

Федеральное агенство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Владимирский государственный университет  
Кафедра полимерных материалов

**Н.Н. Барабанов, В.Т. Земскова, Ю.Т. Панов**

**Математическое моделирование основных  
процессов переработки пластмасс.**

(учебное пособие)

Владимир – 2007 г.

УДК 678.02/05:51.075.8

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Владимирского государственного университета

**Барабанов Н.Н., Земскова В.Т., Панов Ю.Т.**

Математическое моделирование процессов переработки пластмасс:  
Учеб. Пособие/ Владим. гос. ун-т. Владимир, 2007

Учебное пособие написано в соответствии с учебной программой курса «Математическое моделирование процессов переработки пластмасс». Освещены вопросы составления детерминированных математических описаний основных процессов переработки пластмасс. Теоретическая часть по каждому рассматриваемому вопросу сопровождается примерами расчета с использованием предложенных программ расчета на ЭВМ, приведенных в приложении.

Приведенный в пособии материал может быть использован при освоении теоретического курса данной дисциплины, в лабораторном практикуме, в курсовом и дипломном проектировании.

Предназначено для студентов специальности 250600 «Технология переработки пластмасс и эластомеров».

Ил. Табл. Библиогр.: 3 назв.

УДК 678.02/05:51.075.8

© Владимирский государственный  
университет, 2007

## ВВЕДЕНИЕ

Современный технический прогресс в химической и смежных отраслях промышленности связан с созданием новых высокоинтенсивных технологических процессов, реконструкцией действующих предприятий с целью оптимизации технологических процессов. В этих условиях меняется характер деятельности инженера химика-технолога. Он должен быть знаком с возможностями вычислительной техники и методами ее использования в химической промышленности и научных исследованиях.

Использование вычислительной техники в химической промышленности определяется следующими основными требованиями:

1. Быстро создавать промышленное производство новых материалов.
2. Усовершенствовать и интенсифицировать действующее производство.
3. Необходимо внедрять автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУТП).

Важная роль при решении этих задач отводится математическому моделированию химико-технологических процессов.

Изучение теоретических основ процессов, протекающих в объектах моделирования проводится на основе блочного метода, согласно которому составлению математического описания предшествует анализ и выявление закономерностей отдельных элементарных процессов (стадий), происходящих в объектах, которые называются блоками. В химической технологии в качестве таких элементарных блоков обычно рассматриваются следующие: движение потоков фаз (гидродинамический блок), химические превращения (реакторный блок), массо-теплообменные процессы, массо-и теплопередача между потоками фаз, изменение агрегатного состояния.

Далее необходимо установить вид и характер связей между отдельными составными блоками сложной системы. После этого приступают к составлению математических описаний отдельных стадий, представляющие собой блоки математической модели. Отдельные блоки объединяют в общую модель в соответствии со структурой объекта, отражающей взаимосвязь блоков.

Полученную таким образом математическую модель проверяют на адекватность. Если модель, в рамках принятых допущений достаточно точно описывает поведение объекта, ее можно использовать для исследования объекта. В противном случае изменяется структура модели.

При составлении математического описания элементарных стадий используются два основных закона: закон сохранения вещества и закон сохранения энергии, составленные в дифференциальной форме. Схематично они изображаются следующим образом:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Скорость нако-} \\ \text{пления веще-} \\ \text{ства (энергии)} \\ \text{в объеме} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \text{Приход веще-} \\ \text{ства (энергии)} \\ \text{с конвектив-} \\ \text{ным потоком} \end{array}} - \boxed{\begin{array}{l} \text{Уход веще-} \\ \text{ства (энергии)} \\ \text{с конвектив-} \\ \text{ным потоком} \end{array}} \pm \boxed{\begin{array}{l} \text{Приход «+» (уход} \\ \text{«-»)} \text{ вещества} \\ \text{(энергии) из} \\ \text{объема за счет фи-} \\ \text{зико-химич. превр} \end{array}}$$

Структура математического описания объекта исследования определяется видом типовой гидродинамической модели. К этим моделям относятся: модели, описывающие два крайних гидродинамических режима – режим идеального смешения и режим идеального вытеснения; промежуточные гидродинамические режимы – ячеечная модель, однопараметрическая диффузионная модель, модель аппарата с застойными зонами и различные комбинированные модели.

Перечисленные выше гидродинамические модели используются также и для описания тепловых процессов химической технологии.

## ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ЗАЗОРЕ ВАЛКОВ КАЛАНДРА.

Для анализа процесса течения полимера в зазоре между валками примем следующие допущения:

- 1) перерабатываемый материал несжимаем;
- 2) размеры и окружные скорости валков одинаковы (коэффициент трения равен 1);

- 3) величина зазора значительно меньше радиуса валков;
  - 4) тепловыделением в процессе каландрования пренебрегаем.
- Схема процесса каландрования представлена на рис.1.

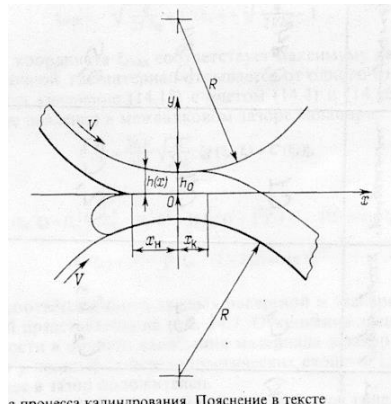


Рис.1. Схема процесса каландрования

Расплав полимера, находящийся у входа в зазор, прилипает к вращающейся поверхности валков и увлекается ими в зазор. Поперечное сечение межвалкового зазора (по координате  $x$ ) переменное и может быть описано следующей зависимостью:

$$h(x) = h_0 + R - R\sqrt{1 - (x/R)^2} \quad , \quad (1)$$

где  $R$  – радиус валка, м;  $h_0$  – межвалковый зазор, м;  $x$  – текущее значение поперечной координаты.

Для исследования распределения скоростей и давления в зазоре воспользуемся дифференциальным уравнением движения вязкой несжимаемой жидкости:

$$\frac{dP}{dx} = \eta \frac{d^2 v}{dy^2} \quad , \quad (2)$$

где  $P$  – давление в материале, Мпа;  $\vartheta$  – скорость движения материала в слоях, м/с;  $\eta$  – эффективная вязкость расплава, Па·с;  $x, y$  – координаты.

Из условия прилипания материала к поверхности валков скорость движения материала в слое, прилегающего к поверхности валка, равна скорости движения поверхности валков  $V$  (м/с). На основании этого граничные условия по координате  $y$ , будут иметь вид:

$$\vartheta \Big|_{y=\pm h} = V. \quad (3)$$

Давление в материале у входа в зазор (координата  $x_H$ ) и на выходе из зазора (координата  $x_K$ ) равно атмосферному, т.е. граничные условия по координате  $x$  будут иметь вид:

$$P \text{ при } x = x_H \text{ равно } 0 \quad \text{и} \quad P \text{ при } x = x_K \text{ равно } 0 \quad (4)$$

Симметричность процесса по координате  $y$  учитывает условие:

$$\frac{d\vartheta}{dy} \text{ при } y = 0 \text{ равно } 0. \quad (5)$$

Запишем уравнение (2) в виде:

$$\frac{d^2\vartheta}{dy^2} = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dx} \quad (6)$$

и проинтегрируем его по  $y$ :

$$\frac{d\vartheta}{dy} = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dx} y + C_1. \quad (7)$$

Постоянную интегрирования  $C_1$  найдем, воспользовавшись условием симметричности (5), из которого следует, что  $C_1 = 0$ .

Дальнейшее интегрирование приводит уравнение (7) к следующему виду:

$$\vartheta = \frac{y^2}{2\eta} \frac{dP}{dx} + C_2. \quad (8)$$

Принимая во внимание граничные условия (3) найдем постоянную интегрирования  $C_2$ :

$$C_2 = V - \frac{h^2}{2\eta} \frac{dP}{dx} \quad (9)$$

Подставляя выражение (9) в уравнение (8), окончательно получим уравнение, описывающее распределение скорости потока расплава материала в поперчном сечении зазора:

$$\mathfrak{G} = V - \frac{y^2 - h^2}{2\eta} \frac{dP}{dx} . \quad (10)$$

Уравнение (10) позволяет найти изменение градиента давления  $dP/dx$  и давление  $P$  в межвалковом зазоре. Для решения уравнения (10) введем безразмерную координату  $\xi$ :

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2Rh_o}} \quad (11)$$

Учитывая, что толщина зазора мала, разложим в уравнении (1) квадратный корень в степенной ряд и ограничимся двумя его членами:

$$h \approx h_o + 0,5 \frac{x^2}{R} . \quad (12)$$

Перейдя к безразмерной координате  $\xi$ , используя выражение (11), ( $\xi^2 = \frac{x^2}{2Rh_o}$ ,  $x^2 = \xi^2 2Rh_o$ ) и подставив ее в уравнение (12), получим, что геометрия канала описывается зависимостью

$$h = h_o + 0,5 \frac{\xi^2 2Rh_o}{R} = h_o (1 + \xi^2) . \quad (13)$$

Поток материала  $q$ , проходящий через единицу ширины зазора может быть найден по уравнению:

$$q = \int_{-h}^{+h} \mathfrak{G} dy . \quad (14)$$

Подставим (10) в (14) и с учетом (13), получим:

$$q = \int_{-h}^{+h} \left( V - \frac{y^2 - h_o^2 (1 + \xi^2)^2}{2\eta \sqrt{2Rh_o}} \frac{dP}{d\xi} \right) dy . \quad (15)$$

Интегрируя выражение (15) получим

$$\frac{dP}{d\xi} = \sqrt{\frac{2R}{h_o}} \cdot \frac{3\eta V}{h_o} \cdot \frac{(1 + \xi^2 - q/(2Vh_o))}{(1 + \xi^2)^3} . \quad (16)$$

Условие экстремума давления ( $dP/d\xi = 0$ ) будет выполняться при двух значениях координат  $\xi$ , которые найдем из решения уравнения:

$$\sqrt{\frac{2R}{h_o}} \cdot \frac{3\eta V}{h_o} \cdot \frac{(1 + \xi^2 - q/(2Vh_o))}{(1 + \xi^2)^3} = 0, \quad (17)$$

из которого следует, что выполнение условия (17) возможно при

$$(1 + \xi^2 - q/(2Vh_o)) = 0.$$

Отсюда получим, что

$$\xi_{\max} = \xi_1 = -\sqrt{\frac{q}{2Vh_o} - 1}; \quad \xi_K = \xi_2 = +\sqrt{\frac{q}{2Vh_o} - 1}. \quad (18)$$

При этом координата  $\xi_{\max}$  соответствует максимальному давлению  $P = P_{\max}$ , а  $\xi_K$  совпадает с точкой, где материал отрывается от одного из валков.

Интегрируя уравнение (16) с учетом (4) и (18), получим зависимость распределения давления в межвалковом зазоре каландра:

$$P(\xi) = \frac{3\eta V}{4h_o} [g(\xi_K, \xi) + C(\xi_K)], \quad (19)$$

где  $g(\xi_K, \xi) = \xi(\xi^2 - 5\xi_K^2 - 3\xi_K^2\xi^2 - 1)/(1 + \xi^2)^2 + (1 - 3\xi_K^2) \arctg \xi$ ;

$$C(\xi_K) = \frac{1 + 3\xi_K^2}{1 + \xi_K^2} \xi_K - (1 - 3\xi_K^2) \arctg \xi_K.$$

Распределение скоростей движения материала и давления в межвалковом зазоре каландра приведены на рис. 2.

Программа и пример расчета распределения давления и скоростей в межвалковом зазоре каландра приведены в приложении 1.

На эпюре скоростей потока материала в зазоре (рис.2.) видно появление в соответствии с уравнением (10) зоны истечения, направленной в сторону, противоположную направлению вращения валков. При этом возникает зона циркуляции или как ее называют зона вращающегося запаса (рис.3.).

Несмотря на то, что линии тока в зоне циркуляции замкнуты, материал в ней постоянно обновляется. Циркуляция позволяет гомогенизировать материал и обеспечить его равномерный прогрев.

Наличие зоны вращающегося запаса обеспечивает увеличение ширины полотна при прохождении его через зазор. На основании выведенных выше уравнений возможен расчет энергетических



характеристик каландра, определение распорных усилий и является важной информацией для проектирования оборудования.

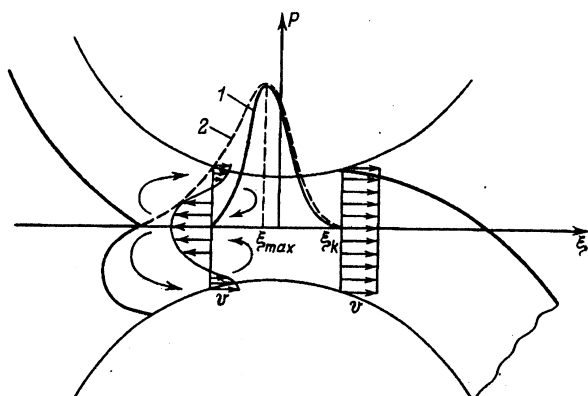


Рис.2. Распределение скоростей движения материала(2) и давления(1) в межвалковом зазоре каландра.

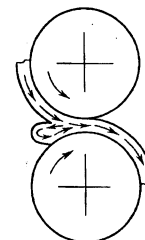


Рис. 3. Возникновение зоны вращающегося запаса

### Контрольные вопросы

1. Какие допущения принимаются при анализе процесса течения полимера в межвалковом зазоре?
2. Что такое коэффициент трения и на какие гидродинамические характеристики вальцевания он влияет?
3. Что такое зона вращающегося запаса?
4. Что понимается под ньютоновским и неньютоновским течением полимеров?
5. Что такое точка отрыва?

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА КАЛАНДРА ПРИ ОБОГРЕВЕ ЕГО ПАРОМ (пусковой режим)

При составлении математического описания используется блочный метод математического моделирования. Блок – схема математического описания теплового режима вала приведена на рис. 4.

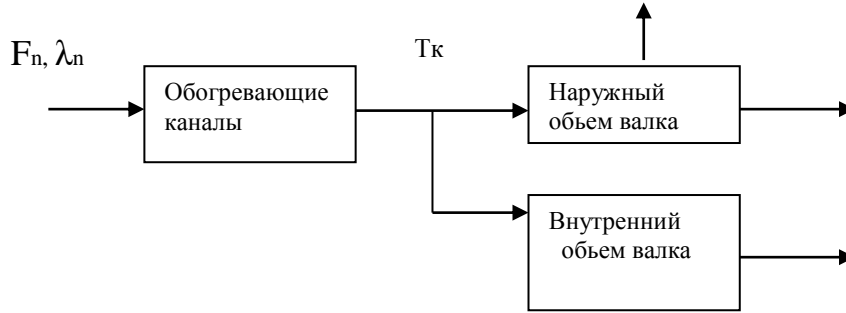


Рис. 4. Блок – схема математического описания теплового режима валка

Запишем уравнения теплового баланса в дифференциальной форме

1. Для обогревающих каналов:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} (nV_K \rho c T_K) = F_{\Pi} \lambda_{\Pi} - \alpha_1 \frac{nS_K}{2} (T_K - T_{\text{В}}^{\text{ВН}}) - \\ - \alpha_1 \frac{nS_K}{2} (T_K - T_{\text{В}}^{\text{Нар}}) - F_K \rho c T_K, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\alpha_1 = \left( 3400 + 100 \vartheta_3 \sqrt{\frac{1,21}{L}} \right) 1,163$ , Вт/(м<sup>2</sup> · К) – коэффициент теплоотдачи от конденсата к внутренней поверхности каналов;  $\vartheta_{\Pi} \approx 150 \dots 200$  м/с – скорость подачи пара;  $\rho = 887$  кг/м<sup>3</sup>,  $c \approx 4,44$  кДж/(кг·К).

2. Для наружной массы валка:

$$\frac{d}{d\tau} (M_1 c_p T_{\text{В}}^{\text{Нар}}) = \alpha_1 \frac{nS_K}{2} (T_K - T_{\text{В}}^{\text{Нар}}) - \alpha_2 S_{\text{В}}^{\text{Нар}} (T_{\text{В}}^{\text{Нар}} - T_{\text{окр}}), \quad (21)$$

$$\text{где } \alpha_2 = \left\{ K_1 \sqrt[4]{T_{\text{В}}^{\text{Нар}} - T_{\text{окр}}} + \frac{C}{T_{\text{В}}^{\text{Нар}} - T_{\text{окр}}} \left[ \frac{T_{\text{В}}^4}{100^4} - \frac{T_{\text{окр}}^4}{100^4} \right] \right\} \cdot 1,163,$$

Вт/(м·К) – коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности валка в окружающую среду,  $K_1 = 2,2$  для вертикальной стенки,  $2,8$  для горизонтальной вверх и  $1,8$  для горизонтальной вниз (для валка  $K_1 = (2,2+2,8+1,8)/3=2,26$ );  $C$  – коэффициент лучеиспускания поверхности валка =  $0,96$ .

3. Для внутренней массы валка:

$$\frac{d}{d\tau}(M_2 c_p T_B^{BH}) = \alpha_1 \frac{n S_K}{2} (T_K - T_B^{BH}) \quad (22)$$

преобразуем уравнения (20), (21), (22):

$$\begin{aligned} \frac{dT_K}{d\tau} = & \frac{\lambda_{II}}{n V_K \rho_K c_K} F_{II} - \frac{\alpha_1 S_K}{V_K \rho_K c_K} (T_K - T_B^{BH}) - \\ & - \frac{\alpha_1 S_K}{V_K \rho_K c_K} (T_K - T_B^{нар}) - \frac{F_K}{n V_K} T_K, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{dT_B^{нар}}{d\tau} = \frac{\alpha_1 n S_K}{2 M_1 c_p} (T_K - T_B^{нар}) - \frac{\alpha_2 S_B^{нар}}{M_1 c_p} (T_B^{нар} - T_{окр}), \quad (24)$$

$$\frac{dT_B^{BH}}{d\tau} = \frac{\alpha_1 n S_K}{2 M_2 c_p} (T_K - T_B^{BH}). \quad (25)$$

Таким образом, получили систему трех дифференциальных уравнений, описывающих процесс нагрева валка каландра. *Matlab*-программа в виде *m*-файла для расчета времени нагрева в пусковом режиме и необходимого расхода пара приведена в приложении 2.

На рис. 5 представлен пример расчета процесса разогрева валка каландра в пусковом режиме работы.

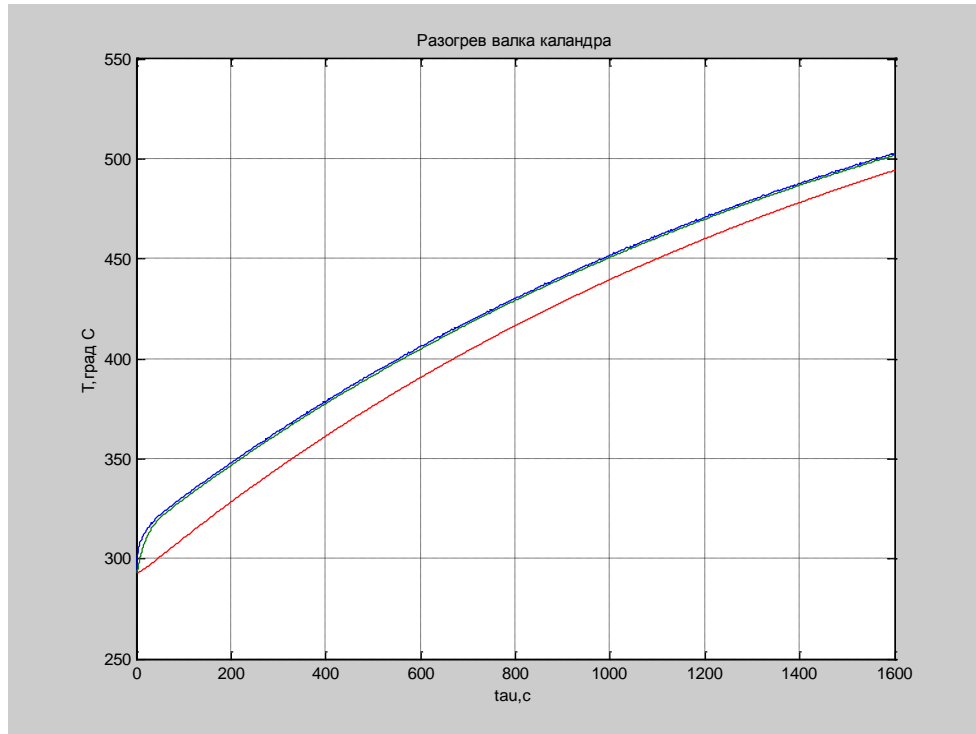


Рис. 5. Процесс разогрева валка каландра в пусковом режиме работы.

## Контрольные вопросы

1. Какой метод математического моделирования используется при составлении математического описания? Суть этого метода.
2. При каких допущениях справедливо полученное математическое описание?
3. Какой вид передачи тепла используется при составлении математического описания?

## ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ЭКСТРУДЕРЕ, РАСЧЕТ РАБОЧЕЙ ТОЧКИ ЭКСТРУДЕРА

Технологический процесс экструзии складывается из последовательного перемещения материала вращающимся шнеком в его зонах. На рис. 6 представлена упрощенная схема экструдера: I зона – зона питания, II зона – зона пластикации, III зона – зона дозирования, Затем продвижение расплава полимера идет в каналах дозирующей головки.

Деление шнека на зоны I...III осуществляется по технологическому принципу и указывает на то, какую операцию в основном выполняет данный участок шнека. Деление шнека на зоны условно, поскольку в зависимости от природы перерабатываемого материала, температурно-скоростного режима процесса, начало и окончание определенных операций могут смещаться вдоль шнека, захватывая различные зоны или переходя из одного участка в другой.

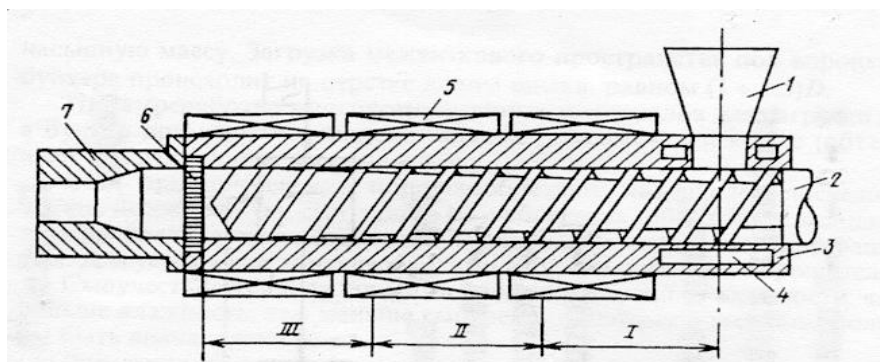


Рис. 6. Схема экструдера

- 1 – загрузочная воронка; 2 – шнек; 3 – корпус цилиндра; 4 – охлаждающий канал; 5 – электронагреватели; 6 – фильтр; 7 – головка.

Цилиндр также имеет определенные длины зон обогрева. Длина этих зон определяется термограммой переработки данного полимера и, в соответствии с этим, расположением нагревателей на поверхности цилиндра. Границы зон шнека и цилиндра могут не совпадать.

Рассмотрим поведение материала последовательно на каждом этапе экструзии. Загрузка сырья осуществляется путем подачи его в межвитковое пространство под воронкой бункера.

При уплотнении материала в межвитковом пространстве шнека вытесненный воздух выходит обратно через бункер. Если удаление воздуха будет неполным, то он остается в расплаве и после формования изделия в них могут образовываться воздушные полости. Это приводит к браку.

Изменение уровня заполнения бункера также влияет на полноту заполнения шнека. Поэтому в бункере предусматривается автоматическая система регулирования уровня, которая поддерживает его на заданном значении. Подача материала в бункер экструдера осуществляется с помощью пневмотранспорта.

При длительной работе экструдера возможен перегрев цилиндра под воронкой бункера и самого бункера. В этом случае загружаемый материал может слипаться, что приведет к прекращению подачи его в шнек. Для предотвращения перегрева в этой части цилиндра в нем делают полости, для подачи в них охлаждающей воды (см. рис. 6).

Поступающий из бункера материал в зону питания I заполняет пространство шнека и уплотняется. Уплотнение сыпучего материала и его сжатие в этой зоне происходит, как правило, за счет уменьшения нарезки шнека  $h$ . Перемещение материала осуществляется вследствие разности значений силы трения полимера о внутреннюю поверхность корпуса цилиндра и о поверхность шнека. Поскольку поверхность контакта полимера с поверхностью шнека больше, чем с поверхностью цилиндра, необходимо уменьшить коэффициент трения полимера о шнек, так как в противном случае материал перестанет продвигаться вдоль оси шнека, а начнет вращаться вместе со шнеком. Это достигается повышением температуры стенки цилиндра (нагревом ее) и понижением температуры шнека (охлаждение водой в зоне I). При оптимальной температуре полимер спрессован, уплотнен и образует в многовитковом пространстве шнека твердую пробку. Лучше всего, если такая скользящая пробка

сохраняется вплоть до границы зоны I и II. Свойство пробки во многом определяет производительность.

Расплав продавливается в формующую оснастку под давлением  $P = 5...35$  МПа, принимает определенный профиль и выходит из головки под очень небольшим избыточным давлением. Чем больше отношение длины шнека ( $L$ ) к его диаметру ( $D$ ), пульсация расплава меньше, изделия получаются с лучшими свойствами. В зависимости от этого отношения экструдеры делят на короткошнековые ( $L/D=12...18$ ), длинношнековые ( $L/D>30$ ). Наиболее распространенными являются экструдеры с отношением  $L/D = 20...25$ .

Количество расплава, выходящего из головки  $Q_{\text{ГОЛ}}$  выражается:

$$Q_{\text{ГОЛ}} = K \frac{\Delta P}{\eta}, \quad (26)$$

где  $\Delta P = P - P_{\text{ВЫХ}}$  – перепад давления в головке ( $P$  – давление на входе в головку – конец зоны III;  $P_{\text{ВЫХ}}$  – давление на выходе из головки);  $\eta$  – вязкость расплава в головке;  $K$  – постоянная, характеризующая сопротивление течению расплава в кольцах и формующей части головки.

Длина зоны дозирования ( $L_{\text{ДОЗ}}$ ) обычно выбирается из отношения:  $L_{\text{ДОЗ}} = 5D$ .

Общая производительность экструдера  $Q$  ( $\text{см}^3/\text{с}$ ) складывается из производительности за счет прямого потока  $Q_{\alpha}$ , обратного потока  $Q_{\beta}$  и потока утечки  $Q_{\gamma}$ .

$$Q = Q_{\alpha} - Q_{\beta} - Q_{\gamma}. \quad (27)$$

Каждый из этих потоков зависит от параметров технологии и экструдера.

$$Q = \alpha N - (\beta + \gamma) \frac{P}{\eta}, \quad (28)$$

где  $N$  – частота вращения об/сек;  $P$  – давление на выходе из шнека (в конце зоны дозирования), Па;  $\eta$  – средняя вязкость расплава, Па·с;  $\alpha, \beta, \gamma$  – постоянные коэффициенты, зависящие от геометрических параметров шнека:

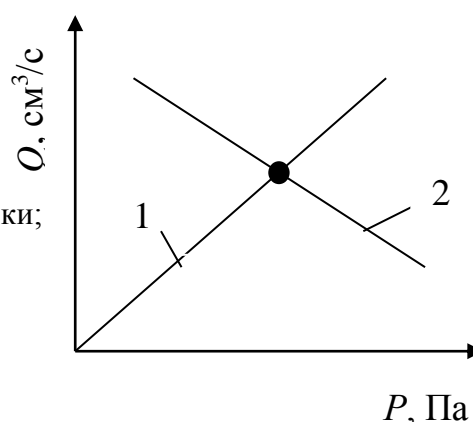
$$\alpha = (\pi^2 D^2 h \sin \varphi \cos) / 2; \quad \beta = \frac{\pi D h^3 \sin^2 \varphi}{12 L_{\text{ДОЗ}}}; \quad \gamma = \frac{\pi^2 D^2 \delta^3 \text{tg} \varphi}{10 L E},$$

где  $D$  – диаметр шнека, м;  $L_{\text{доз}}$  – длина зоны дозирования, м;  $h$  – глубина нарезки;  $\varphi$  – угол подъема винтовой линии шнека, рад;  $\delta$  – зазор между гребнем шнека и поверхностью цилиндра, м;  $E$  – ширина гребня шнека, м;  $[\alpha]=[\beta]=[\gamma]=\text{см}^3$ . График зависимости  $Q$  от  $P$  приведен на рис. 7.

При отсутствии сопротивления течению  $P \approx 0$ , экструдер работает как винтовой насос с производительностью  $Q_0 = Q_{\text{max}} = \alpha N$ . Если на выходе экструдера стоит заглушка  $Q = 0$ , а давление максимально, следовательно

$$\alpha N = (\beta + \gamma) \frac{P}{\eta}, \text{ откуда } P = \frac{\alpha N \eta}{\beta + \gamma}, \text{ Па}$$

Рис. 7. Зависимость производительности экструдера  $Q$  от давления расплава  $P$ :  
1 – характеристика шнека; 2 – характеристика головки;  
● – рабочая точка.



Для головки с одним цилиндрическим каналом (для изготовления прутка) –  $K = \pi R_{\text{н}}^4 / 8l_{\text{ф}}$ . Для головки с плоской формующей щелью –  $K = w\delta_{\text{щ}} / 12l_{\text{ф}}$ . С кольцевой щелью  $K = \pi(R_{\text{н}} + R_{\text{в}})(R_{\text{н}} - R_{\text{в}})^3 / 12l_{\text{ф}}$ , где  $R_{\text{н}}$  – наружный радиус щели;  $R_{\text{в}}$  – внутренний радиус щели;  $w$  – ширина щели;  $\delta_{\text{щ}}$  – толщина щели;  $l_{\text{ф}}$  – длина формующей части щели. Отношение  $l_{\text{ф}} / \delta_{\text{щ}}$  рекомендуется выбирать в пределах 20...60.

Поскольку экструдер работает вместе с головкой, то и производительность его находится путем совместного решения уравнений (26) и (28) или графически (рис.7.) как точка пересечения прямых 1 и 2. Эта точка называется рабочей точкой, а зависимости (1) и (2) – рабочими характеристиками шнека и головки, соответственно.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПУСКОВОГО РЕЖИМА ЧЕРВЯЧНЫХ МАШИН

Расчет теплового режима термообработки полимерных материалов имеет большое значение при конструировании и эксплуатации различных червячных машин, в связи с тем, что перерабатываемые полимерные материалы чувствительны к изменениям температуры, к зависимости производительности агрегата от температуры переработки.

В общем случае в любой червячной машине выделяют ряд тепловых зон, в которых реализуются различные температурные режимы. Например, при экструзии различных полимеров рекомендуется в каждой тепловой зоне поддерживать свою температуру. Средние значения температур по зонам экструдера для различных полимерных материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

*Средние значения температур по зонам экструдера*

Полимер	Температура по зонам, °С				
	Зона I (загрузка)	Зона II	Зона III	Зона IV (переход- ная зона)	Мундштук
ПЭНД (трубы)	17	157	187	197	227...247
ПЭВД (пленка)	17	117	127	147	157...177
ПС (пленка)	17	107	197	227	247...257
Винипласт жесткий (трубы)	17	137	147	157	167
Пластикат ПВХ (пленки, листы)	17	137	157	177	192
Фторопласт	37...97	---	137...247	267...277	327...357



При омическом электронагреве нагревательные элементы в виде узких манжет располагают непосредственно вокруг цилиндра установки. В каждой тепловой зоне устанавливают по 2...3 секции нагревателей с индивидуальной системой регулирования температуры. Поскольку омический электронагрев обладает значительной тепловой инерцией, он всегда выполняется совместно с воздушным охлаждением, так как нагреватели, будучи отключенными автоматической системой регулирования от источника питания, продолжают какое-то время сохранять максимальную температуру, что может привести к перегреву материала. Упрощенная схема экструдера приведена на рис. 8.

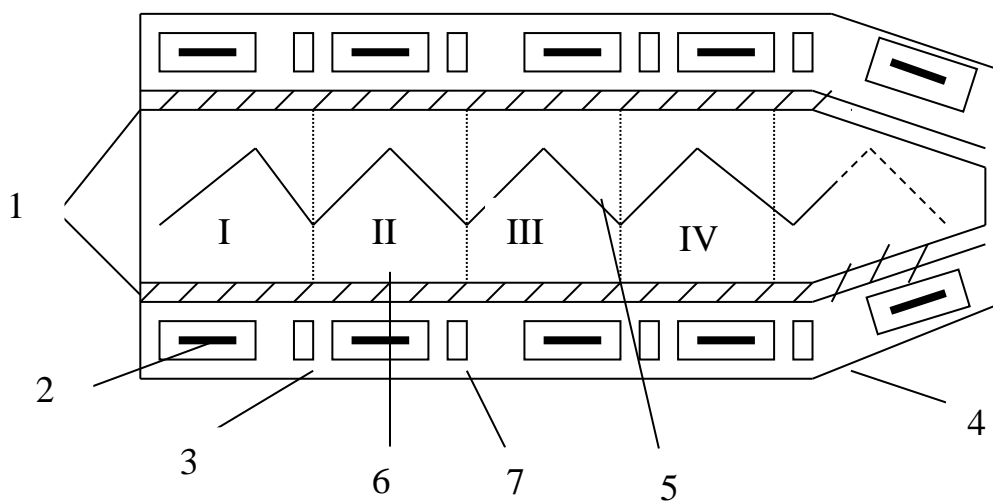


Рис. 8. Упрощенная схема экструдера.

1 – цилиндр, 2 – электронагреватели, 3 – входное отверстие для охлаждающего воздуха, 4 – теплоизоляция, 5 – шнек, 6 – материал, 7 – отверстия для удаления охлаждающего воздуха, I...IV – зоны экструдера.

Для теплового расчета экструдеров необходимо установить количество тепла, возникаемое за счет пластической деформации в каждой тепловой зоне, которое определяется геометрией шнека, числом оборотов, вязкостью полимера, длиной зоны и приближенно может быть рассчитано по эмпирическому уравнению:

$$Q_{\text{пл}} = 110330,5 d_1^2 m^2 \eta l / h, \quad (29)$$

где  $d_1$  – эффективный диаметр шнека, м;  $m$  – число оборотов, об/ч;  $\eta$  – эффективная вязкость материала, (кг/ч)/м<sup>2</sup>;  $h$  – глубина канала червяка, м;  $l$  – длина зоны, м.

Для приближенного расчета теплового режима экструдера пользуются практическими данными, полученными при эксплуатации действующих агрегатов. Например, при экструзии ПВХ за счет пластической деформации на 1 кг экструдруемого материала выделяется 70...100 ккал тепла ( $1\text{ккал}=4,19\text{кДж}$ ). Если условно экструдер разделить на пять тепловых зон, то в первой зоне материал практически транспортируется в холодном состоянии (в некоторых случаях зона загрузки охлаждается), тепло к этой зоне не подводится и в ней ввиду отсутствия пластической деформации тепло не выделяется. Выделение тепла за счет пластической деформации начинается со второй зоны и продолжается до момента выдавливания расплава через оформляющую головку. Приблизительно считают, что выделение тепла пластической деформации равномерно по длине экструдера (рис.9, кривая 1). По этой кривой определяют количество тепла пластической деформации в каждой зоне. Вторым входным параметром при тепловом расчете экструдера является кривая тепловой обработки материала по длине экструдера (рис. 9. кривая 2), которая строится по данным табл. 1 для конкретных видов материала. Также необходимым параметром при тепловом расчете экструдера является часовая производительность экструдера по материалу.

В общем случае тепловой расчет экструдера проводят для двух режимов работы: пускового и установившегося.

В пусковом периоде рассчитывается общее количество теплоты, которое необходимо подвести к экструдеру для разогрева его с последующим расчетом мощности электронагревателей для каждой тепловой зоны (расчет вести для тепловых зон цилиндра и головки экструдера).

В установившийся период (режим нормальной эксплуатации) рассчитывается теплота, необходимая для поддержания заданного технологическим регламентом режима термообработки и, в соответствии с этим, необходимая мощность электронагревателей. Полученный расход тепла рассчитывается на 1 час.

Данный алгоритм расчета не может гарантировать разогрев экструдера (холостой ход) до данных температур за 1 час. Поэтому необходимо составить математическое описание динамики процесса нагрева на основе обобщенных уравнений теплового баланса для каждой зоны в дифференциальной форме.

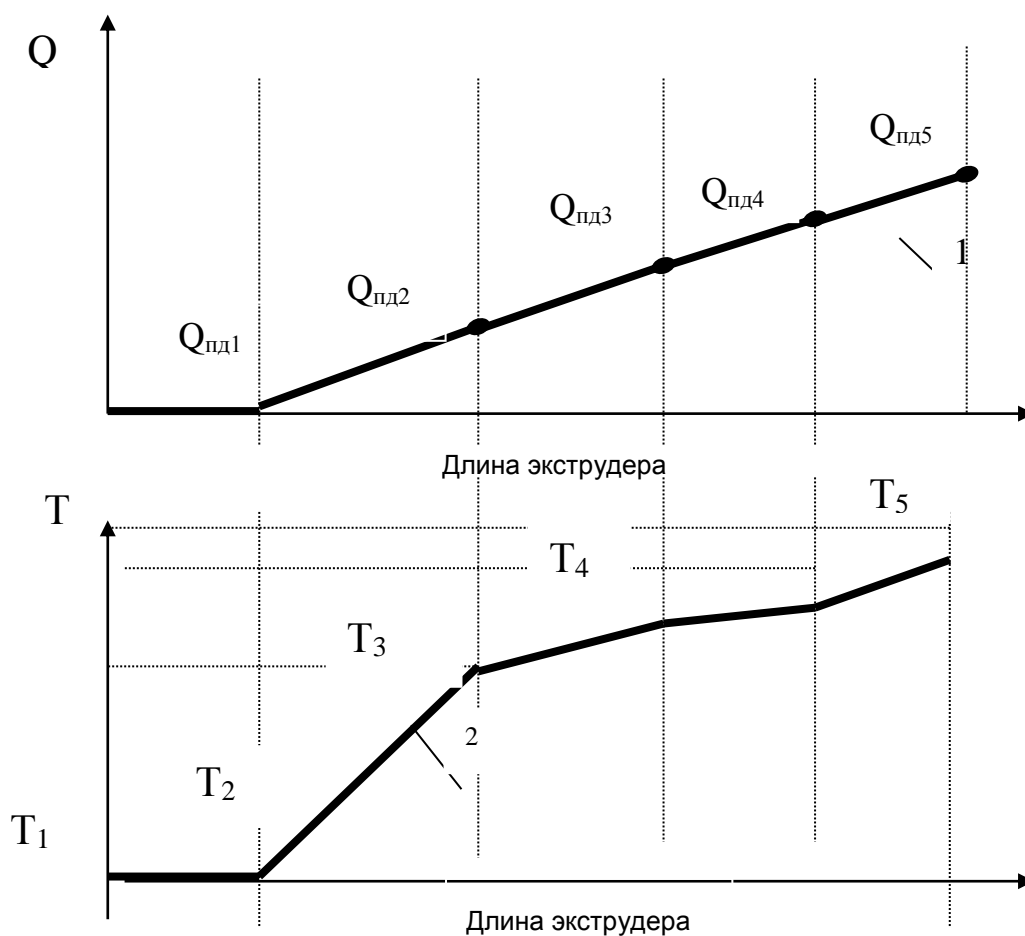


Рис. 9. Кривая количества тепла, выделяемого при пластической деформации (1) и температура обработки материалов по зонам экструдера (2).

При составлении математического описания теплового режима в пусковой период может быть применен блочный метод математического моделирования. Предположим, что в пусковой период все элементарные тепловые блоки каждой тепловой зоны экструдера представляют собой модели с сосредоточенными параметрами (аналог гидродинамической модели идеального смешения). При этом структурная схема, отражающая причинно-следственные связи между элементарными блоками будет иметь вид, представленный на рис. 10. где обозначено:  $T_n$ ,  $T_c$ ,  $T_{шн}$ ,  $T_{из}$  – средние значения в данный момент времени, нагревателя, цилиндра, шнека и тепловой изоляции,  $Q_{эл}$  – мощность подведенной электроэнергии, Вт. В соответствии с блок-схемой составим последовательно уравнения тепловых балансов в дифференциальной форме для элементарных блоков:

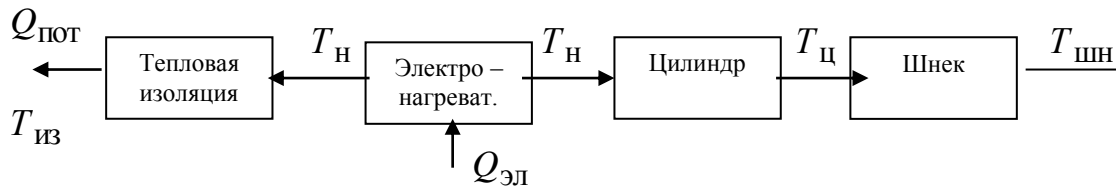


Рис.10.Блок-схема математического описания тепловой зоны экструдера в пусковом режиме

- для электронагревателя :

$$\frac{d}{d\tau}(M_{\text{н}}c_{\text{н}}T_{\text{н}}) = Q_{\text{эл}} - \frac{\lambda_{\text{н}}S_{\text{н}}}{2h_{\text{н}}}(T_{\text{н}} - T_{\text{ц}}); \quad (30)$$

- для тепловой изоляции:

$$\frac{d}{d\tau}(M_{\text{из}}c_{\text{из}}T_{\text{из}}) = \frac{\lambda_{\text{н}}S_{\text{н}}}{2h_{\text{н}}}(T_{\text{н}} - T_{\text{из}}) - \alpha_1 S_{\text{нар}}(T_{\text{из}} - T_{\text{окр}}); \quad (31)$$

- для зоны цилиндра:

$$\frac{d}{d\tau}(M_{\text{ц}}c_{\text{ц}}T_{\text{ц}}) = \frac{\lambda_{\text{н}}S_{\text{н}}}{2h_{\text{н}}}(T_{\text{н}} - T_{\text{ц}}) - K_{\text{т}}S_{\text{ц}}(T_{\text{ц}} - T_{\text{шн}}); \quad (32)$$

- для зоны шнека:

$$\frac{d}{d\tau}(M_{\text{шн}}c_{\text{шн}}T_{\text{шн}}) = K_{\text{т}}S_{\text{ц}}(T_{\text{ц}} - T_{\text{шн}}). \quad (33)$$

В уравнениях (30...33) обозначено :  $M_{\text{н}}, M_{\text{из}}, M_{\text{ц}}, M_{\text{шн}}$  – массы нагревателя, изоляции, цилиндра, шнека, кг;  $c_{\text{н}}, c_{\text{из}}, c_{\text{ц}}, c_{\text{шн}}$  – теплоемкости материалов нагревателя, изоляции, цилиндра, шнека, Вт/(м<sup>2</sup> град);  $\lambda_{\text{н}}, h_{\text{н}}, S_{\text{н}}$  – теплопроводность материала нагревателя, Вт/(м град), толщина нагревателя, м и общая поверхность нагревателя, м<sup>2</sup>;  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности изоляции  $S_{\text{нар}}$ , м<sup>2</sup> в окружающую среду, Вт/(м<sup>2</sup> град);  $K_{\text{т}}$  – коэффициент теплопередачи от внутренней поверхности цилиндра через воздушный зазор между цилиндром и шнеком, к шнеку, Вт/(м<sup>2</sup>град);  $T_{\text{окр}}$  – температура окружающей среды, °С.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (29...32), с заданными начальными условиями, может быть решена численным методом Рунге-Кутты 4-го порядка. MATLAB-программа, реализующая этот метод с использованием решателя Ode45 приведена в приложении 3.

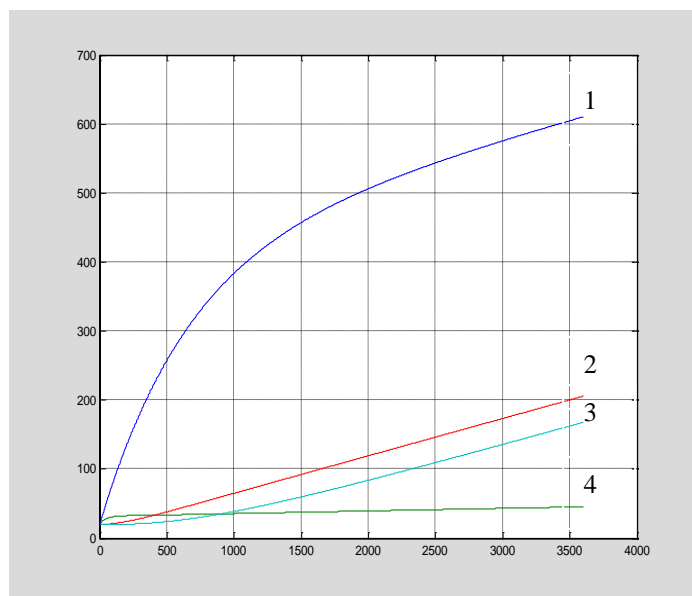
С помощью этой программы поочередно рассчитываются мощности  $Q_{элi}$  ( $i$  – номер тепловой зоны экструдера) для каждой тепловой зоны цилиндра, при условии, что время пускового режима, т.е. время нагрева цилиндра данной зоны от начальной температуры до заданной конечной составляет один час. Общая мощность электронагревателей, установленных на цилиндре будет равна сумме  $Q_{элi}$ , ( $i = 1, k$  где  $k$  – число тепловых зон цилиндра):  $Q_{общ} = 1,2 \sum_{i=1}^k Q_{элi}$ , где 1,2 – коэффициент

запаса мощности.

Ниже приведен пример расчета  $Q_{эл}$ , для одной из зон цилиндра. Полученные расчетные данные показывают, что за время 3600 сек тело цилиндра данной зоны разогревается за один час до температуры  $205^{\circ}\text{C}$ . При этом температура нагревателя составляет  $610,4^{\circ}\text{C}$ , что ниже рабочей температуры хромового нагревателя. Температура наружной поверхности изоляции составляет  $45^{\circ}\text{C}$ , что соответствует требованиям техники безопасности.

Пример расчета разогрева экструдера для пускового режима работы  
 Входные данные: мощность нагревателя, = 500.0 Вт; масса нагревателя, = 1.50 кг; масса цилиндра = 5.00 кг; площадь цилиндра =  $0.038 \text{ м}^2$ ; масса шнека = 15 кг; площадь шнека =  $0.080 \text{ м}^2$ ; полное время интегрирования = 3600 с  
 Расчетные данные приведены на рис. 11.

Рис. 11. Графики изменения температуры нагревателя (1), цилиндра (2), шнека (3) и тепловой изоляции (4)



## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭКСТРУДЕРА ДЛЯ РЕЖИМА НОРМАЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

(с учетом движения материала в зазоре цилиндра)

После расчета теплового режима экструдера в пусковом режиме целью которого было расчет необходимой мощности электронагревателей по зонам экструдера, которые обеспечивают вывод агрегата на заданный тепловой режим для перерабатываемого полимера.

Необходимо составить математическое описание экструдера для режима нормальной эксплуатации, при котором в зазоре цилиндра движется перерабатываемый полимер.

Выше было показано, что если перерабатываемый материал находится в зонах пластикации и дозирования, то структура потока материала подчиняется однопараметрической диффузионной модели; в зоне загрузки (первая технологическая зона) структура движения материала соответствует модели идеального вытеснения.

Составим математическое описание теплового режима для зоны пластикации в режиме нормальной эксплуатации, учитывая, что в этой зоне начинается выделение тепла в материале за счет пластической деформации.

При движении материала в данной тепловой зоне он нагревается не только за счет передачи тепла от цилиндра, но и за счет тепла, выделившегося за счет пластической деформации  $Q_{пл}$ . Эта теплота рассчитывается по эмпирическому уравнению (29).

В соответствии с этим, для снятия избытка тепла, который может привести к перегреву материала, его частично удаляют за счет охлаждения шнека. Кроме того, следует отметить, что в режиме нормальной эксплуатации экструдера температура цилиндра в данной тепловой зоне поддерживается постоянной автоматической системой регулирования.

Следовательно, при составлении математического описания, можно считать, что температура цилиндра в процессе продвижения материала в рассматриваемой тепловой зоне остается постоянной, определяемой видом перерабатываемого материала.

При составлении математического описания для шнека данной зоны будем предполагать, что собственно масса шнека и объем охлаждающей жидкости в шнеке могут быть описаны тепловой моделью идеального

смешения. Блок-схема математического описания теплового режима зоны представлена на рис. 12.

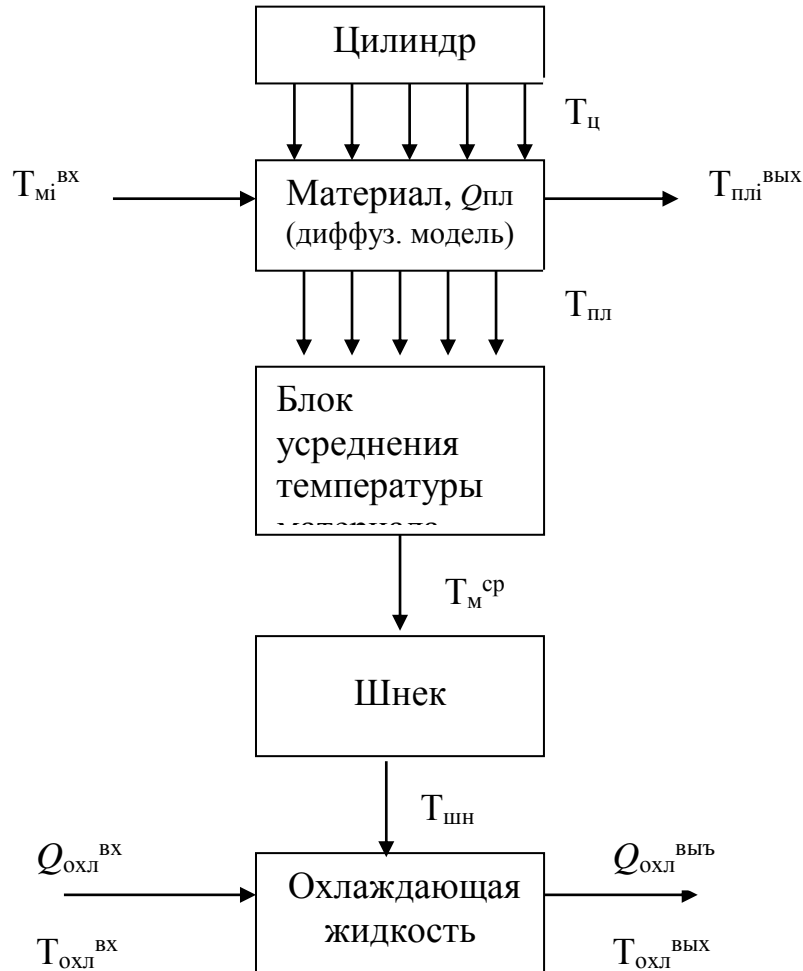


Рис.12. Блок-схема математического описания теплового режима зоны пластикации.

Для каждого теплового блока составим уравнения тепловых балансов в дифференциальной форме:

1) для цилиндра :

$$T_{ци}^i(l, \tau) = const, \quad i - \text{номер тепловой зоны } (i = 1, 2, 3); \quad (34)$$

2) для материала с учетом того, что структура потока материала описывается однопараметрической диффузионной моделью:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} (\overline{\Delta S_i} \overline{\Delta l} \overline{\rho_{Mi}} \overline{c_{Mi}} T_{Mij}) = u_{\text{пр}} \overline{\Delta S_i} \overline{\rho_{Mi}} \overline{c_{Mi}} (T_{Mij-1} - T_{Mij}) + \\ + u_{\text{пр}} \overline{\Delta S_i} \overline{\rho_{Mi}} \overline{c_{Mi}} (T_{Mij+1} - T_{Mij}) + Q_{\text{пп}} + K_{\text{ц-м}} \overline{\Delta S_{\text{цij}}} (T_{\text{цi}} - T_{Mij}) - \\ - K_{\text{м-шн}} S_{\text{шн}} (\overline{T_{Mi}} - T_{\text{шнi}}), \end{aligned} \quad (35)$$

где  $\overline{\Delta S_i}$  – средняя площадь поперечного сечения тепловой зоны;  $\Delta l$  – элементарная длина зоны;  $Q_{\text{пп}}$  – тепло пластической деформации на длине  $\Delta l$ ;  $K_{\text{ц-м}}$  – коэффициент теплоотдачи от цилиндра к материалу;  $\overline{\Delta S_{\text{цij}}}$  – внутренняя теплоотдающая поверхность цилиндра на элементарной длине  $\Delta l$ ;  $T_{\text{цi}}$  – температура цилиндра;  $T_{Mij}$  – температура материала в  $j$ -ом сечении;  $j$  – индекс сечения тепловой зоны,  $j=1, n$ ;  $n=L/\Delta l$  – число элементарных длин зоны.

3) для блока усреднения температур в зоне :

$$\overline{T_{Mi}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_{Mij}; \quad (36)$$

4) для шнека: 
$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} (M_{\text{шнi}} \overline{c_{\text{шн}}} T_{\text{шнi}}) = K_{\text{м-шн}} S_{\text{шн}} (\overline{T_{Mi}} - T_{\text{шнi}}), \\ - \alpha_{\text{шн-в}} S_{\text{шн}} (T_{\text{шнi}} - T_{\text{ви}}) \end{aligned} \quad (37)$$

где  $M_{\text{шнi}} \overline{c_{\text{шн}}} T_{\text{шнi}}$  – масса, теплоемкость, температура шнека в  $i$ -й тепловой зоне;  $\alpha_{\text{шн-в}}$  – коэффициент теплоотдачи от шнека к охлаждающей жидкости;  $T_{\text{ви}}$  – температура охлаждающей жидкости в  $i$ -й тепловой зоне;

5) для охлаждающей жидкости:

$$\frac{d}{d\tau} (M_{\text{в}} \overline{c_{\text{в}}} T_{\text{ви}}) = F_{\text{в}} \rho_{\text{в}} c_{\text{в}} T_{\text{в}}^{\text{вх}} + \alpha_{\text{шн-в}} S_{\text{шн}} (T_{\text{шнi}} - T_{\text{ви}}) - F_{\text{в}} \rho_{\text{в}} c_{\text{в}} T_{\text{ви}}. \quad (38)$$

Решение системы уравнений (34-38) с заданными начальными условиями позволит рассчитать нагрев экструдированного материала, движущегося в зазоре цилиндра при заданной длине тепловой зоны.

Matlab-программа для решения уравнений математического описания нагрева материала движущегося в рассматриваемой тепловой зоне записанная на М-языке приведена в приложении 4.

Пример расчета.

Исходные данные: средняя скорость движения материала  $u = 0.001 \text{ м/с}$ ;



средняя плотность материала  $\rho_m = 1200 \text{ кг/м}^3$ ; средняя теплоемкость материала  $c_m = 800 \text{ Дж/(кг*град)}$ ; длина тепловой зоны  $l = 0.2 \text{ м}$ ; входная температура материала в зону  $t_{bx} = 315 \text{ К}$ ; наружный диаметр цилиндра  $d_1 = 0.2 \text{ м}$ ; внутренний диаметр цилиндра  $d_2 = 0.17 \text{ м}$ ; число элементарных зон  $n = 10$ .

**Примечание:** при необходимости изменить исходные данные, их записывают в Skript-file for dextrud..

На рис. 13. представлены результаты расчета.

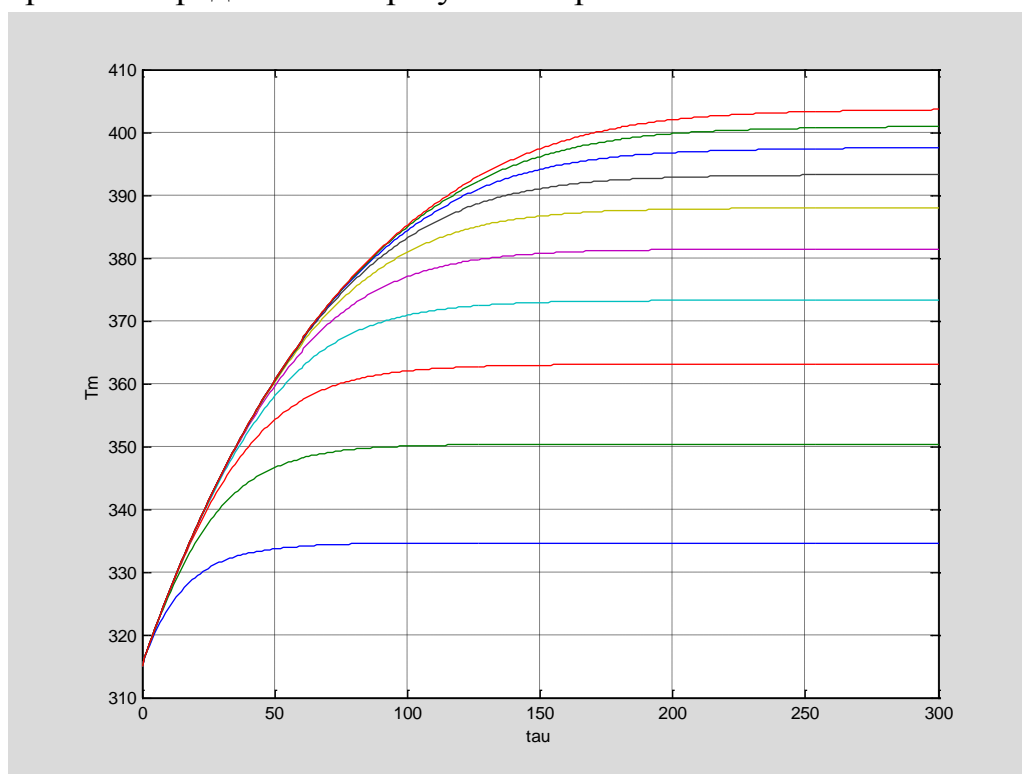


Рис. 13. Изменение температуры экструдруемого материала

### Контрольные вопросы

1. Что такое технологическая и тепловая зоны экструдера?
2. Что такое рабочая точка экструдера?
3. Чем отличается математическое описание экструдера в пусковом режиме и в режиме нормальной эксплуатации?
4. Какой гидродинамической моделью описывается движение экструдруемого материала в режиме нормальной эксплуатации?
5. За счет чего передается тепло от наружной стенки экструдера в окружающую среду и в каком уравнении это учитывается?

## ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ УСТАНОВКИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ТЕРМОВЛАЖНОСТНОЙ ОБРАБОТКИ

Нагрев материала во влажных условиях применяется для спекания с одновременным вспениванием (вспучиванием) строительных изделий из различных полимерных композиций. В принципе процесс вспучивания происходит и при одном нагревании, влаги при этом не требуется. Однако равномерно нагревать заключенный в любую форму полимерный материал, имеющий небольшой коэффициент теплопроводности  $\lambda$ , не удастся без передачи тепла внутрь материала. Поэтому обычно при вспучивании и спекании гранул материала применяют либо пар, либо горячую воду. Горячая вода или конденсат проникает к каждой грануле материала, заключенного в форму, и равномерно обогревает весь слой, поэтому вспенивание происходит равномерно по всему объему изделия. Таким образом, влажная среда является как бы вспомогательным условием, необходимым при спекании и вспучивании.

В последние годы, при передаче тепла внутрь материала начинают применять обогрев токами высокой частоты, при которых материал прогревается равномерно по всему объему изделия.

По режиму работы установки различают периодического и непрерывного действия, а по давлению рабочей среды – установки, работающие при атмосферном давлении и выше атмосферного (при избыточном давлении  $(5,05...10,1)10^4$  Па).

Рассмотрим простейшую форму для вспенивания и спекания полимерного материала (гранулы полистирола) при обогреве ее паром, рис.14. Конструкция формы состоит из паровой рубашки 1, внутренние стенки 2 которой перфорированы. В рубашку подается пар, который через перфорированные стенки 2 проникает в материал 5, проходит через него в виде конденсата и нагревает материал. В процессе нагрева происходит вспучивание и спекание гранул материала. Конденсат через конденсатотводчик и дно формы отводится в сеть.

Процесс тепловой обработки материала в форме условно делят на три периода. 1 период –подъем температуры до заданной величины, 2 период – выдержка изделия при постоянной температуре (изотермический режим), 3 период – охлаждение. Процесс тепловой обработки в виде кривой изменения температуры во времени, показан на рис.15.

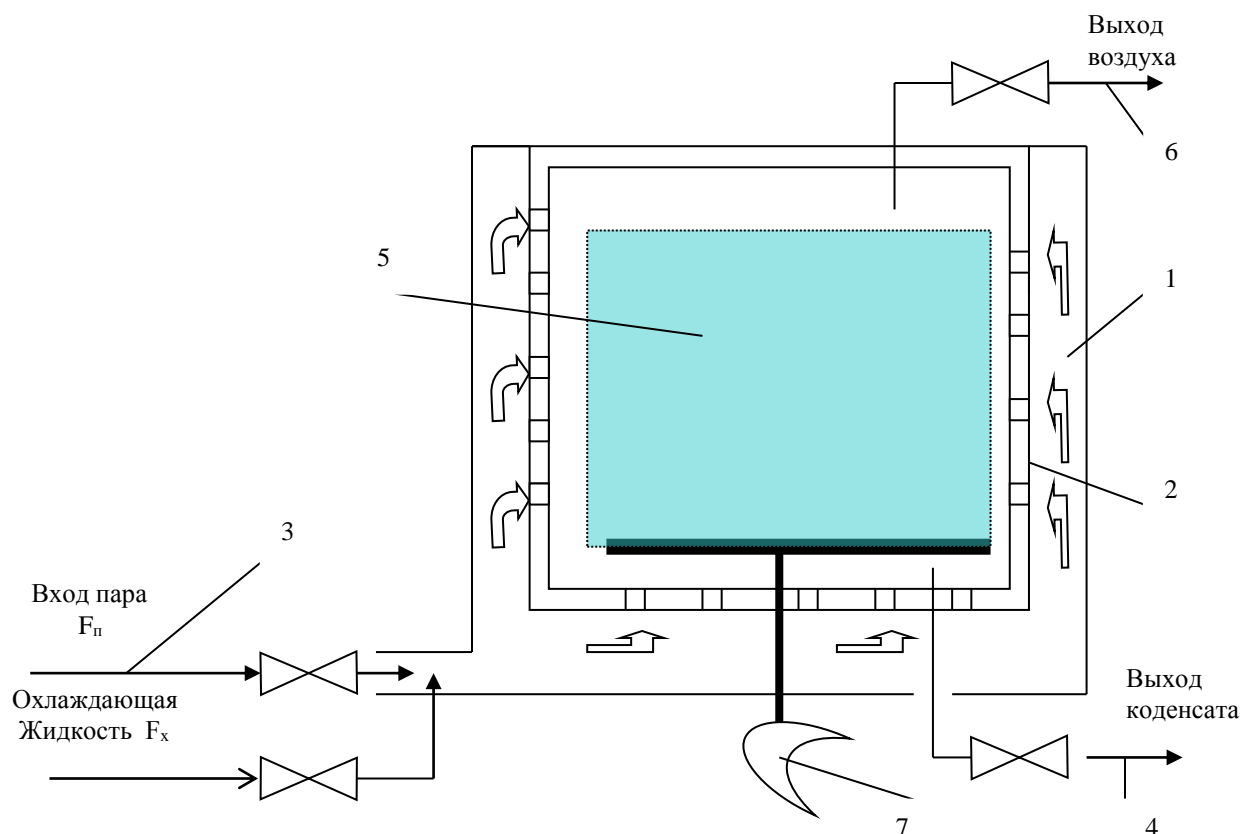
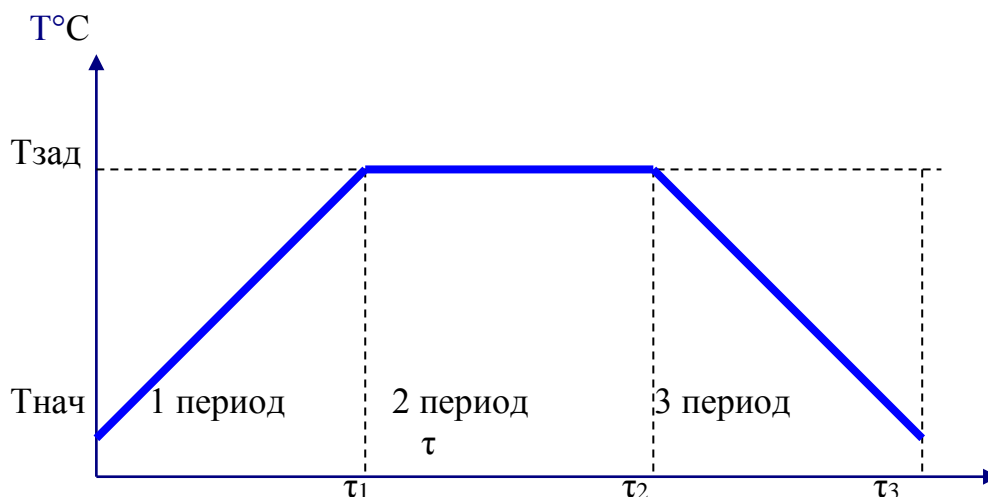


Рис.14. Схема формы.

1-паровая рубашка; 2-перфорированные стенки рубашки; 3-линии подвода пара; 4-линии отвода конденсата из формы; 5-материал; 6- линии выпуска воздуха; 7- выталкиватель сформованного блока.

Первый период начинается с момента подачи пара в форму и заканчивается при достижении температуры заданной величины. Длительность этого периода  $\tau_1$ . Пар, попадающий в форму, конденсируется на изделии и в виде конденсата проникает в поры материала изделия. Наличие крупных пор (каналов) в заготовке резко увеличивает равномерность прогрева, т.к. пленка конденсатора на поверхности крупных пор образоваться не может, пар проникает по этим порам в глубь изделия и конденсируется, отдавая скрытую теплоту парообразования внутренним слоям материала.

Если общее давление в форме  $P_{\text{общ}}$  равно атмосферному, а оно складывается из парциального давления пара  $P_{\text{п}}'$  и парциального давления воздуха  $P_{\text{в}}'$ , находящегося в камере до пуска туда пара



Ри с. 15. Кривая тепловой обработки изделий в форме вспучивания.

( $P'_n + P'_в = P_{\text{общ}} = 10,1 \cdot 10^4 \text{ Па}$ ), то температура пара в форме всегда будет меньше  $100^\circ\text{C}$ . Практически температура в форме составляет  $83\dots 85^\circ\text{C}$  следовательно, для того чтобы повысить температуру изотермического периода  $T_{\text{зад}}$ , необходимо увеличить общее давление в форме  $P_{\text{общ}}$ . В этом случае процесс вспучивания будет проходить при повышенном давлении.

Во втором периоде температура в камере поддерживается постоянной, равной температуре достигнутой в первом периоде. Длительность второго периода  $\tau_2 - \tau_1$  определяется временем необходимым для равномерного прогрева изделия по всему объему.

Третий период — период охлаждения определяется временем  $\tau_3 - \tau_2$ , длительность которого должна быть достаточной для снижения температуры изделия от  $T_{\text{зад}}$  до  $T_{\text{нач}}$ . Охлаждение осуществляется путем подачи холодной воды или воздуха в форму.

Тепловой расчет формы проводится соответственно для трех периодов. В первом и втором периодах задачей расчета является определение необходимого расхода, при котором материал в форме разогреется до заданной температуры с выдержкой при этой температуре в течении времени изотермической выдержки.

Общее количество тепла, которое необходимо подвести к форме за время  $\tau_1$  складывается :

$$Q_1 = Q_M + Q_{ст} + Q_{пот} + Q_H , \quad (39)$$

где  $Q_M$  – тепло, затраченное на нагрев материала, кДж;  $Q_{ст}$  – тепло, затраченное на нагрев металлических частей формы, кДж;  $Q_{пот}$  – потери тепла в окружающую среду, кДж;  $Q_H$  – неучтенные потери тепла, которые в практических расчетах принимаются равными  $0,15(Q_M + Q_{ст} + Q_{пот})$ .

Массовый расход пара  $F_1$  (кг/с) за этот период может быть рассчитан по уравнению:

$$F_1 = Q_1 / (i_{п} - i_{к1}) , \quad (40)$$

где  $i_{п}$  – удельная энтальпия пара при заданном давлении на входе в камеру, кДж/кг;  $i_{к1}$  – удельная энтальпия конденсата при заданной средней температуре изотермического режима, кДж/кг.

Тепло, затраченное на нагрев материала рассчитывается по уравнению:

$$Q_M = G_M c_M (T_2 - T_1) , \quad (41)$$

где  $c_M$  – теплоемкость материала при средней температуре, кДж/(кг·град);  $G_M$  – масса материала, кг;  $T_2$  – конечная температура материала, К;  $T_1$  – начальная температура материала, К.

Тепло, затраченное на нагрев металлических частей рассчитывается по формуле:

$$Q_{ст} = G_{ст} c_{ст} (T_4 - T_3) , \quad (42)$$

где  $G_{ст}$  – масса металлических частей формы, кг;  $c_{ст}$  – удельная теплоемкость металлических частей формы, кДж/(кг·град);  $T_3$  – начальная температура формы, К;  $T_4$  – конечная температура формы, К.

Потери тепла в окружающую среду за время нагрева  $\tau_1$  рассчитываются по уравнению:

$$Q_{пот} = K_T S_{нар} (T_5 - T_{окр}) \tau_1 , \quad (43)$$

где  $K_T$  – коэффициент теплопередачи от рубашки через металлическую стенку и тепловую изоляцию в окружающую среду, кВт/(м<sup>2</sup>·град);  $S_{нар}$  – полная наружная поверхность формы, м<sup>2</sup>

Расход тепла во втором периоде за время  $(\tau_2 - \tau_1)$  будет:

$$Q_2 = Q_{пот2} + Q_{H2} , \quad (44)$$

где  $Q_{\text{пот}2}$  – потери тепла в окружающую среду за время  $(\tau_2 - \tau_1)$  кДж;  $Q_{\text{н}2}$  – неучтенные потери тепла во втором периоде,  $Q_{\text{н}2} = 0,15Q_{\text{пот}2}$ .

Расход пара за время второго периода будет :

$$F_2 = Q_2 / (i_{\text{п}} - i_{\text{к}2}) , \quad (45)$$

где  $i_{\text{к}2}$  – удельная энтальпия отходящего конденсата при заданной температуре, кДж/кг.

В третий период необходимо рассчитать расход воды для охлаждения материала, металлических частей формы до заданной конечной температуры  $T_{\text{кон}}$ .

Расход воды на охлаждение может быть найден из общего теплового баланса, составленного для охлаждения формы в воде:

$$F_{\text{в}} c_{\text{в}} (T_{\text{в}}^{\text{вх}} - T_{\text{в}}^{\text{вых}}) = Q'_{\text{м}} + Q'_{\text{ст}} . \quad (46)$$

Из уравнения (46) найдем расход воды в третьем периоде.

$$F_{\text{в}} = \frac{Q'_{\text{м}} + Q'_{\text{ст}}}{c_{\text{в}} (T_{\text{в}}^{\text{вх}} - T_{\text{в}}^{\text{вых}}) (\tau_3 - \tau_2)} , \text{ кг/с} \quad (47)$$

где  $c_{\text{в}}$  – теплоемкость воды, кДж/(кг·град);  $T_{\text{в}}^{\text{вх}}$  – входная температура воды, К;  $T_{\text{в}}^{\text{вых}}$  – выходная температура воды, К;  $\tau_3 - \tau_2$  – интервал времени охлаждения формы;  $Q'_{\text{м}}$  – количество тепла, которое нужно отвести от нагретого материала при охлаждении его до конечной температуры  $T_{\text{кон}}$ ;  $Q'_{\text{ст}}$  – количество тепла, которое нужно отвести от нагретых металлических частей формы.

Эти составляющие теплового баланса могут быть рассчитаны по уравнению:

$$Q'_{\text{м}} = c_{\text{м}} G_{\text{м}} (T_{\text{кон}} - T_2) \quad (48)$$

$$Q'_{\text{ст}} = c_{\text{ст}} G_{\text{ст}} (T_{\text{кон}} - T_4) \quad (49)$$

Пример расчета .

Исходные данные:

Масса металлических частей формы  $G_{\text{ст}} = 500$  кг; масса изделия  $G_{\text{м}} = 47,2$  кг; суммарная теплоотдающая поверхность  $S_{\text{нар}} = 4,42$  м<sup>2</sup>;  $T_1 = 20$  С,  $T_2 = 112$  С,  $T_3 = 20$  С,  $T_4 = 132$  С;  $T_5 = 132$  С – температура насыщенного водяного пара при давлении  $20,2 \cdot 10^4$  Па.

Удельная энтальпия конденсата при температуре 115С и давлении 1,724 ( $i_{к1}$ ) равна 482,7 кДж/кг; энтальпия пара при давлении 20,2·10<sup>4</sup>Па  $i_{п} = 2710$  кДж/кг;  $c_{м} = 1,42$  кДж/(кг град);  $c_{ст} = 0,5$  кДж/(кг град);  $K_{т} = 1,2 \cdot 10^{-3}$  кВт/(мград);  $\tau_1 = 100$ с,  $\tau_2 - \tau_1 = 140 - 100 = 40$ с,  $\tau_3 - \tau_2 = 240 - 140 = 100$ с.

Расчет:

$$Q_{м} = G_{м}c_{м}(T_2 - T_1) = 1,42 \cdot 47,2(112-20) = 61166,2 \text{ кДж},$$

$$Q_{ст} = G_{ст}c_{ст}(T_4 - T_3) = 0,5 \cdot 500 \cdot (132-20) = 28000 \text{ кДж},$$

$$Q_{пот} = K_{т}S_{нар}(T_5 - T_{окр})\tau_1 = 1,2 \cdot 4,42 \cdot (132-20) \cdot 100 = 59,4 \text{ кДж},$$

$$Q_1 = 0,15(Q_{м} + Q_{ст} + Q_{пот}) + Q_{м} + Q_{ст} + Q_{пот} = 39359,44 \text{ кДж},$$

$$F_1 = Q_1 / ((i_{п} - i_{к1})\tau_1) = \frac{39359,44}{(2710 - 482,7)100} = 0,176 \text{ кг/с};$$

$$F_2 = (Q_2 + 0,15Q_{пот}) / ((i_{п} - i_{к2})(\tau_2 - \tau_1)) = \frac{59,4 + 0,15 \cdot 59,4}{2227,3 \cdot 40} = 0,000767$$

$$Q'_{м} = c_{м}G_{м}(T_{кон} - T_2) = 1,42 \cdot 47,2(40-112) = -4825,73 \text{ кДж}$$

$$Q'_{ст} = c_{ст}G_{ст}(T_{кон} - T_4) = 0,5 \cdot 500(40-132) = -23000 \text{ кДж}$$

$$F_B = \frac{Q'_{м} + Q'_{ст}}{c_B(T_B^{вх} - T_B^{вых})(\tau_3 - \tau_2)} = 3,32 \text{ кг/с}$$

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗОГРЕВА ПРЕССУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ В ПЕРЕМЕННОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Прессформа конструктивно состоит из матрицы, пуансона, стола пресса. В зависимости от полученных изделий конструкции прессформ различны,

при этом различны и способы нагрева (или охлаждения). Например, при производстве изделий из термореактивным полимеров в прессформах происходит отверждение и они подвергаются принудительному обогреву. При производстве изделий из термопластичных полимеров для охлаждения впрыснутой из термопластавтомата пресскомпозиции необходимо охлаждать прессформу, поддерживая в ней определенную

температуру. Для охлаждения или нагрева прессформ применяют или специальные нагревательные плиты или в самих прессформах устанавливают каналы в которых, в случае электрообогрева, устанавливают омические нагреватели, или в случае же обогрева жидким теплоносителем, в эти каналы подается теплоноситель (например пар) при нагреве прессформы, или охлаждающая жидкость - при охлаждении.

Рассмотрим прессформу с электрообогревом, когда электронагреватели установлены в теле матрицы и пуансона. В этом случае первоисточником тепла будет являться собственно электронагреватель, в котором при прохождении электрического тока выделяется джоулево тепло. Мощность подведенной электроэнергии (Вт):  $Q_{эл} = U \cdot I$ , где  $U$  – напряжение, В;  $I$  – ток, А. Это тепло будет расходоваться на нагрев собственно массы матрицы и пуансона на нагрев пресуемого материала, потерь тепла прессформой в окружающую среду и в стол пресса. Следует отметить, что прессформа от стола пресса (плиты пресса со стороны матрицы и пуансона) разделена теплоизоляционной прокладкой.

На основании изложенного, блок-схема математического описания теплового режима рассматриваемой прессформы (матрица и плита стола пресса ) будет иметь вид, приведенный на рис.16.

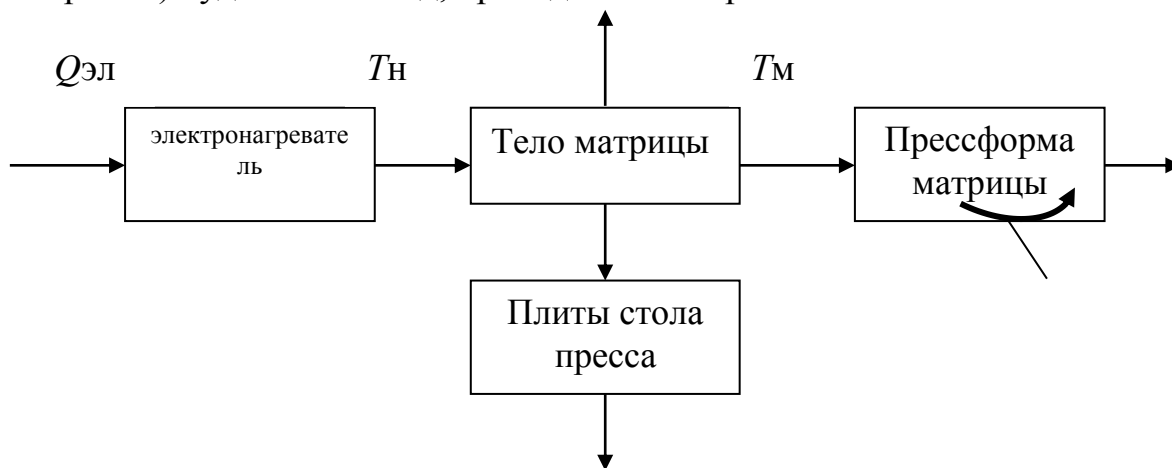


Рис. 16. Блок-схема нагрева матрицы пресс-формы

Тепловой режим матрицы и пуансона поддерживается программной автоматической системой регулирования по заданным законам.

Объектом исследования является стадия прессования, которая характеризуется следующими параметрами: скоростью нагрева



прессуемой композиции до заданной температуры и толщиной образца. Температура, до которой нагревают пресс-порошок, зависит от того, проводят ли прессование с последующей выдержкой или без нее. Практически установлено, что продолжительность выдержки заготовок при температуре прессования составляет 1-2 мин на 1 мм толщины заготовки.

Практика показывает, что неравномерный обогрев пресс-заготовок приводит к получению изделий с неодинаковой структурой, поэтому математическая модель должна позволить изучить распределение температур по толщине изделия и определить максимальный градиент, возникающий в изделии. Процесс нагрева пресс-композиции при заданных законах изменения температуры матрицы и пуансона описывается уравнением нестационарной теплопроводности вида

$$\frac{\partial T(h, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(h, \tau)}{\partial h^2} \quad (50)$$

при заданных и граничных условиях:

$$T(h, 0) = T_{нач}; \quad T(0, \tau) = T_{мат}(\tau); \quad T(H, \tau) = T_{пуан}(\tau).$$

В уравнении (50) обозначено:  $h$ ,  $\tau$  - текущие толщина изделия и время нагрева;  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  - температуропроводность материала;  $\lambda, c, \rho$  - теплопроводность, теплоемкость и плотность прессуемого материала.

Дифференциальное уравнение в частных производных (50) может быть решено с использованием метода конечных разностей, который позволяет свести его к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (задача Коши). Полученная система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dT_1}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{мат}(\tau) - 2T_1 + T_2) \\ \frac{dT_j}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{j-1} - 2T_j + T_{j+1}) \\ \frac{dT_n}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{n-1} - 2T_n + T_{пуан}(\tau)) \end{aligned} \quad (51)$$

где  $T_{мат}(\tau), T_{пуан}(\tau)$  - законы изменения температур матрицы и пуансона;

$\Delta h = \frac{H}{n}$  - элементарная толщина слоя,  $H$  – полная толщина изделия,  $n$  - число слоев.

Matlab-программа для решения уравнений математического описания нагрева прессуемого изделия, записанная на М-языке, приведена в приложении 5. На основании этой программы можно рассчитать распределение температур в различных сечениях образца и максимальный градиент температур в процессе прессования. Расчетные данные приведены на рис. 17.

### Контрольные вопросы

1. Какая типовая гидродинамическая модель использована при составлении математического описания теплового режима?
2. Какой метод используется при решении дифференциальных уравнений в частных производных?
3. Что значит привести уравнение в частных производных к задаче Коши?
4. Какой вид передачи тепла от одного элементарного слоя к другому используется в математическом описании?

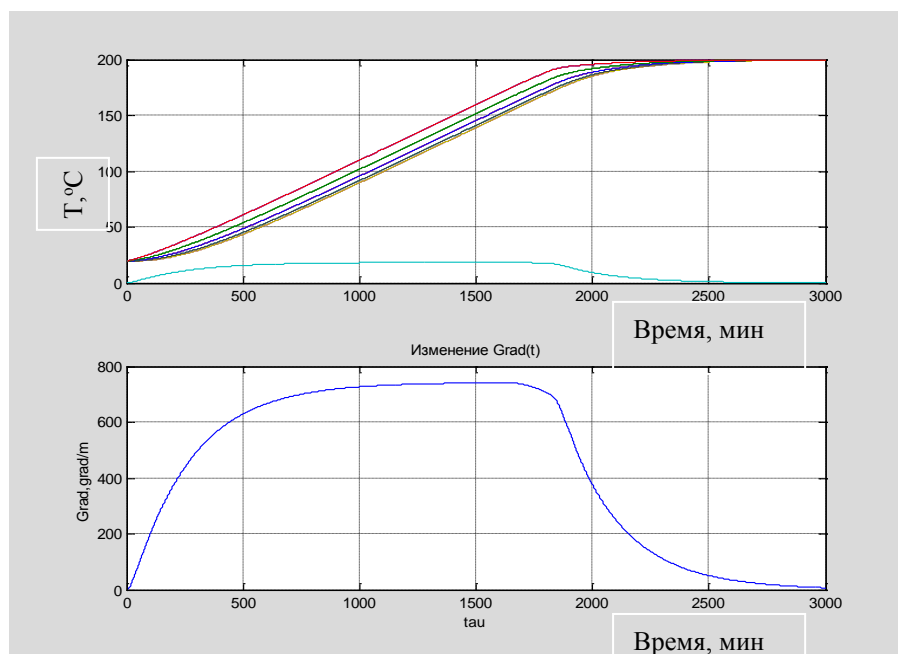


Рис. 17. Изменение температуры в различных сечениях образца и максимального градиента температуры в процессе прессования

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ЛИСТА В ОХЛАДИТЕЛЬНОЙ ВАННЕ

Расчет температурных полей при охлаждении листов термопласта или реактопласта, полученных экструзией или прессованием, на воздухе или в воде имеет большое значение, так как в процессе охлаждения возникает градиент температур по толщине листа, приводящий к развитию усадочных напряжений, в результате чего образуются микротрещины и, следовательно, уменьшается механическая прочность. В связи с этим возникает задача расчета такой температуры в ванне охлаждения и времени пребывания листа в ней, при которых возникающие внутренние напряжения не приводили к механическому повреждению изделия, т.е. градиент температур по толщине листа не должен превышать предельно допустимого значения.

Изменение температуры по толщине листа из термопласта в процессе двухстороннего симметричного охлаждения описывается уравнением нестационарной теплопроводности без внутренних источников тепла вида:

$$\frac{\partial T(\tau, h)}{\partial \tau} = \frac{\lambda(T)}{c_p(T)\rho(T)} \frac{\partial^2 T(\tau, h)}{\partial h^2}, \quad (52)$$

где  $\lambda(T)$  – теплопроводность материала;  $c_p(T), \rho(T)$  – теплоемкость и плотность материала;  $h, \tau$  – текущие толщина листа и время.

При расчете температурных полей охлаждаемых изделий из композиционных материалов на основе терморепактивных смол следует учитывать, что изменение температуры листа зависит не только от теплофизических характеристик материала ( $\lambda, c, \rho$ ), но и от экзотермичности реакции отверждения. В этом случае температурное поле может быть рассчитано по уравнению:

$$\frac{\partial T(\tau, h)}{\partial \tau} = \frac{\lambda(T)}{c_p(T)\rho(T)} \frac{\partial^2 T(\tau, h)}{\partial h^2} + \frac{q_{\text{вн}}}{c_p(T)\rho(T)}, \quad (53)$$

где  $q_{\text{вн}}$  – интенсивность внутреннего источника тепла, определяемая скоростью протекания реакции охлаждения:

$$q_{\text{вн}} = \Delta H \cdot K(T) \cdot (1 - y(\tau, h))^n, \quad (54)$$

где  $\Delta H$  – тепловой эффект реакции отверждения;  $K(T)$  – константа скорости реакции отверждения, которая подчиняется закону Аррениуса;  $n$  – порядок реакции (в первом приближении он может быть принят равным единице);  $y$  – степень отверждения.

Кинетика отверждения описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{\partial y(\tau, h)}{\partial \tau} = K(T(\tau, h)) \cdot (1 - y(\tau, h))^n. \quad (55)$$

Таким образом, уравнения (53,54,55) будут представлять математическое описание процесса охлаждения реактопласта, а уравнение (52) – для термопласта и при заданных начальных и граничных условиях может быть использовано для расчета температурных полей в процессе охлаждения.

Для решения дифференциальных уравнений в частных производных (52,53) нами использовался метод конечных разностей, приводящий эти уравнения к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в форме

Коши с заданными начальными условиями. Matlab-программа для расчета степени отверждения при охлаждении листа приведена в приложении 6.

Результаты расчета, проведенного по этой программе, приведены на рис. 18.

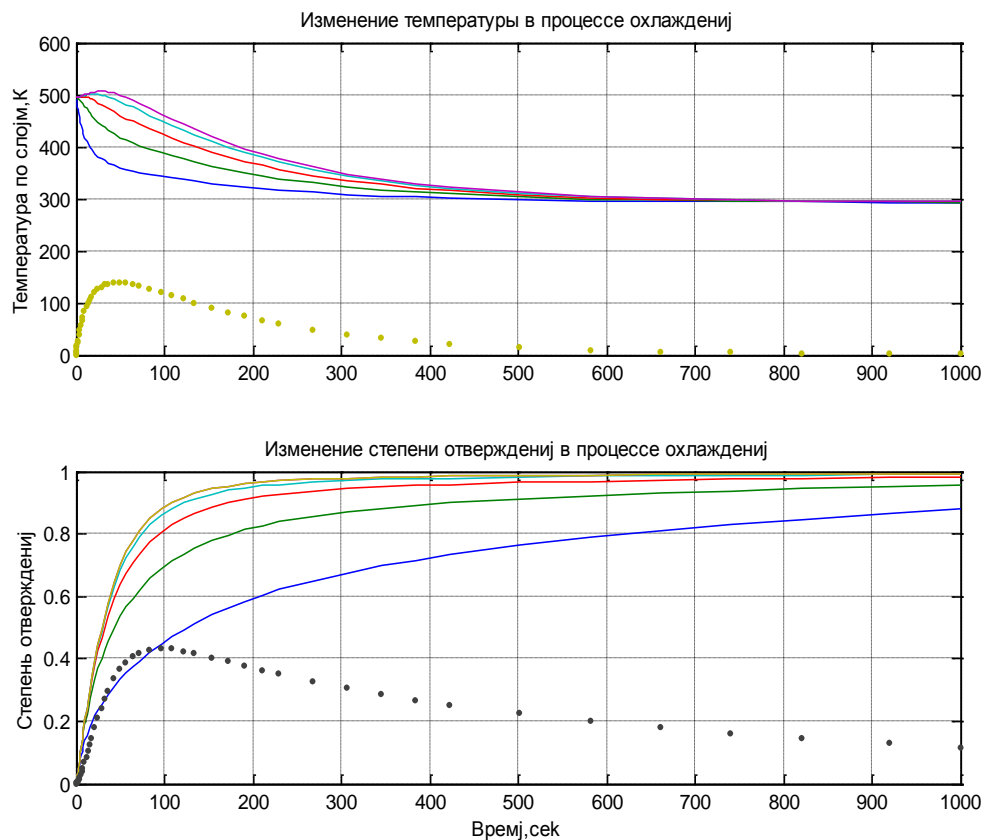


Рис. 18. Изменение температуры и степени отверждения полимерного листа в процессе охлаждения

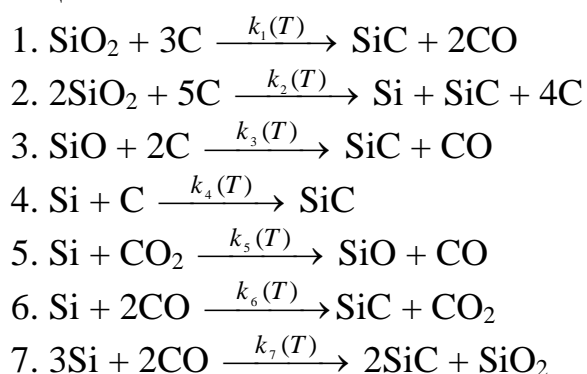
## Контрольные вопросы

1. Как рассчитать необходимое число ванн охлаждения?
2. Что описывает уравнение нестационарной теплопроводности?
3. Какая типовая гидродинамическая модель использована при составлении математического описания теплового режима?

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ПЕНОКАРБИДОВ КРЕМНИЯ

Процесс карбидизации проводят в два этапа. На первом этапе, который называют карбонизацией, исходную смесь, состоящую из углеродных микросфер, полимерного связующего (фенолформальдегидная смола) и порошка кремния, подвергают термообработке в интервале температур от 473 К до 1173 К с определенной выдержкой при конечной температуре. При этом полимерный связующий превращается в углерод. На втором этапе (собственно процесс карбидизации) предварительно карбонизованная смесь подвергается дальнейшей термообработке в интервале температур от 1173 К до 2000 К. Конечным продуктом этого этапа является пенокарбид кремния.

При взаимодействии кремния с углеродом возможно протекание множества реакций. При температуре 2000 К наиболее вероятными являются семь реакций:



Для теоретической оценки возможности протекания этих реакций в интервале температур от 400 К до 2000 К. необходимо рассчитать свободные энергии Гиббса. Расчетные значения энергий приведены в табл. 2.

Данные таблицы показывают, что все  $G_i$ , кроме  $G_1$  и  $G_2$ , отрицательны, следовательно, эти реакции возможны в указанном интервале температур. Взаимодействие двуокиси кремния с углеродом

(реакции 1 и 2) теоретически возможно при температуре выше 1800 К. Следует отметить, что лимитирующей реакцией процесса карбидизации является реакция кремния с углеродом.

На основании изложенного математическое описание кинетики карбидизации при введении в исходную смесь порошка кремния будет иметь вид:

Таблица 2

Свободные энергии Гиббса  $G_i$  для реакций 1...7

Температура К	$G_1$ , кДж	$G_2$ , кДж	$G_3$ , кДж	$G_4$ , кДж	$G_5$ , кДж	$G_6$ , кДж	$G_7$ , кДж
400	435,88	980,22	-109,09	-108,45	102,67	-210,48	-761,23
600	365,30	837,39	-108,76	-106,78	68,38	-173,18	-685,64
800	295,92	697,01	-108,57	-105,17	34,33	-136,11	-611,43
1000	228,32	560,32	-108,45	-103,68	55,00	-99,46	-539,35
1200	162,83	427,98	-108,37	-102,33	-33,01	-63,27	-469,81
1400	99,63	300,39	-108,31	-101,13	-66,38	-27,57	-403,03
1600	38,86	177,84	-108,27	-100,11	-99,59	7,64	-339,20
1800	-19,37	60,52	-108,23	-99,27	-132,66	42,37	-278,43
2000	-75,00	-51,39	-108,19	-98,61	-165,61	76,58	-220,83

1) для этапа карбонизации

$$\rho_1 \frac{df_1}{d\tau} = k_{01} (\rho_1 f_1)^{n_1} e^{-E_1/RT},$$

$$\rho_2 \frac{df_2}{d\tau} = \alpha_1 k_{01} (\rho_1 f_1)^{n_1} e^{-E_1/RT} - k_{02} (\rho_2 f_2)^{n_2} e^{-E_2/RT},$$

$$\rho_3 \frac{df_3}{d\tau} = \alpha_2 k_{02} (\rho_2 f_2)^{n_2} e^{-E_2/RT},$$

$$f_4 = f_4^{нач}, \quad f_5 = 1 - \sum_{j=1}^4 f_j$$

$$y_{2k} = \rho_3 f_3 V / 12 \quad - \text{число молей образовавшегося углерода},$$

$$P = V \sum_{j=1}^5 \rho_j f_j \quad - \text{масса образца},$$

$$\alpha_2 = P(\tau) / (P_n \alpha_1),$$

где  $f_j, \rho_j, j=1,5$  – объемные доли и истинные плотности исходной смолы, пирозоля, кокса (углерода), воздушных включений;  $V$  – объем образца, м<sup>3</sup>;  $\alpha_1, \alpha_2, k_{01}, k_{02}, E_1, E_2, n_1, n_2$  – приведенные стехиометрические коэффициенты, предэкспоненты, энергии активации, порядки реакций на первой и второй стадиях карбонизации.

2) для этапа карбидизации

$$dY_1/d\tau = Z_2 - Z_4 - Z_5 - Z_6 - 3Z_7,$$

$$dY_2/d\tau = -3Z_1 - 5Z_2 - 2Z_3 - Z_4,$$

$$dY_3/d\tau = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + 2Z_7 + Z_6,$$

$$dY_4/d\tau = 2Z_1 + 4Z_2 + Z_3 + Z_5 - 2Z_6 - 2Z_7,$$

$$dY_5/d\tau = -Z_3 + Z_5,$$

$$dY_6/d\tau = -Z_1 - 2Z_2 + Z_7,$$

$$dY_6/d\tau = -Z_1 - 2Z_2 + Z_7,$$

$$dY_7/d\tau = -Z_5 + Z_6,$$

где  $Y_1...Y_7$  – числа молей кремния, углерода, карбида кремния, окиси углерода, окиси кремния, двуокиси кремния, углекислого газа;  $\tau$  – текущее время;  $Z_1...Z_7$  – скорости стадий процесса, которые рассчитываются по соотношениям:

$$Z_1 = k_{21}(T)Y_6Y_2^3; \quad Z_2 = k_{22}(T)Y_6^2Y_2^5; \quad Z_3 = k_{23}(T)Y_5Y_2^2;$$

$$Z_4 = k_{24}(T)Y_1Y_2; \quad Z_5 = k_{25}(T)Y_1Y_7; \quad Z_6 = k_{26}(T)Y_1Y_4^2; \quad Z_7 = k_{27}(T)Y_1^3Y_4^2,$$

где  $k_{21}...k_{27}$  – константы скоростей на соответствующей стадии карбидизации, которые подчиняются закону Аррениуса.

Для этих реакций константы скоростей рассчитываются на основании экспериментальных данных.

На основании предложенного математического описания составлена имитационная модель, позволяющая одновременно изучать кинетику протекающих реакций в системе при получении пенокарбидов кремния. Эта модель реализована в среде Matlab средствами Simulink и представлена в приложении 7. Разработанная имитационная модель включает в себя следующие подсистемы:

- подсистема расчета кинетических констант реакций, протекающих при карбонизации в интервале температур 473 К...1173 К (Subsystem);
- подсистема решения уравнений математического описания кинетики процесса карбонизации (Subsystem 1);
- подсистема расчета кинетических констант скоростей реакций, протекающих при карбидизации в интервале температур 473 К...2000 К и решения уравнений математического описания кинетики процесса карбидизации (Subsystem 2).

На рис. 19 представлены результаты расчета процесса карбидизации при следующих исходных данных: скорость нагрева на этапах карбонизации и карбидизации 100 К/час; выдержки при температуре 1173 К (этап карбонизации) и при температуре 2000 К (этап карбидизации) составляют 1625 мин и 500 мин соответственно; начальный состав композиции: кремний – 2,7 моль, углерода – 2,3 моль, полимерного связующего – 0,128 объемные доли.

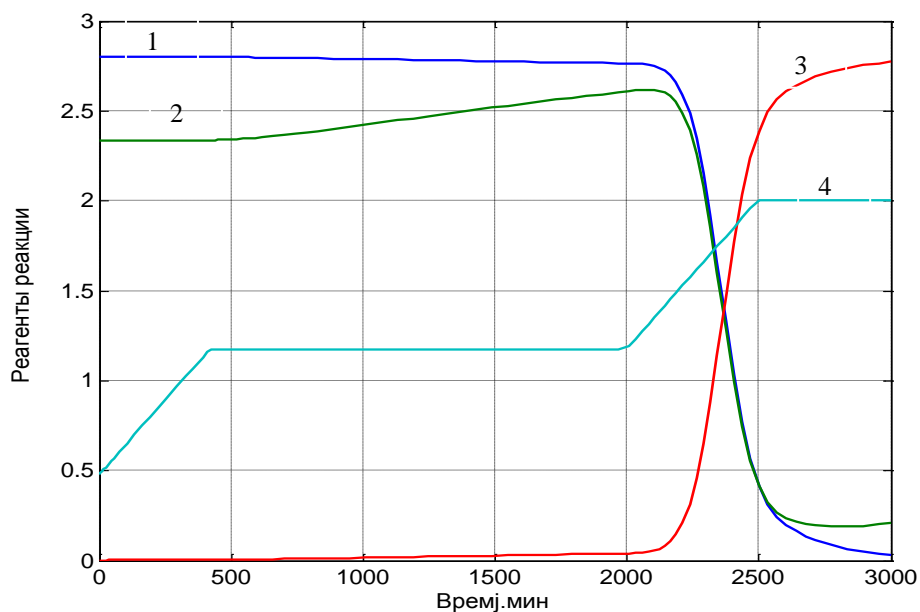


Рис. 19. Изменение мольных долей основных компонентов Si (1), C (2), SiC (3) и температуры (4) в процессе карбидизации.

Данные рис. 19 показывают, что на этапе карбонизации идет медленное увеличение количества углерода за счет превращения исходного полимера; образование карбида кремния на этом этапе незначительно. Интенсивный рост образования карбида кремния наблюдается при температуре выше 1173 К. Кроме этого расчетные данные показывают, что на этапе карбидизации во время выдержки при температуре 2000 К наблюдается избыток кремния и незначительное увеличение его в системе.

Таким образом, на основании разработанной имитационной модели можно решать следующие задачи:

- исследовать влияние скорости нагрева на кинетику процессов, протекающих при карбонизации и карбидизации;
- изучать влияние начального состава композиции на полноту протекания реакций;



- рассчитывать оптимальный состав композиции и тепловой режим для получения максимального выхода целевого продукта.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И МОДЕЛИРУЮЩИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПРОЦЕССА КАРБИДИЗАЦИИ ИЗДЕЛИЙ В ФОРМЕ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Синтез пенокарбидов проводят в два этапа: на первом этапе исходную смесь из углеродных микросфер, порошка кремния и фенолформальдегидной смолы карбонизируют в интервале температур от 473 К до 1773 К; на втором этапе проводится собственно процесс карбидизации карбонизованного образца (изделия готовой формы), который протекает в интервале температур от 1773 К до 2000 К, при заданной скорости нагрева с некоторой выдержкой при конечной температуре.

При карбидизации изделий в форме плоскопараллельной пластины толщина изделия  $H$  значительно меньше длины  $A$  и ширины  $B$ . В соответствии с этим можно считать, что нагрев образца, помещенного в печь карбидизации, идет со стороны больших поверхностей (симметричный двухсторонний нагрев).

Для расчета распределения температур по толщине изделия в этом случае можно использовать уравнение нестационарной теплопроводности вида:

$$\frac{\partial T(h, \tau)}{\partial \tau} = a(T) \frac{\partial^2 T(h, \tau)}{\partial h^2}, \quad (56)$$

где  $a(T)$  – температурная зависимость коэффициента температуропроводности;  $h, \tau$  – текущие толщина и время.

Для решения уравнения (3) необходимо задать:

- начальные условия  $T(h, 0) = T_{нач}$ ;
- граничные условия  $T(0, \tau) = T(H, \tau) = \text{temp} * \tau + T_{нач}$ ,

(57)

где  $\text{temp}$  – скорость изменения температуры в печи карбидизации;  $T_{нач}$  – начальная температура.

Математическое описание собственно кинетики карбидизации изделия в различных сечениях образца описывается кинетической схемой вида:



которой соответствует система дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C_1(h, \tau)}{\partial \tau} &= -K(T)C_1(h, \tau)C_2(h, \tau) \\ \frac{\partial C_2(h, \tau)}{\partial \tau} &= -K(T)C_1(h, \tau)C_2(h, \tau) \\ \frac{\partial C_3(h, \tau)}{\partial \tau} &= K(T)C_1(h, \tau)C_2(h, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

где  $C_1$  – число молей кремния;  $C_2$  – число молей углерода;  $C_3$  – число молей карбида кремния;  $K(T)$  – константа скорости реакции (58).

Таким образом система дифференциальных уравнений (56,59) с заданными начальными и граничными условиями (57) представляет собой математическое описание карбидизации изделий в виде плоской пластины.

Учитывая, что разогрев пластины представляет собой двухсторонний симметричный нагрев, данная задача может решаться на полутолщину изделия.

Для разработки моделирующего алгоритма с использованием *m*-языка системы Matlab необходимо уравнение (3) свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши с применением конечных разностей.

Конечно-разностные уравнения математического описания процесса карбидизации (56,59) будут иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_1}{d\tau} &= \frac{a(T_1)}{\Delta h^2} (T_p - 2T_1 + T_2) \\ \frac{dT_j}{d\tau} &= \frac{a(T_j)}{\Delta h^2} (T_{j-1} - 2T_j + T_{j+1}) \\ \frac{dT_n}{d\tau} &= \frac{a(T_n)}{\Delta h^2} (T_{n-1} + T_n), \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

где  $n$  – число элементарных слоев на полутолщине образца. Система уравнений (59) при этом будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dC_{1j}}{d\tau} &= -K(T_j)C_{1j}C_{2j}, \\ \frac{dC_{2j}}{d\tau} &= -K(T_j)C_{1j}C_{2j}, \\ \frac{dC_{3j}}{d\tau} &= K(T_j)C_{1j}C_{2j}, \end{aligned} \right\} j=1, n \quad (61)$$

Системы уравнений (60,61) решались с начальными условиями и известной константой скорости  $K(T)$ :  $T_j(0) = 1773 \text{ К}$ ,  $j=1,n$ ;  $C_{1j}(0) = 2,32$  моль,  $j=1,n$ ;

$C_{2j}(0) = 2,33$  моль,  $j=1,n$ ;  $C_{3j}(0) = 0,125$  моль,  $j=1,n$ ;

$$K(T) = -0.0541 + 0.338 \cdot 10^{-4} T.$$

Температура в печи карбидизации изменялась по линейному закону:

$T_p(\tau) = \text{temp} \cdot \tau + T_{\text{нач}}$  до температуры 1993 К и далее оставалась постоянной в течение времени выдержки.

Matlab-программа решения уравнений (60,61) с заданными начальными условиями включает в себя два m-файла: Skript-файл (управляющая часть программы) и carbide.m (файл формирования правых частей уравнений). В качестве решателя дифференциальных уравнений использовался решатель ode15s. Matlab-программа приведена в приложении 8.

По разработанной программе были проведены расчеты процесса карбидизации при различных скоростях нагрева ( $0,5 \leq \text{temp} \leq 1,5$  град/мин) и толщине изделия ( $0,02 \leq H \leq 0,04$  м) с целью выяснения влияния этих параметров на максимальный перепад температур в образце и неравномерность процесса карбидизации, которая оценивалась соотношением  $(C_3^{\text{нов}} - C_3^{\text{у}})/(H/2)$ .

Для установления зависимости  $\Delta T = f(\text{temp}, H)$  был проведен машинный эксперимент типа  $2^k + 2k + 1$  при изменении входных переменных в указанных выше интервалах. Матрица планирования и результаты экспериментов приведены в Matlab-программе Skript m-file for aktkin (приложение 9).

Обработанные данные позволили получить зависимость максимальной разности температур  $\Delta T$  от толщины образца и скорости нагрева в виде уравнения регрессии:

$$\Delta T(x_1, x_2) = \epsilon_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \epsilon_{12} x_1 x_2 + \epsilon_{11} (x_1^2 - 2/3) + \epsilon_{22} (x_2^2 - 2/3), \quad (62)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – безразмерные толщина образца и скорость нагрева, связанные с размерными величинами соотношениями:

$$x_1 = \frac{H - H_0}{h_1}; \quad x_2 = \frac{\text{temp} - \text{temp}_0}{h_2},$$

где  $H_0$  и  $\text{temp}_0$  – средние значения толщины образца и скорости нагрева в заданных областях их изменения;  $h_1$  и  $h_2$  – интервалы варьирования этих

переменных относительно средних значений;  $v_0 = 69,4967$ ,  $v_1 = 26,1794$ ,  $v_2 = 20,3161$ ,  $v_{11} = 0,2542$ ,  $v_{22} = -4,4890$ ,  $v_{12} = 0$  – коэффициенты регрессии.

Адекватность уравнения (62) оценивалась по критерию Фишера, рассчитанного относительно среднего значения  $\Delta T_{cp}$ . Расчетный критерий Фишера значительно превышает табличное значение, следовательно уравнение (62) адекватно и может быть использовано для расчета

оптимальной скорости нагрева для заданной толщины образца, при которой максимальная разность температур (или максимальный температурный градиент, рассчитанный на полутолщину образца) не будет превышать предельно-допустимого значения. При этом удобно пользоваться номограммой в виде контурных линий равных уровней функции (62), представленной на рис. 20. Эта номограмма получена из графика поверхности отклика функции (62), построенного в 3-х мерном пространстве, рис. 21.

Таким образом, задаваясь толщиной образца и желаемым перепадом температур  $\Delta T_{max}$ , по номограмме (рис. 1) находят необходимую скорость нагрева. Например, для толщины образца 0,025 м ( $x_1 = -0,5$ ) и  $\Delta T_{max} = 45$  К скорость нагрева должна быть  $x_2 = -0,7$  (или  $temp = 0,65$  град/мин).

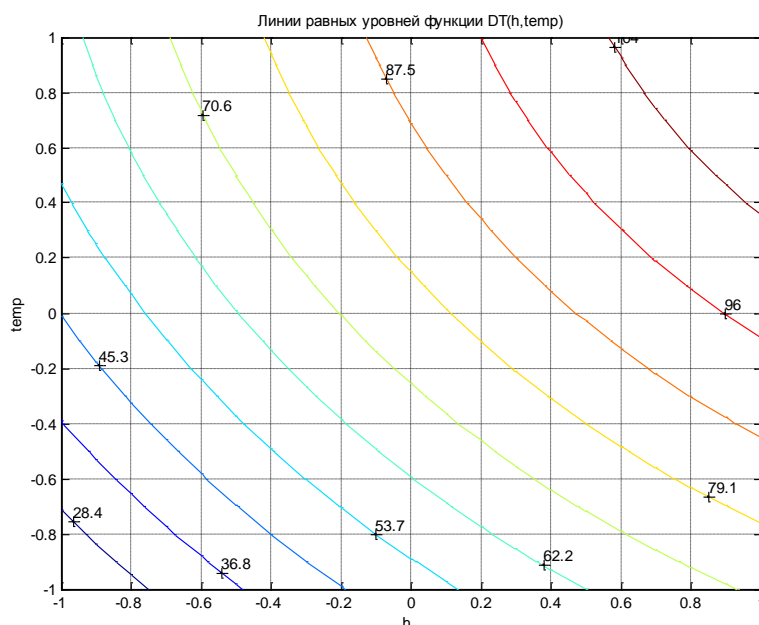


Рис. 20. Номограмма контурных линий равных уровней функции (62)

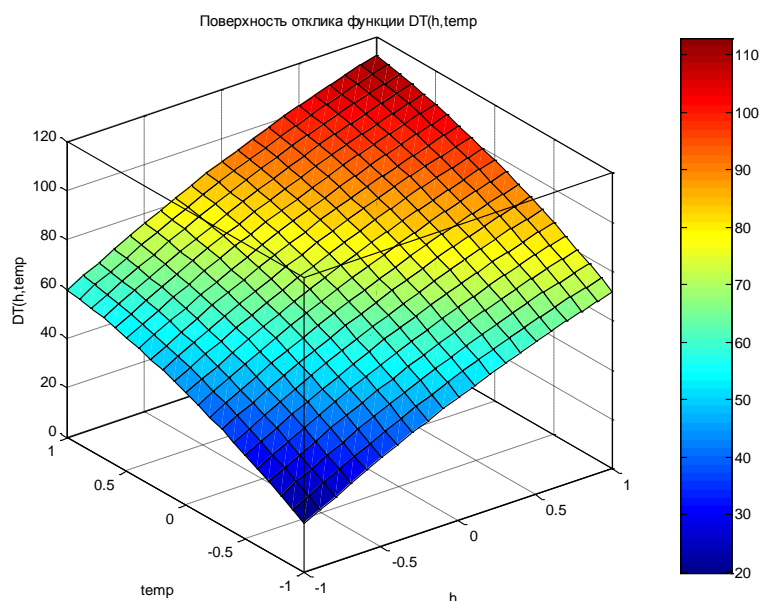


Рис. 21. Поверхность отклика функции (62)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный в учебном пособии материал по математическому моделированию процессов переработки пластмасс с подробным составлением математических описаний процессов на основе блочного метода математического моделирования, с использованием современных компьютерных технологий (система Matlab и Simulink) представляет собой оригинальные разработки.

Этот материал позволит студентам оценить возможности и преимущества математического моделирования при исследовании процессов переработки пластмасс и рассчитать оптимальные значения режимных параметров проведения процессов.

Материалы, изложенные в учебном пособии, могут быть использованы также аспирантами и научными работниками.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Matlab-программа для расчета распределения давления и скорости в зазоре валков каландра

% Построение эпюры скоростей и давления в межвалковом зазоре

%

% Входные данные

% Диаметр валков каландра d,м

% Величина рабочего зазора h0,м

% Значение вязкости w,Па\*с

% Толщина слоя полимера в сечении загрузки h1,м

% Скорость вращения валка v0,м/с

% Величина фрикции, f

% Положение эпюры скоростей, z

% Конец входных данных

%

d=.71;

h0=.001;

w=500;

h1=.002;

v0=.26;

f=1.8;

z=0.05;

r=d/2;x1=(h1/h0-1)^.5;v0=v0\*(1+f)/2;l=(f-1)/(f+1);

x2=x1/2;x3=0;x4=x1;

while(x4-x3)>0.000001

    y1=x1\*(x1^2-5\*x2^2-3\*x2^2\*x1^2-1)/(1+x1^2)^2;

    y1=y1+(1-3\*x2^2)\*atan(x1);

    y2=(1+3\*x2^2)/(1+x2^2)\*x2-(1-3\*x2^2)\*atan(x2);

    y=y1-y2;

    if y<0 x4=x2;else x2=x3+(x4-x3)/2;end;

    if y>=0 x3=x2; else x2=x4-(x4-x3)/2;end;

end;

zap=x1\*(2\*r\*h0)^.5;xotr=x2\*(2\*r\*h0)^.5;

disp('Положение запаса zap=');disp(zap);

disp('Положение точки отрыва xotr=');disp(xotr);

50

h2=(1+x2^2)\*h0;x1=-x1;

disp('Толщина формуемого листа,м h2=');disp(h2);

46

```

for i=1:32
x(i)=x1+(x2-x1)*(i-1)/32;
g(i)=x(i)*(x(i)*x(i)-5*x2*x2-3*x2*x2*x(i)*x(i)-1)/(1+x(i)*x(i))^2;
g(i)=g(i)+(1-3*x2^2)*atan(x(i));
c=(1+3*x2*x2)/(1+x2*x2)*x2-(1-3*x2*x2)*atan(x2);
p(i)=3*w*v0/(4*h0)*(g(i)+c);
ax(i)=x(i)*(2*r*h0)^0.5;
ap(i)=p(i)/1000000;
end;
%p0=(3*w*v0*x2^3/h0*(9*r/8/h0)^.5)/1000000;
p0=max(ap);
xm=-(2*r*h0)^.5*x2;
disp('Максимальное давление p0');disp(p0);
disp('в точке xm=');disp(xm);
x=z/(2*r*h0)^.5;h=h0*(1+x^2);
for j=1:21;
m=1-(j-1)/10;
v(j)=v0/(1+x^2)*((3*m^2*(x^2-x2^2)+3*x2^2-x^2+2)/2+m*(1+x^2));
mm(j)=m*h/2;
end;
subplot(1,2,1);
plot(ax,ap);grid on;xlabel('xx,м');ylabel('Давление,Мпа');
subplot(1,2,2);
plot(mm,v);grid on;xlabel('Зазор,м');ylabel('Скорость,м/с');

```

### **Пример расчетных данных**

Положение запаса  $z_{ар} = 0.0266$

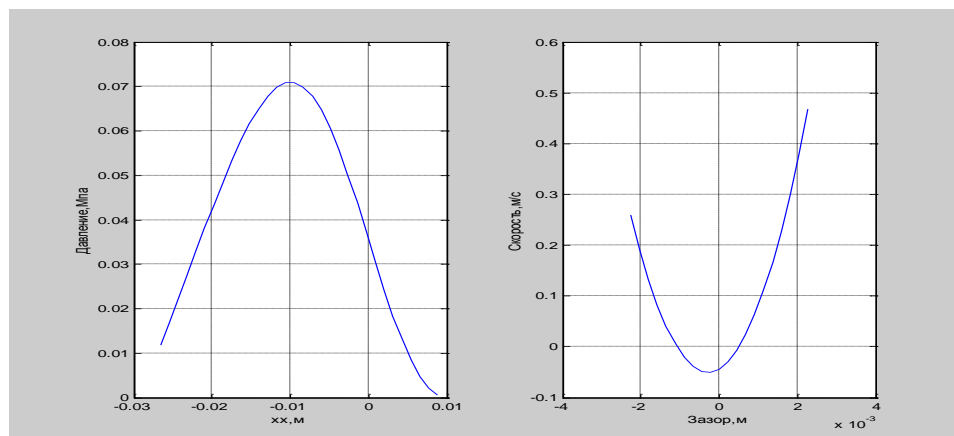
Положение точки отрыва  $x_{otr} = 0.0100$

Толщина формуемого листа, м  $h_2 = 0.0011$

Максимальное давление  $p_0$

0.0709

в точке  $x_m = -0.0100$



## Приложение 2.

### Matlab-программа для расчета времени нагрева в пусковом режиме и расхода пара в процессе нагрева валка каландра

```
function dy=kaland(t,y);
%Расчет пускового режима валка каландра
cp=500;ck=4440;r0=7600;
r=0.5;r1=0.5-0.01;r2=0.5-0.2;
l=1.8;n=24;rk=887;dk=0.03;alp=2790e+03;vp=100;fp=0.5;
%Расчет коэффициентов A2 и B2}
e=0.333*log(1.21/l);e=exp(e);
af1=(3400+100*e*vp)*1.163;
vk=3.14*dk*dk*l/4;s1=3.14*dk*l;
m1=3.14*l*(r*r-r1*r1)*r0;
m2=3.14*l*(r1*r1-r2*r2)*r0;
a2=af1*s1/(vk*rk*ck)+fp/(n*vk*rk);
sbnar=3.14*2*r*l;
d2=af1*n*s1/(2*m2*cp);
aa1=alp*fp/(n*vk*rk*ck);
aa2=af1*s1*(y(2,1)+y(3,1))/(2*vk*rk*ck);
a1=aa1+aa2;
af2=10;
bb1=af1*n*s1*y(1,1)/(2*m1*cp);
tokr=293;
bb2=af2*sbnar*tokr/(m1*cp);
b1=bb1+bb2;
b2=(af1*n*s1/2+af2*sbnar)/(m1*cp);
d1=d2*y(1,1);
%y(1,1)=tk;y(2,1)=tb1;y(3,1)=tb2;
dy(1,1)=a1-a2*y(1,1);
dy(2,1)=b1-b2*y(2,1);
dy(3,1)=d1-d2*y(3,1);
% В решателе наберите команды
[t,y]=ode45('kaland',0:1600,[293;293;293]);
plot(t,y(:,1),t,y(:,2),t,y(:,3));grid on;
title('Разогрев валка каландра');xlabel('tau,c');
ylabel('T,град C');
```



### Приложение 3

#### Matlab-программа для расчета теплового режима экструдера в пусковом периоде

```
function dy=extrud(t,y);
q=500;amn=1.5;amc=5;sn=0.038;sc=sn;ams=15;ss=0.08;
cn=502;aln=1.3026;ciz=840;amiz=0.5;
snar=0.04;riz=1100;hiz=0.05;alيز=0.01;
hn=0.022;akt=1/(hiz/alيز+hn/aln);kt=222.49;
af1=10;cc=500;cs=840;t0=20;
    a2=(aln*sn/(2*hn)+akt*sn/2)/(amn*cn);
    b2=((akt*sn/2)+kt*snar)/(amiz*ciz);
    c2=((aln*sn)/(2*hn)+kt*sc)/(amc*cc);
    d2=kt*ss/(ams*cs);
a1=q/(amn*cn)+(aln*sn/(2*hn)*y(3,1)+akt*sn/2*y(2,1))/(
    amn*cn);
    b1=(akt*sn*y(1,1)/2+af1*snar*t0)/(amiz*ciz);
c1=aln*sn*y(1,1)/(2*hn*amc*cc)+kt*sc*y(4,1)/(amc*cc);
d1=kt*ss*y(3,1)/(ams*cs);
dy(1,1)=a1-a2*y(1,1);
dy(2,1)=a1-b2*y(2,1);
dy(3,1)=c1-c2*y(3,1);
dy(4,1)=d1-d2*y(4,1);
% В решателе набрать:
[t,y]=ode45('extrud',0:3600,[20;20;20;20]);
plot(t,y(:,1),t,y(:,2),t,y(:,3),t,y(:,4));grid on;
xlabel('tau,c');ylabel('Температура');title('Изменение температур в пусковом
режиме');
```

### Приложение 4

#### Matlab-программа для расчета процесса нагрева экструдированного материала в режиме нормальной эксплуатации

```
%File-function for dextrud
function dtm=dextrud(t,tm,u,l,rom,cm,d1,d2,kt,tbx,tc);
n=length(tm);
```

```

k1=u*n/l;
k2=kt*d1*1/((d1^2-d2^2)*rom*cm*n);
54
dtm(1,1)=k1*tbx-(k1+k2)*tm(1,1)+k2*tc;
for i=2:n
    dtm(i,1)=k1*tm(i-1)-(k1+k2)*tm(i,1)+k2*tc;
end;
%*****
%Skript-file for dextrud
u=0.001;n=10;rom=1200;cm=800;l=0.2;
d1=0.2;d2=0.17;kt=650*n/l;tbx=315;tc=415;
tfin=300;
tspan=[0:tfin];
for i=1:n
    tm0(i)=315;
end;
[t,tm]=ode15s(@dextrud,tspan,tm0,[],u,l,rom,cm,d1,d2,kt,tbx,tc);
plot(t,tm);grid on;
xlabel('tau');ylabel('Tm ');

```

## Приложение 5

### **Программа для расчета распределения температур по толщине прессуемого изделия и максимального градиента температуры в процессе нагрева**

```

%Script-файл для press.m с передачей параметров p1, p2, l.
% в М-файл функцию
% В комплект программ для расчета распределения температур в
%прессуемом
% изделии входят:
% а) вызывающая программа - Skript_progpres.m;
% б) программа для решения систем дифференциальных уравнений
% нагрева изделий в переменном температурном поле с именем
progpres.m
% kb, kn - скорость нагрева пуансона и матрицы, град/с
50

```

```

% l-толщина образца, м
% a-температуропроводность прессуемого материала,м^2/с
% n - число элементарных слоев
% (n-1) - число искомых температур
% tn - начальная температура прессуемого материала, град
% ddt - время вывода на печать
% ti - конечное время интегрирования
% y0 - начальные условия для решения дифференциальных уравнений
% tpres - температура прессования
n=8;
l=0.05;kb=0.1;a=1e-06;
tpres=200;
tfin=3000;
kn=kb;
tn=20;
tspan=[0:tfin];
for i=1:n-1
    y0(i)=tn;
end;
[t,y]=ode15s(@progpres,tspan,y0,[],kb,kn,l,tpres,a);
dtt=[y(:,1)-y(:,n/2)]';
grad=dtt/(l/2);
subplot(2,1,1);
plot(t,y,t,dtt);grid on;
subplot(2,1,2);
plot(t,grad);grid on;
xlabel('tau');ylabel('Grad,grad/m ');
title('Изменение Grad(t)');
maxgr=max(grad);
disp('максимальный градиент =');disp(maxgr);
% ++++++
function dy=progpres(t,y,kb,kn,l,tpres,a);
m=length(y);
a=1e-6;dl=l/(m+1);b=a/dl^2;
    tpb=kb*t+20;
    if tpb>=tpres

```

```

    tpb=tpres;
    end;
tpn=tpb;
%disp([t tpb]);
dy(1,1)=b*tpb-2*b*y(1,1)+b*y(2,1);
for i=2:m-1
    dy(i,1)=b*y(i-1,1)-2*b*y(i,1)+b*y(i+1,1);
end;
dy(m,1)=b*y(m-1,1)-2*b*y(m,1)+b*tpn;

```

## Приложение 6

### Matlab-программа для расчета степени отверждения при охлаждении листа

```

%Skript-file for vannaq1
%Входные данные:
dq=0.05;%Тепловой эффект
ts=[0,1000];%Параметры интегрирования
cp=750;ro=1200;k0=1.4;e=17000;h=0.02;al=0.25;
n=10;dh=h/n;
b=al/(ro*cp*dh^2);
b1=1/(ro*cp);
tvn=283;
y0=[493;493;493;493;493;0;0;0;0;0];
[t,y]=ode15s(@vannaq1,ts,y0,[],dq,cp,ro,k0,e,h,al,n);
subplot(2,1,1);
plot(t,y(:,1:n/2),t,y(:,n/2)-y(:,1),'.');grid on;
ylabel('Температура по слоям,K');
title('Изменение температуры в процессе охлаждения');
subplot(2,1,2);
plot(t,y(:,n/2+1:n),t,y(:,n),t,y(:,n)-y(:,n/2+1),'.');grid on;
xlabel('Время,c');ylabel('Степень отверждения');
title('Изменение степени отверждения в процессе охлаждения');
.....
52

```

```

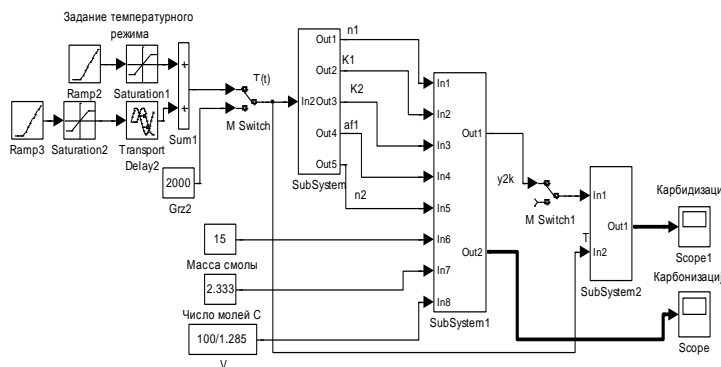
function dy=vannaq1(t,y,dq,cp,ro,k0,e,h,al,n);
%M-file функція для расчета степени отверждения
% в процессе охлаждения в водяной ванне
% Расчет ведется на полутолщину листа
dh=h/n;
b=al/(ro*cp*dh^2);
b1=1/cp;
tvn=293;
dy=[b*(tvn-2*y(1)+y(2))+k0*exp(-e/(8.31*y(1)))*dq*(1-y(6))/b1;...
    b*(y(1)-2*y(2)+y(3))+k0*exp(-e/(8.31*y(2)))*dq*(1-y(7))/b1;...
    b*(y(2)-2*y(3)+y(4))+k0*exp(-e/(8.31*y(3)))*dq*(1-y(8))/b1;...
    b*(y(3)-2*y(4)+y(5))+k0*exp(-e/(8.31*y(4)))*dq*(1-y(9))/b1;...
    b*(y(4)-y(5))+k0*exp(-e/(8.31*y(5)))*dq*(1-y(10))/b1;...
    k0*exp(-e/(8.31*y(1)))*(1-y(6));...
    k0*exp(-e/(8.31*y(2)))*(1-y(7));...
    k0*exp(-e/(8.31*y(3)))*(1-y(8));...
    k0*exp(-e/(8.31*y(4)))*(1-y(9));...
    k0*exp(-e/(8.31*y(5)))*(1-y(10))];

```

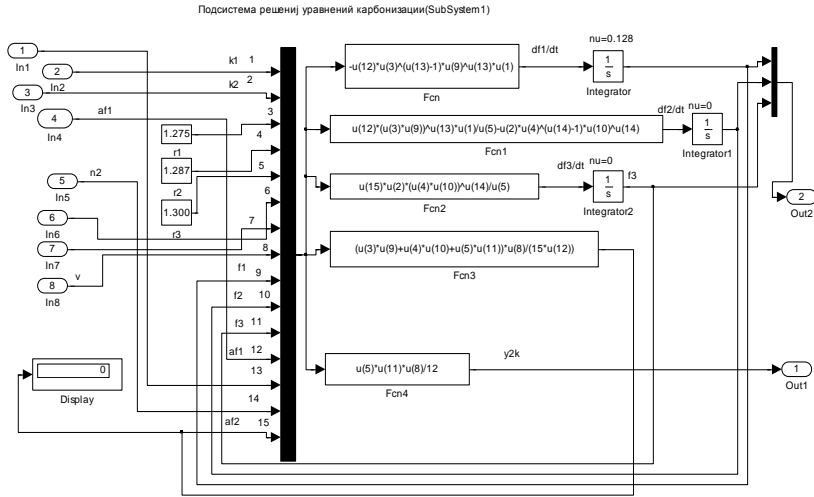
## Приложение 7

### Simulink-программа для расчета кинетики процесса карбидизации синтактных пенопластов

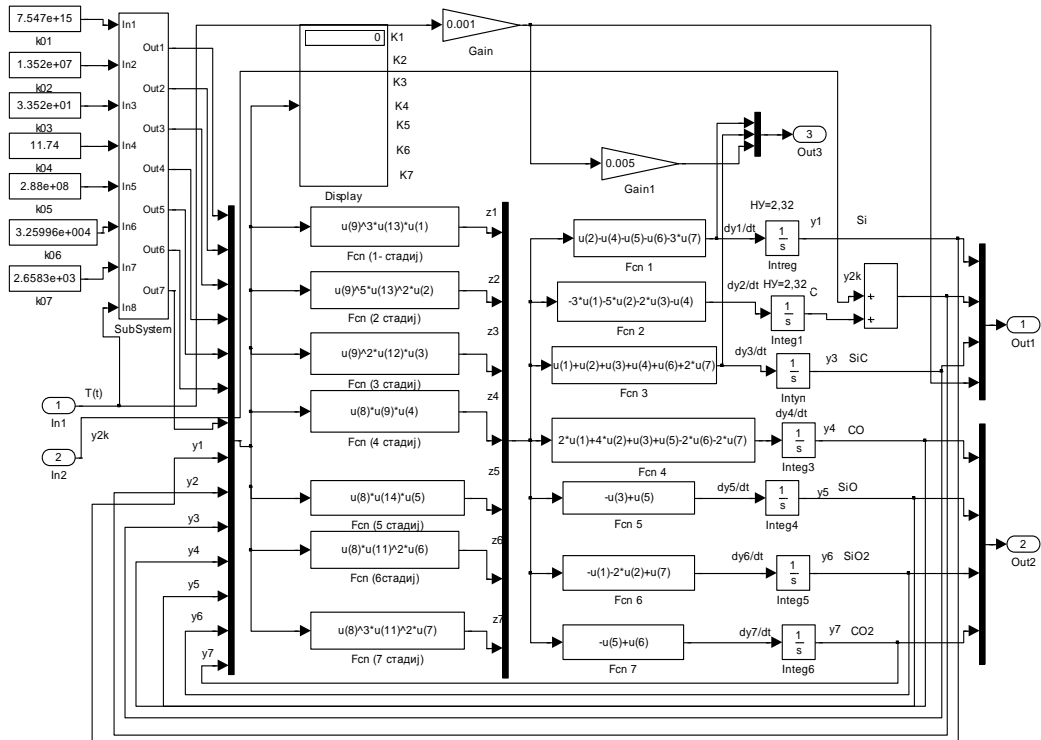
#### Subsystem



# Subsystem 1



# Subsystem 2



**Matlab-программа для расчета процесса карбидизации  
В форме усеченной пластины**

```
%Skript-file for carbid
%Входные данные:
n=10;
h=0.025;temp=0.65;
dh=h/n;
ts=[0,1000];n=10;
y0=[1773;1773;1773;1773;1773;...
    2.32;2.32;2.32;2.32;2.32;...
    2.33;2.33;2.33;2.33;2.33;...
    .125;.125;.125;.125;.125];
[t,y]=ode15s(@ carbid,ts,y0,[],h,n,temp);
grt=(y(:,n/2)-y(:,1));
grsi=(y(:,n)*28-y(:,n/2+1)*28)/(h/2);
grsic=(y(:,n)*40-y(:,n/2+1)*40)/(h/2);
subplot(2,1,1);
plot(t,y(:,1),t,y(:,n/2));grid on;
ylabel('Температура по слоям,K');
title('Изменение температуры в процессе карбидизации');
subplot(2,1,2);
%Gr по Temper
plot(t,grt);grid on;
ylabel('Градиент по температуре');
xlabel('Времj,мин');
title('Gr по температуре в процессе карбидизации');
%** по Si *****
figure;
```

```

subplot(2,1,1);
plot(t,y(:,n/2+1)*28,t,y(:,n)*28);grid on;
ylabel('Изменение Si');xlabel('Время,мин');
title('Изменение масс Si в процессе карбидизации');
subplot(2,1,2);
%Gr по Si
plot(t,grsi);grid on;
xlabel('Время,мин');
ylabel('Градиент по Si');
title('Gr по Si в процессе карбидизации');
figure;
%по SiC
subplot(2,1,1);
plot(t,y(:,n/2+11)*40,t,y(:,n/2+15)*40);grid on;
ylabel('Изменение SiC');
title('Изменение масс SiC в процессе карбидизации');
subplot(2,1,2);
% Gr по SiC
plot(t,grsic);grid on;
xlabel('Время,мин');
ylabel('Изменение Gr по SiC');
title('Изменение Gr по SiC в процессе карбидизации');
.....
function dy=carbid(t,y,h,n,temp);
%Карбидизация по схеме Si+C → SiC
dh=h/n;
a=(1.488e-08)*60;
b=a/(dh^2);
b0=-0.054080733333333;b1=0.00003380;
tnach=1773;
tkon=1973;
tvn=temp*t+tnach;
    if tvn>=tkon;tvn=tkon;
    end;
56

```



```

dy=[b*(tvn-2*y(1)+y(2));...
b*(y(1)-2*y(2)+y(3));...
b*(y(2)-2*y(3)+y(4));...
b*(y(3)-2*y(4)+y(5));...
b*(y(4)-y(5));...
-(b0+b1*y(1))*y(6)*y(11);...
-(b0+b1*y(2))*y(7)*y(12);...
-(b0+b1*y(3))*y(8)*y(13);...
-(b0+b1*y(4))*y(9)*y(14);...
-(b0+b1*y(5))*y(10)*y(15);...
-(b0+b1*y(1))*y(6)*y(11);...
-(b0+b1*y(2))*y(7)*y(12);...
-(b0+b1*y(3))*y(8)*y(13);...
-(b0+b1*y(4))*y(9)*y(14);...
-(b0+b1*y(5))*y(10)*y(15);...
(b0+b1*y(1))*y(6)*y(11);...
(b0+b1*y(2))*y(7)*y(12);...
(b0+b1*y(3))*y(8)*y(13);...
(b0+b1*y(4))*y(9)*y(14);...
(b0+b1*y(5))*y(10)*y(15)];

```

## Приложение 9

### Matlab-программа для обработки данных процесса карбидизации

```

%Skript m-file for aktkin
%Активный эксперимент 2^k+2k+1 при обработке данных
% процесса карбидизации с реакцией вида Ж SI+C--->SiC
k=6;n=9;
x=[1 1 1 1 0.333 0.333;....
1 1 -1 -1 1/3 1/3;....
1 -1 -1 1 1/3 1/3;....
1 -1 1 -1 1/3 1/3;....
1 1 0 0 .333 -.666;....
1 -1 0 0 .333 -.666;....
1 0 1 0 -.666 .333;....
1 0 -1 0 -.666 .333;....
1 0 0 0 -.666 -.666];
%y=[1525.7;458.9;16.9;33.8;1263.6;20.7;104.0;72.7;95.2];
y=[110.96;72.1;22.36;60.2;99.48;42.9;92.73;47.53;77.2];
b=regress(y,x);

```

```

yr=x*b;
dy1=(y-yr).^2;
sad=sum(dy1)/(n-k);
ys=mean(y);
dys=(y-ys).^2;
ssr=sum(dys)/(n-1);
fich=ssr/sad;%Критерий Фишера
disp('Коэффициенты регрессии b')
disp(b');
disp('Расчетные данные ');
disp(' y   yr   y-yr');
disp([y yr y-yr]);
disp("");
disp('sad   ssr   Fich');
disp([sad ssr fich])[x1,x2]=meshgrid([-1:1:1]);
yy=b(1)+b(2)*x1+b(3)*x2+b(4)*x1.*x2....
    +b(5)*(x1.^2-2/3)+b(6)*(x2.^2-2/3);
surf(x1,x2,yy);box;grid on;xlabel('h');
colorbar;
ylabel('temp');
zlabel('DT(h,temp)');
title('Поверхность отклика функции DT(h,temp)');
figure;
c=contour(x1,x2,yy,10);
clabel(c);
grid on;xlabel('h ');ylabel('temp');
title('Линии равных уровней функции DT(h,temp)');

```

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Барабанов Н.Н., Шариков Ю.В.** Математическое моделирование структуры потока вещества в аппаратах. Учеб. пособие / Владим. политехн. ин-т. Владимир, 1986. 88 с.
2. **Барабанов Н.Н., Шариков Ю.В.** Математическое моделирование процессов химической технологии. Учеб. пособие /Владим. политехн. ин-т. Владимир, 1987. 95 с.
3. **Барабанов Н.Н., Земскова В.Т.** Применение ЭВМ в химической технологии: Практикум/ Владим. гос. ун-т. Владимимр, 1997. 88 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ЗАЗОРЕ ВАЛКОВ КАЛАНДРА .....	5
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА КАЛАНДРА ПРИ ОБОГРЕВЕ ЕГО ПАРОМ .....	9
ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ЭКСТРУДЕРЕ, РАСЧЕТ РАБОЧЕЙ ТОЧКИ ЭКСТРУДЕРА .....	12
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПУСКОВОГО РЕЖИМА ЧЕРВЯЧНЫХ МАШИН .....	16
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭКСТРУДЕРА ДЛЯ РЕЖИМА НОРМАЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ .....	22
ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ УСТАНОВКИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ТЕРМОВЛАЖНОСТНОЙ ОБРАБОТКИ .....	26
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗОГРЕВА ПРЕССУЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ В ПЕРЕМЕННОМ ТЕМПЕРА- ТУРНОМ ПОЛЕ .....	31
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ЛИСТА В ОХЛАДИТЕЛЬНОЙ ВАННЕ .....	35
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ПЕНОКАРБИДОВ КРЕМНИЯ .....	37
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И МОДЕЛИРУЮЩИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПРОЦЕССА КАРБИДИЗАЦИИ ИЗДЕЛИЙ В ФОРМЕ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ .....	41
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	45
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	46
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	58