изгибающих моментов и поперечных сил

Поперечная сила Q .

Сила Q численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих по одну сторону от сечения.

Из условия равновесия левой части балки получаем

$$\sum y = 0; A - P_1 - Q = 0, \text{ откуда } Q = A - P_1.$$

Сила Q характеризует стремление левой части балки сдвинуть правую часть вверх (или вниз) и называется **поперечной силой** (или **перерезывающей силой**).

В более общем случае нагружения балки, если внешние силы направлены под углом к продольной оси балки, при вычислении Q берётся сумма их проекций на ось Oy .

Изгибающий момент M .

Сумма моментов относительно точки K , через которую проходит сечение, определяется следующим образом:

$$\sum M_x = 0; A_z - P_1(Z - a_1) - M = 0, \text{ откуда } M = A_z - P_1(Z - a_1).$$

Таким образом, изгибающий момент M в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения относительно той точки продольной оси балки, через которую проходит рассматриваемое сечение.

Момент M выражает стремление левой части балки повернуть правую часть вокруг центра сечения.

Внутренние силы являются одним из факторов, определяющих появляющиеся в конструкции напряжения, а, следовательно, и его прочность. Поэтому при подборе сечения конкретной балки необходимо знать, какие в ней действуют внутренние силы и каково их значение.

Для решения этой задачи используют **метод сечений**.

Разрежем балку (рис. 12, а) на расстоянии Z от левой опоры, отбросим правую часть и заменим её действие на левую внутренними силами.

Любую систему сил на плоскости можно заменить одной силой, приложенной в произвольно выбранной точке, и парой сил.

С учётом этого заменим отброшенную правую часть силой Q , приложенной в сечении, и парой сил с моментом M (рис. 12, б).

Изгибающий момент и поперечную силу можно определить так же, рассматривая не левую, а правую часть балки.

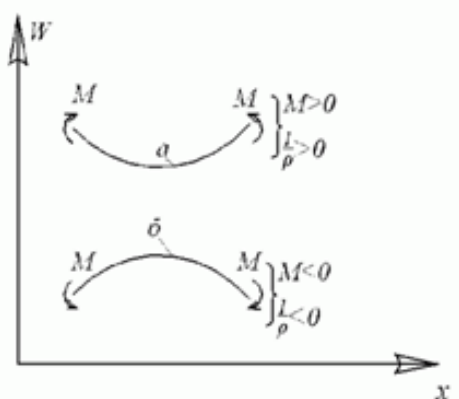


Рис. 13. Правило знаков.

Правило для определения знаков изгибающего момента и поперечной силы (рис. 13):

- изгибающий момент считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз;
- если сумма проекций внешних сил даёт составляющую, направленную вертикально вверх, то Q - положительна.

Для того, чтобы произвести расчёт балки на изгиб, необходимо знать максимальные значения M и Q . Так как они зависят от положения на балке сечения, для которого они рассчитываются, то возникает необходимость выяснения закона изменения изгибающего момента и поперечной силы по длине балки.

С этой целью обычно строят эпюры M и Q .

Ось абсцисс эпюры M проводят параллельно оси балки. Для ряда сечений вычисляют значения изгибающих моментов и откладывают их в масштабе по перпендикуляру к оси. Полученные точки на эпюре соединяют. При этом положительные значения M откладывают вниз от оси.

Аналогично строят эпюру Q , откладывая положительные значения поперечной силы вверх по оси, а отрицательные - вниз.

ЧАСТЬ 3. ДЕТАЛИ МАШИН.

Лекция № 3.1. Основные понятия. Этапы проектирования и конструирования машин.

План лекции

1. Основные понятия.
2. Классификация деталей и узлов общего назначения.
3. Основные критерии работоспособности и расчёта деталей машин.
4. Общие принципы прочностных расчётов.
5. Этапы проектирования и конструирования машин.

1. Основные понятия.

«Детали машин» - раздел дисциплины «Прикладная механика» по теории расчёта и конструирования деталей и узлов машин общемашиностроительного применения.

Детали общего назначения применяют в машиностроении в очень больших количествах, поэтому любое усовершенствование расчёта и конструкций этих деталей, позволяющее уменьшить затраты материала, снизить стоимость производства, повысить долговечность, приносит большой экономический эффект.

Основные задачи раздела "Детали машин":

- 1) изучение конструкций и критериев работоспособности основных деталей и узлов машин;
- 2) изучение основ теории совместной работы и методов расчёта деталей машин;
- 3) формирование навыков конструирования деталей и узлов машин.

Механизм - система твёрдых тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел в соответствии с функциями того устройства, основой которого является эта система (редуктор, коробка передач и др.).

Машина - механизм или устройство, выполняющее механические движения, служащие для преобразования энергии, материалов или информации с целью облегчения или замены физического или умственного труда человека и повышения его производительности.

Следует отметить, что понятие "механизм" является более широким, чем понятие, чем понятие "машина", "прибор" или "приспособление". Любое из вышеназванных устройств является и механизмом, но не наоборот. Таким образом, можно говорить о механизмах машин, приборов и приспособлений.

Классификация машин подробно рассмотрена в лекции № 1.1 настоящего конспекта лекций.

Структурно любая машина состоит из шести блоков, приведённых на рис. 1.



Рис. 1. Основные структурные блоки машин.

Машины, механизмы, приборы, аппараты, приспособления, инструменты и другие изделия основного и вспомогательного производства предприятий представляют собой продукцию, изготавливаемую по конструкторской документации.

По ГОСТ 2.101-68 устанавливают следующие виды изделий:

- 1) детали;
- 2) сборочные единицы;
- 3) комплексы;
- 4) комплекты.
- 5) узлы;
- 6) покупные изделия.

Деталь - изделие (часть машины), изготовленное из однородного по наименованию и марке материала без применения сборочных операций (вал, выполненный из одного куска материала; труба, спаянная из одного куска листового материала; литой корпус; болт; гайка и др.).

Сборочная единица - изделие (часть машины), состоящее из ряда деталей, имеющих общее функциональное назначение, составные части которого соединяют между собой на предприятии-изготовителе сборочными операциями (свинчиванием, сваркой, пайкой и т.п.). Например, редуктор, подшипник, муфта, сварной корпус и т.п.

Комплекс - два и более специфических изделия, не соединённые на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначенные для выполнения взаимосвязанных эксплуатационных функций. Например, буровая установка.

Комплект - два и более изделия, не соединённые на предприятии-изготовителе сборочными операциями и представляющие собой набор изделий, имеющих общее эксплуатационное назначение вспомогательного характера. Например, комплект запасных частей, комплект измерительной аппаратуры.

Узел - крупная сборочная единица (например, коробка передач, двигатель и др.), являющаяся составной частью привода (машины).

Покупные изделия - изделия, не изготавливаемые на данном предприятии, а получаемые им в готовом виде (за исключением деталей, получаемых в порядке кооперирования).

Простейшая сборочная единица является составной частью более сложной сборочной единицы, которая, в свою очередь, может быть частью комплекса. Характерными примерами сборочных единиц (в части нарастания сложности) являются подшипник, опора вала, редуктор и т.п.

Изготовление сборочных единиц из деталей позволяет использовать различные материалы, облегчает их изготовление, эксплуатацию и ремонт, обеспечивает возможность их нормализации и стандартизации, изготовления на специализированных заводах и т.д.

2. Классификация деталей и узлов общего назначения.

Все детали, сборочные единицы и узлы машин можно разделить на две большие группы:

1 группа - **детали и узлы общего назначения** - детали и узлы, которые применяются в широком спектре транспортных, технологических, энергетических и других машин (например, крепёжные винты, зубчатые колёса, валы, подшипники качения, муфты и др.);

2 группа - **детали и узлы специального назначения** - детали и узлы, которые применяются в одном или нескольких типах машин (например, шпиндели станков, , коленчатые валы, поршни, гребные винты, лопадки турбин и др.).

Детали, сборочные единицы и узлы первой группы изготавливают ежегодно в больших количествах (в одном легковом автомобиле более пяти тысяч типовых деталей, более тридцати подшипников), составляют подавляющее большинство и изучаются в курсе "Детали машин". Вторая группа - изучается в соответствующих специальных курсах.

Классификация деталей и узлов общего назначения:

1) **детали соединений и соединения**, которые подразделяются на:

- **разъёмные соединения**, допускающие многократную переборку (резьбовые, шпоночные, шлицевые, клеммовые);

- **неразъёмные соединения**, не допускающие многократной переборки (сварные, клеевые, паяные, заклёпочные) - для разборки такого соединения его нужно разрушить;

- **промежуточные соединения**, допускающие сборку и разборку, но не многократно (цилиндрические с натягом, соединения стяжными кольцами и планками, соединения с натягом).

2) **детали передач**, которые включают вращающиеся детали - зубчатые колёса, шкивы, звёздочки - и подразделяются на:

- **передачи зацеплением**: зубчатые, червячные, цепные, волновые;

- **передачи трением**: фрикционные, ремённые;

- **передачи винт-гайка**, служащие для преобразования вращательного движения в поступательное.

3) **детали, обслуживающие вращательное движение**:

- **валы и оси**, служащие для передачи крутящего момента вдоль оси и для поддержания вращающихся деталей;

- **муфты**, служащие для соединения валов;

- **подшипники** – это опоры вращающихся валов.

4) **шарнирно-рычажные механизмы**:

направляющие кулисы и ползуны, кривошипно-ползунный механизм, кривошипы, шатуны, коромысла, кулачки, эксцентрики, ролики.

5) **упругие элементы - пружины и рессоры**, которые применяют для защиты машин от вибраций и ударов, а также для аккумулялирования энергии.

6) **уравновешивающие равномерность движения**:

маховики, маятники, шаботы, грузы.

7) **детали, обеспечивающие смазку и защиту от загрязнения**: манжеты, уплотнения и т.д.

8) **детали и механизмы управления**: рукоятки, тяги.

Унификация. Унифицированные компоненты.

Современное конструирование сводится к компоновке машин и оборудования из унифицированных сборочных единиц и модулей.

Под **унификацией** понимают уменьшение разнообразия типов и видов деталей, сборочных единиц и методик их проектирования до экономически оптимального числа.

К унифицированным компонентам или сборочным единицам относятся электро- и гидродвигатели, механические передачи, микропроцессорные системы управления, защиты, контроля и диагностики, силовые полупроводниковые приборы, датчики, смазочные системы и др. Удельный вес этих компонентов в составе выпускаемых машин и оборудования составляет 65 – 75 %. Они обеспечивают все функции машин и оборудования и определяют их надежность, безопасность человека и среды его обитания.

3. Основные критерии работоспособности и расчёта деталей машин.

Детали машин выходят из строя по различным причинам, которые определяются условиями эксплуатации деталей. В связи с этим детали машин должны удовлетворять определённым условиям работоспособности, надёжности и экономичности.

Работоспособность – способность машин выполнять свои функции.

Надёжность - способность машин выполнять свои функции в течении заданного срока службы.

Экономичность – минимизация необходимой стоимости изготовления и эксплуатации.

Работоспособность и надёжность деталей машин характеризуется определёнными критериями (или причинами отказа отдельных деталей передач). Важнейшими критериями работоспособности являются: прочность, жёсткость, износостойкость, виброустойчивость, теплостойкость.

3.1. Критерии работоспособности деталей машин:

1) **Прочность** (обязательный и важнейший критерий работоспособности) – способность детали выдерживать приложенные нагрузки без разрушения.

Рассматривается прочность по характеру нагрузок: статическая, усталостная и ударная.

Виды нагрузок в машинах:

- **постоянные нагрузки** (например, силы начальной затяжки винтов, весовые, давление жидкости или газа) в стационарно работающих машинах;

- **переменные нагрузки с постоянной амплитудой** – в стационарно работающих машинах;

- **переменные нагрузки с переменной амплитудой** – в нестационарно работающих машинах;

- **переменные нагрузки со случайными амплитудами** – вызываются воздействием природных факторов, порывами ветра, случайными колебаниями оснований, случайными неровностями дорог и т.п.;

- **ударные нагрузки** - в машинах ударного действия или других машинах вследствие погрешностей изготовления.

Расчёты на прочность ведут тремя способами:

- по **номинальным допускаемым напряжениям** (являются наиболее простыми и удобными для обобщения опыта конструирования);

- по **коэффициентам безопасности**, которые учитывают отдельные факторы, влияющие на прочность (например, концентрацию напряжений в местах изменения площади сечения деталей, упрочнения материала и т.д.);

- по **вероятности безотказной работы** (наиболее совершенная методика).

Предварительные расчёты на прочность обычно выполняют в соответствии с первым способом. Расчёты отражают характер изменения напряжений, концентрацию напряжений, влияние размеров, шероховатость и упрочнение поверхности.

2) **Жёсткость** – способность деталей сопротивляться изменению формы под действием сил.

Актуальность критерия жёсткости непрерывно возрастает, т.к. совершенствование материалов происходит главным образом в направлении их прочностных характеристик, а модули упругости, например, у сталей, сохраняются постоянными.

Жёсткость определяется:

- **собственными упругими деформациями** деталей (жёсткость тел деталей), которые находят по формулам сопротивления материалов;

- **контактными деформациями**, определяемыми при начальном контакте деталей по линии или в точке по формулам Герца, а при начальном контакте по площади – с помощью экспериментальных коэффициентов.

Нормы жёсткости устанавливают на основе обобщения опыта эксплуатации машин. Эти нормы приводят в справочной литературе.

3) **Износостойкость** – способность материала деталей оказывать сопротивление изнашиванию.

Износостойкость определяется:

- видом трения (скольжения или качения);

- смазыванием;

- режимом трения (сухое, полусухое, полужидкостное, жидкостное и граничное);

- уровнем защиты от загрязнений.

Износостойкость актуальна в связи с тем, что 90% деталей выходят из строя по износу.

Износ:

во-первых, **ограничивает долговечность деталей машин** по критериям работоспособности (например, потеря точности у прецизионных станков, приборов и измерительных машин; возрастание шума у передач транспортных машин; снижение КПД поршневых машин)

и, во-вторых, **вызывает резкое удорожание эксплуатации машин** в связи с необходимостью периодической проверки их состояния и ремонта, что связано с простоями и снижением производительности машин.

Виды изнашивания, наблюдаемые в машинах:

а) механическое (абразивное) изнашивание, т.е. изнашивание посторонними твёрдыми, преимущественно абразивными частицами и неровностями сопряжённой твёрдой поверхности;

б) молекулярно-механическое изнашивание при схватывании или заедании в результате действия молекулярных сил трения (**холодное схватывание** связано с износом и выдавлива-

нием масляной плёнки при малых скоростях, *горячее схватывание* обусловлено понижением вязкости масла при больших скоростях);

в) коррозионно-механическое изнашивание (фреттинг-коррозия) - следствие химического или электрического взаимодействия материала со средой и механического разрушения постоянно контактирующих поверхностей.

Расчёт на износостойкость предусматривает обеспечение жидкостного трения, для чего необходимо иметь толщину масляного слоя, превышающую сумму микронеровностей и погрешностей формы контактирующих поверхностей. При невозможности создания жидкостного трения требуемый ресурс обеспечивается назначением допустимых давлений, установленных практикой.

4) **Виброустойчивость** – сопротивление появлению в машинах вредных динамических нагрузок в виде вынужденных колебаний и автоколебаний:

- *вынужденные колебания* - колебания, вызываемые внешними периодическими силами (неуравновешенностью вращающихся деталей, погрешностью изготовления). Во избежании резонанса (совпадения собственных частот с вынужденными) производят расчёт амплитудно-частотных характеристик;

- *автоколебания* (самовозбуждающиеся колебания) - колебания, в которых возмущающиеся силы вызываются самими колебаниями (например, при трении, резании и т.п.).

Расчёты на колебания обычно проводят не для отдельных деталей, а для систем, учитывая контактные деформации и взаимодействие с электроприводом.

Работа машин сопровождается вибрацией и шумом из-за соударения движущихся деталей машин. Вибрация и шум напрямую связаны с погрешностями изготовления деталей – ошибками шага и профиля зубьев, волнистостью дорожек качения подшипников. В зубчатом зацеплении даже при идеально точном изготовлении шум возникает в связи со входом в зацепление новых зубьев.

Основные способы повышения виброустойчивости:

а) повышение точности и чистоты обработки поверхностей деталей;
б) уменьшение сил удара конструктивными методами;
в) применение материалов с повышенным внутренним трением, а также специальных покрытий.

5) **Теплостойкость** – способность деталей сохранять работоспособность в машинах с большим выделением тепла в рабочем процессе (например, тепловые и электрические машины, машины для горячей обработки металлов).

В результате нагрева могут возникать следующие вредные явления:

- снижение прочности и несущей способности деталей, связанных с охрупчиванием и появлением ползучести при температуре выше 400°C;

- снижение защитной способности масляного слоя, разделяющего трущиеся детали машин, и появление повышенного износа или заедания;

- изменение свойств в контакте трущихся поверхностей (например, снижение коэффициента трения);

- снижение точности машин вследствие необратимых температурных деформаций.

Чтобы не допустить вредного влияния перегрева на работу машины, выполняют совместные тепловые и гидродинамические расчёты и, если необходимо, вносят дополнительные конструктивные изменения.

6) **Коррозионная стойкость** – сопротивление металлов химическому или электрохимическому разрушению поверхностных слоёв и коррозионной усталости.

Коррозионная стойкость определяется сроком службы машин в коррозионной среде. Средства борьбы – специальное легирование или покрытия.

7) **Точность** – свойство машин работать в заданных пределах возможных отклонений параметров, например размеров.

Точность – один из важнейших показателей качества деталей машин, влияющий на работоспособность и надёжность машин и механизмов.

Точность диктуется требуемой точностью рабочего процесса машины и нормальной работой механизмов. Точность влияет на скорость машин и их деталей, в том числе на скорость транспорта.

Соблюдение указанных критериев работоспособности обеспечивает надёжность конструкции в течение заданного срока службы.

3.2. Надёжность и её характеристики

Надёжность – свойство объекта выполнять свои функции в течение заданного времени (или заданной наработки) свои функции, сохраняя в заданных пределах эксплуатационные показатели.

Надёжность изделий обуславливается их безотказностью, долговечностью, ремонтно-пригодностью и сохраняемостью.

Роль надёжности непрерывно возрастает, что связано с повышением сложности, напряжённости и быстроходности машин, расширением объектов совместной автоматизации (от простого механизма до автоматизированного цеха).

Показатели надёжности

Безотказность – свойство сохранять работоспособность в течении заданной наработки без вынужденных перерывов.

Основным показателем безотказности является вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение заданного времени или заданной наработки.

Экспериментально этот показатель может быть оценён как отношение числа образцов, сохранивших работоспособность, к общему числу испытанных образцов, если последнее достаточно велико.

Вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы элементов

$$P(t) = P_1(t)P_2(t) \dots P_n(t).$$

Если вероятности безотказной работы элементов равны между собой, то

$$P_{\Sigma}(t) = P_1^n(t).$$

В результате для системы с одинаковой вероятностью безотказной работы элементов, равной 0,9, и количеством элементов $n = 10$ общая вероятность безотказной работы составит $0,9^{10} = 0,35$.

Долговечность – свойство изделия сохранять работоспособность до предельного состояния с необходимыми перерывами для ремонтов и технического обслуживания.

Основными показателями долговечности являются средний ресурс, т.е. средняя наработка до предельного состояния, и гамма-процентный ресурс, который обеспечивается у заданного числа процентов изделий.

Ремонтопригодность – приспособленность изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей путём проведения технического обслуживания и ремонтов.

Сохраняемость – свойство изделия сохранять требуемые эксплуатационные показатели по установленному сроку хранения и транспортирования.

Правила обеспечения надёжности:

1. Система должна широко использовать стандартные и унифицированные детали и узлы.

2. Система должна содержать защитные устройства, предусматривающие устранение возможности возникновения катастрофических отказов (ограничение возрастания оборотов, температуры, давления, крутящего момента и т.п.), а также сигнальные устройства, предупреждающие о нарушении нормальной работы (световые сигналы и т.п.).

3. Система должна быть удобной для ремонта, допускать простую замену отдельных элементов и узлов без разборки и переналадки всего изделия.

4. Для сложных ответственных изделий должна быть разработана система технической диагностики, осуществляющая сбор, хранение и анализ информации о состоянии изделия.

5. В пределах общего срока службы изделий могут быть предусмотрены регламентные работы, профилактические осмотры и ремонты, сроки которых определяются соображениями надёжности и экономической целесообразности.

Надёжность деталей машин сильно зависит от того, насколько близок режим работы деталей по напряжениям, скоростям и температурам к предельным значениям, т.е. от запасов по основным критериям работоспособности.

Надёжность в значительной степени определяется качеством изготовления, которое может изменить ресурс в несколько раз.

4. Общие принципы прочностных расчётов.

Все этапы проектирования сопровождаются расчётами. Это естественно, так как грамотно выполненный расчёт намного проще и в сотни раз дешевле экспериментальный испытаний. Чаще всего выполняется расчёт на прочность.

Целью прочностного расчёта является определение минимально возможных размеров деталей и узлов конструкции при заданных механических воздействиях (внешние усилия, объёмные силы, абсолютные или относительные перемещения элементов конструкций, массовые и тепловые потоки, градиенты температур и др.).

Основным понятием при оценке прочности конструкции является понятие "**предельное состояние**". Наиболее часто используют одно из следующих определений предельного состояния конструкций:

- достижение величинами напряжений (или их комбинаций) максимально допустимых значений;

- достижение нагрузками (или комбинациями) предельных значений, связанных с исчерпанием несущей способности силовых элементов;

- достижение упругими и упругопластическими перемещениями предельных значений, определяемых конструктивными особенностями узлов и элементов машины или свойствами материала;

- разрушение конструкций от действия циклических напряжений (явления усталости);
- потеря устойчивости деформированного состояния конструкций.

Каждому предельному состоянию в расчётной практике соответствуют либо специфические методы расчёта (см. описание критерия работоспособности - прочность), либо особым образом определяемые характеристики материала.

Различают следующие **виды расчётов** (по номинальным напряжениям):

1) **проектировочный расчёт** - определение основных размеров детали при выбранном материале и по формулам, соответствующим главному критерию работоспособности (прочности, жёсткости, износостойкости и др.).

Этот расчёт применяется в тех случаях, когда размеры конструкции заранее не известны. Проектировочные расчёты являются упрощёнными, их выполняют как предварительные.

2) **проверочный расчёт** - определение фактических характеристик главного критерия работоспособности детали или определение наибольшей допустимой нагрузки на деталь по допускаемым значениям главного критерия работоспособности.

При проверочном расчёте определяют фактические (расчётные) напряжения и коэффициенты запаса прочности, действительные прогибы и углы наклона сечений, температуру, ресурс при заданной нагрузке или допустимую нагрузку при заданных размерах и т.д.

Проверочный расчёт является *уточнённым*, его проводят, когда *форма и размеры детали известны из проектировочного расчёта или приняты конструктивно, когда определена технология изготовления* (способ получения заготовки, вид термообработки, качество поверхности и др.).

Эти виды расчётов всегда сопутствуют друг другу и выполняются на стадии проектирования деталей машин.

Математическая формулировка условия прочности любой детали очень проста:

- по нормальным напряжениям $\sigma \leq [\sigma]$;
- по касательным напряжениям $\tau \leq [\tau]$.

При любых обстоятельствах необходимо учитывать и обеспечивать такие условия работы, чтобы напряжения в материале деталей не превышали допускаемых значений.

Допускаемые значения принимают меньше предельных, "с запасом":

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{S_p},$$

где S_p - коэффициент запаса прочности ($1,2 < S_p < 2,5$).

В разных обстоятельствах коэффициент запаса прочности может быть задан заказчиком, либо выбран из справочных нормативов, либо вычислен с учётом точности определения нагрузок, однородности материала и специфических требований к надёжности машин.

В расчётах необходимо стремиться к корректным упрощениям.

5. Этапы проектирования и конструирования машин.

Расчёты (проектирование) и конструирование органически связаны.

Конструирование - творческий процесс создания механизма или машины в чертежах на основе проектировочных и проверочных расчётов.

При разработке конструкции машины рассматривают различные варианты с целью получения оптимальной конструкции при меньшей стоимости изготовления и эксплуатации.

Конструирование подразумевает проведение всестороннего анализа статистического материала, отражающего опыт проектирования, изготовления и эксплуатации машин данного типа. Задачи оптимизации выполняют с применением ЭВМ.

Проектирование машины состоит из конструктивной разработки её общей компоновки и выбора формы или варианта конструктивного решения отдельных деталей, сборочных единиц, а также из тесно связанных между собой расчётов машины, её элементов и выполнения чертежей общих видов машины, сборочных единиц и рабочих чертежей деталей.

Последовательность и характер создания конструкторской документации изложены в ГОСТ 2.103-68 ЕСКД и включают следующие этапы.

1. Техническое задание.

Рассматривается назначение объекта и его особенности, в зависимости от которых устанавливают такие показатели как производительность, надёжность и долговечность, массогабаритные, энергетические, стоимость и др.

2. Техническое предложение (ТПр).

На этом этапе обосновывают предлагаемый вариант решения по реализации задания. При этом анализируют задание с позиций возможности и целесообразности реализации тех или иных указанных в нем параметров и характеристик, конструктивных схем и т. п.; рассматривают различные существующие и возможные варианты конструктивных решений.

На основании анализа технического предложения определяют технические и технико-экономические обоснования целесообразности разработки документации изделия путём сравнительной оценки различных вариантов возможных решений с учётом особенностей разрабатываемого и существующих изделий, а также патентных материалов.

ТПр после согласования и утверждения в установленном порядке является основанием для разработки эскизного проекта.

3. Эскизный проект (ЭП).

На этом этапе разрабатывают варианты общих видов объекта и основных сборочных единиц с технико-экономическими обоснованиями необходимыми для выбора оптимального варианта.

При эскизном проектировании выполняют расчёты и эскизные чертежи, которые должны содержать принципиальные конструктивные решения, дающие общее представление об устройстве и принципе работы изделия, о его габаритах и основных параметрах.

Одновременно с этим определяют круг вопросов, относящихся к принципу действия, надёжности и прочности, которые подлежат исследованиям и экспериментальной проверке.

ЭП служит основанием для разработки технического проекта.

4. Технический проект (ТП).

При техническом проектировании разрабатывают чертежи общих видов изделия и его сборочных единиц, уточняют конструкцию деталей. Чертежи ТП должны содержать окончательные решения, дающие представление об устройстве изделия, и исходные данные для разработки рабочих чертежей. При разработке ТП могут продолжаться упомянутые выше исследования.

5. Рабочий проект (РП).

Этот этап предусматривает разработку всех конструкторских документов, необходимых для изготовления изделия: чертежей общих видов изделия и его сборочных единиц, подвергшихся уточнению после технического проектирования, чертежей деталей, чертежей сборочных единиц, монтажных, габаритных, спецификаций, ведомостей покупных изделий, технологической документации на изготовление, сборку, испытание и т. д.

Таким образом, рабочий проект содержит все то, что необходимо для воплощения в материальную форму технического задания с коррективами, возникшими в процессе конструирования и проведения исследования.

Лекция № 3.2. Механические передачи. Геометрия и кинематика.

План лекции

1. Основные виды механических передач.
2. Основные силовые и кинематические соотношения в передачах.
3. Краткие сведения из геометрии и кинематики зубчатых передач.
4. Нарезание зубьев зубчатых передач.

1. Основные виды механических передач.

В современном народном хозяйстве в зависимости от вида преобразуемой энергии различают механические, гидравлические, пневматические передачи и электрические машины.

В общем случае в любой машине можно выделить *три составные части*: двигатель, передачу и исполнительный элемент.

В качестве **двигателя** для создания механической энергии вращательного движения его выходного вала чаще всего используют: электродвигатель, двигатель внутреннего сгорания, турбину.

Механические передачи - механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние. Передача энергии происходит с преобразованием скоростей и моментов, иногда с преобразованием видов и законов движения.

Главное назначение механических передач - согласование режимов работы двигателей и рабочих органов (исполнительных элементов) машин.

В качестве **исполнительных элементов** машин могут выступать: колёса автомобиля, шпиндель станка, гребной винт корабля и т.д.

Оптимальной была бы машина без передачи. Примерами таких машин могут служить: вентилятор, шлифовальный станок и т.п. Отсутствие передаточного механизма обусловлено совпадением необходимой при работе частоты вращения исполнительного элемента и частоты вращения вала электродвигателя.

Причины применения механических передач в машинах:

1) **согласование скоростей движений** быстроходных двигателей и тихоходных рабочих органов машин.

В абсолютном большинстве случаев требуемые скорости движения рабочих органов машин не совпадают с оптимальными скоростями двигателей. Для уменьшения габаритов и массы все современные двигатели выполняют быстроходными с весьма узким диапазоном изменения угловых скоростей и малыми моментами. Развиваемые усилия на рабочих органах машин в большинстве случаев значительны. Можно было бы делать двигатели тихоходными с большими моментами, но они были бы очень громоздкими и дорогими.

Непосредственное соединение быстроходного вала двигателя с валом рабочей машины наблюдается крайне редко (вентиляторы, шлифовальные станки).

2) **возможность регулирования скорости** и периодической работы с большими моментами при малых скоростях (для большинства транспортных и технологических машин).

Между тем регулирование скорости двигателя, например, внутреннего сгорания, не всегда возможно и экономично;

3) **согласование видов движений:** равномерного вращательного движения (в большинстве случаев) двигателя с равномерным или неравномерным (т.е. по заданному закону) поступательным движением исполнительного органа;

4) двигатели не всегда могут быть непосредственно соединены с исполнительными механизмами из-за габаритов машины, условий техники безопасности, удобства обслуживания.

Классификация механических передач

Признак 1. В зависимости от принципа действия:

- передачи трением: фрикционные и ремённые передачи;
- передачи зацеплением: зубчатые, червячные и цепные передачи.

Все передачи трением имеют повышенный износ рабочих поверхностей, т.к. в них неизбежно проскальзывание одного звена относительно другого.

Признак 2. В зависимости от способа соединения ведущего и ведомого звеньев:

- передачи непосредственного контакта: фрикционные, зубчатые и червячные передачи;
- передачи гибкой связью: ремённые и цепные передачи. Эти передачи допускают значительные расстояния между ведущим и ведомым валами.

Признак 3. В зависимости от назначения:

- с постоянным передаточным отношением;
- с переменным (регулируемым) передаточным отношением:
 - со ступенчатым регулированием (проще);
 - с бесступенчатым регулированием (способствует повышению производительности и качественных показателей вследствие возможности выбора оптимального процесса).

2. Основные силовые и кинематические соотношения в механических передачах.

В каждой механической передаче различают два основных вала: входной и выходной или ведущий и ведомый.

Основные характеристики:

- мощность на входе P_1 и на выходе P_2 , кВт;
- частота вращения на входе n_1 и на выходе n_2 , мин⁻¹;
- угловая скорость вращения на входе ω_1 и на выходе ω_2 , с⁻¹.

Эти характеристики минимально необходимы и достаточны для проведения проектного расчёта любой механической передачи.

Производные характеристики:

- коэффициент полезного действия (КПД)

$$\eta = \frac{P_2}{P_1};$$

- передаточное отношение, определяемое в направлении потока мощности

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2};$$

- передаточное число

$$u = \frac{z_2}{z_1},$$

где z_2 – число зубьев колеса, z_1 - число зубьев шестерни.

Понижение частоты вращения называют редуцированием, а закрытые передачи, понижающие частоту вращения, - редукторами.

Передача понижающая (редуктор) при $i > 1, n_1 > n_2$.

Устройства, повышающие частоты вращения, называют ускорителями или **мультиплексорами**.

Передача повышающая (мультиплексор) при $i < 1, n_1 < n_2$.

Наибольшее распространение имеют понижающие передачи.

Для многоступенчатых передач

$$i_{\text{общ}} = i_1 i_2 \dots i_n,$$

где i_1, i_2, \dots, i_n - передаточные отношения каждой ступени.

3. Краткие сведения из геометрии и кинематики зубчатых передач.

Зубчатая передача - механизм, который с помощью зацепления передаёт или преобразует движение с изменением угловых скоростей и моментов.

Зацепление состоит из пары зубчатых колёс. Меньшее зубчатое колесо принято называть шестерней, большее – колесом. Параметрам шестерни присваивают индекс 1, параметрам колеса – индекс 2.

Классификация зубчатых передач

Признак 1. В зависимости от взаимного расположения осей валов:

- цилиндрические передачи (при параллельных осях) – рис. 1 – 4;
- конические передачи (при пересекающихся осях) – рис. 6 - 8
- винтовые передачи (при скрещивающихся осях) – рис. 5

Винтовые зубчатые передачи характеризуются повышенным скольжением в зацеплении и низкой нагрузочной способностью, поэтому имеют ограниченное применение.

Реечная передача, применяемая для преобразования вращательного движения в поступательное движение и наоборот, - частный случай цилиндрической зубчатой передачи. Рейку при этом рассматривают как колесо, диаметр которого обращается в бесконечность.

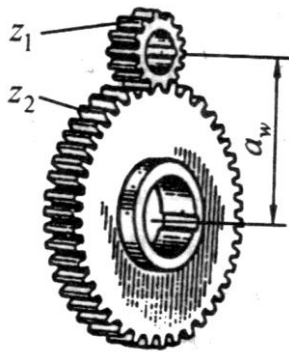


Рис. 1.

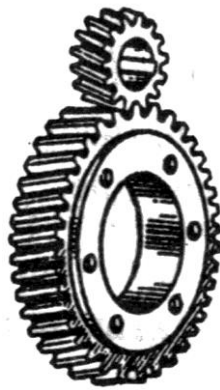


Рис. 2.



Рис. 3.

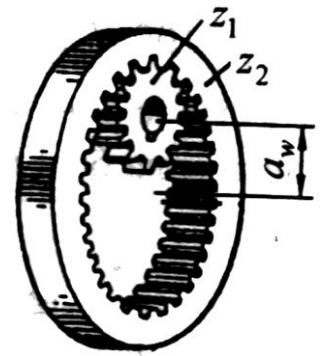


Рис. 4.

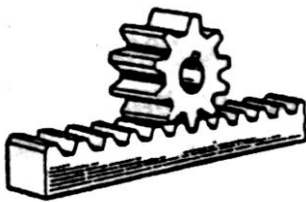


Рис. 5.



Рис. 6.



Рис. 7.



Рис. 8.

Признак 2. В зависимости от расположения зубьев на ободу колёс:

- прямозубые передачи – рис. 1, 4, 6;
- косозубые передачи – рис. 2, 7;
- шевронные передачи – рис. 3;
- передачи с круговыми зубьями – рис. 8.

Признак 3. В зависимости от профиля зубьев:

- эвольвентные передачи (зацепление предложено Эйлером Л. в 1760 г.);
- зацепление Новикова (предложено Новиковым М.Л. в 1954 г.);
- циклоидальные передачи (сохранились в приборах и часах).

Признак 4. В зависимости от взаимного расположения колёс:

- внешнего зацепления (рис. 1 – 3, 5 – 8);
- внутреннего зацепления (рис. 4).

Признак 5. В зависимости от конструктивного исполнения:

- открытые передачи (зубья колёс работают всухую или периодически смазываются пластинчатой смазкой и не защищены от влияния внешней среды);
- закрытые передач (помещаются в пыли- и влагонепроницаемые корпуса и работают в масляной ванне).

Краткие сведения о контактных и касательных напряжениях

Контактные напряжения возникают при взаимодействии тел, размеры площадки контакта которых малы по сравнению с размерами самих соприкасающихся тел: например, контакт двух стальных круговых цилиндров по общей образующей (рис. 9) (аналог зубчатого

зацепления, фрикционной передачи, роликовых подшипников), контакт шара и тора (шариковые подшипники качения).

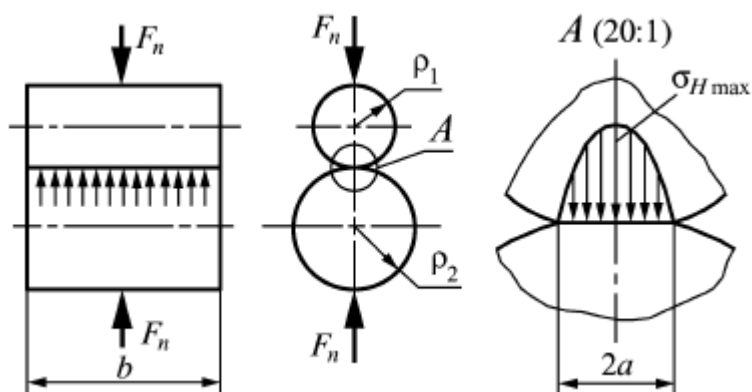


Рис. 9.

Под действием внешней силы контакт при перекачивании в передачах и опорах качения происходит по малым площадкам (начальный контакт по линии или в точке), вследствие чего в поверхностном слое возникают высокие напряжения. Материал в районе этой площадки испытывает объёмное напряжённое состояние.

Контакт цилиндров

При сжатии цилиндров (рис. 10) вдоль образующих при начальном контакте (без приложения внешних сил) площадка контакта имеет вид линии. После приложения внешних сил площадка контакта выглядит в виде полоски, а контактные напряжения распределяются по её ширине по эллипсу.

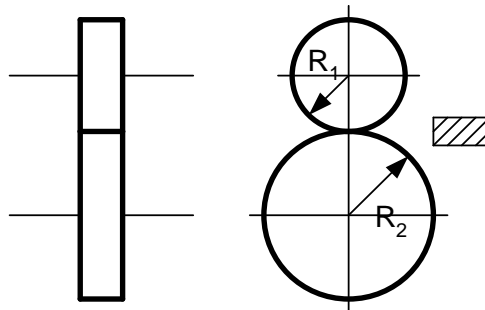


Рис. 10.

Наибольшее контактное напряжение по ширине площадки определяется по формуле Герца

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E}{2\pi(1-\gamma^2)} \times \frac{Q}{b\rho}},$$

где $E = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$ - приведённый модуль упругости тел, изготовленных из разных ма-

териалов;

$\gamma = 0,3$ - коэффициент Пуассона для тел, выполненных из стали;

Q или F_n (на рис. 1) - сила прижатия одного тела к другому;

b - длина контакта;

$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ - приведённая кривизна тел с радиусами R_1 и R_2 соответственно. Для

тел с внутренним контактом радиус принимается отрицательным. Для плоскости $R = \infty$.

Контакт шаров или торов

При сжатии шаров или торов (рис. 11) с неодинаковыми радиусами образующих, а также цилиндров и конусов с перекрещивающимися осями, т.е. при начальном контакте в форме точки, после приложения внешних сил площадка контакта имеет форму круга или эллипса.

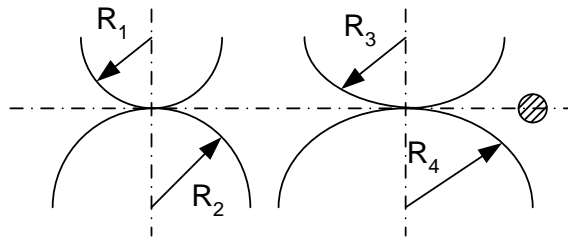


Рис. 11.

Наибольшее контактное напряжение в этом случае будет определяться по формуле

$$\sigma_H = m \sqrt[3]{\frac{QE^2}{\rho^2}},$$

где $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}$ - приведённая кривизна в плоскости наиболее тесного контакта;

m - коэффициент, зависящий от отношения главных кривизн

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} \leq 1.$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны одного тела;

R_3 и R_4 - радиусы кривизны другого тела.

Контактные напряжения пропорциональны нагрузке не в первой степени, а в степени $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$. Это связано с тем, что сама площадка контакта растёт с ростом нагрузки.

Наибольшее касательное напряжение, характеризующее прочность сталей, имеет место внутри тела и равно для всех видов площадки контакта

$$\tau_{\max} = 0,3\sigma_H.$$

При площадке контакта в форме полоски наибольшее касательное напряжение возникает на глубине 0,78 от полуширины полоски контакта, а при площадке контакта в форме круга - на глубине половины её радиуса.

Формула Герца выведена при следующих допущениях:

- материалы соприкасающихся тел однородны и изотропны;
- прижимающие силы направлены по прямой, соединяющей центры кривизны поверхностей тел в точке первоначального касания, и таковы, что в зоне контакта имеют место только упругие деформации;
- силы трения в контакте отсутствуют;

- поверхности тел совершенно гладкие и идеальные по форме;
- на контактирующих поверхностях отсутствует смазочный материал;
- длина цилиндров бесконечно большая.

В реальных изделиях длина линии контакта конечна, на поверхности контакта действуют силы трения, а сами поверхности смазаны. Возможность использования при этом приведённой формулы Герца обусловлена тем, что допускаемые напряжения $[\sigma]_H$ находят экспериментально для условий, близких к условиям эксплуатации проектируемого изделия.

Синтез зацепления. Основная теорема зацепления.

При работе зубчатых колёс зубья одного колеса входят во впадины другого, при этом боковая поверхность зуба ведущего колеса давит на боковую поверхность зуба ведомого колеса.

Боковые поверхности зубьев механизмов, соприкасающиеся в точке или по линии и обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются **сопряжёнными поверхностями**. Например, поверхности зубьев шестерни и колеса в зубчатом механизме, резьбовые поверхности и поверхности шариков в шариковинтовом механизме и т.д.

Синтез зацепления состоит в отыскании сопряжённых поверхностей по заданному закону их относительного движения. Для решения этой задачи используется **основная теорема зацепления**, устанавливающая связь между геометрией сопряжённых поверхностей и заданным законом их относительного движения.

Основная теорема зацепления (формулировка)

Сопряжённые поверхности должны быть выбраны так, чтобы в любой точке их контакта общая нормаль к ним была перпендикулярна вектору относительной скорости поверхностей в точке контакта при заданном относительном движении поверхностей.

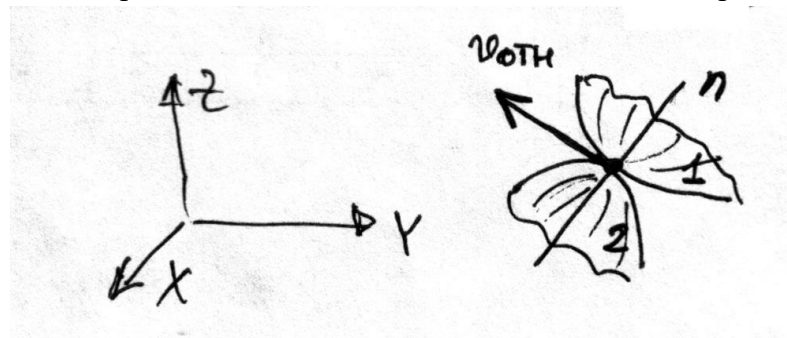


Рис. 12. Графическое представление основной теоремы зацепления

Доказательство (стр. 72 – 73 Куклин, Куклина).

В аналитическом виде теорема записывается как условие перпендикулярности векторов

$$\overline{v_{отн}} \times \overline{n} = 0,$$

где \overline{n} - единичный вектор (орт) общей нормали в точке контакта.

Полюс зацепления. Основная теорема плоского зацепления.

Зацепление, в котором оба звена совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости, называется **плоским зацеплением**.

Для плоского движения вместо сопряжённых поверхностей рассматриваются **сопряжённые профили**, т.е. кривые, расположенные в одной плоскости.

Мгновенный центр вращения, или мгновенный центр скоростей, определяемый методами теоретической механики, при относительном движении звеньев плоского механизма называют **полюсом зацепления** P .

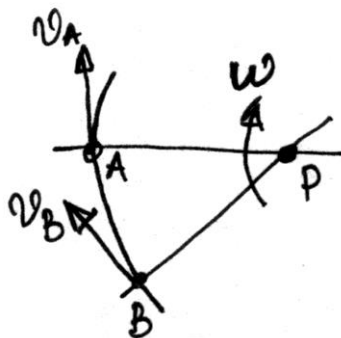


Рис. 13. Полюс зацепления.

Относительная скорость сопряжённых профилей в точке контакта перпендикулярна радиусу-вектору, соединяющему точку контакта с полюсом зацепления.

Поэтому **основная теорема плоского зацепления** формулируется так.

Для того, чтобы профили были сопряжёнными, общая нормаль к ним в точке контакта должна проходить через заданный полюс зацепления.

Образование начальных окружностей

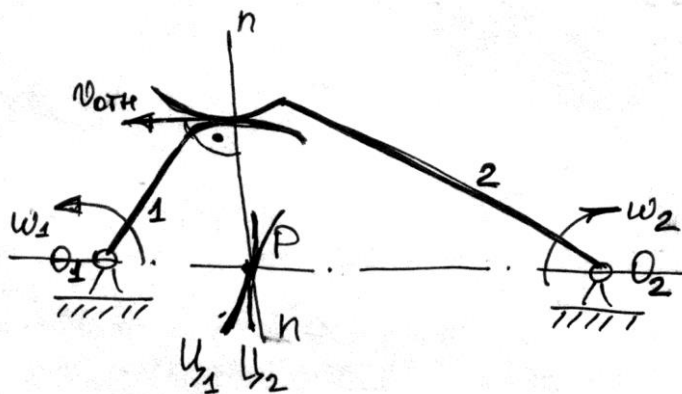


Рис. 14. Плоское зацепление.

Пусть звенья 1 и 2 вращаются вокруг параллельных осей (рис. 14). Положение полюса зацепления можно найти из уравнения, связующего векторы угловых скоростей звеньев $\overline{\omega_1}$ и $\overline{\omega_2}$ с их относительной скоростью:

$$\overline{\omega_{12}} = \overline{\omega_1} - \overline{\omega_2}.$$

Векторы угловых скоростей $\overline{\omega_1}$ и $\overline{\omega_2}$ приложены в центрах вращения O_1 и O_2 , а вектор $\overline{\omega_{12}}$ в полюсе зацепления P .

Поэтому на основании правил сложения параллельных векторов получаем

$$\frac{l_{O_1P}}{l_{O_2P}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = u_{21},$$

где u_{21} - отношение угловых скоростей звеньев, обратное передаточному отношению.

Геометрические места точек на звеньях 1 и 2, которые при их движении последовательно совпадают с полюсом зацепления образуют **центроиды** Π_1 и Π_2 в относительном движении звеньев.

Если передаточное отношение – постоянно, то полюс зацепления P неизменное положение по отношению к стойке и центроиды Π_1 и Π_2 представляют собой окружности с радиусами O_1P и O_2P соответственно. По свойству центроид эти окружности перекатываются без скольжения и называются **начальными окружностями зубчатого зацепления**. При этом характеризуются равенством окружных скоростей

$$\omega_1 r_{w1} = \omega_2 r_{w2},$$

где $r_{w1} = l_{O_1P}$, $r_{w2} = l_{O_2P}$ - радиусы начальных окружностей шестерни и колеса соответственно.

Из множества кривых, удовлетворяющих требованиям основной теоремы зацепления, практическое применение в современном машиностроении получила **эвольвента окружности**, которая:

- а) позволяет сравнительно просто и точно получить профиль зуба в процессе нарезания;
- б) без нарушения правильности зацепления допускает некоторое изменение межосевого расстояния a_w , которое может возникнуть в результате неточностей изготовления и сборки.

Наибольшее распространение в машинах имеют эвольвентные цилиндрические зубчатые передачи для воспроизведения постоянного передаточного отношения.

Эвольвента окружности: построение и свойства

В общем случае геометрическое место центров кривизны какой-либо кривой называется **эволютой**, а сама кривая по отношению к эволюте называется **развёрткой** или **эвольвентой**.

В частности, **эвольвента окружности** – кривая, центры кривизны которой лежат на окружности (окружность в данном случае является эволютой).

Эта эвольвента может быть получена как траектория точки прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности. В теории зацепления окружность, эвольвентой которой является профиль зуба, называется **основной окружностью**.

На рисунке 15 показано построение эвольвенты основной окружности при перекатывании по ней прямой MN , которую называют производящей прямой.

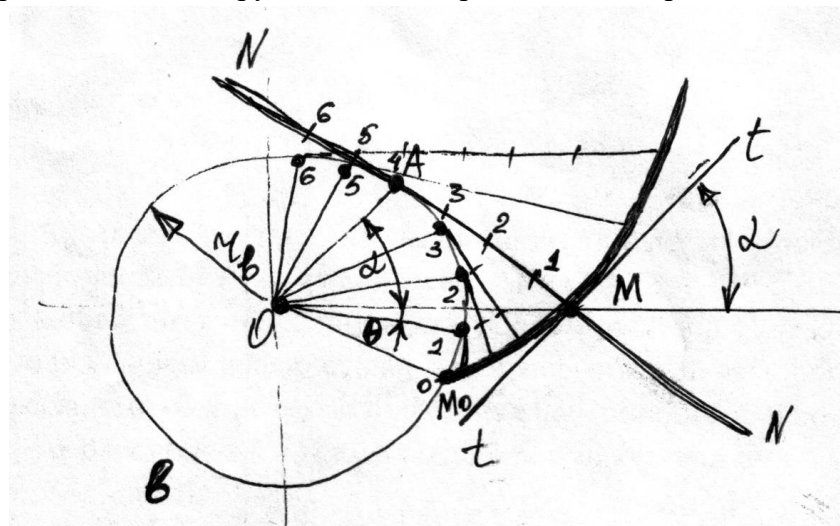


Рис.15. Схема построения эвольвенты

Пусть производящая прямая показана в положении, когда она касается основной окружности в точке A . Необходимо построить эвольвенту, описываемую точкой M .

Построение эвольвенты в этом случае состоит из следующих этапов:

- 1) делим отрезок AM на равные части (например, на четыре части);
- 2) откладываем на основной окружности дуги, длина которых равна соответствующим частям отрезка AM ;
- 3) через полученные точки на окружности проводим касательные к окружности;
- 4) откладываем на касательных отрезки, последовательно уменьшая длину каждого отрезка на одну часть;
- 5) соединяем концы отложенных отрезков плавной линией и получаем начальную часть эвольвенты окружности.

Для продолжения эвольвенты необходимо повторить аналогичные действия с отрезком NA . Только в этом случае длина отрезков, откладываемых на касательных, будет последовательно увеличиваться на одну часть.

Замечание. Эвольвенту можно представить как траекторию точки M конца нити, которая в натянутом положении сматывается с катушки, диаметр которой равен диаметру основной окружности.

Уравнение эвольвенты в параметрической форме получается из условия перекатывания производящей прямой по основной окружности

$$AM_0 = AM.$$

Обозначим α - острый угол между касательной tt к эвольвенте и текущим радиус-вектором эвольвенты OM . В теории эвольвентного зацепления он называется **углом профиля**.

Угол, образованный начальным радиус-вектором эвольвенты OM_0 и её текущим радиус-вектором OM , называется **эвольвентным углом** Θ .

Обозначим r_b как радиус основной окружности. Тогда уравнение эвольвенты примет вид

$$\begin{aligned} r_b(\Theta + \alpha) &= r_b \operatorname{tg} \alpha, \\ \Theta + \alpha &= \operatorname{tg} \alpha, \\ \Theta &= \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \end{aligned} \quad (*)$$

Радиус-вектор эвольвенты R находится из треугольника ΔOAM

$$R = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (**)$$

Выражения (*) и (**) определяют **уравнения эвольвенты в полярных координатах** R и Θ , выраженных через параметр α .

Основные свойства эвольвенты:

- 1) каждая ветвь эвольвенты вполне определяется радиусом основной окружности и положением начала отсчета эвольвентного угла;
- 2) эвольвента не имеет точек внутри основной окружности;
- 3) нормаль к любой точке эвольвенты направлена по касательной к основной окружности;
- 4) центр кривизны лежит в точке касания нормали с основной окружностью.

4. Нарезание зубьев зубчатых передач.

Заготовки зубчатых колёс получают литьём, штамповкой или ковкой в зависимости от материала, формы и размеров. Зубья колёс изготавливают накатыванием, нарезанием, режут литьём.

Режущий инструмент для нарезания зубьев выполняется или как зубчатое колесо с режущими гранями на зубьях (долбяк) или как зубчатая рейка (гребёнка), которую можно рассматривать как предельную форму зубчатого колеса при стремлении зубьев к бесконечности.

4.1 Накатывание зубьев

Применяется в массовом производстве.

Сущность метода. Предварительное формообразование зубьев цилиндрических и конических колёс производится **горячим накатыванием**. Венце стальной заготовки нагревают токами высокой частоты до температуры около 1200°C, а затем обкатывают между колёсами-накатниками. При этом на венце выдавливают зубья.

Для получения колёс более высокой точности производится последующая механическая обработка зубьев или **холодное накатывание – калибровка**. Холодное накатывание зубьев применяется при модуле до 1 мм.

Зубонакатывание – высокопроизводительный метод изготовления колёс, резко сокращающий отход материала (металла) в стружку.

4.2 Нарезание зубьев

1) Метод копирования.

Заключается в прорезании впадин между зубьями модульными фрезами: дисковыми или пальцевыми. После прорезания каждой впадины заготовку проворачивают на шаг зацепления. Профиль впадины представляет собой копию профиля режущих кромок фрезы, отсюда и название – **метод копирования**.

Метод копирования – малопроизводительный и неточный, применяется преимущественно в ремонтном деле.

2) Метод обкатки.

Основан на воспроизведении зацепления зубчатой пары, одним из элементов которой является режущий инструмент – червячная фреза, дисковый долбяк или реечный долбяк (гребёнка).

Червячная фреза имеет в осевом сечении форму инструментальной рейки. При нарезании зубьев заготовка и фреза вращаются вокруг своих осей, обеспечивая непрерывность процесса.

Нарезание зубьев червячными фрезами широко применяется для изготовления цилиндрических колёс с внешним расположением зубьев.

Для нарезания колёс с внутренним расположением зубьев применяют дисковые долбяки.

Гребёнками нарезают прямозубые и косозубые колеса с большим модулем зацепления.

Нарезание зубьев конических колёс методом обкатки производится строганием, фрезерованием инструментом с прямобочным профилем или резцовыми головками.

4.3 Отделка зубьев

Зубья точных зубчатых колёс после нарезания подвергают отделке шевингованием, шлифованием, притиркой или обкаткой.

1) **Шевингование** применяется для тонкой обработки незакалённых колёс. Выполняется инструментом – шевером, имеющим вид зубчатого колеса с узкими канавками на поверх-

ности зубьев. Вращаясь в зацеплении с обкатываемым колесом, шевёр снимает режущими кромками канавок волосообразные стружки с зубьев колеса.

2) **Шлифование** применяется для тонкой обработки закалённых зубьев. Выполняется шлифовальными кругами способом копирования или обкатки.

3) **Притирка** используется для отделки закалённых зубьев колёс. Выполняется притиром – чугуном точно изготовленным колесом с использованием притирочных абразивных паст.

4) **Обкатка** применяется для сглаживания шероховатостей на рабочих поверхностях зубьев незакалённых колёс. В течение 1 – 2 минут зубчатое колесо обкатывается под нагрузкой с эталонным колесом большой твёрдости.

Лекция № 3.3. Параметры и конструкции механических передач. Критерии работоспособности.

План лекции

1. Параметры и конструкции цилиндрических зубчатых передач.
2. Виды разрушения зубьев.
3. Критерии работоспособности и расчёта зубчатых передач.
4. Материалы.
5. Термическая и химико-термическая обработка зубьев.

1. Параметры и конструкции цилиндрических зубчатых передач

Основные элементы и характеристики эвольвентного зацепления

По ГОСТ 16530-70 различают следующие индексы, определяющие отношение параметров эвольвентного зацепления к соответствующим окружностям:

w - к начальной окружности;

b - к основной окружности;

a - к окружности вершин зубьев;

f - к окружности впадин зубьев;

без индекса – к делительной окружности.

Основные характеристики:

$\alpha = 20^\circ$ - угол профиля делительный, равный углу профиля исходного контура. **Исходный контур** – контур зубчатой рейки с трапецевидным профилем зуба. Исходный контур характеризует параметры любого эвольвентного зубчатого венца. Исходный контур имеет линию впадин зубьев f , линию вершин зубьев a , делительную линию d . Зуб включает головку h_a и ножку h_f .

Исходный производящий контур (ИПК) – контур зубьев зубчатой рейки, характеризующий параметры зуборезного инструмента и отличающийся только высотой зубьев на величину радиального зазора $C^* m$.

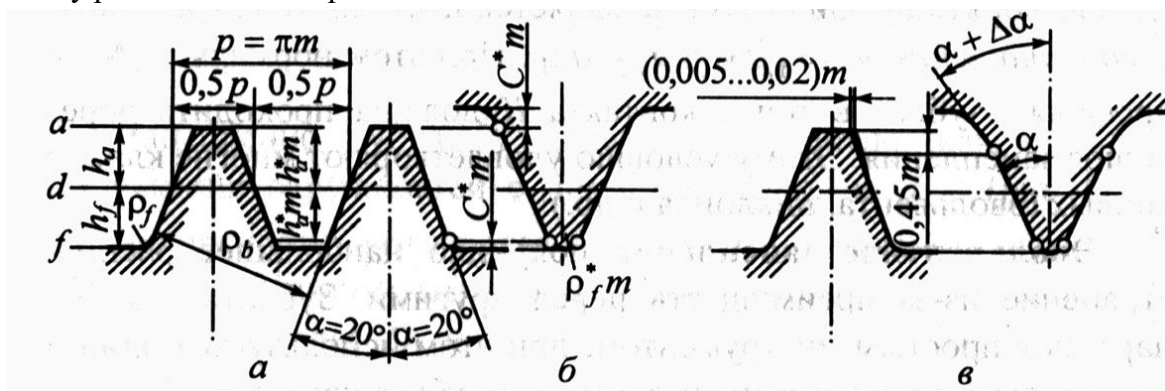
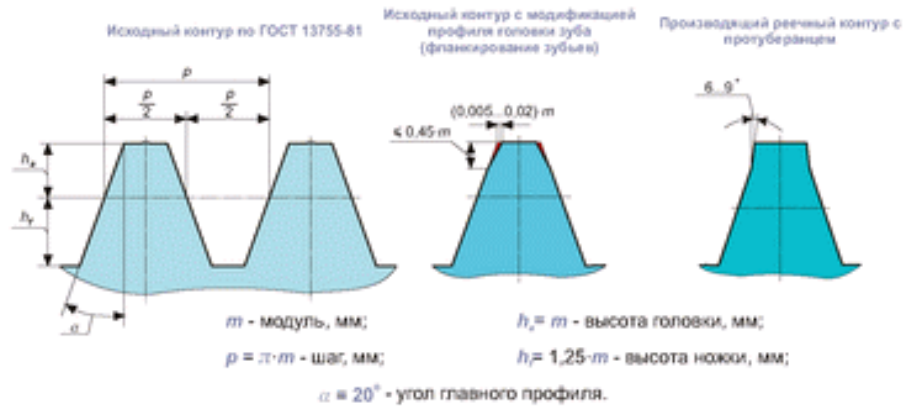


Рис. 16. Исходные контуры (ИК):

- а – ИК колеса; б – исходный производящий контур (ИПК) зуборезного инструмента;
в – ИК и ИПК фланкированного колеса

ИСХОДНЫЙ И ПРОИЗВОДЯЩИЙ КОНТУРЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС



Плакат 0004

α_w - угол зацепления или угол профиля начальный

$$\alpha_w = \frac{(z_1 + z_2)m}{2a_w} \cos \alpha.$$

$$d = \frac{z p}{\pi} = z m \text{ - диаметр делительной окружности.}$$

$d_b = d \cos \alpha$ - диаметр основной окружности, развёрткой которой являются эвольвенты зубьев.

$$d_{w1} = \frac{2a_w}{u+1}, \quad d_{w2} = 2a_w - d_{w1} \text{ - диаметры начальных окружностей.}$$

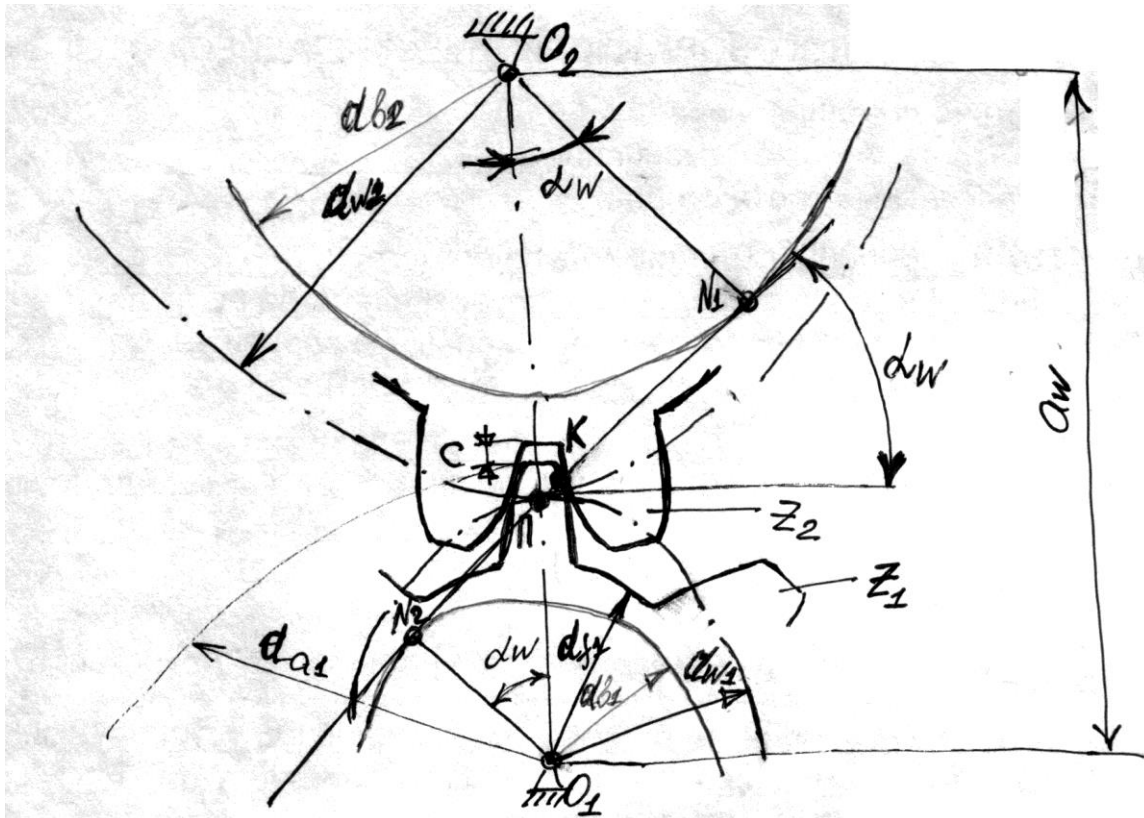


Рис. 17. Схема построения эвольвентного зацепления.

**ГЕОМЕТРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЕРЕДАЧИ
С ИСХОДНЫМ КОНТУРОМ ПО ГОСТ 13755-81 БЕЗ СМЕЩЕНИЯ**



Плакат 0003

1) **Начальные окружности** – окружности, проходящие через полюс зацепления и перекатывающиеся в процессе зацепления одна по другой без скольжения.

При изменении межосевого расстояния a_w меняются и диаметры начальных окружностей шестерни и колеса. Следовательно, у пары зубчатых колес может быть **множество** начальных окружностей. **У отдельно взятого колеса начальной окружности не существует.**

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{d_{w1}}{2} + \frac{d_{w2}}{2} = \frac{d_{w1}}{2} (1 + i).$$

2) **Делительная окружность** – окружность, на которой шаг p и угол зацепления α_w соответственно равны шагу и углу профиля α инструментальной рейки.

Эта окружность принадлежит отдельно взятому колесу.

Делительная окружность – окружность, по которой обкатывается инструмент при нарезании.

При изменении межосевого расстояния диаметр делительной окружности остаётся неизменным.

Делительные окружности совпадают с начальными окружностями, если межосевое расстояние a_w пары зубчатых колёс равно сумме радиусов делительных окружностей, т.е.

$$a_w = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = \frac{d_1}{2} (1 + i).$$

У подавляющего большинства зубчатых передач это так, т.е. $d_1 = d_{w1}$ и $d_2 = d_{w2}$. Исключение – передачи с угловой коррекцией.

3) **Окружной шаг зубьев p по делительной окружности** – расстояние между одноимёнными сторонами двух соседних зубьев, взятое по дуге делительной окружности.

$$p = s_f + e_f,$$

где s_f - толщина зуба по делительной окружности;

e_f - ширина впадины по делительной окружности.

Для пары сцепляющихся колёс окружной шаг должен быть одинаковым.

Основной шаг зубьев p_b по основной окружности

$$p_b = p \cos \alpha_w.$$

Толщина зуба s_t и ширина впадины e_t по дуге делительной окружности нормального колеса теоретически равны. Однако при изготовлении колёс на теоретический размер s_t назначают такое расположение поля допуска, при котором зуб получается тоньше, вследствие чего гарантируется **боковой зазор** j , необходимый для нормального зацепления.

4) Окружной модуль зубьев m

Из определения шага следует, что длина делительной окружности зубчатого колеса

$$\pi d = pz, \text{ где } z - \text{число зубьев. Следовательно, } d = \frac{pz}{\pi}.$$

Для удобства расчётов и измерения зубчатых колёс в качестве основного расчётного параметра принято рациональное число $\frac{p}{\pi}$, которое обозначают буквой m и измеряют в мм.

$$m = \frac{p}{\pi} \Rightarrow d = mz \Rightarrow m = \frac{d}{z}.$$

Модуль зубьев m - часть диаметра делительной окружности, приходящаяся на один зуб.

Модуль – основная характеристика размеров зубьев. Для пары зацепляющихся колёс модуль должен быть одинаковым.

Для обеспечения взаимозаменяемости зубчатых колёс и унификации зуборезного инструмента значения m регламентированы ГОСТ 9563-80 (от 0,05 до 100 мм).

1 ряд	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25
2 ряд	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28

В зубчатых передачах при твёрдости $H \leq 350HB$ $m = (0,01...0,02)a_w$, при твёрдости $H \geq 45HRC$ $m = (0,016...0,0315)a_w$. Модуль в нормальном сечении выбирают стандартным.

5) Высота головки и ножки зуба

Начальная или делительная окружности пересекает зуб по высоте на головку h_a и ножку h_f .

Делительная головка – часть зуба, расположенная между делительной окружностью и окружностью вершин.

Делительная ножка – часть зуба, расположенная между делительной окружностью и окружностью впадин.

Для создания радиального зазора C

$$h_f = h_a + C.$$

Для нормального зацепления $h_a = m$.

б) Коэффициент торцевого перекрытия ϵ_a или ϵ_α

Непрерывность работы зубчатой передачи возможна при условии, когда последующая пара зубьев входит в зацепление до выхода предыдущей, т.е. когда обеспечивается перекрытие работы одной пары зубьев другой. **Чем больше пар зубьев одновременно находится в зацеплении, тем выше плавность передачи.**

За период работы пары зубьев точка их зацепления проходит путь, равный длине активной линии зацепления g_a , а расстояние между профилями соседних зубьев по линии зацепления равно основному шагу p_b . При $g_a > p_b$ обеспечивается необходимое перекрытие работы зубьев.

Активная линия зацепления g_a начинается в точке пересечения линии зацепления с окружностью вершин зубьев колеса и заканчивается в точке пересечения линии зацепления с окружностью вершин зубьев шестерни.

Коэффициент торцевого перекрытия ϵ_a - отношение длины активной линии зацепления к основному шагу

$$\epsilon_a = \frac{g_a}{p_b}$$

или приближённо

$$\epsilon_a = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta,$$

где z_1, z_2 - числа зубьев шестерни и колеса соответственно;

β - угол наклона линии косозубого колеса.

По условию непрерывности зацепления должно быть $\epsilon_a > 1$.

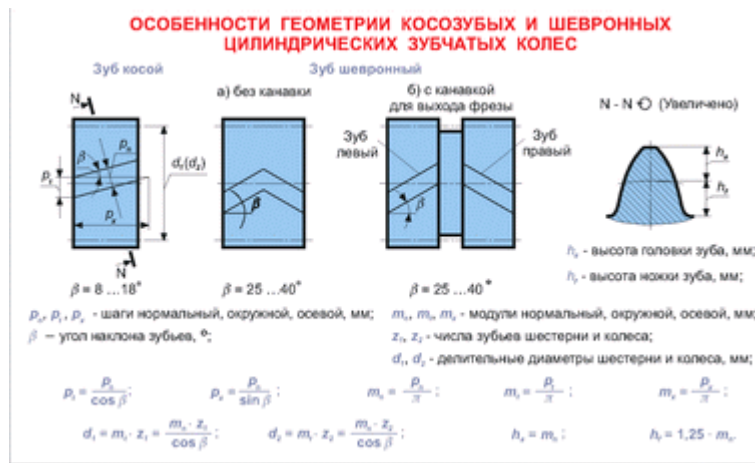
С увеличением z увеличивается ϵ_a .

С увеличением угла β растёт окружной (торцовый) шаг p_{bt} , а длина активной линии зацепления g_a остаётся неизменной. При этом ϵ_a уменьшается. Поэтому уменьшение ϵ_a является одной из причин ограничения угла β .

Особенности геометрии и параметры косозубых цилиндрических передач

У косозубых колёс зубья располагаются не по образующей делительного цилиндра, а составляют с ней делительный угол β . Этот угол является исходным при проектировании передачи, а основной угол наклона β_b определяется в зависимости от β и α

$$\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos 20^\circ).$$



Плакат 004

При нарезании косозубого колеса червячная фреза движется вдоль линии наклона зубьев β .

В торцевой плоскости (сечении $t-t$) параметры изменяются в зависимости от угла β :

- окружной шаг $p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}$;

- окружной модуль $m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$;

- диаметр делительной окружности $d_t = m_t z = \frac{mz}{\cos \beta}$;

- диаметр основной окружности $d_b = d_t \cos \alpha_t$.

В торцевом сечении косозубое колесо, как и прямозубое, имеет эвольвентный зубчатый венец, но с другим модулем (нестандартным) и делительным углом $\alpha_t = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta} \right)$.

В нормальной плоскости (сечении $n-n$) профиль зуба косозубого колеса соответствует профилю эквивалентного прямозубого колеса. Модуль в этом сечении должен быть стандартным. Прочность косого зуба определяют его размеры и форма в нормальном сечении.

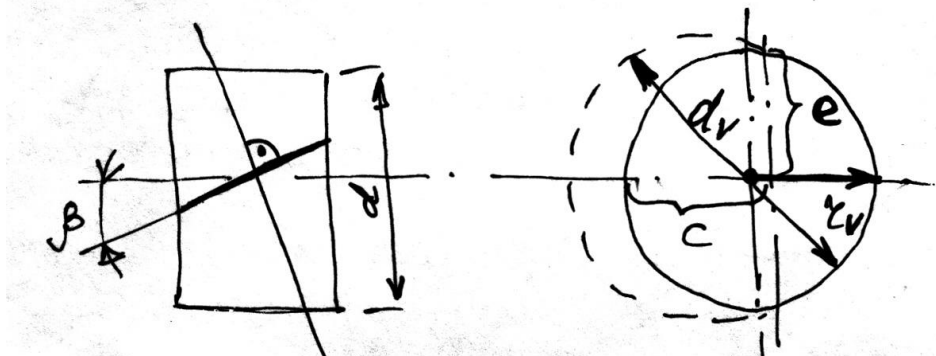


Рис. 18. Эквивалентное прямозубое колесо

Нормальное к зубу сечение образует эллипс с полуосями $c = \frac{d_t}{2}$ и $e = \frac{d_t}{2 \cos \beta}$. Радиус кривизны эллипса $r_v = \frac{e^2}{c} = \frac{d_t}{2 \cos^2 \beta}$.

Диаметр эквивалентного прямозубого колеса $d_v = 2r_v = \frac{d_t}{\cos^2 \beta}$.

Эквивалентное число зубьев $z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{z}{\cos^3 \beta}$.

Увеличение эквивалентного диаметра с увеличением угла β является одной из причин повышения прочности косозубых передач.

Кроме этого, **косозубые передачи** (по сравнению с прямозубыми передачами) **обладают следующими преимуществами:**

- многопарность зацепления;
- уменьшение шума;
- плавность.

Поэтому в современных передачах косозубые колеса получили преимущественное распространение.

Для косозубой передачи также характерен **коэффициент торцевого перекрытия** $\epsilon_\alpha = \frac{g_a}{p_b}$. Но в отличие от прямых зубьев косые зубья входят в зацепление не сразу по всей своей длине, а постепенно. Зацепление распространяется в направлении от точек 1 к точкам 2.

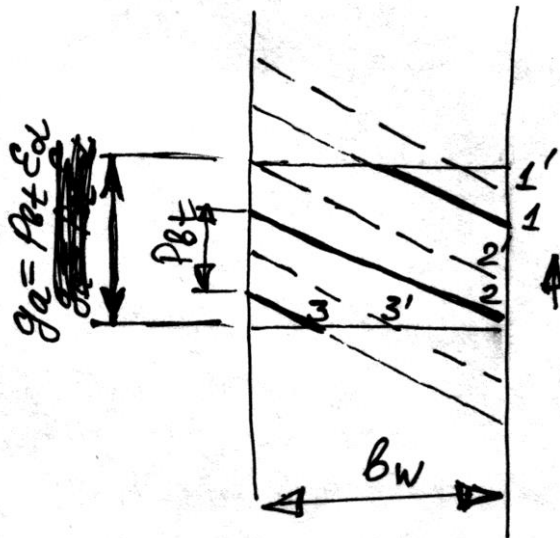


Рис. 19. Принцип работы косозубой передачи.

В рассматриваемый момент времени в зацеплении находятся три пары зубьев 1, 2 и 3. При этом пара 2 зацепляется по всей длине, а пары зубьев 1 и 3 лишь частично.

В следующий момент времени пара 1 вышла из зацепления и находится в положении 1'. Однако в зацеплении остались две пары зубьев 2 и 3.

В отличие от прямозубого зацепления косозубое зацепление не имеет зоны однопарного зацепления.

Так в прямозубом зацеплении нагрузка с двух зубьев на один или с одного зуба на два передаётся мгновенно. Это явление сопровождается ударами и шумом.

В косозубых передачах зубья нагружаются постепенно по мере захода их в поле зацепления. При этом в зацеплении находится всегда **минимум две пары зубьев**.

Такая схема работы косозубого зацепления значительно понижает шум и дополнительные динамические нагрузки.

Отмеченное преимущество косозубого зацепления становится особенно значительным в быстроходных передачах, т.к. динамические нагрузки возрастают пропорционально квадрату скорости.

Для косозубых передач также характерен **коэффициент осевого перекрытия**

$$\epsilon_{\beta} = \frac{b_w \operatorname{tg} \beta_b}{p_{bt}}.$$

Косозубые передачи могут работать без нарушения зацепления даже при коэффициенте торцевого перекрытия $\epsilon_{\alpha} < 1$, если коэффициент торцевого перекрытия $\epsilon_{\beta} > 1$.

В косозубой передаче нагрузка распределяется пропорционально длине контактных линий 1, 2 и 3. Суммарная длина при коэффициенте ϵ_{α} , равном целому числу, определяется

$$l_{\Sigma} = \frac{b_w}{\cos \beta_b} \epsilon_{\alpha}.$$

Если коэффициент ϵ_{α} не равен целому числу, то величина l_{Σ} будет периодически изменяться. Минимальное значение составит

$$l_{\Sigma \min} = K_{\epsilon} \frac{b_w}{\cos \beta_b} \epsilon_{\alpha}.$$

Коэффициент $K_{\epsilon} \approx 0,9 \dots 1,0$ (в среднем $K_{\epsilon} \cong 0,95$).

Во избежание больших осевых сил рекомендуется принимать:

- для косозубых передач $\beta = 8^{\circ} \dots 20^{\circ}$;
- для шевронных передач $\beta = 30^{\circ} \dots 40^{\circ}$.

Конструкция зубчатых колёс и шестерён

1) Вал-шестерня. Шестерни с диаметром впадин d_f , близким к требуемому диаметру вала d_b , изготавливают заодно с валом (рис. а, б).

2) Шестерни и колеса небольшого диаметра ($d_a \leq 200$ мм) выполняют преимущественно в виде дисков со ступицами и без ступиц (рис. в, г).

3) В коробках передач применяют блоки шестерён (рис. з).

Зубчатые колеса и блоки шестерён в зависимости от серийности производства изготавливают штамповкой, ковкой или точением из прутка. Коэффициент использования металла при точении таких шестерён из прутка равен в среднем 1/3, при штамповке в закрытых штампах он в 2 раза выше.

4) Колеса средних диаметров ($d_a \leq 600$ мм) выполняют преимущественно коваными облегчённой конструкции (рис. д, е, ж).

При этом толщину обода h улучшенных колёс выбирают равной $(2...3)m_f$, толщину дисков $C = (0,2...0,3)b$, диаметры ступиц $d_{ст} = (1,6...1,9)d_B$, где b - ширина колеса, d_B - диаметр вала.

Примечание: колеса цельнолитые менее трудоёмки, но уступают по нагрузочной способности колёсам кованным. Их применяют при больших диаметрах и нежестких требованиях к габаритным размерам.

Иногда используют колеса, у которых зубчатый венец соединяют с диском и ступицей болтами.

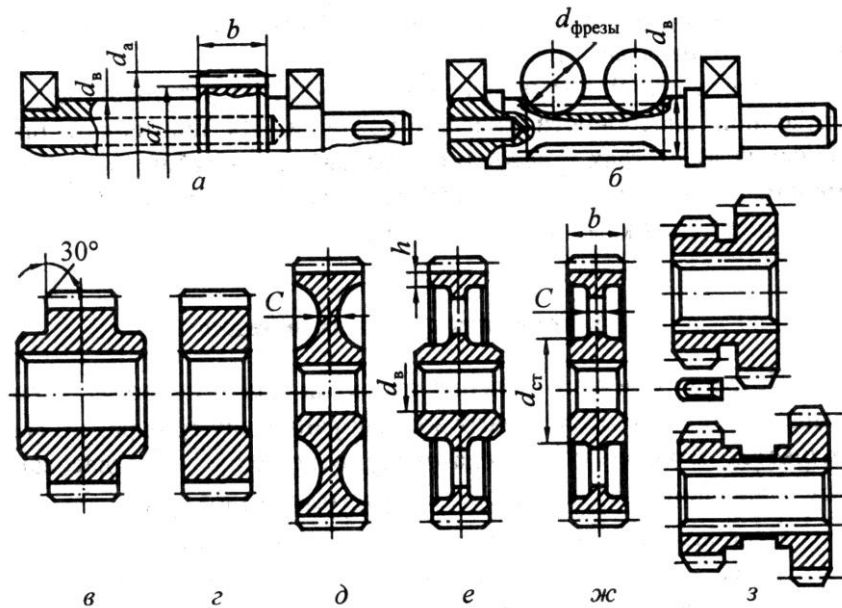
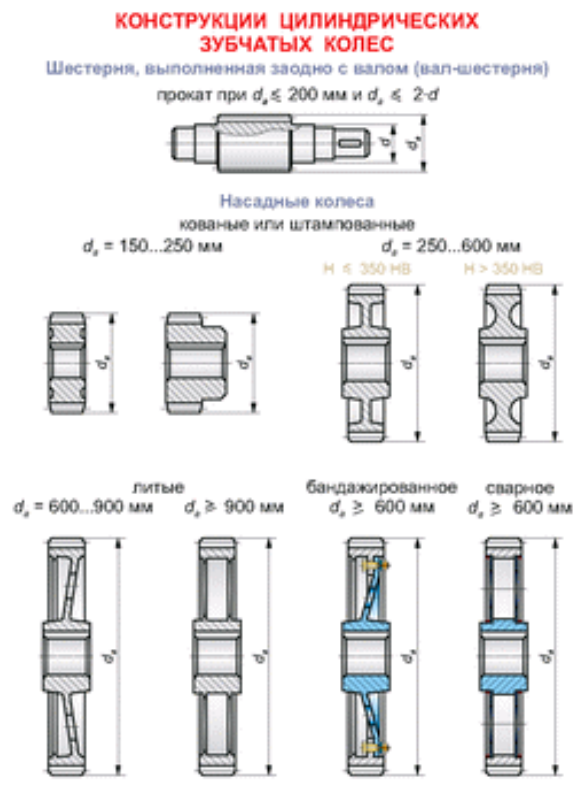


Рис. 20. Конструкции зубчатых колёс и шестерён.



2. Виды разрушения зубьев.

При передаче вращающего момента на контактной линии (линии зацепления) K возникают упругие деформации профилей зубьев, вызывающие контактные напряжения σ_H . У основания зуба от силы F_n возникают напряжения изгиба σ_F . Эти напряжения изменяются во времени по прерывистому отнулевому циклу (рис. 21). За время одного оборота колеса t_1 зуб находится под нагрузкой в течение времени t_2 . Для передач средней быстроходности $t_1 < 0,1$ с, в этом случае $t_2 < 0,002$ с сопоставило со временем процесса удара.

Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения зубьев: поломка, выкрашивание поверхности, износ, заедание.

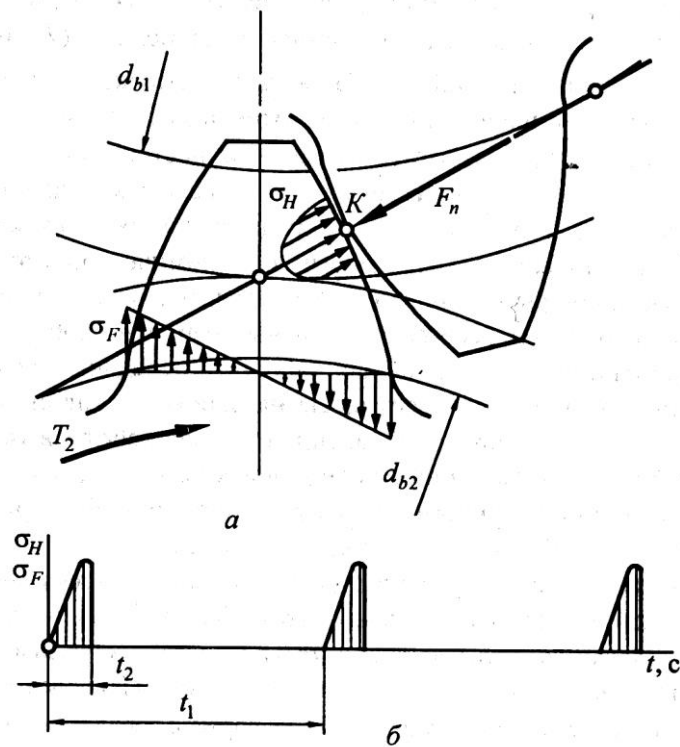


Рис. 21. Напряжения, возникающие в зубьях, и характер их нагружения

1. Поломка зубьев. Наиболее опасный вид разрушения, приводящий к выходу из строя передачи и часто к повреждению других деталей (валов, подшипников).

Вызывается большими перегрузками ударного или статического действия или усталостью материала от многократно повторяющихся нагрузок.

Поломки от перегрузок связаны:

а) с концентрацией нагрузки по длине зубьев из-за погрешностей изготовления или больших упругих деформаций валов;

б) с износом зубьев, приводящим к их ослаблению и к росту динамических нагрузок;

в) с вводом в зацепление на ходу передвигющихся шестерён.

При усталостном разрушении излом имеет вогнутую форму на теле колеса, при разрушении от перегрузки – выпуклую.

Для предотвращения поломок зубья рассчитывают на изгиб.

КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Виды разрушения зубьев	Условия работы
<p>Выкрашивание поверхностных слоёв зубьев</p> 	<p>Закртыые хорошо смазываемые передачи. При циклическом нагружении на поверхности зубьев у полюсной линии разрастаются микротрещины, что приводит к образованию оспинки, переходящих в раковины. Выкрашивание может быть ограниченным или прогрессирующим.</p>
<p>Поломка зубьев</p> 	<p>Высоконагруженные мелкомодульные передачи. Поломка зубьев может носить усталостный характер или являться следствием значительных перегрузок. При циклическом нагружении микротрещины у корня зуба разрастаются, что приводит к излому по сечению у основания зуба прямозубых колёс или по косому сечению - косозубых или шевронных колёс.</p>
<p>Абразивный износ</p> 	<p>Открытые передачи, а также закрытые, работающие при сухой смазке и наличии абразивов.</p>
<p>Заедание</p> 	<p>Высоконагруженные передачи. При высокой удельной нагрузке происходит разрыв масляной плёнки, нагрев и сжатывание сопряженных поверхностей с образованием следов задира в направлении скольжения зубьев.</p>

плакат 0010

2. Усталостное выкрашивание поверхностных слоёв зубьев. Наиболее распространённый вид повреждений зубьев для большинства закрытых хорошо смазываемых или защищённых от загрязнений зубчатых колёс.

Процесс выкрашивания заключается в появлении на рабочих поверхностях небольших углублений, напоминающих оспинки, которые потом растут и превращаются в раковины. Процесс начинается на ножках зубьев вблизи полюсной линии, затем распространяется на всю поверхность ножек. После этого образовавшиеся ямки сливаются, начинается прогрессивное выкрашивание, увеличивается виброактивность, кинематическая погрешность.

У поверхностно-упрочнённых колёс переменные напряжения могут вызвать в подкорковом слое даже отслаивание материала с поверхности.

Для предотвращения выкрашивания зубья рассчитываются на контактную выносливость рабочих поверхностей.

3. Абразивный износ. Является основной причиной выхода из строя открытых передач и некоторых закрытых передач машин, работающих в среде, засорённой абразивами: горных, дорожных, строительных, сельскохозяйственных, транспортных и некоторых других машин.

4. Заедание зубьев. Местное молекулярное сцепление контактирующих поверхностей в условиях разрушения смазочной плёнки, которое происходит вследствие высоких контактных давлений или понижения вязкости масла от нагрева, связанного с большими скоростями скольжения.

Это явление характерно для высоконагруженных и высокоскоростных передач.

Наибольшее сопротивление заеданию оказывают теплостойкие стали ВХЗНВМ2Ф, 20ХЗНВФА, 16ХЗНВФМБ, а также масла с повышенной вязкостью и химически активными добавками.

Расчёты на заедание зубьев сводятся к проверке температуры в местах контакта и в сопоставлении её с температурой вспышки масла.

5. Повреждение торцов зубьев. Один из основных видов повреждения зубчатых колёс, вводимых в зацепление осевым перемещением (в коробках скоростей).

6. Пластинчатые сдвиги (течения материалов). Возникают вблизи полюсной линии под действием больших контактных напряжений и сил трения в тяжелогружённых тихоходных передачах при низкой твёрдости материалов колёс.

3. Критерии работоспособности и расчёта зубчатых передач.

Критерии работоспособности зубчатых передач напрямую связаны с причинами выхода зубчатых передач из строя.

Различают следующие **критерии работоспособности**:

- 1) контактная прочность рабочих поверхностей зубьев;
- 2) прочность зубьев при изгибе.

Расчёты по этим критериям наиболее полно разработаны для стальных, закрытых в корпусе, хорошо смазываемых эвольвентных зубчатых передач (ГОСТ 21354-87).

Согласно стандарту выполняют следующие расчёты.

Расчёт **на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев** включает:

- а) расчёт на выносливость для предотвращения прогрессивного выкрашивания;
- б) расчёт для предотвращения остаточных деформаций или хрупкого разрушения поверхностного слоя при действии кратковременной максимальной нагрузки.

Расчёт **зубьев на прочность при изгибе** включает:

- а) расчёт зубьев на выносливость при изгибе;
- б) расчёт зубьев для предотвращения остаточных деформаций или образования первичных трещин при действии кратковременной максимальной нагрузки.

В этих расчётах должно выполняться **условие прочности**

$$\sigma \leq [\sigma],$$

где σ - расчётное напряжение, зависящее от размеров передачи, величины и характера нагрузки;

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение, зависящее от материала, его химико-термической обработки и технологии изготовления зубчатых колёс.

О том, как определяются допускаемые контактные и изгибные напряжения, было сказано выше, а о том, как находятся расчётные напряжения, речь пойдёт далее.

Расчётная нагрузка

При работе передачи в зубчатом зацеплении возникают дополнительные нагрузки из-за ошибок изготовления деталей и их деформаций или условий эксплуатации («внешняя динамика»).

Расчётная нагрузка при определении прочности зубьев равна произведению **номинальной нагрузки** и коэффициента нагрузки $K > 1$

$$T_p = TK, F_p = FK.$$

Коэффициенты нагрузки – при расчёте контактных напряжений обозначают K_H , при расчёте напряжений изгиба K_F и определяют следующим образом

$$K_H = K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{HV} K_{H\alpha};$$

$$K_F = K_{FA} K_{F\beta} K_{FV} K_{F\alpha},$$

где $K_A(K_{HA}, K_{FA})$ - коэффициенты, учитывающие внешнюю динамическую нагрузку: $K_A = 1$, если динамическая внешняя нагрузка учтена в циклограмме (графике нагрузки); в противном случае её определяют экспериментально для конкретного привода. В приложении ГОСТ 21354-87 даются значения $K_A = 1...2$ в зависимости от равномерности движения двигателя и ведомой машины.

$K_\beta(K_{H\beta}, K_{F\beta})$ - коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий (коэффициенты концентрации нагрузки $K_\beta \approx 1,05...1,2$);

$K_V(K_{HV}, K_{FV})$ - коэффициенты, учитывающие внутреннюю динамическую нагрузку (в зависимости от степени точности передачи и окружной скорости $K_V \approx 1,05...1,5$);

$K_\alpha(K_{H\alpha}, K_{F\alpha})$ - коэффициенты, учитывающие распределение нагрузки между зубьями (в зависимости от степени точности и окружной скорости $K_\alpha \approx 1,02...1,1$).

В некоторых изданиях:

- K_β и K_α используются вместе как K_β ;
- K_V и K_A используются вместе как K_V .

4. Материалы.

При выборе материалов для зубчатых колёс необходимо обеспечить:

- прочность зубьев на изгиб;
- стойкость поверхностных слоёв зубьев;
- сопротивление заеданию.

4.1 Основными материалами являются **термически обрабатываемые стали**. Следует заметить, что допускаемые контактные напряжения, возникающие в зубьях, пропорциональны твёрдости материалов. Это указывает на целесообразность широкого применения для зубчатых колёс сталей, закаливаемых до определённой твёрдости.

Твёрдость материала определяют двумя способами:

- по Бринеллю (по отпечатку вдавливаемого шарика). Этот способ используют при твёрдости материалов, не превышающих 350HB;
- по Роквиллу (вдавливанием алмазного конуса). Этот способ используют при твёрдости материалов, превышающих 350 HB, т.е. более 37 HRC. Приблизённо $HB \approx 10 HRC$.

По этому принципу термически обрабатываемые стали делят на две группы согласно твёрдости поверхности материала.

Первая группа (твёрдость $H \leq 350HB$). Для равномерного износа зубьев и лучшей их прирабатываемости шестерню выполняют с большей твёрдостью, чем колесо в пределах 10...30 HB (редко 70 HB). Термическую обработку (нормализация, улучшение) выполняют до нарезания зубьев. Такие передачи хорошо прирабатываются и не подвержены хрупкому разрушению.

В качестве материалов используют: углеродистые стали 35, 40, 45, 50; низколегированные стали 40Х, 45Х, 40ХН и другие. Материалы первой группы применяются в мало- и средненагруженных передачах в единичном и мелкосерийном производстве.

Вторая группа (твёрдость $H > 350HB$). Термообработку (объёмную и поверхностную закалку, цементацию, азотирование, цианирование) ведут после зубонарезания. При этом зубья коробятся и требуются отделочные операции: шлифование, притирка с абразивными пастами. Шлифование – наилучший способ исправления профилей зубьев, но требует наличия специальных зубошлифовальных станков.

Материалы второй группы применяются в тяжелогружённых передачах в массовом и крупносерийном производстве.

4.2 Стальное литье. Применяют для колёс больших диаметров. Основные материалы – литейные среднеуглеродистые стали 35Л...50Л, а также литейные марганцовистые и низколегированные стали 40ХЛ, 30ХГСЛ, 50Г2 и другие. Литые колеса подвергают преимущественно нормализации.

4.3 Чугуны. Используют для тихоходных, в основном крупногабаритных и открытых передач. Кроме того, из чугуна изготавливают сменные колеса (поочередно работающие). Чугуны относительно хорошо сопротивляются заеданию, поэтому они могут работать при скудной смазке, например в открытых передачах. Применяют чугуны СЧ20...СЧ35, а также высокопрочные магниевые чугуны с шаровидным графитом. Колеса из высокопрочных чугунов должны работать с твёрдыми шестернями.

4.4 Пластмассовые зубчатые колеса. Применяют в слабонагруженных передачах для обеспечения бесшумности, или самосмазываемости, или химической стойкости. Пример: приводы распределительного вала автомобильных двигателей, веретён текстильных машин и приборов.

Наиболее широко используются: текстолит (марки ПТ и ПТК), древеснослоистые пластики (марка ДСП-Г). Наиболее перспективные – капролон, полиформальдегид и фенилон.

Некоторые стали, применяемые для зубчатых колес

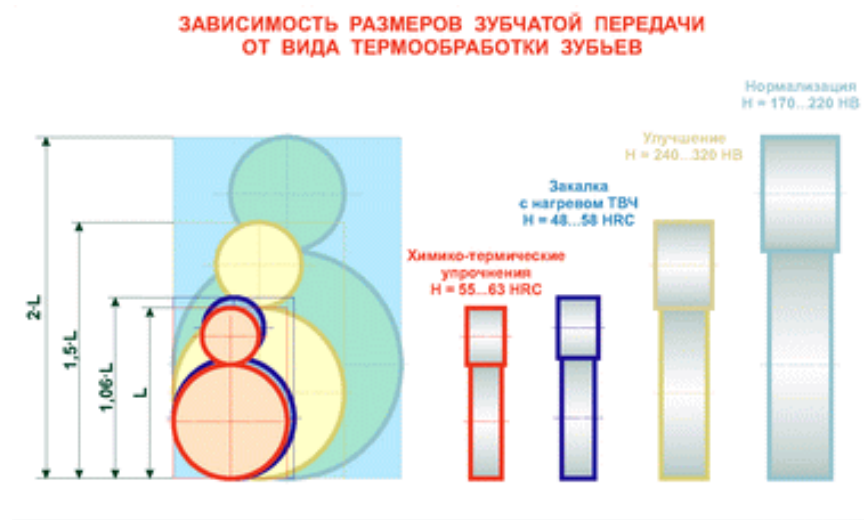
Марка стали	Размеры, мм		HB (сердцевины)	HRC, HRC (поверхности)	σ_b , МПа	σ_T , МПа	Термическая обработка
	D*	S*					
35	любой	любая	163–192	—	550	270	Нормализация
45	любой	любая	179–207	—	600	320	»
45	125	80	235–262	—	780	540	Улучшение
45	80	50	269–302	—	890	650	»
40X	200	125	235–262	—	790	640	»
40X	125	80	269–302	—	900	750	»
40X	125	80	269–302	45–50	900	750	Улучшение+ закалка ТВЧ
35ХМ	315	200	235–262	—	800	670	Улучшение
35ХМ	200	125	269–302	—	920	790	»
35ХМ	200	125	269–302	48–53	920	790	Улучшение+ закалка ТВЧ
40ХН	315	200	235–262	—	800	630	Улучшение
40ХН	200	125	269–302	—	920	750	»
40ХН	200	125	269–302	48–53	920	750	Улучшение+ закалка ТВЧ
20ХНМ	200	125	300–400	56–63	1000	800	Улучшение+ цементация+ закалка
18ХГТ	200	125	300–400	56–63	1000	800	»
12ХНЗА	200	125	300–400	56–63	1000	800	»
25ХГМ	200	125	300–400	56–63	1000	800	»
40ХНМА	125	80	269–302	50–56	980	780	Улучшение+ азотирование
35Л	любой	любая	163–207	—	550	270	Нормализация
45Л	315	200	207–235	—	680	440	Улучшение

* D, S — диаметр шестерни и толщина стенок колеса.

МАТЕРИАЛЫ И ТЕРМООБРАБОТКА ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Марки сталей	Вид термообработки	Область применения
Стали легированные конструкционные 15Х, 20Х, 18ХГТ, 12ХНЗА, 20Х2Н4А, 38ХМЮА и др. по ГОСТ 4543-71	Химико-термическое упрочнение с закалкой до твердости H = 56...63 HRC	Высоконагруженные зубчатые передачи
Стали легированные конструкционные 40Х, 45Х, 40ХН, и др. по ГОСТ 4543-71	Поверхностная закалка с нагревом ТВЧ до твердости H = 50...55 HRC	Средненагруженные зубчатые передачи
	Улучшение до твердости H = 230...280 HB	Зубчатые передачи при отсутствии жестких требований к габаритам
Литейные стали 50Л, 55Л и др. по ГОСТ 977-88	Нормализация до твердости H = 190...220 HB	Крупногабаритные зубчатые передачи

Плакат 0008



Плакат 0009

5. Термическая и химико-термическая обработка зубьев.

Для зубчатых колёс применяют следующие основные виды поверхностного термического и химико-термического упрочнения: поверхностная закалка, цементация и нитроцементация с закалкой, азотирование.

5.1 Поверхностная закалка

В основном применяют с нагревом токами высокой частоты (ТВЧ). В связи с тем, что нагреваются поверхностные слои в течении 20...50 с, деформации при закалке невелики и можно обойтись без последующего шлифования зубьев.

Материалы – стали 40Х, 40ХН, 35 ХМ. Твёрдость поверхности 50...55 HRC.

Для закалки ТВЧ требуется специальный машинный или ламповый генератор. Закалка с нагревом ТВЧ может также применяться для шестерён, работающих с улучшенными колёсами твёрдостью менее 350 HB, для обеспечения равнопрочности и хорошей прирабатываемости.

Поверхностная закалка зубьев повышает износостойкость и сопротивление выкрашиванию, но понижает прочность при изгибе, т.к. создаёт концентратор напряжений у корня зуба. Поэтому для колёс с модулем $m < 6$ мм закалённый слой должен распространяться на часть тела колеса под зубом и впадиной.

5.2 Цементация – поверхностное насыщение углеродом сталей с содержанием углерода менее 0,3 % с последующей закалкой.

При этом обеспечивается большая твёрдость и несущая способность поверхностных слоёв зубьев (порядка 56...63 HRC), а также весьма высокая прочность на изгиб, если цементованный слой не снимается последующим шлифованием.

Материалы – хромистая сталь 20Х, а при ударных нагрузках - хромоникелевые стали 12ХН3А, 20ХНМ, 18Х2Н4МА, 20Х2Н4А, безникелевые стали 18ХГТ, 25 ХГТ, 15ХФ.

Цементация и закалка зубьев после шевингования повышают прочность зубьев на изгиб до 3 раз.

Толщина цементованного слоя примерно 0,3 модуля. Процесс цементации на глубину 1 мм занимает около 3 ч.

5.3 Азотирование – насыщение азотом, обеспечивающее особо высокую твёрдость (порядка 58...65 *HRC*) и износостойкость поверхностных слоёв. Азотируют готовые детали без последующей закалки.

Материалы – молибденовая сталь 38Х2МЮА, безалюминиевые стали 40ХФА, 40 ХНА, 40Х.

Азотирование – длительный процесс, требующий до 20...60 ч при толщине слоя 0,25...0,6 мм.

Недостатком азотированных колёс является малая толщина упрочнённого слоя, равная 0,2...0,5 мм, не позволяющая применять их при ударных нагрузках и при работе с интенсивным изнашиванием (при загрязнённой смазке, попадании абразива).

5.4 Нитроцементация – насыщение поверхностных слоёв углеродом и азотом в газовой среде с последующей закалкой.

Обеспечивается высокая прочность, износостойкость и сопротивление заеданию.

Обладает достаточно высокой скоростью протекания процесса - порядка 0,1 мм/ч и выше. В связи с малыми толщиной слоя и деформациями позволяет во многих случаях обойтись без последующего шлифования.

5.5 Лазерная закалка.

Обеспечивает высокую твёрдость (до 64 *HRC*), не требует легированных сталей, не вызывает коробления. Но процесс это медленный и используется для местного упрочнения в виде тонкой полосы вдоль зуба, где ожидается выкрашивание или заедание зубьев.

Лекция № 3.4. Валы и оси. Подшипники.

План лекции

1. Валы и оси. Классификация.
2. Материалы валов и осей.
3. Типовой расчёт вала на усталостную прочность, жёсткость и виброустойчивость.
4. Подшипники скольжения.
5. Подшипники качения.

1. Валы и оси.

Валы - это детали, служащие для передачи вращающего момента вдоль своей оси, а также для удержания расположенных на них других деталей (колёса, шкивы, звёздочки и другие вращающиеся детали машин) и восприятия действующих на эти детали сил.

При работе вал испытывает действие напряжений изгиба и кручения, а в некоторых случаях дополнительного растяжения или сжатия.

Оси - это детали, которые только удерживают установленные на них детали и воспринимают действующие на эти детали силы.

Ось не передаёт полезного крутящего момента, а, следовательно, не испытывает кручения.

Оси могут быть неподвижными или могут вращаться вместе с насаженными на них деталями.

Классификация валов и осей.

1) по назначению различают:

- **валы передач** (рис. 1, 2), на которых устанавливают колёса, шкивы, звёздочки, муфты, подшипники и другие детали передач;

- **коренные валы** (рис. 3), на которых устанавливают не только детали передач, но и рабочие органы машины (шатуны, диски турбин и др.).



Рис. 1. Трансмиссионный вал



Рис. 2. Вал передачи.



Рис. 3. Шпиндель станка.

2) по форме поперечного сечения изготавливают:

- **сплошные валы**;

- **полые валы** (обеспечивают уменьшение веса или размещение внутри другой детали).

В крупносерийном производстве применяют полые сварные валы из намотанной ленты.

3) по форме геометрической оси выпускают:

- **прямые валы**:

а) **постоянного диаметра** (рис. 4) - такие валы менее трудоёмки в изготовлении и создают меньшую концентрацию напряжений;

б) **ступенчатые валы** (рис. 5) - ступенчатая форма удобна для изготовления и сборки, уступы могут воспринимать большие осевые силы;

в) **с фланцами** (длинные валы являются составными, соединёнными фланцами);

г) **с нарезанными шестернями** (вал-шестерня);

- **коленчатые валы** (рис. 6) в кривошипно-шатунных передачах служат для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное или наоборот;

- **гибкие валы** (рис. 7), представляющие собой многозаходные виты из проволок пружины кручения, применяют для передачи момента между узлами машин, меняющими своё относительное положение в работе (переносной инструмент, тахометр, зубоорудия бор-машины и т.п.).



Рис. 4. Прямой вал постоянного диаметра.

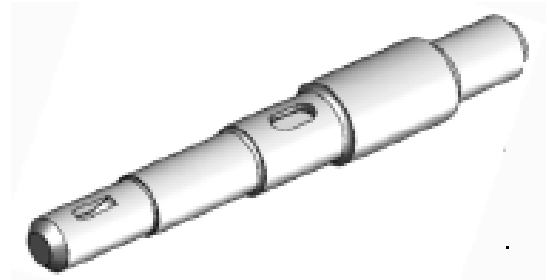


Рис. 5. Ступенчатый прямой вал.

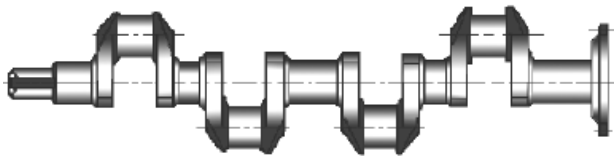


Рис. 6. Коленчатый вал.

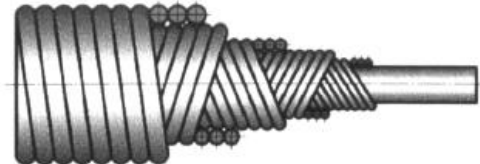


Рис. 7. Гибкий вал.

4) по внешнему очертанию поперечного сечения:

- гладкие;
- шпоночные;
- шлицевые;
- профильные;
- эксцентриковые.

5) по относительной скорости вращения и по расположению в узле:

- быстроходные и входные (ведущие);
- среднескоростные и промежуточные;
- тихоходные и выходные (ведомые).