

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

**Б. А. БЕЛЯЕВ, А. П. ШЕВЧЕНКО**

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Учебное пособие  
к практическим занятиям**

*Допущено Учебно-методическим объединением вызов по образованию в области автоматизированного машиностроения (УМО АМ) в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»*



Владимир 2014

УДК 531.8  
ББК 22.2

Рецензенты:

Зам.директора по производству предприятия ООО «ВЕКТОР»,  
кандидат технических наук  
*С. О. Худяков*

Инженер-конструктор отдела главного конструктора  
ОАО «Владимирского производственного объединения «Точмаш»,  
кандидат технических наук  
*В. А. Толков*

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**БЕЛЯЕВ, Б. А., ШЕВЧЕНКО, А. П.**

Теория механизмов и машин: учеб. пособие к практическим занятиям / Б. А. Беляев, А. П. Шевченко; Владим. гос. ун-т имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2014. – 132 с.

ISBN

Учебное пособие является руководством к выполнению заданий по темам на практических занятиях по теории механизмов и машин. Содержит основные теоретические понятия и определения, примеры выполнения заданий по каждой теме, вопросы для проверки знаний и задания.

Предназначено для студентов 1–2 курсов очной, заочной и заочно-дистанционной форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Табл. 6. Ил. 32. Библиогр.: 5 назв.

УДК 531.8  
ББК 22.2

ISBN

© ВлГУ, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) изучает общие свойства механизмов и машин, даёт общие методы их проектирования, пригодные для различных областей техники. ТММ обычно ограничивается только схемными решениями, так как именно схемы определяют основные параметры механизма. Никакими конструктивными и технологическими улучшениями нельзя исправить недостатки схемы. Сведения, содержащиеся в курсе ТММ, важны не только для конструкторов, но и для эксплуатационников, так как грамотная эксплуатация возможна только при чётком понимании принципов работы и основных свойств машин.

Все задачи дисциплины ТММ можно условно разделить на две категории: *задачи анализа* и *задачи синтеза* различных механизмов и машин. Самостоятельное решение на практических занятиях индивидуальных конкретных задач из различных разделов дисциплины ТММ позволяет студентам освоить методы решения этих задач и подготовиться к проектированию или анализу новых механизмов и машин.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»**

Изучение дисциплины ТММ требует от студентов твёрдых знаний основ высшей математики, теоретической механики и сопротивления материалов, навыков решения задач по этим дисциплинам, а также необходимы знания и навыки по инженерной и компьютерной графики.

Теория механизмов и машин состоит из разделов:

- структурный анализ;
- кинематический анализ механизмов;
- силовой и динамический анализы механизмов;
- общие методы синтеза механизмов.

Структурный и кинематический анализы механизмов имеют своей целью изучение теории строения механизмов, исследование движения тел, их образующих, с геометрической точки зрения независимо от сил, вызывающих движение этих сил. Динамический анализ механизмов имеет своей целью изучение методов определения сил, действующих на тела, образующие механизм, во время движения этих тел, и изучение взаимосвязи между движениями этих тел, силами, на них действующими, и массами, которыми обладают эти тела. Проблемы синтеза механизмов изучаются по видам механизмов, так как задачей синтеза является проектирование механизмов выбранной структуры по заданным кинематическим и динамическим условиям.

В процессе изучения дисциплины студенты выполняют практические работы. Каждый раздел необходимо изучать в порядке, предусмотренном в рабочей программе. Ведение конспекта обязательно. Только в этом случае можно получить прочные знания и навыки расчётов по разделам дисциплины.

Работать с учебниками и конспектом лекций рекомендуется в такой последовательности:

- ознакомиться с содержанием данной темы по программе;
- изучить материал темы. Если тема имеет большой объём, надо разбить её на отдельные части;
- разобрать узловые вопросы темы, записать основные определения,

доказательства, правила, формулы, если необходимо снабдить их схемами или рисунками.

В целях закрепления учебного материала и приобретения навыков в пользовании расчётными формулами необходимо разобрать примеры и задачи, помещённые в учебнике и в конспекте лекций. К экзамену или зачёту допускаются студенты, не имеющие задолженности по практическим работам.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ**

К выполнению практического задания можно приступить только после изучения соответствующей темы. На практических занятиях можно пользоваться конспектом лекций, учебной и справочной литературой.

Практические задания даны в последовательности тем и должны решаться постепенно. Все задачи и расчёты обязательно должны быть доведены до окончательного числового результата.

В настоящем учебном пособии предлагаются задания и примеры решения по темам дисциплины.

## **ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ**

Практическая работа, сдаваемая студентами на проверку, должна быть выполнена и оформлена в соответствии со следующими требованиями.

Практическая работа выполняется на бумаге формата А4. Первый лист титульный. Работы надо выполнять аккуратным почерком с интервалом между строчками. Тексты условий задач переписывать обязательно, схемы или рисунки к задачам должны быть выполнены чётко карандашом. Решение задачи делится на пункты. Каждый пункт должен иметь подзаголовок с указанием, что и как определяется, по каким формулам или на основе каких теорем, законов, правил, методов. Преобразования формул, уравнений в ходе решения произ-

водить в общем виде, а уже затем подставлять исходные данные. Порядок подстановки числовых значений должен соответствовать порядку расположения в формуле буквенных обозначений этих величин. После подстановки исходных значений вычислить окончательный или промежуточный результат.

В соответствии с требованиями стандарта при решении задач необходимо применять только Международную систему единиц физических величин (СИ) и стандартные символы для обозначения этих величин.

Правильность всех вычислений надо тщательно проверить, обратить особое внимание на соблюдение единиц, подставляемых в формулу значений величин и оценить правдоподобность полученного ответа.

Если работа не зачтена, то согласно указаниям преподавателя она выполняется заново или частично.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА»**

Термин «*машина*» означает устройство, выполняющее механические движения для преобразования одного вида энергии в другой вид, материалов и информации. *Механизмом* называется система тел, предназначенная для преобразования заданного движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел (например, вращательного движения в возвратно-поступательное движение или наоборот). Одно или несколько неподвижно соединённых твёрдых тел, входящих в состав механизма, называется *звеном*. Звенья механизма подразделяются на входные и выходные, на ведущие и ведомые. Заданное движение совершает входное звено, требуемое – выходное звено. Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительную подвижность, представляет собой *кинематическую пару*.

Все пары делятся на пять классов, в зависимости от числа налагаемых связей на подвижность каждого из звеньев.

Тело, находясь в пространстве (в декартовой системе координат  $X, Y, Z$ ) имеет 6 степеней свободы. Оно может перемещаться вдоль каждой из трёх осей  $X, Y$  и  $Z$ , а также вращаться вокруг каждой оси (рис. 1).

Если тело (звено) образует с другим телом (звеном) кинематическую пару, то оно теряет одну или несколько из этих 6 степеней свободы.

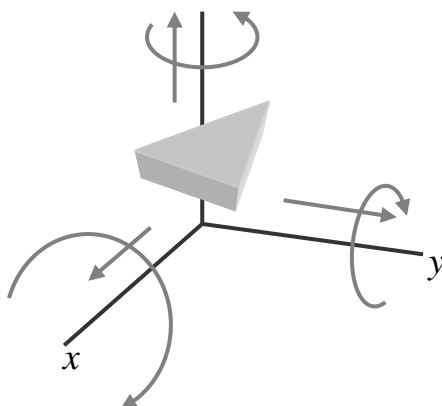
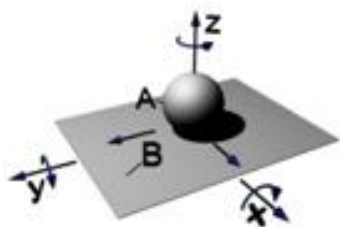
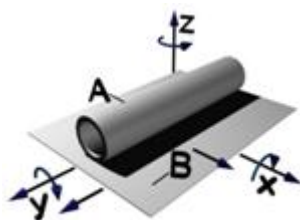


Рис.1. Степени свободы тела в пространстве

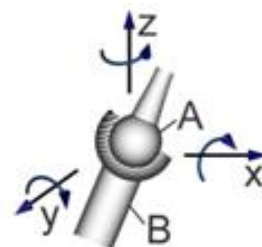
Например, если телами (звеньями), образовавшими кинематическую пару, утрачено по 5 степеней свободы каждым, эту пару называют кинематической парой 5-го класса. Если утрачено 4 степени свободы – 4-го класса и т.д. Число степеней подвижности обозначается за  $H$ . Число налагаемых связей обозначается за  $S$ . При этом число степеней подвижности можно определить по формуле:  $H = 6 - S$ . На рисунке 2 показаны кинематические пары разных классов.



а) пара пятиподвижная 1 класса  
 $S = 1; H = 5$



б) пара четырёхподвижная 2 класса  
 $S = 2; H = 4$



в) пара трёхподвижная 3 класса  
 $S = 3; H = 3$

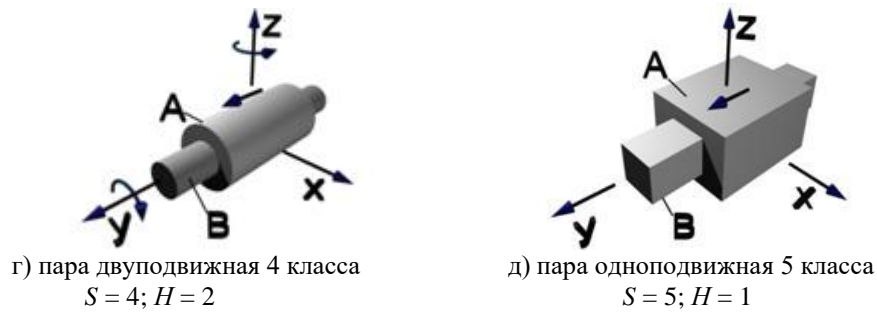


Рис.2. Классы кинематических пар

По характеру соприкосновения звеньев, образующих кинематическую пару, пары делятся на *низшие*, в которых контакт звеньев осуществляется по поверхности (рис. 2, г, д) и *высшие*, в которых контакт звеньев осуществляется по линиям или точкам (рис. 2, а, б).

Механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же плоскости, называется *плоским механизмом*. Все остальные механизмы относятся к *пространственным*.

*Плоский механизм* называют *рычажным*, если его звенья образуют только низшие кинематические пары.

Наиболее распространенными кинематическими парами в плоских рычажных механизмах являются одноподвижные кинематические пары: вращательные (рис. 2, в) и поступательные (рис. 2, г, д).

При изображении механизма на чертеже различают его *структурную схему* с указанием звеньев и *кинематическую схему* с указанием размеров, необходимых для кинематического анализа механизма, выполненную в масштабе.

На рис. 3 изображены структурные схемы наиболее распространенных четырехзвенных механизмов с низшими кинематическими парами: кривошипно-коромыслового (рис. 3, а), кривошипно-ползунного (рис. 3, б), кривошипно-кулисного (рис. 3, в).

На схемах звенья обозначают цифрами, вращательные кинематические пары – буквами, поступательные пары –



буквой *П* с соответствующим индексом, если несколько поступательных пар. Например, на рис. 3, б: *A* – вращательная пара 1 – 0, *П* – поступательная пара 3 – 0.

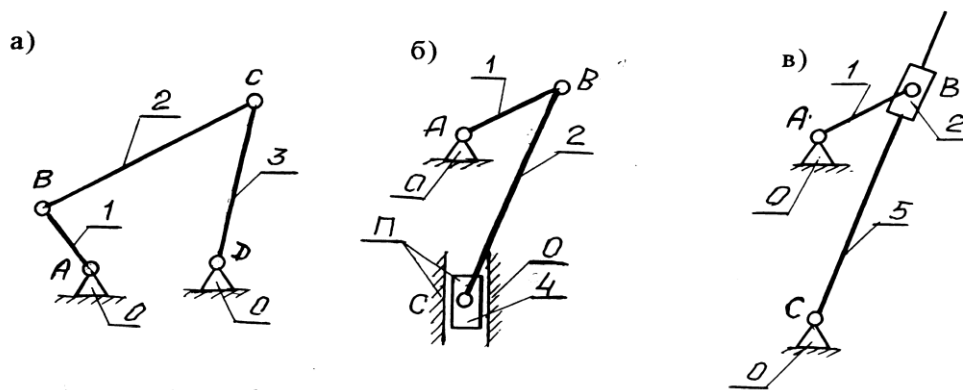


Рис. 3. Схемы механизмов: 0 – стойка, 1 – кривошип, 2 – шатун, *B*(2) – кулисный камень, 3 – коромысло, 4 – ползун, 5 – кулиса

В зависимости от характера движения (относительно стойки) звенья рычажного механизма называют:

*Стойка* – звено, принимаемое за неподвижное.

*Кривошип* – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

*Коромысло* – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси.

*Шатун* – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями.

*Ползун* – звено рычажного механизма, образующее поступательную пару со стойкой.

*Кулиса* – звено рычажного механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару.

*Кулисный камень* – звено, совершающее поступательное движение относительно подвижной направляющей.

Число степеней свободы плоского рычажного механизма определяется по структурной формуле П. Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где  $W$  – число степеней свободы механизма,  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $p_1$  – число низших кинематических пар,  $p_2$  – число высших кинематических пар.

*Число степеней свободы механизма равно числу обобщенных координат.*

*Обобщенной координатой* механизма называется каждая из независимых между собой координат, определяющих положение всех звеньев механизма относительно стойки.

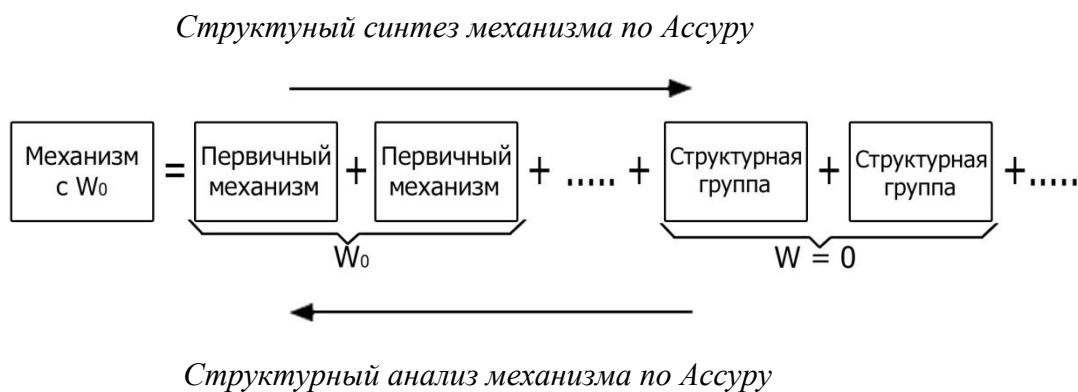
*Звено*, которому приписывается обобщенная координата, называется *начальным*.

В механизме с одной степенью свободы – одно начальное звено и за обобщенную координату обычно принимается или угловая координата вращающегося звена (рис. 4, а), или линейная координата поступательного звена (рис. 4, б).



Рис. 4. Выбор обобщенной координаты: а – угловая координата, б – линейная координата

Для решения задач синтеза и анализа рычажных механизмов профессором Петербургского университета Л.В. Ассуром была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп (рис. 5). При структурном синтезе механизма по Л. В. Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью  $W_0$  последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.



*Рис. 5. Классификация по Л. В. Ассуру*

Под *первичным механизмом* понимают механизм, состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижное) образующих кинематическую пару. Примеры первичных механизмов даны на рис. 6.

*Структурной группой Ассура* (или группой нулевой подвижности) называется кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой (на плоскости и в пространстве) равна нулю ( $W_{gp} = 0$ ).

Конечные звенья групп Ассура, входящие в две кинематические пары, из которых одна имеет свободный элемент звена, называются *поводками*. Структурные группы Ассура делятся на *классы* в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа поводков в группе, числа замкнутых контуров внутри группы.

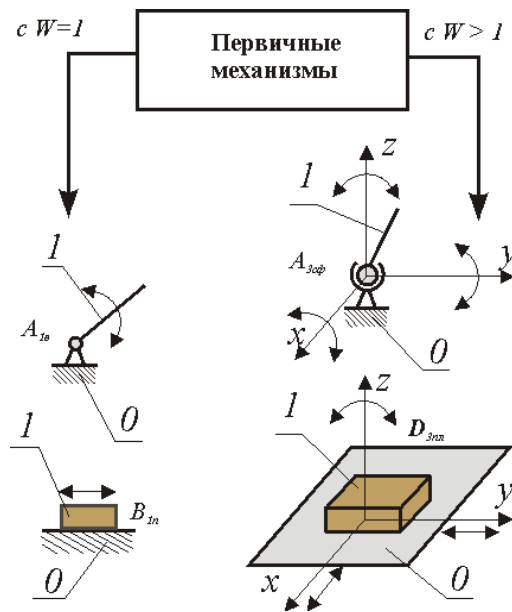


Рис. 6. Первичные механизмы

В пределах класса (по Ассур) группы подразделяются по числу поводков на *порядки* (порядок группы равен числу ее поводков). Особенность структурных групп Ассур - их статическая определенность. Используя группы Ассур удобно проводить структурный анализ механизмов. Наиболее широко применяются простые рычажные механизмы, состоящие из групп Ассур 1-го класса 2-го порядка. Число разновидностей таких групп для плоских механизмов с низшими кинематическими парами невелико, их всего пять (см. табл. 1).

Таблица 1

Разновидности групп Ассур

2ПГ Ассур 1 вида	2ПГ Ассур 2 вида	2ПГ Ассур 3 вида	2ПГ Ассур 4 вида	2ПГ Ассур 5 вида

При структурном анализе механизма по Ассур к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью  $W_0$  последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью. Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т.е. не содержит избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо устранить избыточные связи и выявить местные подвижности. Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев наиболее удаленных от первичных, выделять из состава механизма структурные группы нулевой подвижности.

В процессе решения задачи структурного анализа механизма выполняется следующее:

- 1) определяется число звеньев механизма;
- 2) определяется число кинематических пар, даётся их классификация;
- 3) определяется число степеней свободы механизма;
- 4) выявляются избыточные связи и местные степени свободы;
- 5) механизм разбивается на группы звеньев в соответствии с принципом Л.В. Ассура.

**Пример 1.** Провести структурный анализ механизма строгально-го станка (рис. 7).

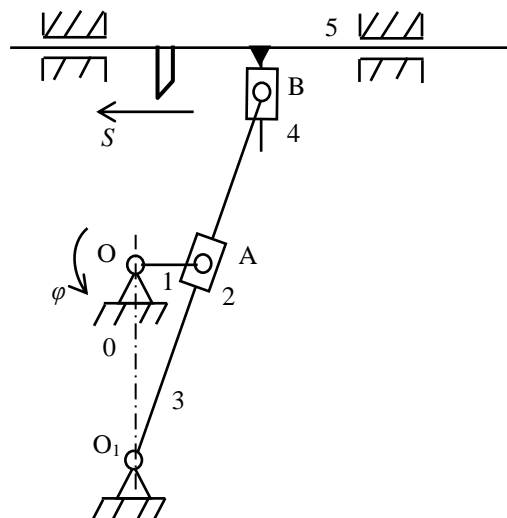


Рис.7. Кинематическая схема механизма строгально-го станка

Механизм состоит из пяти звеньев: стойка О, кривошип 1, кулиса 3 с кулисным камнем 2, ползушка 4, суппорт 5 с установленным на нём резцом. Входным звеном является кривошип 1, выходным – суппорт 5. Звенья механизма образуют семь кинематических пар: О – 1, 1 – 2, О – 3, 3 – 4 – вращательные, одноподвижные, пятого класса; 5 – О – цилиндрическая, двухподвижная, четвёртого класса. Все кинематические пары – низшие, следовательно, механизм – рычажный.

Звенья механизма движутся в плоскостях, параллельных неподвижной плоскости – исследуемый механизм является плоским. Он не содержит звеньев, образующих только одну кинематическую пару, следовательно, является замкнутым. Звенья механизма образуют два замкнутых контура: О – 1 – 2 – 3 – О и О – 3 – 4 – 5 – О.

Число степеней свободы механизма определим, применяя универсальную формулу П. Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_1 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1,$$

где  $n = 5$  – число звеньев механизма;  $p_1 = 7$  – число низших кинематических пар механизма.

В соответствии с принципом Л. В. Ассура *начальный механизм*, обладающий числом степеней свободы всего исследуемого механизма, *кривошипный* (рис. 8). Кривошип (I) имеет цилиндрический выступ – шип 1, ось которого смещена относительно оси вращения кривошипа на расстояние  $r$ , которое может быть постоянным или регулируемым. Более сложным вращающимся звеном кривошипного механизма является коленчатый вал. Эксцентрик (III) – диск, насаженный на вал с эксцентриситетом, то есть со смещением оси диска относительно оси вала. Эксцентрик можно рассматривать как конструктивную разновидность кривошипа с малым радиусом.

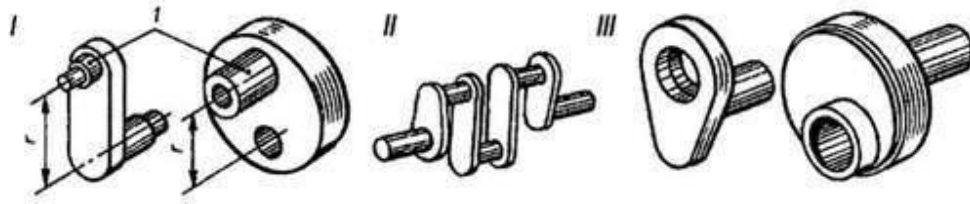


Рис. 8. Кривошипный механизм — механизм, преобразующий один вид движения в другой

Остальные звенья образуют ведомую цепь, имеющую нулевую подвижность относительно звеньев начального механизма. Ведомая цепь, в свою очередь, состоит из двух двухзвенных структурных групп: 2 – 3 и 4 – 5.

На рис. 9 штриховой линией обозначены внешние кинематические пары – «поводки», которыми звенья групп присоединяются к начальному механизму или к звеньям соседних групп.

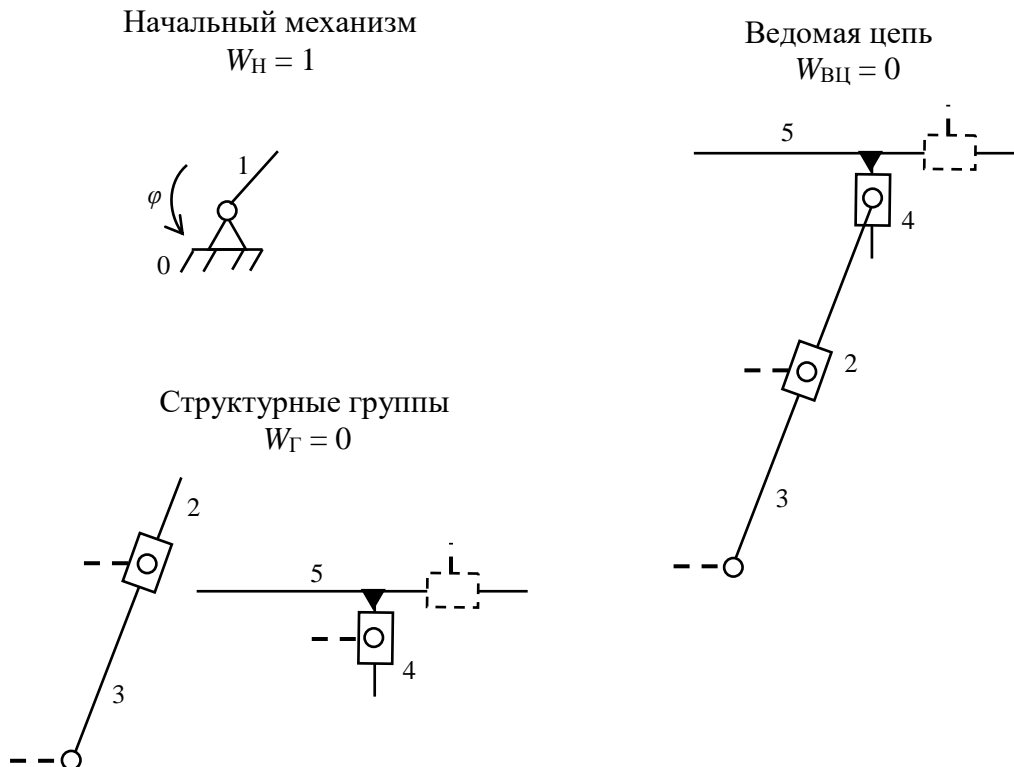


Рис. 9. Структурные группы механизма

**Пример.** Провести структурный анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 10).

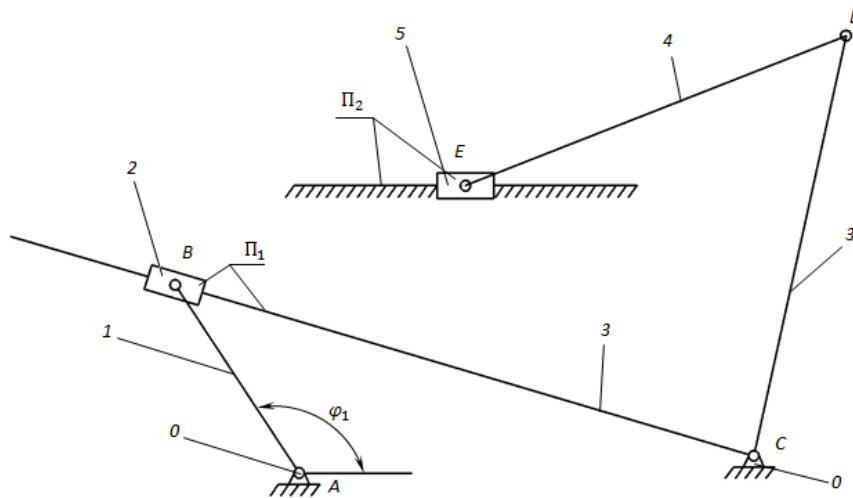


Рис. 10. Кривошипно-ползунный механизм

1. Рассчитаем число степеней свободы механизма по формуле П.Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_1 - p_2.$$

Число подвижных звеньев  $n = 5$  (подвижные звенья пронумерованы цифрами от 1 до 5, стойка обозначена цифрой – 0). Названия звеньев: 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – кулиса, 4 – шатун, 5 – ползун.

Звенья соединены между собой кинематическими парами. Составим таблицу 2 кинематических пар, в которой указываем из каких звеньев образуется пара, наименование пары.

Таблица 2

Кинематические пары

Обозначения кинематической пары	А	В	С	Д	Е	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>
Звенья, образующие пару	0-1	1-2	3-0	3-4	4-5	2-3	5-0
Наименование пары	Низшие вращательные					Низшие поступательные	

Количество низших кинематических пар  $p_1 = 7$ .

Количество высших кинематических пар  $p_2 = 0$ .



$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 15 - 14 - 0 = 1.$$

Следовательно, в механизме одно начальное звено.

2. За начальное звено принимаем звено 1 (н.з. 1).

Начальное звено 1 образует со стойкой О вращательную пару – А. Положение начального звена относительно стойки определяется углом  $\varphi_1$  ( $W = 1$ ).

3. Кинематическая цепь, образованная звеньями 2, 3, 4, 5, имеет  $\Delta W = 0$ .

4. Выявим, какие группы Ассура и в какой последовательности присоединялись к начальному звену 1 и стойке О.

*Поводки* – это звенья, которые присоединяются к имеющемуся механизму на данном этапе структурного анализа.

При начальном звене 1 и стойке О выделим возможные поводки, т.е. звенья, образующие кинематические пары со звеньями 1 и О. Поводками будут звенья – 2, 3, 5. Из них между собой соединены кинематической парой (поступательной  $П_1$ ) звенья 2 и 3. Следовательно, эти звенья могут образовать двухповодковую группу Ассура. Вид группы определяем видом внешних и внутренней кинематических пар. *Внешними* считаются *кинематические пары*, которыми группа присоединяется к звеньям О и 1. *Внутренней* – *кинематическая пара*, соединяющая между собой звенья группы.

Согласно составленной таблице звенья 2 и 3 образуют 2ПГ Ассура 3 вида, так как внешние пары – вращательные В и С, внутренняя пара – поступательная  $П_1$  (ВПВ). Присоединив 2ПГ Ассура 3 вида к н.з.1 и стойке О, получаем промежуточный механизм – О, 1, 2, 3.

Возможными поводками к промежуточному механизму будут звенья 5 (не вошедшее в группу Ассура при предыдущем присоединении) и 4, образующее вращательную пару Д с третьим звеном промежуточного механизма. Звенья 4 и 5 соединены между собой и могут образовать 2ПГ Ассура. В ней внешние пары: вращательная Д и поступательная  $П_2$ , которыми звенья 4 и 5 присоединяются соответственно к зве-

ньюм 3 и 0 промежуточного механизма 0, 1, 2, 3; внутренняя пара – вращательная E, которой звенья 4 и 5 соединены между собой и образуют группу Ассур 2 вида (ВВП).

Таким образом, рассматриваемый механизм образован последовательным присоединением к начальному звену 1 и стойке 0 двух поводковых групп Ассур, сначала 2ПГ Ассур 3 вида, а затем 2ПГ Ассур 2 вида.

Структурный анализ механизма показана рис. 11 (пунктиром показаны паводки, к которым присоединяется группа Ассур).

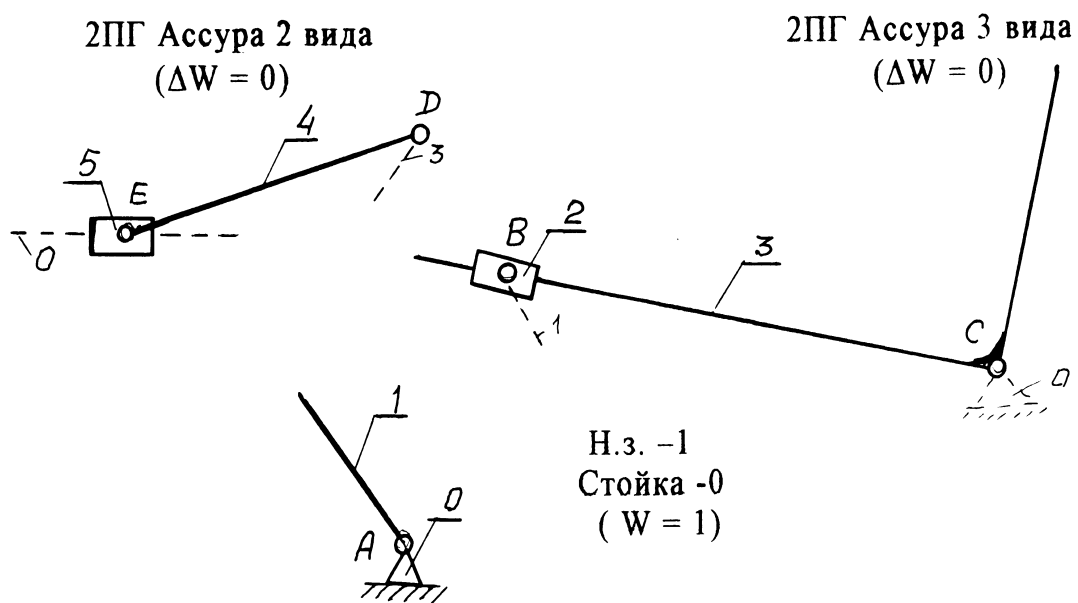


Рис. 11. Структурный анализ механизма

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Выполнить структурный анализ заданного кривошипно-ползунного механизма с простыми кинематическими парами, определить число степеней свободы механизма. Варианты смотри в приложении 1.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА»

*Кинематический анализ механизма* – исследование его основных параметров без учёта, действующих на него сил, с целью изучения законов изменения и на основе этого выбор из ряда известных наилучшего механизма.

Цели:

1. Распределение кинематических характеристик звеньев: перемещение, скорость, ускорение, траектория движения, функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.
2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.
3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Задачи:

1. Определение перемещений звеньев механизма и построение траекторий отдельных точек.
2. Определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма.
3. Определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев.

Методы:

1. Аналитический.
2. Графоаналитический (метод планов скоростей и ускорений).
3. Графический (метод графиков и диаграмм).

Метод выбирается в зависимости от структуры механизма и требуемой точности расчёта.

Рассмотрим графоаналитический метод кинематического анализа.

Этот метод, более простой, основан на непосредственном геометрическом построении планов положений (6...12) механизма. Он позволяет наглядно представить движение его звеньев. При этом на

чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а, следовательно, и действительная конфигурация механизма в соответствующие мгновения времени.

Недостаток метода – невысокая точность, которая зависит от точности графических построений.

На примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 12, а), для которого задана кинематическая схема и размеры его звеньев –  $l_{OA}$  и  $l_{AB}$ , угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = \text{const}$  и угол наклона кривошипа  $\varphi_1$  выполним кинематический анализ.

Выбираем масштаб длин  $\mu_l = l_{OA}/AO$ , м/мм, где  $AO$  – длина отрезка, мм, изображающая кривошип длиной  $l_{OA}$  на строящемся плане механизма; эта длина выбирается произвольно с учётом того, что совмещённые планы механизма должны разместиться на отведённом месте чертежа, а сам масштаб длин был бы удобен для дальнейших расчётов ( $AO = 40 \dots 50$  мм).

Вычисляем длину звена  $AB = l_{AB}/\mu_l$ , мм, изображающего шатун на плане механизма.

*Масштаб плана скоростей* определяется по формуле

$$\mu_v = V_A/p_{va}, (\text{м/с})/\text{мм},$$

где  $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$  – скорость точки  $A$ , м/с;  $p_{va}$  – вектор скорости точки  $A$ , длина которого выбирается произвольно в зависимости от формата чертежа.

*План скоростей кривошипно-ползунного механизма* начинают строить после построения схемы механизма в заданном положении, в выбранном масштабе длин  $\mu_l$ , составления векторного уравнения скоростей и выбора масштаба плана скоростей  $\mu_v$ .

*Свойства плана скоростей:*

1. Отрезки плана скоростей, проходящие через полюс, изображают абсолютные скорости. Направление абсолютных скоростей всегда получается от полюса. В конце векторов абсолютных скоростей принято ставить малую букву той буквы, которой обозначается соответствующая точка на плане механизма.

2. Отрезки плана скоростей, не проходящие через полюс, обозначают относительные скорости.

3. Концы векторов абсолютных скоростей точек механизма жестко связанных между собой, на плане скоростей образуют фигуры, подобные сходственно расположенные и повернутые на 90 градусов относительно фигур, образуемых этими точками на плане механизма.

4. Неподвижные точки механизма имеют соответствующие им точки на плане скоростей расположенные в полюсе.

5. План скоростей дает возможность находить нормали и касательные к траектории точки без построения самих траекторий.

На рисунке 12, б показано построение плана скоростей только для начального (заданного) положения механизма.

Векторное уравнение скорости точки  $B$  (конца кривошипа  $AB$ )

$$V_B = V_A + V_{BA},$$

где  $V_A$  – вектор скорости точки  $A$  направлен перпендикулярно кривошипу 1 на плане механизма;  $V_{BA}$  – вектор скорости точки  $B$  относительно  $A$ ; имеет направление, перпендикулярное прямой  $AB$  на плане механизма;  $V_B$  – вектор полной (абсолютной) скорости ползуна 3; должен быть параллельным направлению движения ползуна.

Для построения плана скоростей сначала из полюса плана  $p_v$  (рис. 12, б) проводится вектор скорости точки  $A$  относительно  $O$  –  $V_A$ , т.е. векторный отрезок  $pva$ . Затем через точку  $a$  проводится перпендикуляр к прямой  $AB$  плана механизма и через полюс  $p_v$  – прямая, параллельная движению ползуна 3. На пересечении этих двух прямых получается точка  $b$ . Направления векторов скоростей обозначают стрелками.

Определение скорости точки  $S_2$ , принадлежащей шатуну 2 и расположенной на середине отрезка  $AB$ . Используя теорему подобия, на отрезке  $ab$  плана скоростей находят его середину (точка  $S_2$ ), которая, будучи соединенной с полюсом  $p_v$ , даст вектор  $V_{S_2}$ , изображающий абсолютную (полную) скорость точки  $S_2$ .

Рассчитаем действительные значения линейных скоростей и угловой скорости шатуна:

$$V_{BA} = (ab) \mu_V, \text{ м/с}; V_B = (pvb) \mu_V, \text{ м/с}; V_{S_2} = (pVS_2) \mu_V, \text{ м/с}; \omega_2 = V_{BA}/l_{AB}.$$

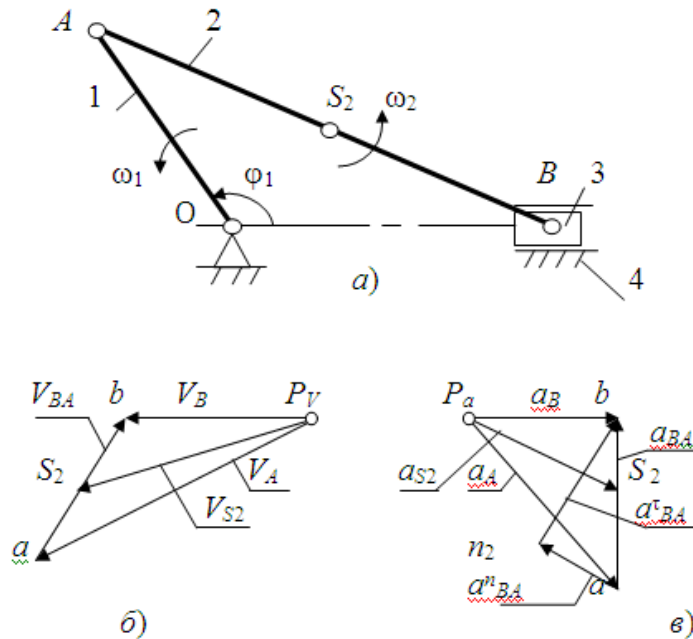


Рис. 12. Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма: а – кинематическая схема механизма; б – план скоростей; в – план ускорений

Направление вектора угловой скорости шатуна  $\omega_2$  определяется следующим образом. Вектор скорости  $V_{BA}$  условно переносится в точку  $B$  плана механизма. Куда он будет вращать шатун 2 относительно точки  $A$ , в ту сторону и направлена угловая скорость  $\omega_2$  шатуна.

Построение плана ускорений кривошипно-ползунного механизма (см. рис. 12, в).

*Свойства планов ускорений:*

1. Отрезки планов ускорений, проходящие через полюс, изображают абсолютные ускорения. Направление абсолютных ускорений всегда получается от полюса. В конце векторов абсолютных ускорений принято ставить малую букву, той буквы, которой обозначена соответствующая точка на плане механизма.

2. Отрезки плана ускорений, соединяющие концы векторов абсолютных ускорений, обозначают относительные ускорения.

3. Концы векторов абсолютных ускорений точек механизма жестко связанных между собой на плане ускорений образуют фигуры подобные, сходственно расположенные и повернутые на угол 180-ф относительно расположения их на плане механизма.

4. Постоянные неподвижные точки механизма имеют соответствующие им точки плана ускорений расположенные в полюсе.

План ускорений строят после того, как будет составлено векторное уравнение ускорения точки  $B$

$$a_B = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^t,$$

где  $a_A$  – ускорение точки  $A$ ; его величину и направление можно определить, используя векторное уравнение ускорения точки  $A$  относительно оси  $O$  вращения кривошипа:  $a_A = a_O + a_{AO}$ , причём ускорение точки  $A$  относительно  $O$  можно разложить на две составляющие – нормальное ускорение  $a_{AO}^n$  и тангенциальное  $a_{AO}^t$ , т.е.  $a_{AO} = a_{AO}^n + a_{AO}^t$ .

Уравнение ускорения точки  $A$  можно записать в виде  $a_A = a_{AO}^n$ . Величина нормальной составляющей ускорения (нормальное ускорение) рассчитывается по формуле:  $a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO}$  (его вектор направлен от точки  $A$  к точке  $O$ ).

Затем вычисляется нормальное ускорение точки  $B$  относительно точки  $A$  по формуле  $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AO}$  (его вектор направлен от  $B$  к  $A$ ).

После выбора масштаба плана ускорений по формуле

$$\mu_a = a_{AO}^n / p_{aa}, \text{ (м/с}^2\text{)/мм,}$$

где  $p_{aa}$  – вектор ускорения точки  $A$  на плане ускорений, величина которого выбирается 50...100 мм.

Величина нормального ускорения  $a_{BA}^n$  переводится масштабом  $\mu_a$  в векторный отрезок длиной

$$an_2 = a_{BA}^n / \mu_a, \text{ мм.}$$

Затем строится план ускорений (рис. 12, в). Из произвольно выбранного полюса  $p_a$  параллельно кривошипу  $OA$  механизма проводится вектор ускорения  $a_{AO}^n$ , длина которого  $p_{aa}$  была выбрана произвольно при расчёте масштаба  $\mu_a$ . Из конца этого вектора (точки  $a$ ) проводится вектор ускорения  $a_{BA}^n$  длиной  $an_2$ , который должен быть параллелен отрезку  $AB$  плана механизма и направлен от точки  $B$  к  $A$ .

Перпендикулярно ему через точку  $n_2$  проводят прямую до пересечения с прямой, проведённой через полюс  $p_a$  параллельно линии движения ползуна 3. Полученная точка  $b$  их пересечения определяет длины векторов ускорений  $a_{BA}$  и  $a_B$ .

Для нахождения величины ускорения точки  $S_2$ , принадлежащей шатуну 3, можно применить теорему подобия. При этом необходимо на векторе, изображающем на плане ускорений относительное ускорение  $a_{BA}$ , найти соответствующую точку  $S_2$ , делящую отрезок  $ab$  в той же пропорции, что и точка  $S_2$  делит отрезок  $AB$  на плане механизма.

Угловое ускорение шатуна вычисляется по формуле

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^t / l_{AB} = (n_2 b) \mu_a / l_{AB}, \text{ с}^{-1},$$

где  $n_2 b$  – длина вектора на плане ускорений, изображающего тангенциальное ускорение  $a_{BA}^t$ .

Для определения направления вектора углового ускорения шатуна  $\varepsilon_2$  необходимо вектор тангенциального ускорения  $a_{BA}^t$  условно перенести в точку  $B$  плана механизма. Куда он будет вращать шатун относительно точки  $A$ , в ту сторону и направлено ускорение  $\varepsilon_2$  шатуна.

**Пример.** Для кулисного механизма (рис. 13) выполнить кинематический анализ.

Чтобы построить *план скоростей*, необходимо составить векторное уравнение скоростей. При этом следует иметь в виду, что точка  $A_1$ , принадлежащая кривошипу 1, и точка  $A_2$ , принадлежащая ползуну 2 и совпадающая на плане механизма с точкой  $A_1$ , вращаются вокруг оси  $O$  с одинаковыми линейными и угловыми скоростями:

$$V_{A1} = V_{A2} \text{ и } \omega_1 = \omega_2.$$

Если задана величина  $\omega_1$ , то величину линейной скорости можно рассчитать по формуле  $V_{A1} = V_{A2} = \omega_1 \cdot l_{OA}$ , м/с.

Векторы скоростей  $V_{A1}$  и  $V_{A2}$  направлены перпендикулярно радиусу  $OA_1$ . Скорость точки  $A_3$ , принадлежащей кулисе 3, можно найти по векторному уравнению скоростей

$$V_{A3} = V_{A2} + V_{A3A2},$$



где  $V_{A_3A_2}$  – вектор скорости точки  $A_3$  кулисы относительно точки  $A_2$  ползуна, параллельный прямой  $A_1B$  плана механизма.

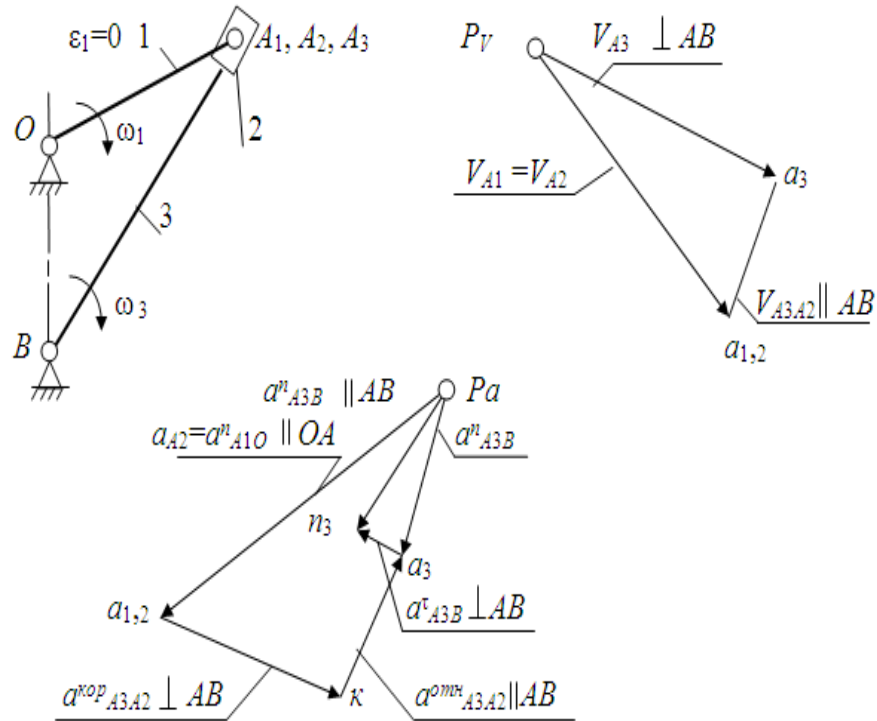


Рис. 13. Построение планов скоростей и ускорений кулисного механизма

После выбора масштаба плана скоростей  $\mu_v$  (см. предыдущий пример) строят план скоростей. Из полюса  $p_v$  (см. рис. 13) перпендикулярно отрезку  $OA$  плана механизма проводится вектор скорости  $V_{A_1}$ , совпадающий с вектором скорости  $V_{A_2}$  (см. рис. 13, вектор  $pva_1$ ). Через точку  $a_1$  проводят прямую, параллельную прямой  $A_1B$ , а через полюс  $p_v$  – прямую, перпендикулярную  $A_1B$ . На их пересечении получают точку  $a_3$  и наносят направление векторов (стрелки), руководствуясь векторным уравнением скоростей.

Вычисляем величины скоростей:

$$V_{A_3} = (pva_3)\mu_v, \text{ м/с}; V_{A_3A_2} = (a_1a_3)\mu_v, \text{ м/с},$$

где  $pva_3$  и  $a_1a_3$  – длины векторов, измеренные на плане скоростей.

Угловая скорость кулисы 3 вычисляется по формуле

$$\omega_3 = V_{A_3}/l_{A_1B}, \text{ с}^{-1}.$$

Для построения плана ускорений составляются векторные уравнения:

$$a_{A3} = a_{A2} + a^{kop}_{A3A2} + a^{omn}_{A3A2},$$

$$a_{A3} = a_B + a^n_{A3B} + a^t_{A3B},$$

где  $a_{A2}$  – ускорение ползуна;  $a^{kop}_{A3A2}$  – ускорение Кориолиса точки  $A_3$  относительно  $A_2$  (возникает тогда, когда есть относительное движение двух точек с одновременным вращением их вокруг какой-либо оси; в данном случае точка  $A_3$  движется относительно  $A_2$ , вместе они вращаются вокруг неподвижной точки  $B$ ; направление вектора  $a^{kop}_{A3A2}$  определяется так: необходимо повернуть вектор скорости  $V_{A3A2}$  по направлению вращения кулисы 3 – это и будет направление ускорения Кориолиса);  $a^{omn}_{A3A2}$  – относительное ускорение точки  $A_3$  относительно  $A_2$  (его вектор параллелен  $A_3B$ );  $a_B$  – ускорение точки  $B$  ( $a_B = 0$ , так как точка  $B$  неподвижна);  $a^n_{A3B}$  – нормальное ускорение точки  $A_3$  относительно  $B$  (направление вектора от  $A_3$  к точке  $B$ );  $a^t_{A3B}$  – тангенциальное ускорение точки  $A_3$  относительно  $B$  (вектор направлен перпендикулярно  $A_3B$ ).

Ускорение Кориолиса и нормальные ускорения:

$$a^{kop}_{A3A2} = 2\omega_3 \cdot V_{A3A2}, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A2} = a^n_{A1O} = \omega_1^2 \cdot l_{OA}, \text{ м/с}^2;$$

$$a^n_{A3B} = \omega_3^2 \cdot l_{A3B}, \text{ м/с}^2.$$

Масштаб плана ускорений

$$\mu_a = a_{A2}/p_a a_{1,2}, \text{ (м/с}^2\text{)/мм},$$

где  $p_a a_{1,2}$  – длина вектора, изображающего ускорение  $a_{A2}$  на плане ускорений; она выбирается произвольно с таким расчётом, чтобы будущий план ускорений разместился на отведённом месте чертежа и масштаб был удобен для использования в дальнейших расчётах.

Остальные известные величины ускорений переводятся масштабом в векторные отрезки соответствующих длин

$$a_{1,2}k = a^{kop}_{A3A2}/\mu_a, \text{ мм}; p_a n_3 = a^n_{A3B}/\mu_a, \text{ мм}.$$

Затем строится *план ускорений*. Из произвольно выбранного полюса – точки  $p_a$  – проводится вектор ускорения  $a^n_{A1O}$  с длиной  $p_a a_{1,2}$ . Из точки  $a_{1,2}$  перпендикулярно  $A_2B$  проводится вектор ускорения  $a^{kop}_{A3A2}$  с длиной  $a_{1,2}k$ . Через точку  $k$  проводится прямая, перпендику-

лярная этому вектору. Таким образом, будет выполнено графическое изображение первого векторного уравнения ускорений из двух, ранее составленных. Затем приступают к построению второго векторного уравнения. Из полюса  $p_a$  параллельно прямой  $A_3B$  проводится вектор ускорения  $a^n_{A_3B}$  длиной  $p_a n_3$ , а через точку  $n_3$  – перпендикулярная ему прямая до пересечения с прямой, проведённой ранее через точку  $k$ . На пересечении этих прямых получается точка  $a_3$ . Вектор, соединяющий точки  $p_a$  и  $a_3$ , – полное ускорение  $a_{A_3}$  точки  $A_3$ .

Угловое ускорение кулисы 3 вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_3 = a^r_{A_3B}/l_{A_3B} = (n_2 a'_3) \mu_l / A_3B \cdot \mu_l, \text{ с}^{-1},$$

где  $n_2 a_3$  – длина вектора, изображающего на плане ускорений тангенциальное ускорение точки  $A_3$ .

Направление углового ускорения определяется, как и в предыдущем примере (для кривошипно–ползунного механизма), по направлению условного вращения кулисы 3 вектором ускорения  $a^r_{A_3B}$ : условно перенести этот вектор в точку  $A_3$  плана механизма и посмотреть, в каком направлении он будет «вращать» кулису 3.

**Пример.** Провести кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 14).

Даны значения длин кривошипа  $AB$  и шатуна  $BC$  :

$$l_{AB} = 0,5 \text{ м}, l_{BC} = 4l_{AB} = 2 \text{ м}, l_{BS_2} = 0,5l_{BC} = 1 \text{ м}.$$

По входным параметрам строится кинематическая схема механизма.

Условно приняв на чертеже длину кривошипа  $AB = 50$  мм, можно найти масштаб длин

$$\mu_l = l_{AB}/AB = 0,5/50 = 0,01 \text{ м/мм}.$$

Находим длину шатуна

$$BC = l_{BC}/\mu_l = 2/0,01 = 200 \text{ мм}.$$

Определяем положение т.  $S_2$  на шатуне

$$BS_2 = l_{BS_2}/0,01 = 1/0,01 = 100 \text{ мм}.$$

В принятом масштабе вычерчиваем кинематическую схему механизма.

Для построения 6 совмещённых положений механизма разделим траекторию, описываемую точкой  $B$  кривошипа, на 6 равных частей

(рис.14). В качестве нулевого принимаем то положение кривошипа, при котором точка  $C$  ползуна занимает крайнее левое положение. Из отмеченных на окружности точек  $B_1, \dots, B_6$  раствором циркуля равным  $BC = 200$  мм, намечаем на линии движения точки  $C$  её положения. Соединяем точку  $B_1$  с точкой  $C_1$ , точку  $B_2$  с точкой  $C_2$  и т. д. Получаем 6 положений точки  $C$ , т.е. положения ползуна во время работы механизма.

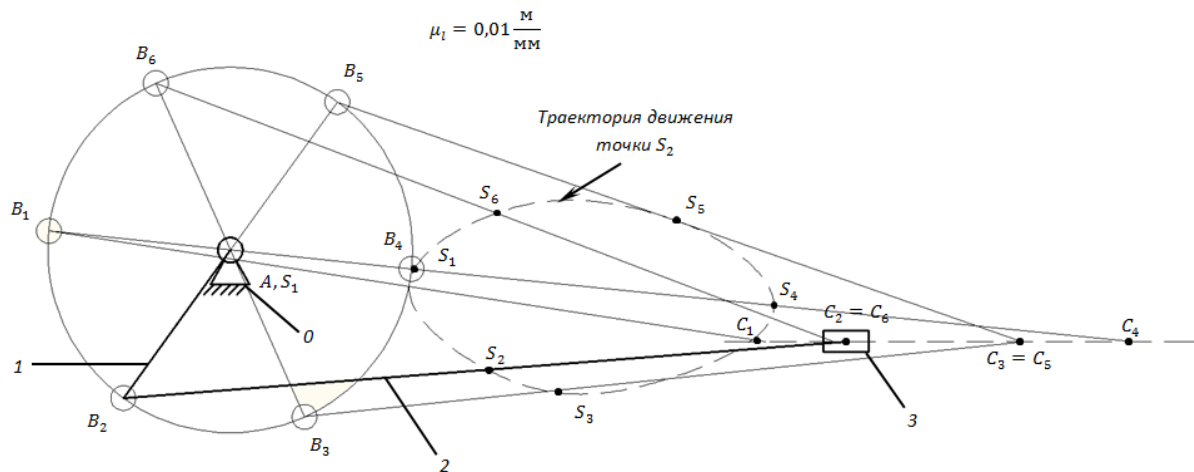


Рис.14 . Шесть совмещённых положений механизма

*Построение планов скоростей механизма.*

Определяем скорость точки  $B$

$$V_B = \omega_1 \cdot l_{AB} = 52 \cdot 0,5 = 26 \text{ м/с.}$$

Построение начинаем от ведущего звена. Из точки  $p$ , принятой за полюс плана скоростей, откладываем в направлении вращения кривошипа  $AB$  вектор скорости точки  $B$  :  $pb = 52$  мм.

Построение плана скоростей группы Ассур II класса 1-го вида (звенья 2 и 3) производим по уравнению вектора скорости ползуна (т.  $C$ ), который направлен параллельно оси движения ползуна, т.е. горизонтально

$$V_C = V_B + V_{CB},$$

где  $V_{CB}$  – вектор скорости точки  $C$  во вращательном движении относительно точки  $B$ , направлена перпендикулярно оси звена  $BC$ .

Из точки  $b$  проводим линию, перпендикулярную оси звена  $BC$ , а из полюса  $p$  плана скоростей – линию, параллельную оси движения

ползуна  $C$ . Точка  $c$  пересечения этих линий даст конец вектора искомой скорости  $V_C$ .

Масштаб планов скоростей вычисляем по формуле

$$\mu_v = V_B/pb = 26/52 = 0,5 \text{ (м/с)/мм.}$$

Скорость т. $S_2$  определяем из пропорции

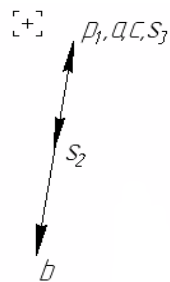
$$bc/bs_2 = BC/BS_2, \text{ отсюда } bs_2 = bc \cdot BS_2/ BC.$$

Истинное значение скоростей определяем по формулам

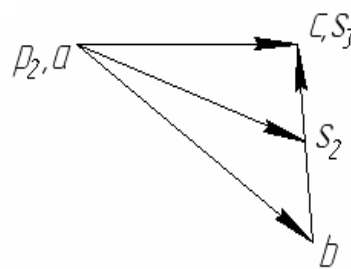
$$V_C = pc \cdot \mu_v \text{ (м/с), } V_{BC} = bc \cdot \mu_v \text{ (м/с), } V_{S_2} = ps_2 \cdot \mu_v \text{ (м/с).}$$

Вычерчиваем планы скоростей для каждого положения механизма (рис. 15).

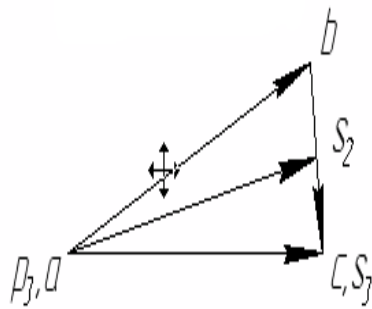
Расчёт скоростей производим для каждого положения механизма.



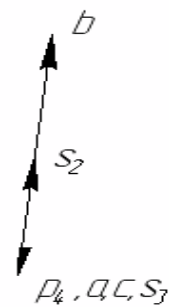
Положение 1



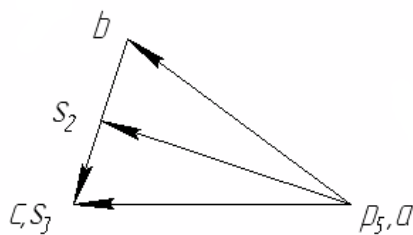
Положение 2



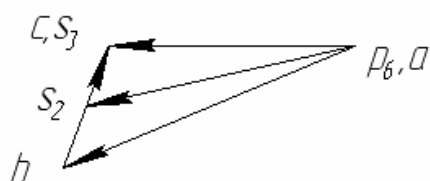
Положение 3



Положение 4



Положение 5



Положение 6

Рис. 15. Планы скоростей механизма

Полученные значения скоростей можно свести в таблицу 3.

Таблица 3

Значения скоростей

Обозначение скорости, м/с	№ положения					
	1	2	3	4	5	6
$V_B$						
$V_C$						
$V_{BC}$						
$V_{S2}$						

Определяем (табл. 4) угловую скорость шатуна  $BC$  для всех шести положений по формуле

$$\omega_{BC} = V_{BC}/l_{BC}.$$

Таблица 4

Значения угловых скоростей

Угловая скорость, $c^{-1}$	№ положения					
	1	2	3	4	5	6
$\omega_{BC}$						

Направление угловой скорости шатуна  $BC$  определяется следующим образом. Переносим мысленно вектор  $bc$  с плана скоростей в точку  $C$  шатуна 2 и наблюдаем направление поворота этого звена вокруг точки  $B$ . Например, в положении 2 угловая скорость  $\omega_{BC}$  направлена против часовой стрелки.

*Построение планов ускорений механизма*

Построение плана ускорений рассмотрим для всех положений механизма. Так как кривошип  $AB$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то точка  $B$  кривошипа будет иметь только нормальное ускорение, величина которого равна:

$$a_B = \omega^2 \cdot l_{AB} = 52^2 \cdot 0,5 = 1352 \text{ м/с}^2.$$

Масштаб плана ускорений определяется по формуле:

$$\mu_a = a_B / \pi b = 1352 / 67,6 = 20 \text{ (м/с}^2\text{)/мм,}$$

где  $\pi b = 67,6$  мм – длина отрезка, изображающего на плане ускорений

вектор нормального ускорения точки  $B$  кривошипа  $AB$ .

Из произвольной точки  $\pi$  – полюса плана ускорений проводим вектор  $\pi b$  параллельно кривошипу  $AB$  в направлении от точки  $B$  к точке  $A$ . Построение плана ускорений группы Ассура II класса 1-го вида (звенья 2 и 3) производим согласно векторному уравнению:

$$a_C = a_B + a_{BC}^n + a_{BC}^t,$$

где  $a_B$  – ускорение точки  $B$ ;  $a_{BC}^n$  – нормальное шатуна  $BC$  при вращении его вокруг точки  $B$ , направлено вдоль оси звена  $BC$  от точки  $C$  к точке  $B$ ,  $a_{BC}^t$  – тангенциальное ускорение шатуна  $BC$  при вращении его вокруг точки  $B$ , направлено перпендикулярно оси звена  $BC$ :

$$a_{BC}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC} = 13^2 \cdot 2 = 338 \text{ м/с}^2.$$

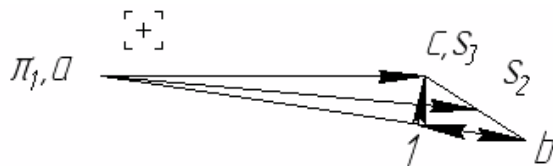
На плане ускорений через точку  $\pi$  проводим прямую, параллельную оси звена  $AB$ , и откладываем на ней в направлении от точки  $B$  к точке  $A$  отрезок  $\pi b = 67,6$  мм. Через конец этого вектора проводим прямую, параллельную, а потом перпендикулярную к оси звена  $BC$ . Затем через полюс  $\pi$  проводим прямую, параллельную, а потом перпендикулярную оси ползуна. Точка пересечения этих прямых определит конец вектора  $\pi c$ .

Точку  $S_2$  на плане ускорений находим по правилу подобия

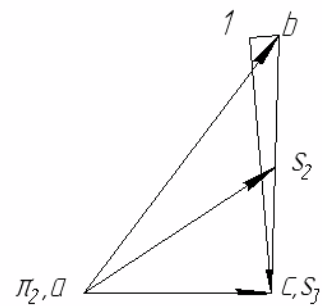
$$bc/bs_2 = BC/BS_2, \text{ откуда } bs_2 = bc \cdot BS_2 / BC.$$

Истинные значения ускорений

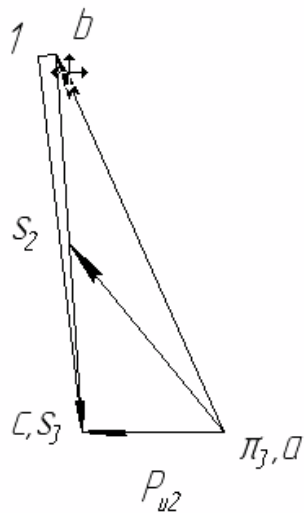
$$a_B = \pi b \cdot \mu_a, \quad a_C = \pi c \cdot \mu_a, \quad a_{S_2} = \pi S_2 \cdot \mu_a.$$



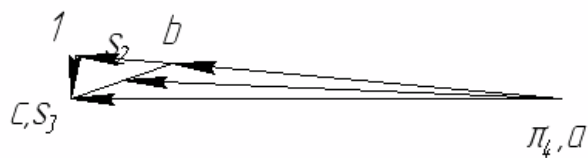
Положение 1



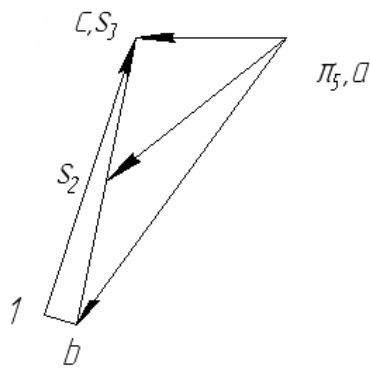
Положение 2



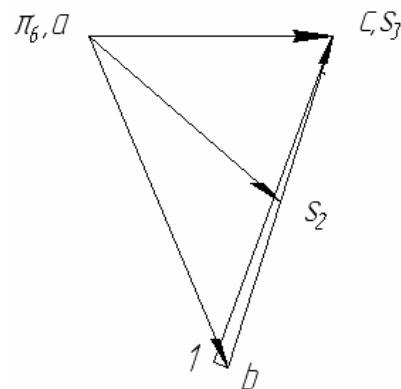
Положение 3



Положение 4



Положение 5



Положение 6

Рис. 16. Планы ускорений механизма

Угловые ускорения звена 2 можно определить по формуле

$$\varepsilon_2 = a_{BC}^x / l_{BC}.$$

Для определения направления углового ускорения  $\varepsilon_2$  мысленно переносим вектор  $\pi_c$  с плана ускорений в точку  $C$  звена  $BC$ . Считая точку  $B$  неподвижной, замечаем, что поворот звена будет против часовой стрелки.

Численное значение угловых ускорений сведем в таблицу 5.



Значения угловых ускорений

Угловое ускорение, с <sup>-1</sup>	№ положений					
	1	2	3	4	5	6
$\varepsilon_2$						

*Построение кинематических диаграмм ползуна*

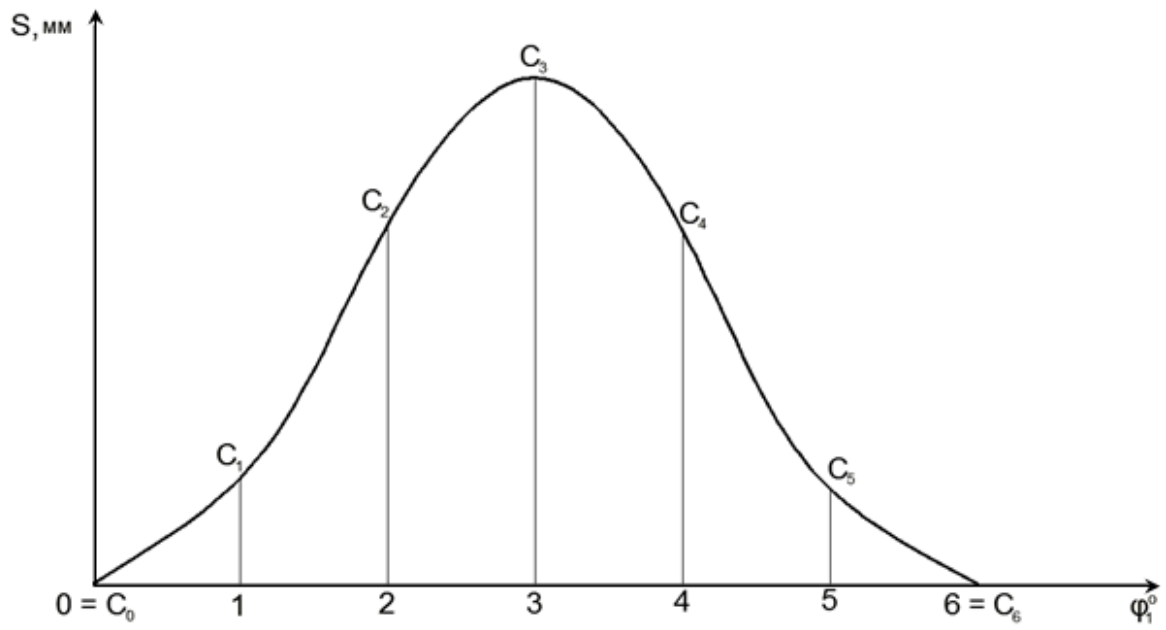
Для построения *графика перемещений* ползуна (рис. 17) откладываем на оси абсцисс отрезок  $x = 180$  мм, изображающий период  $T$  одного оборота кривошипа  $AB$ , и делим его на 6 равных частей. От точек 0, 1, 2, ..., 6 откладываем ординаты соответственно равные расстояниям, которые проходит ползун от начала отсчёта на схеме механизма (рис. 14).

Так как ординаты графика перемещений равны расстояниям, измеренных на планах механизма, то масштаб графика перемещений будет равен масштабу схемы механизма:  $\mu_s = \mu_l = 0,01$  м/мм.

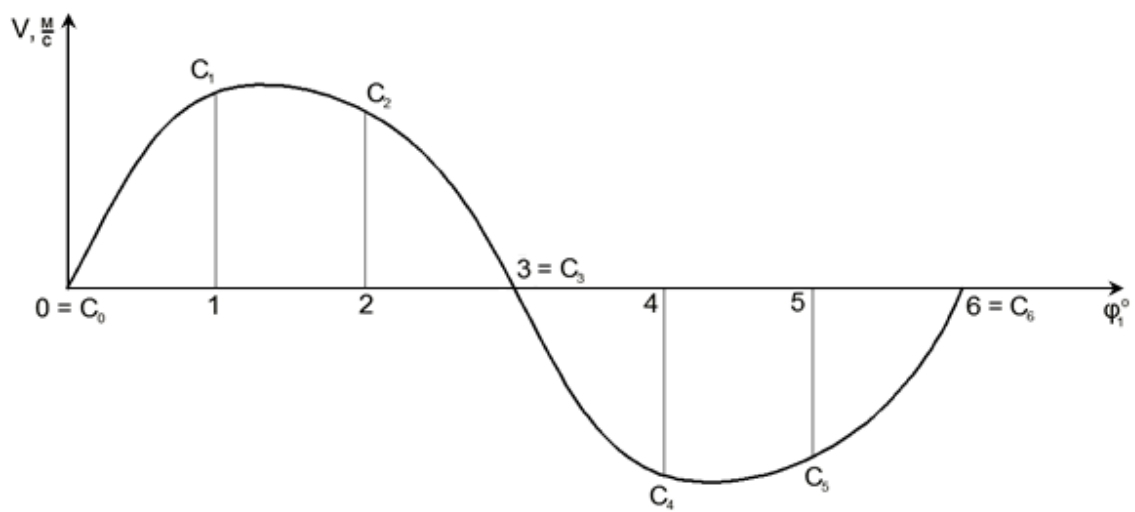
Масштаб по оси абсцисс:  $\mu_\varphi = 2\pi/\omega \cdot x = 0,00067$  с/мм.

*График скоростей* (рис. 18). Строится графическим дифференцированием графика перемещений по методу хорд, т.е. криволинейные участки графика перемещений заменяем хордами. Намечаем прямоугольные оси  $v$  и  $t$ . Ось  $t$  продолжаем влево от оси ординат и выбираем произвольной длины полюсное расстояние (например, 20 мм). Из полюса проводим наклонные прямые, параллельные хордам. Из середины интервалов проводим перпендикуляры к оси абсцисс, проводим прямые параллельно оси абсцисс до пересечения с соответствующими перпендикулярами, полученные точки соединяем плавной кривой.

Масштаб графика скоростей:  $\mu_v = \mu_s/\mu_\varphi \cdot H = 0,6$  (м/с)/мм.



*Рис. 17. График перемещений ползуна*



*Рис. 18. График скоростей ползуна*

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Выполнить кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма в заданном (начальном положении), т.е. построить планы скоростей (для 6 положений) и ускорения для начального положения механизма. Варианты заданий смотри в приложении 1.

### *Вопросы для самоконтроля к первой и второй темам*

1. Что называется звеном? Какое звено называется входным, выходным, ведомым?
2. Как называются звенья рычажных механизмов в зависимости от характера их движения относительно стойки или других звеньев?
3. Что называется кинематической парой, элементом кинематической пары? По каким признакам классифицируются кинематические пары? Какие кинематические пары называются низшими, а какие высшими?
4. Что называется кинематической цепью?
5. Что называется механизмом, машиной? Привести примеры.
6. Что такое степень свободы? Какие степени свободы называются местными?
7. Какие связи называются пассивными?
8. Что называется группой Ассура?
9. Что в ТММ называется масштабным коэффициентом (масштабом)?
10. Что такое план скоростей (ускорений) звена, механизма?
11. Когда применяется теорема о подобии и как она используется при определении скоростей и ускорений точек звена?
12. Как определяется величина и направление нормального и кориолисова ускорений?
13. Как определить действительные величины скорости и ускорения какой-либо точки звена механизма, пользуясь планами скоростей и ускорений?

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «СИЛОВОЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЗМА»

В задачу силового расчёта входит определение всех сил и моментов пар сил, которые приложены к каждому отдельному звену механизма. Эти силы и моменты необходимы, например, для расчёта на прочность отдельных звеньев механизма или его деталей.

Силы, действующие на звенья, условно делят на две группы: движущие силы и силы сопротивления.

*Силы движущие* ( $F_d$ ) – это силы, которые создают и поддерживают движение; работа этих сил положительна. Примеры этих сил: сила давления жидкости на поршень гидроцилиндра, сила давления сжатого воздуха на поршень пневмоцилиндра, сила давления газов при сгорании топлива на такте рабочего хода двигателя внутреннего сгорания автомашины, трактора, экскаватора.

*Силы сопротивления* ( $F_c$ ) – это силы, которые препятствуют движению звеньев механизма; работа этих сил отрицательна. Силы сопротивления могут быть полезными и вредными.

*Силы полезных сопротивлений* ( $F_{пс}$ ) – это силы, для преодоления которых предназначена машина или прибор (например, сила тяжести маятника часов, силы сопротивления материала его резанию в металлорежущих или деревообрабатывающих станках, силы сопротивления материала его деформации при прессовании и др.).

*Силы вредных сопротивлений* ( $F_{ис}$ ) – это силы, на преодоление которых непроизводительно затрачивается работа движущих сил (например, силы трения в кинематических парах механизма).

Кроме сил движущих и сил сопротивления в механизме действуют также силы тяжести и силы инерции звеньев, а также внутренние силы – силы давления (реакции) в кинематических парах.

*Сила тяжести звена* ( $G$ ) может быть найдена по формуле

$$G = mg,$$

где  $m$  – масса звена, кг.;  $g$  – ускорение свободного падения ( $g = 9,81$  м/с).

В общем случае при любом виде движения звена для учета действия сил инерции можно определять *силу инерции звена* ( $F_u$ ), приложенную в центре тяжести, и *момент сил инерции звена* ( $M_u$ ), действующий на звено, по следующим формулам

$$F_u = m \cdot a_s, M_u = I_S \cdot \varepsilon,$$

где  $m$  – масса звена, кг;  $a_s$  – ускорение точки центра тяжести звена, м/с;  $I_S$  – момент инерции звена относительно его центра тяжести, кг·м<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена, с<sup>-1</sup>.

Вектор силы инерции звена направлен в сторону, противоположную вектору ускорения центра тяжести звена. Момент сил инерции звена направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения звена.

*Силы реакций* – это внутренние силы, действующие в кинематических парах механизма. Реакции обозначают буквой  $R$  с двойным цифровым индексом, например,  $R_{12}$  Первая цифра индекса обозначает номер звена, со стороны которого действует реакция; вторая цифра индекса обозначает номер звена, на которое действует эта реакция.

В каждой кинематической паре механизма одновременно действуют две одинаковые по величине реакции, направленные противоположно, например:  $R_{12} = -R_{21}$ . Реакции всегда направлены по нормали к соприкасающимся поверхностям звеньев в кинематической паре.

Заданы при силовом расчёте обычно силы движущие или силы полезных сопротивлений, а также силы тяжести (или массы) звеньев.

Для того чтобы механизм находился в равновесии под действием внешних сил, к одному из звеньев его должна быть приложена уравновешивающая сила  $P_V$  или уравновешивающая пара сил, характеризующаяся его моментом  $M_V$  – уравновешивающим моментом. Эту силу или момент считают приложенными к ведущему звену, которое либо получает энергию, потребную для движения механизма, извне, как это имеет место у механизмов рабочих машин, либо отдаёт её, как это имеет место у механизмов двигателей.

Если при силовом расчёте механизма в число известных внешних сил, приложенных к его звеньям, входит инерционная нагрузка на звенья, то такой силовой расчёт механизма называется *кинетостати-*

*ческим.* Для проведения его необходимо знать закон движения ведущего звена, чтобы иметь возможность предварительно определить инерционную нагрузку на звенья.

Силовой расчёт производится в следующей последовательности:

1. Определяются все внешние силы, приложенные к звеньям механизма, от действия которых требуется найти реакции в кинематических парах механизма.

2. Выбирается ведущее звено (в плоских рычажных механизмах это, как правило, кривошип), к которому должна быть приложена уравнивающая сила  $P_v$  или уравнивающий момент  $M_v$ , для того чтобы обеспечить заданный закон движения ведущего звена.

3. Проводится расчленение ведомой кинематической цепи механизма на группы Ассура.

4. Проводится силовой расчёт каждой группы Ассура в отдельности, так как группа Ассура является *статически определимой* системой. При этом расчёт начинают с группы Ассура, присоединённой к механизму при его образовании в последнюю очередь; затем переходят к следующей группе и так до тех пор, пока не будет произведён силовой расчёт всех групп, образовавших ведомую часть механизма.

5. В последнюю очередь проводится силовой расчёт ведущего звена.

Задачи решают графоаналитическим методом, используя уравнение равновесия всей группы или отдельных её звеньев в форме

$$\sum F_i = 0, \sum M_o(F_i) = 0.$$

В число этих сил или этих моментов включаются реакции и моменты реакций в кинематических парах группы. На основании этих уравнений строится многоугольник сил, который называется *планом сил группы*, причём в первую очередь находятся реакции во внешних кинематических парах группы, а затем во внутренних парах по условиям равновесия звеньев группы, взятых порознь.

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, приняты следующие обозначения: реакции со стороны звена 1 на

звено 2 обозначается  $R_{21}$ , реакция же со стороны звена 2 на звено 1 соответственно обозначается  $R_{12}$ , причём  $R_{12} = -R_{21}$ .

Реакция характеризуется *величиной (модулем), направлением и точкой приложения*.

Зная активные силы, действующие на звенья механизма и силы инерции этих звеньев, можно произвести его *кинетостатический расчет*, т.е. определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене, причем эта сила (момент) является движущей при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой (моментом) сопротивления, если ее направление противоположно этому движению.

При кинетостатическом расчёте реакции в кинематических парах определяются путем статического расчета, который базируется на результатах кинематического анализа, включая ускорения, необходимые для определения сил (моментов) инерции.

При силовом расчёте используется принцип Даламбера «Если к внешним силам, действующим на звенья механизма, добавить силы инерции, то данную систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии».

Рассмотрим систему сил, действующих на материальную точку  $K$ , которая перемещается по траектории  $\alpha$  (рис. 19).

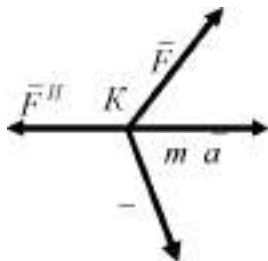


Рис. 19. Силы, действующие на точку  $K$

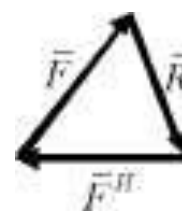


Рис. 20. План сил, действующих на точку  $K$

По второму закону Ньютона следует:

$$F + R = m \cdot a,$$

где  $F$  – внешняя сила;  $R$  – реактивная сила;  $m$  – масса точки  $K$ ;  $a$  – ускорение точки  $K$ .

Сила инерции точки  $K$ :

$$F^I = - m \cdot a.$$

Если сумма сил равна нулю, тогда:

$$F^I + F + R = 0.$$

Для нахождения реакции связи  $R$  строится треугольник сил (рис. 20). Величина реакции связи определится длиной вектора  $R$  на плане сил.

При графическом решении используется метод плана сил. Механизм расчленяется на структурные группы Ассура и начальные звенья. Расчёт ведётся, начиная с последней структурной группы, и заканчивается расчётом входного звена.

При расчёте структурных групп к ним прикладываются все действующие силы, включая силы инерции и реакции отброшенных связей. Каждая из неизвестных реакций, при необходимости, например, вдоль оси звена (нормальные). При равенстве числа уравнений статики числу неизвестных реакций их можно определить аналитически и графически, построив многоугольник (план) сил. Неизвестные определяются из условия замкнутости векторной суммы сил.

Рассмотрим примеры:

1) двухповодковая группа с вращательными парами:

$F_{i,1}^t$  определяется из уравнения моментов для звена 1 –  $\sum M_B = 0$  относительно т.  $B$  (рис. 21);

$F_{j,1}^t$  определяется из уравнения моментов для звена 2 –  $M_B = 0$  относительно т.  $B$  (рис. 21).

При отрицательных значениях реакций необходимо изменить их направления на противоположные.

$F_{i,1}^n$  и  $F_{j,2}^n$  определяются из плана сил (рис. 21), полученного на основе векторного уравнения:

$$\sum F^k = 0, \text{ где } F_k - \text{силы, действующие на структурную группу.}$$



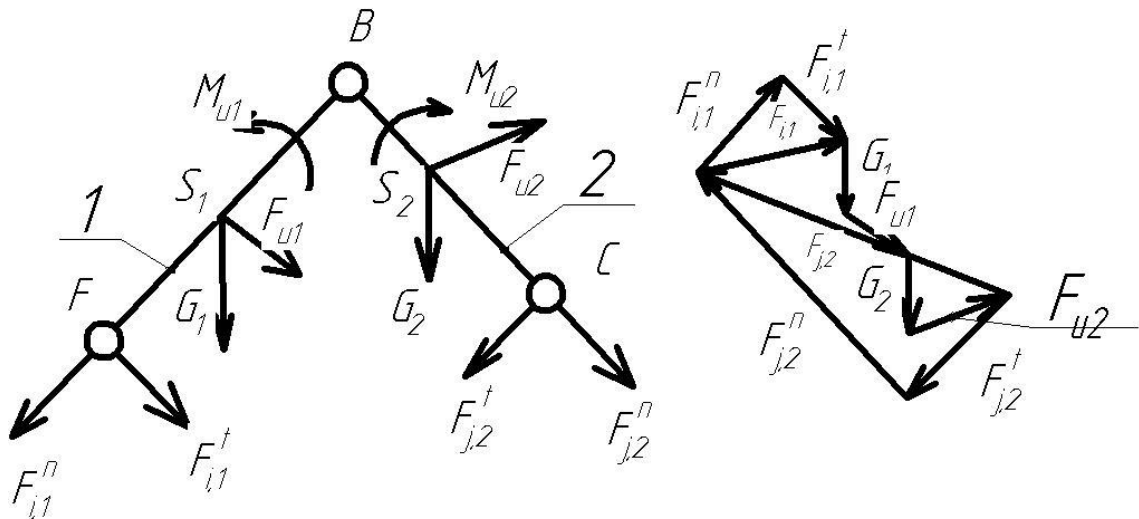


Рис. 21. Направление сил и план сил

2) двухповодковая группа шатун-ползун (рис. 22).

$F_{j,2}$  определяется из уравнения моментов  $-\sum M_A = 0$  относительно точки A.  $F_{i,1} = F_{i,1}^n + F_{i,1}^t$  определяется из плана сил (рис. 22) на основе векторного уравнения  $\sum F_k = 0$ .

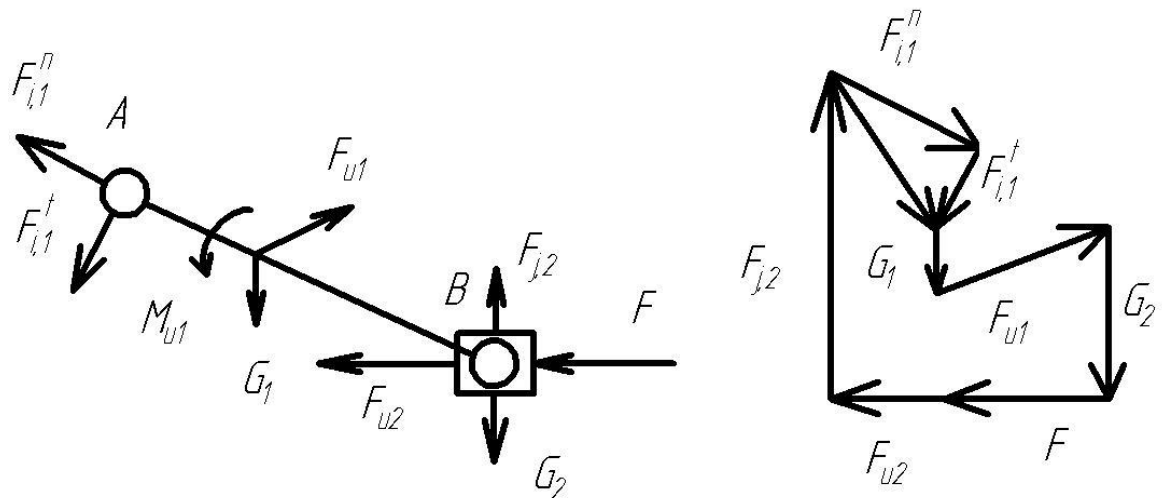


Рис. 22. Силы на группе шатун-ползун

3) двухповодковая группа кулиса-камень (рис. 23).

$F_{j,2}$  определяется из уравнения моментов  $-\sum M_A = 0$ .

$F_{i,1} = F_{i,1}^n + F_{i,1}^t$  определяется из плана сил на основе векторного уравнения  $\sum F_k = 0$ .

При этом особенность расчета данной группы Ассура состоит в возможности некоторого упрощения вычислений в случае, когда весом камня 2 можно пренебречь. Тогда реакция  $F_{j,2}$  противоположно реакции  $F_{i,2}$  и перпендикулярна  $AB$ , т.е. линия ее действия известна (рис. 20).

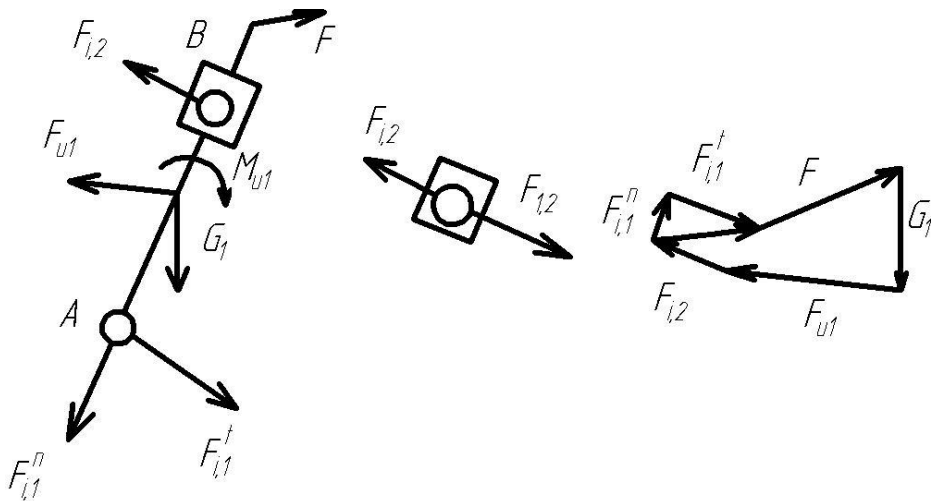


Рис. 23. Силы на группе кулиса-камень

4) входное (начальное) звено (рис. 24).

$M_{уп}$  определяется из уравнения моментов –  $\sum M_O = 0$ .

$F_{i,1} = F_{i,1}^n + F_{j,1}^t$ , определяется из плана сил согласно векторного уравнения  $\sum F_k = 0$ .

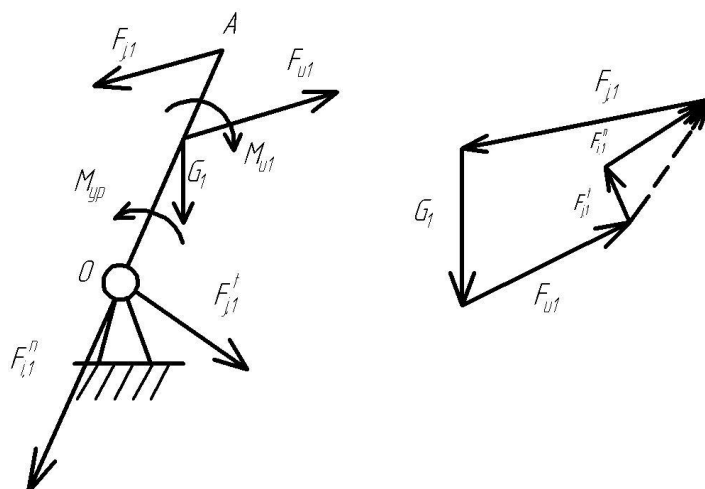


Рис. 24. Силы на начальном звене

**Пример.** Провести силовой расчёт кривошипно-ползунного механизма с простыми кинематическими парами (рис. 25).

Кривошипно-ползунный механизм, на звенья которого действуют силы тяжести  $G_1$ ,  $G_2$  и  $G_3$ , приложенные в их центрах тяжести. Сила полезного сопротивления  $F_C$  приложена к звену 3 (рис. 25, а). Ведущим звеном считается кривошип  $AB$ , к которому приложен уравновешивающий момент  $M_U$ . От механизма может быть отделена только одна группа Ассур, состоящая из звеньев 2 и 3. Эта группа относится ко второму классу второго вида. Направление и модули сил инерции определим, используя план ускорений (рис. 25, б) механизма. Считаем, что звено 1 совершает вращательное движение с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = \text{const}$ , его центр масс находится на оси вращения поэтому  $F_{u1} = 0$  и  $M_{u1} = 0$ . Для звена 2, совершающего плоскопараллельное движение,  $F_{u2} = -m_2 \cdot a_{S2}$ ;  $M_{u2} = -J_{S2} \cdot \varepsilon_2$ . Главный вектор сил инерции  $F_{u2}$  приложен в центре масс звена 2 и направлен противоположно вектору ускорения центра масс этого звена. Главный момент сил инерции  $M_{u2}$  имеет направление противоположное угловому ускорению звена 2. Так как звено 3 совершает поступательное движение, то  $F_{u3} = -m_3 \cdot a_{S3}$ ;  $M_{u3} = 0$ .

Изобразив в масштабе группу Ассур, состоящую из звеньев 2 и 3, приложим действующие на звенья силы (рис. 25, в), а также реакции отсоединенных звеньев  $R_{12}$  и  $R_{03}$ . Реакцию  $R_{12}$  в кинематической паре  $B$  разложим на две составляющие: нормальную  $R_{12}^n$  и тангенциальную  $R_{12}^t$ . Векторное уравнение равновесия группы 2 и 3:

$$R_{12}^n + R_{12}^t + G_2 + F_{u2} + F_{u3} + G_3 + F_C + R_{03} = 0,$$

где реакции  $R_{12}^n$ ,  $R_{12}^t$  и  $R_{03}$  – неизвестные величины.

Векторное уравнение можно решить графически в том случае, если оно содержит только две неизвестные величины. Поэтому реакцию  $R_{12}^t$  определим из уравнения моментов сил, действующих на звено 2, относительно шарнира  $C$ :  $-R_{12}^t \cdot l_{BC} - M_{u2} + G_2 \cdot h_2 - F_{u2} \cdot h_1 = 0$ .

Из этого уравнения следует:  $R_{12}^t = (-M_{u2} + G_2 \cdot h_2 - F_{u2} \cdot h_1) / l_{BC}$ .

Теперь уравнение решается графически путём построения плана сил (рис. 25, г).

Для определения реакции во внутренней кинематической паре  $C$  используем уравнение равновесия звена 3:

$$R_{23} + F_{u3} + G_3 + F_C + R_{03} = 0.$$

Определив реакции в кинематических парах группы Ассур можно перейти к силовому расчёту первичного (начального) механизма. Реакция  $R_{01}$  также определяется построением плана сил в соответствии с векторным уравнением равновесия.

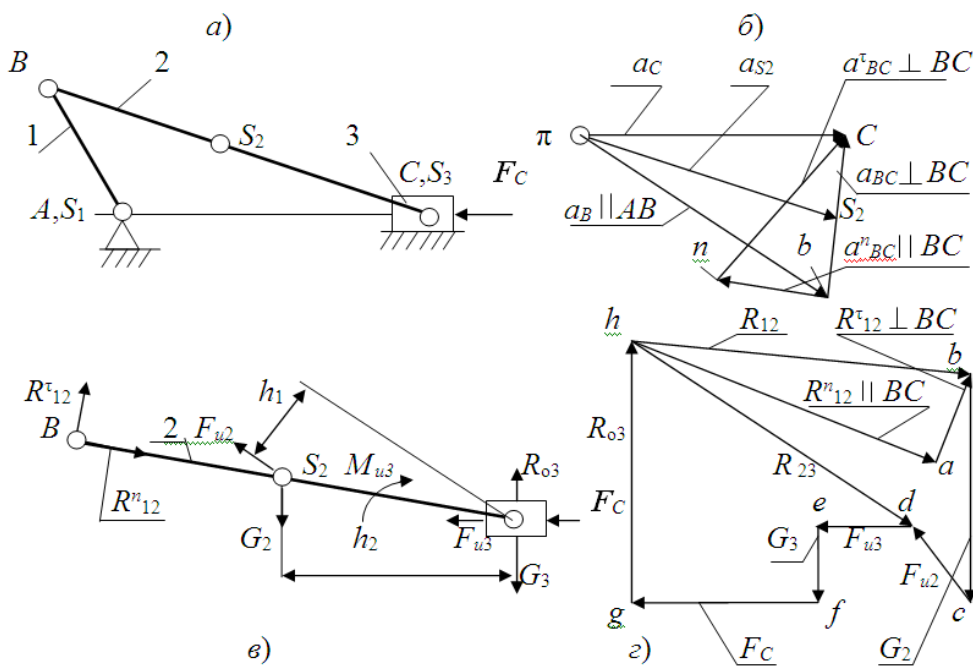


Рис. 25. Силовой расчёт механизма

а) кинематическая схема механизма; в) структурная группа Ассур;  
 б) план ускорений; г) план сил;

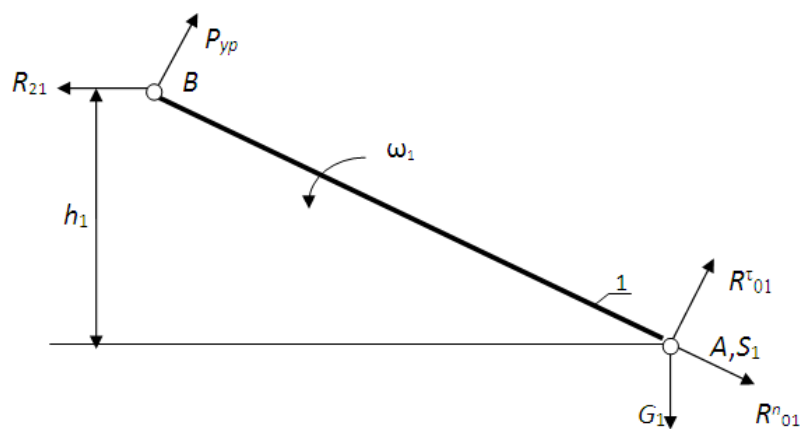


Рис. 26. Схема сил первичного (начального) механизма

Уравнение суммы моментов относительно точки  $A$  (рис. 26):

$$\Sigma M_A = P_{yp} \cdot AB - R_{21} \cdot h_1 = 0, R_{21} = -R_{12},$$

отсюда  $P_{yp} = R_{21} \cdot h_1 / AB = 7002,4 \cdot 23,8 / 80 = 2082,8 \text{ Н}$ ;

$$M_{yp} = P_{yp} \cdot l_{AB} = 2082,8 \cdot 0,08 = 166,6 \text{ Нм}.$$

Уравнение суммы моментов относительно точки  $B$  (рис.27):

$$\Sigma M_B = G_1 \cdot h_2 - R_{01}^\tau \cdot AB = 0,$$

отсюда  $R_{01}^\tau = G_1 \cdot h_2 / AB = 6,4 \cdot 69,2 / 80 = 5,5 \text{ Н}$ .

Примем масштабный коэффициент сил, для плана сил первичного (начального) механизма:

$$\mu_F = F_{max} / |F_{max}| = R_{21} / |R_{21}| = 7002,4 / 150 = 46,7 \text{ Н/мм}.$$

Уравнение равновесия (векторная сумма сил)

$$\Sigma F = R_{01}^n + R_{01}^\tau + G_1 + P_{yp} + R_{21} = 0.$$

Строим многоугольник сил, для этого, сначала рассчитаем длины векторов сил на плане сил:

$$|P_{yp}| = P_{yp} / \mu_F = 2082,8 / 46,683 = 44,6 \text{ мм};$$

$$|G_1| = G_1 / \mu_F = 6,4 / 46,683 = 0,14 \text{ мм};$$

$$|R_{01}^\tau| = R_{01}^\tau / \mu_F = 5,5 / 46,683 = 0,12 \text{ мм}.$$

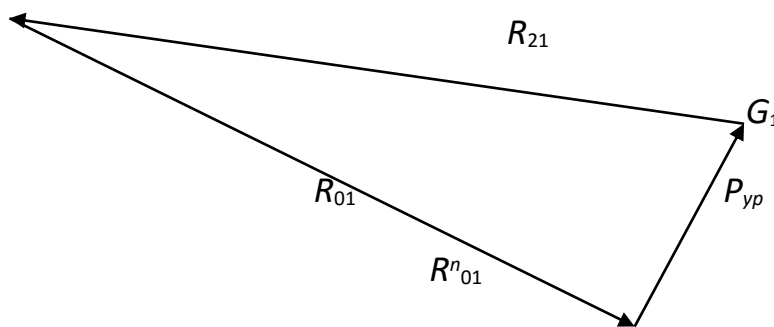


Рис. 27. План сил первичного (начального) механизма

Из произвольной точки строим вектор  $P_{UP}$ , потом из конца этого вектора вектор  $R_{21}$ , векторы  $G_1$  и  $R_{01}^t$  не строятся вследствие их малых размеров. Завершаем многоугольник сил, соединяя конец вектора  $R_{21}$  и начало вектора  $P_{UP}$ .

Истинная величина силы

$$R_{01} = |R_{01}| \cdot \mu_F = 143,4 \cdot 46,683 = 6696,3 \text{ Н.}$$

**Пример.** Провести силовой расчет рычажного механизма (рис. 14)

1. Определение движущей силы  $P$  (силы сопротивления, приложенной к ползуну 3).

Определяем масштаб индикаторной диаграммы

$$\mu_P = P_{D\max}/Y_P = 0,2/20 = 0,01 \text{ кН/мм.}$$

Определяем силу  $P$  сопротивления

$$P_{D\max} = 20 \cdot 0,01 = 0,2 \text{ кН.}$$

2. Для всех положений механизма определяем силы инерции и момент от пары сил, действующие на звенья механизма по формулам

$$P_u = m a_{S2}, M_u = I_{S2} \cdot \varepsilon_2.$$

Прикладываем внешние силы  $G_2, G_3, P_{u2}, P_{u3}, P_3$ , момент  $M_{u2}$  и неизвестные реакции  $R_{12}, R_{03}$  к звеньям 2, 3. Силы  $P_{u2}$  и  $G_2$  в центре масс  $S_2$  звена 2, силы  $P_{u3}$  и  $G_3$  — в центре масс звена 3. Причем силы  $P_{u2}$  и  $P_{u3}$  направляем в стороны, противоположные соответственно ускорениям  $a_{S2}$  и  $a_{S3}$  (точка  $S_3$  совпадает сточкой  $C$ ). Момент  $M_{u2}$  прикладываем к звену 2 в сторону, противоположную угловому ускорению.

3. Определение реакций в кинематических парах групп Ассура (звенья 2 и 3) на рисунке 28.

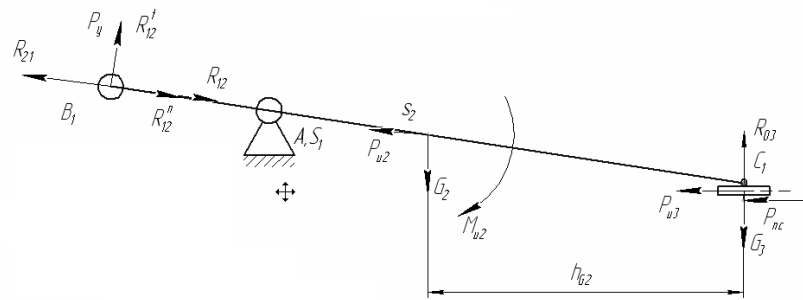
Реакция  $R_{12}$  неизвестна ни по величине, ни по направлению. Разбиваем её на две составляющие нормальную  $R_{12}^n$  и тангенциальную  $R_{12}^t$ .

Величина реакции  $R_{12}^t$  определится из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки  $C$ :

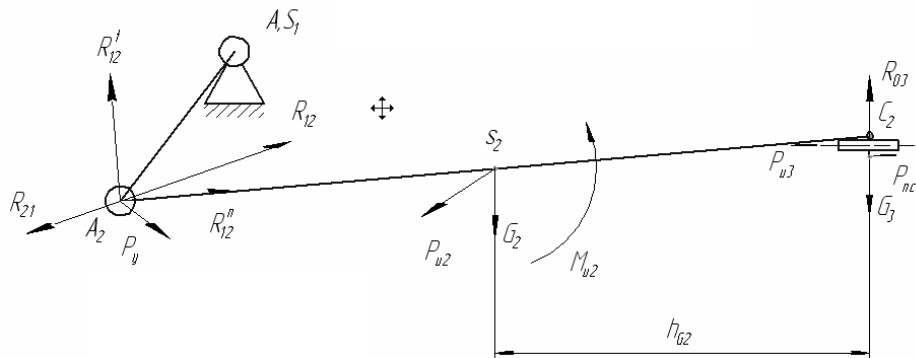
$$R_{12}^t \cdot BC - G_2 \cdot h_{G2} - P_{u2} \cdot h_{P_{u2}} - M_{u2}/\mu_l = 0, \text{ отсюда}$$

$$R_{12}^t = (G_2 \cdot h_{G2} + P_{u2} \cdot h_{P_{u2}} + M_{u2}/\mu_l)/BC, \text{ Н.}$$

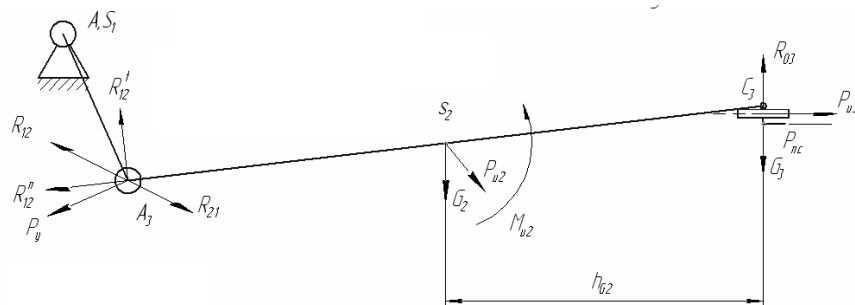
Для положения 1:



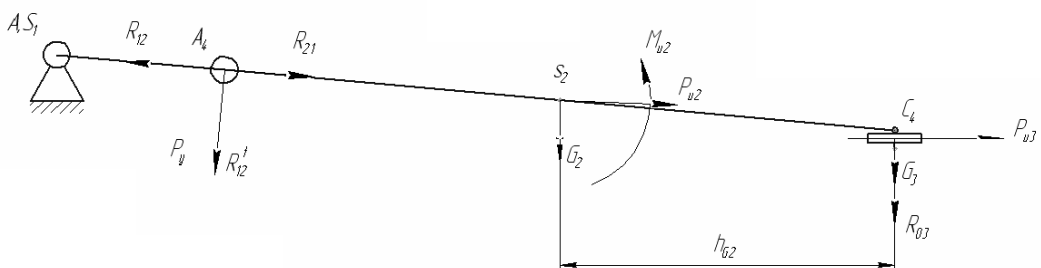
Для положения 2:



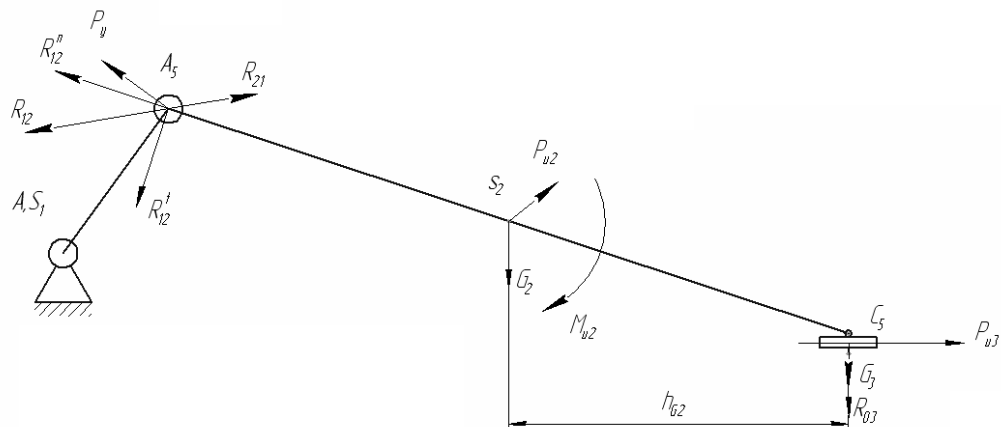
Для положения 3:



Для положения 4:



Для положения 5:



Для положения 6:

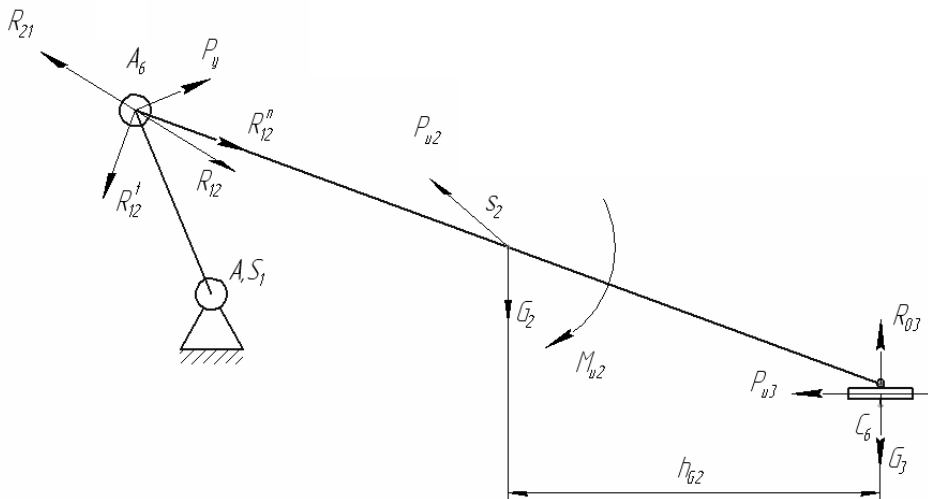


Рис.28 .Силы, действующие на звенья механизма

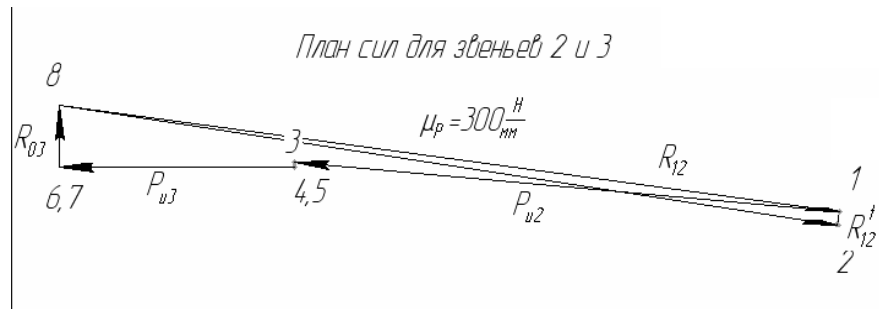
Реакция  $R_{03}$  – сила действия со стороны стойки на ползун 3 и направлена перпендикулярно оси движения ползуна.

Построение плана сил (рис. 29). Из произвольной точки 12 в масштабе  $\mu_P = 300$  Н/мм откладываем силу  $R_{12}^t$  (отрезок 1-2). К ней прибавляем  $P_{u2}$  в этом же масштабе, из конца которой (точка 3) проводим силу  $G_2$ , а из конца вектора  $G_2$  (точка 4) проводим вектор силы  $P_{nc}$ . Из точки 5 проводим силу  $P_{u3}$ , а из конца вектора  $P_{u3}$  (точка 6) проводим вектор силы  $G_3$ . Из точки 7 проводим вектор силы  $R_{12}^n$ . Соединяем точки 2 и 8, получаем тем самым вектор реакции  $R_{12}$ .

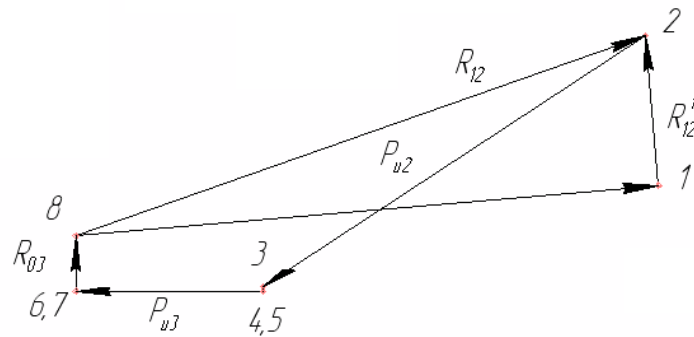


Планы сил:

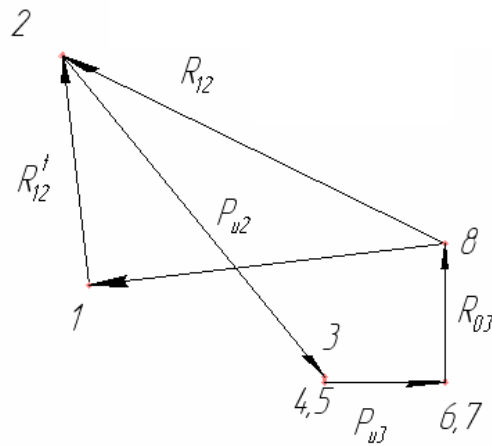
Положение 1



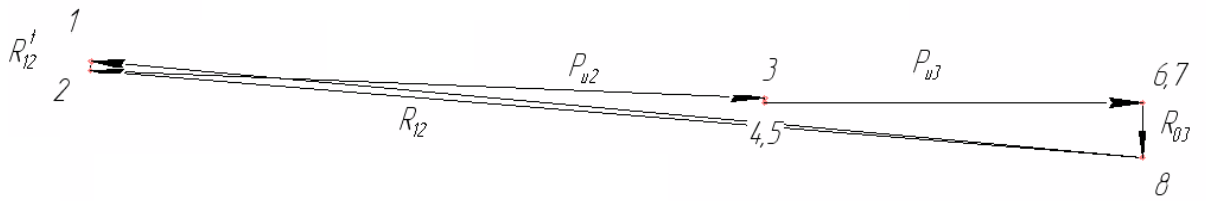
Положение 2



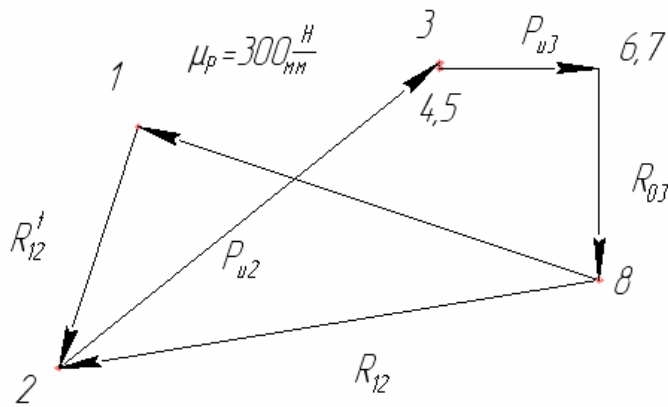
Положение 3



Положение 4



Положение 5



Положение 6

План сил для звеньев 2 и 3

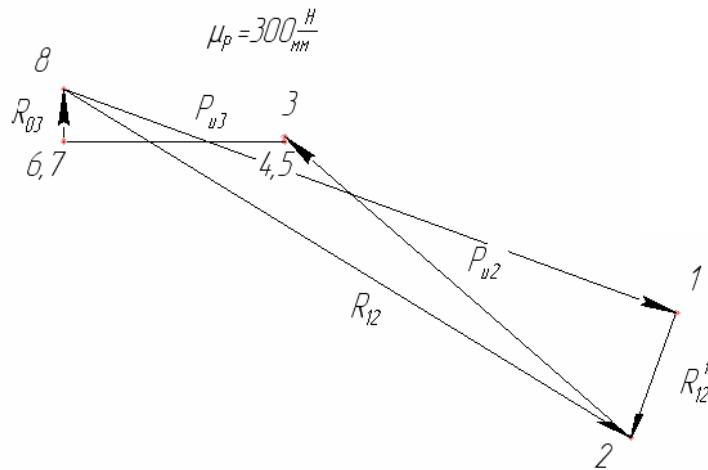


Рис. 30. Планы сил

4. Силовой расчёт ведущего звена (кривошипа)  $AB$  механизма.

Изображаем ведущее звено  $AB$  со стойкой с действующими на него силами (рис. 31).

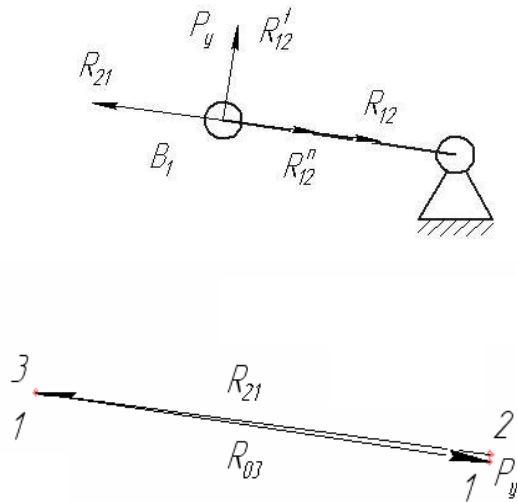
Ведущее звено имеет степень подвижности  $W = 1$ , поэтому под действием приложенных к нему сил, в том числе и сил инерции, его нельзя считать находящимся в равновесии. Чтобы имело место равновесие, необходимо дополнительно ввести силу или пару, уравновешивающие все силы, приложенные к ведущему звену. Эта сила и момент носят название уравновешивающей силы  $P_y$  и уравновешивающего момента  $M_y$ .

В точке  $B$  на ведущее звено действуют силы  $R_{21} = -R_{12}$  и уравновешивающая сила  $P_y$ , направленная перпендикулярно кривошипу  $AB$ , неизвестная по величине. Величину уравновешивающей силы  $P_y$  найдем из уравнения моментов всех сил, действующих на кривошип  $AB$ , относительно точки  $A$

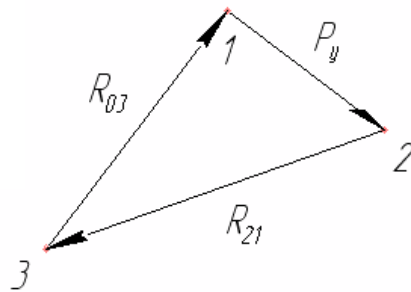
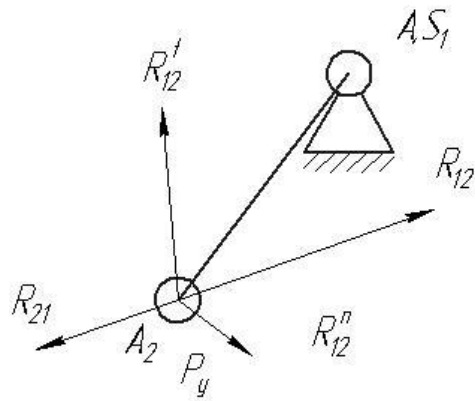
$$P_y \cdot AB - R_{21} \cdot h_{R_{21}} = 0, \text{ откуда}$$

$$P_y = (R_{21} \cdot h_{R_{21}}) / AB.$$

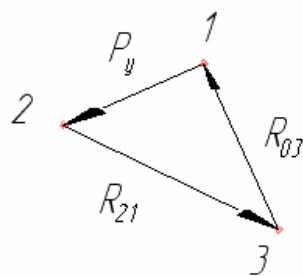
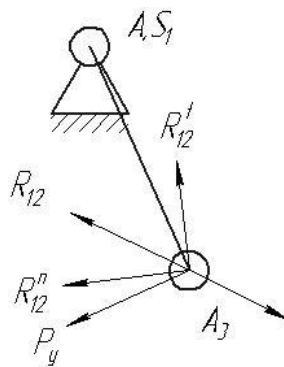
Положение 1



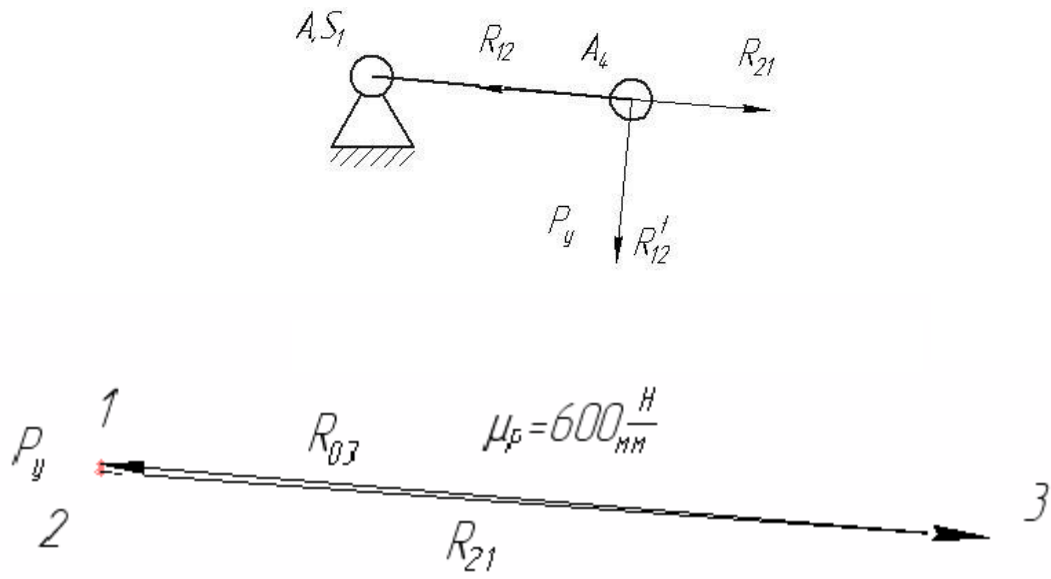
Положение 2



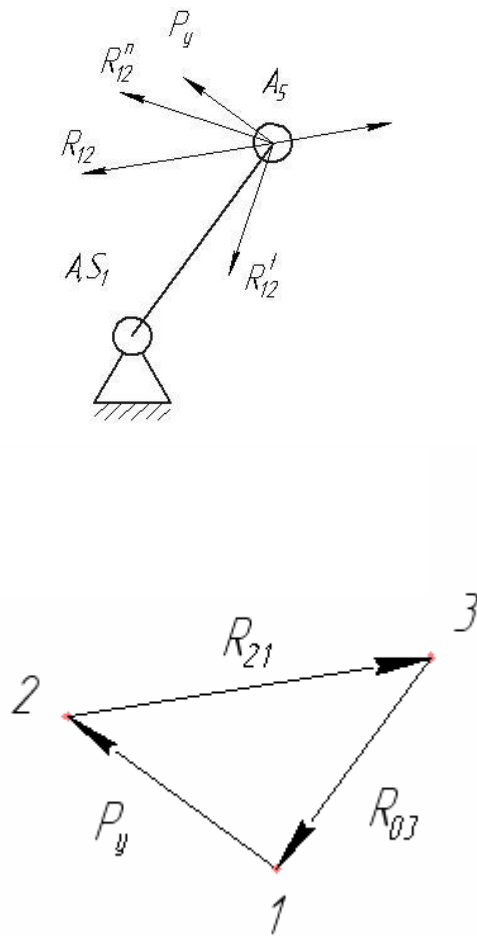
Положение 3



Положение 4



Положение 5



Положение 6

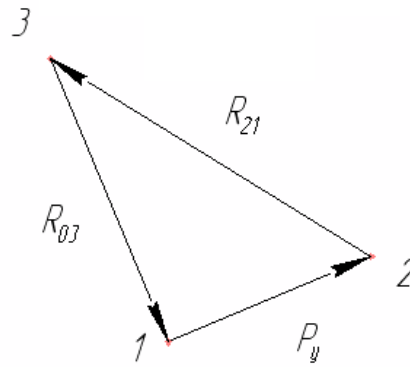
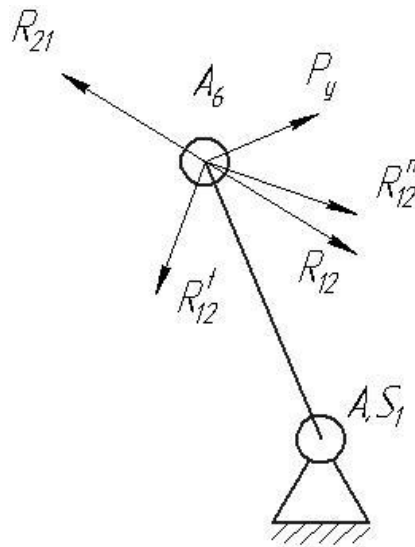


Рис. 31. Ведущее звено механизма

Для определения реакции  $R_o$  со стороны стойки на ведущее звено  $AB$  строим план сил в масштабе  $\mu_P = 600 \text{ Н/мм}$  по уравнению

$$R_y + G_1 + P_{u1} + R_{21} + R_{01} = 0.$$

Откладываем последовательно известные силы  $P_y$  и  $R_{21}$ , в виде отрезков (1-2, 2-3, 3-1), длины векторы сил  $G_2$  и  $P_{u2}$  будут меньше 1 мм.

Точку 3 соединяем прямой с точкой 1 (замыкаем многоугольник). Отрезок 3-1 определяет величину реакции  $R_{01}$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Выполнить силовой расчёт кривошипно-ползунного механизма с простыми кинематическими парами. Варианты смотри в приложении 1.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что такое структурный анализ механизма?
2. Основные задачи структурного анализа механизма?
3. Как определить характер движения звена? Какое движение называется замедленным, какое – ускоренным?
4. Как определяются по величине и направлению силы инерции и момент от сил инерции?
5. Сформулировать принцип, согласно которому задачи силового исследования механизмов можно решить методами статики?
6. Какие задачи решает кинетостатика?
7. Сколько неизвестных содержит реакция в поступательной, вращательной кинематической паре?
8. Что такое движущие силы?
9. Чем отличаются силы полезного сопротивления от сил вредного сопротивления?
10. Что такое реакции в кинематической паре?

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА»

Для исследования закона движения механизма его удобно заменить одним условным звеном – звеном приведения, имеющим закон движения аналогичного звена реального механизма.

Все внешние силы, действующие на звенья при этом заменяются одной приведенной силой  $F_{\Sigma}^{np}$  или моментом  $M_{\Sigma}^{np}$ , мощности  $P_{\Sigma}^{np}$  которых равны мощностям  $P_i$  заменяемых сил  $F_i$  и моментов  $M_i$ , т.е.

$$P_{\Sigma}^{np} = \sum P_i, \text{ где } P_i = F_i \cdot V_i \cdot \cos(F_i V_i) \text{ или } P_i = M_i \cdot \omega_i;$$

$$P_{\Sigma}^{np} = F_{\Sigma}^{np} \cdot V \cdot \cos(F_{\Sigma}^{np} V) \text{ или } P_{\Sigma}^{np} = M_{\Sigma}^{np} \cdot \omega,$$

где  $V_i$  и  $V$  – скорости точек приложения соответствующих сил;  $\omega_i$  и  $\omega$  – угловые скорости  $i$ -го звена и звена привода.

Суммарную приведенную силу или момент удобно записывать в виде составляющих, например:  $M_{\Sigma}^{np} = \sum M_{F_i}^{np} + \sum M_{M_i}^{np}$ , где каждая составляющая определяется из соответствующего равенства мощностей:

$$M_{F_i}^{np} = F_i \cdot V_i / \omega \cdot \cos(F_i V_i) \text{ – для силы } F_i;$$

$$M_{M_i}^{np} = M_i \cdot \omega_i / \omega \text{ – для момента } M_i.$$

### Уравнение движения машины

Работу машины можно разбить на три периода (рис. 32):

- а) период пуска (разгон) –  $t_n$ ;
- б) период установившегося движения –  $t_y$ ;
- в) период остановки (выбега) –  $t_o$ .

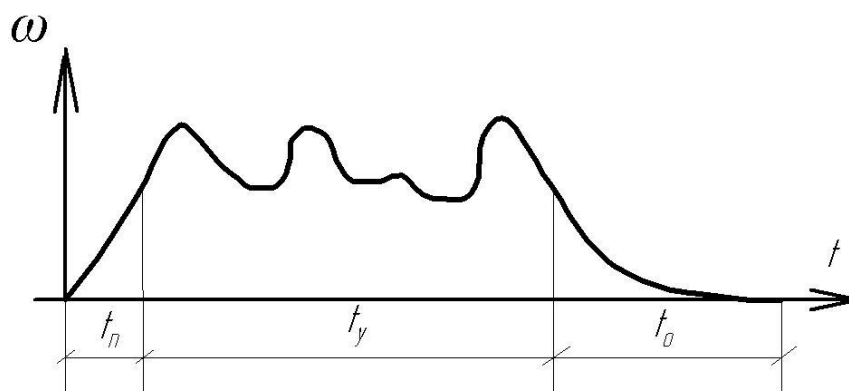


Рис. 32. Периоды работы машины

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется уравнениями движения. Это уравнение в общем случае имеет вид:

$$\Delta T = A_d - A_c,$$

где  $\Delta T = T - T_0$  – изменение кинетической энергии на рассматриваемый промежуток времени ( $T$  и  $T_0$  – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка);



$A_{\partial} - A_c$  – суммарная работа действующих сил за рассматриваемый промежуток ( $A_{\partial}$ ,  $A_c$  – работа движущих сил и сил сопротивления).

В период пуска  $A_{\partial} - A_c = \Delta T > 0$ , т.е. происходит ускорение движения звеньев, являющегося неустановившемся.

В период установившегося движения  $A_{\partial} - A_c = \Delta T = 0$ , т.е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты цикла равны и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений.

В период остановки  $A_{\partial} - A_c = \Delta T < 0$ , движение продолжается некоторое время за счет накопления кинетической энергии, поглощаемой за счет сопротивления движению.

Уравнение движения может быть выражено в интегральной и дифференциальной форме, а для упрощения его решения исследование машины заменяют исследованием звена приведения, в котором изменение кинетической энергии равно:  $\Delta T^{np} = A_{\partial}^{np} - A_c^{np}$ , где суммарная работа действующих на звено приведения сил может быть выражена:

а) в интегральной форме:

$$A_{\partial}^{np} - A_c^{np} = \int F_{\Sigma}^{np} ds \text{ или } A_{\partial}^{np} - A_c^{np} = \int M_{\Sigma}^{np} d\varphi;$$

б) в дифференциальной форме:

$$dT^{np} = M_{\Sigma}^{np} d\varphi \text{ или } dT^{np}/d\varphi,$$

т.е. при  $dT^{np} = 1/2 \cdot J^{np} \cdot \omega^2$  получим:

$$M_{\Sigma}^{np} = (dJ^{np}/d\varphi) \cdot (\omega^2/2) + J^{np} \cdot \omega \cdot (d\omega/d\varphi) \cdot (dt/dt) = (dJ^{np}/d\varphi) \cdot (\omega^2/2) + \varepsilon \cdot J^{np}.$$

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, а также приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

### *Графоаналитический метод решения уравнения*

#### *движения машины*

Данный метод позволяет наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, но и ре-

шать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

В качестве примера рассмотрим построение так называемой *диаграммы энергомасс*. Эта диаграмма строится на основе графиков:

$$T(\varphi) = T^{np}(\varphi) - T_0^{np}(\varphi) \text{ и } J^{np}(\varphi),$$

причем график  $\Delta T^{np}(\varphi)$  может быть получен путем графического интегрирования графика  $M^{np}(\varphi)$ .

На рис. 33 показана последовательность построения диаграммы энергомасс в координатах  $\Delta T^{np}(\varphi)$  и  $J^{np}(\varphi)$  путем исключения параметра  $\varphi$  ( $\varphi$  – угол поворота звена приведения).

Если известна скорость вращения приведения в начале цикла, то можно определить начальную кинетическую энергию:

$$T_0^{np} = 1/2 \cdot J_0^{np} \cdot \omega_0^2.$$

Тогда диаграмму энергомасс можно рассматривать в координатах  $T^{np}(J_1^{np})$ , где ось  $J_1^{np}$  отстоит от первоначальной оси  $J^{np}$  на величину  $T_0^{np}$  (рис. 34).

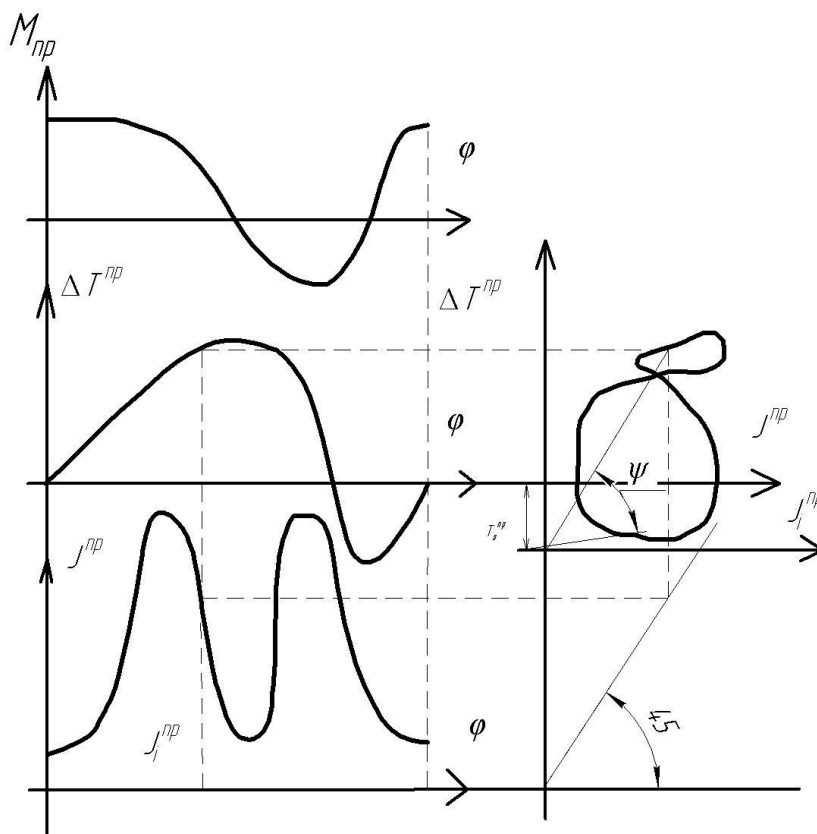


Рис. 34. Диаграмма энергомасс

Так как  $T^{np} = 1/2 \cdot \omega^2$ ,  $\omega^2 - 2 \cdot T^{np} / J^{np} = \mu_T / \mu_J \cdot \text{tg} \psi$ ,  
 где  $\mu_T$  и  $\mu_J$  – масштабные коэффициенты, используемые для построения диаграмм. Таким образом, диаграмма энергомасс позволяет при установившемся движении определить угловую скорость  $\omega$  звена привода в любой момент времени:

$$\omega = \sqrt{2 \cdot \mu_T \cdot l \cdot \mu_J \cdot \text{tg} \psi}, \text{ где } \text{tg} \psi = \mu_J / \mu_T \cdot \omega^2 / 2.$$

*Подбор момента инерции  $J_M$  маховика по заданному коэффициенту неравномерности  $\delta$ .*

Обычно требуется определить параметры маховика при заданных значениях  $\omega_{cp}$  и  $\delta$ . Существуют два наиболее распространенных метода определения  $J_m$  – Н.И. Мерцалова и метод Ф. Виттенбауэра. Рассмотрим наиболее точный метод Ф. Виттенбауэра, при котором предварительно строится диаграмма энергомасс  $\Delta T^{np}(J^{np})$ .

Согласно диаграмме (рис. 35)  $\omega_{\max, \min} = 2 \cdot \mu_T / \mu_J \cdot \text{tg} \psi_{\max, \min}$ ,  
 $\text{tg} \psi_{\max, \min} = \mu_J / \mu_T \cdot \omega_{\max, \min} / 2$ .

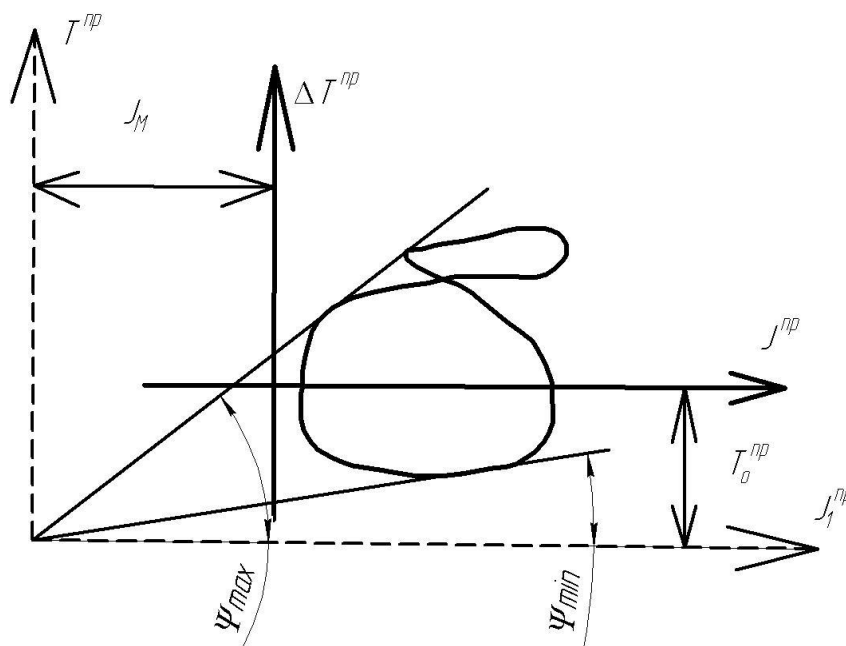


Рис. 35. Метод Ф. Виттенбауэра

С другой стороны из уравнений  $\omega_{\max, \min} = \omega_c \cdot (1 + (-) \delta / 2)$ .

Таким образом, найдя и проведя касательные к диаграмме энергомасс под этими углами к горизонтали, получим в точке их пересечения

чения начало новой системы координат с осями  $T$  и  $J_1^{np}$ , отстоящими от старых осей на искомую величину  $J_m$  и  $T_0^{np}$ .

В целом последовательность определения  $J_m$  включает следующие операции:

1. Строится диаграмма для установления движения.
2. Строится диаграмма  $\Delta T^{np}(\varphi)$  путем графического интегрирования диаграммы  $M^{np}$ .
3. Строится график  $J^{np}(\varphi)$  и диаграмма энергомасс путем исключения параметра  $\varphi$  из графиков  $\Delta T^{np}(\varphi)$  и  $J^{np}(\varphi)$ .
4. Определяются углы  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$  после чего находится  $J_m$  в новых диаграммах  $T^{np}$  ( $J_1^{np}$ ).

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Провести динамический анализ кривошипно-ползунного механизма с простыми кинематическими парами. Варианты смотри в приложении 1.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что называется приведённым моментом сил?
2. Что называется приведённым моментом инерции?
3. Что называется приведённой массой?
4. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае плоскопараллельного движения?
5. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае при поступательном движении?
6. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае при вращательном движении?
7. Определение механической характеристики.
8. Как вычисляется работа силы?
9. Как вычисляется работа момента?
10. Какова энергетическая характеристика режимов работы машины: разбега, установившегося движения и выбега?

11. Сформулируйте закон передачи работы при установившемся движении.
12. Что называется циклом установившегося движения?
13. Какова роль маховика при работе механизма?
14. Что называется коэффициентом неравномерности движения машины?
15. В чём заключается основное приближение при определении момента инерции маховика по методу Ф. Виттенбауэра?

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ЭВОЛЬВЕНТНАЯ ПЕРЕДАЧА»

*Зубчатыми передачами* называются механизмы с высшими кинематическими парами, в состав которых входят зубчатые колеса, рейки или секторы – звенья, снабженные профилированными выступами или зубьями.

Отношения угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* ( $i$ ), которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношения угловой скорости ведущего вала, к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом* ( $u$ ), которое определяет направление передачи энергии.

Величины  $i$  и  $u$  могут меняться или оставаться постоянными за время одного оборота ведущего вала.

Зубчатую передачу (рис. 36) можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей (рис. 37), контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей, перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе  $p$ . Тогда:  $V_p = r_{w1} \omega_1 = r_{w2} \omega_2$ , т. е.  $\omega_1 / \omega_2 = r_{w2} / r_{w1} = i_{1,2}$ .



Рис. 36. Общий вид зубчатой передачи вращения

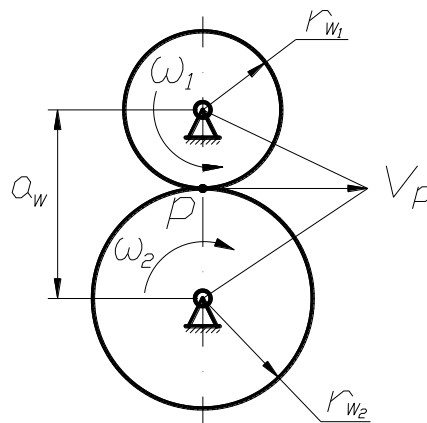


Рис. 37. Схема зубчатой передачи вращения

Методы образования зубьев можно разделить на две основные группы: накатывание и нарезание (кроме того, иногда изготавливают колеса с литыми зубьями).

Накатывание зубьев стальных колес производится накатным инструментом путем пластической деформации венца колеса. Накатывание зубьев с модулем до 1 мм производится в холодном состоянии; при большем модуле венец нагревается токами высокой частоты.

Зубонакатывание применяется в массовом производстве и является высокопроизводительным методом, обеспечивающим минимальные отходы металла в стружку и повышение прочности зубьев, так как волокна металла в заготовке не перерезаются, а изгибаются.

Нарезание зубьев выполняют методом копирования и методом обкатки.

*Метод копирования* заключается в том, что впадины зубчатого венца прорезаются инструментом, профиль режущей части которого точно или приблизительно соответствует очертаниям впадины. На рис. 38 показано фрезерование зубьев цилиндрического колеса модульными фрезами: дисковой (а) и концевой (б). После прорезания одной впадины заготовка возвращается в исходное положение, поворачивается на величину углового шага, и процесс повторяется.



Рис. 38. Фрезерование зубьев цилиндрического колеса

Так как с изменением числа зубьев колеса меняется и форма впадины, то для каждого модуля и числа зубьев нужно иметь свою фрезу, что практически невозможно. Поэтому фрезой одного модуля прорезают впадины в определенном диапазоне чисел зубьев (например, фрезой для 30 зубьев обрабатывают колеса с числом зубьев от 24 до 36), в результате чего зубья не всегда будут иметь точный профиль. Фрезерование зубьев методом копирования является простым, но недостаточно точным и весьма малопродуктивным методом, применяющимся в основном в единичном производстве.

К методу копирования можно отнести способы образования зубьев колес протягиванием, холодной или горячей штамповкой, а также прессованием и литьем под давлением.

*Метод обкатки* (огибания) является весьма точным, высокопроизводительным, универсальными наиболее распространенным способом образования зубьев. Рассмотренный ранее процесс накатывания зубьев можно отнести к методу обкатки.

Процесс нарезания зубьев на зубообрабатывающих станках уподобляется процессу зацепления пары зубчатых колес или колеса с рейкой, когда одно из колес или рейка снабжены режущими элементами и превращены таким образом в режущий инструмент, называемый *производящим колесом*. Зубчатое зацепление производящего колеса с обрабатываемым зубчатым колесом называется *станочным зацеплением*. На рис. 39 показаны основные виды станочных зацеплений и соответствующие движения инструмента и заготовки: *а* – нарезание зубьев инструментальной рейкой (зуборезной гребенкой) на зубодолбежном станке; *б* – нарезание зубьев зуборезным долбяком на зубодолбежном станке; *в* – нарезание зубьев червячной модульной фрезой на зубофрезерном станке (червячная модульная фреза в осевом сечении имеет профиль инструментальной рейки).

Одним и тем же инструментом можно нарезать колеса с модулями более 1 мм с разным числом зубьев, что является весьма существенным достоинством метода обкатки. На зубодолбежных станках долбяком обрабатывают колеса как с внешними, так и внутренними зубьями. Червячными фрезами на зубофрезерных станках можно нарезать прямозубые, косозубые и шевронные колеса с дорожкой посередине (для выхода режущего инструмента); шевронные колеса без дорожки нарезают специальными косозубыми долбяками или гребенками. Наиболее производительным способом нарезания зубьев является фрезерование червячной фрезой. Как правило, зуборезные станки – полуавтоматы.

При необходимости получения весьма точных и чистых поверхностей зубьев применяют отделочные операции: шевингование, обкатку (для зубьев невысокой твердости) или шлифование, притирку (для закаленных зубьев).



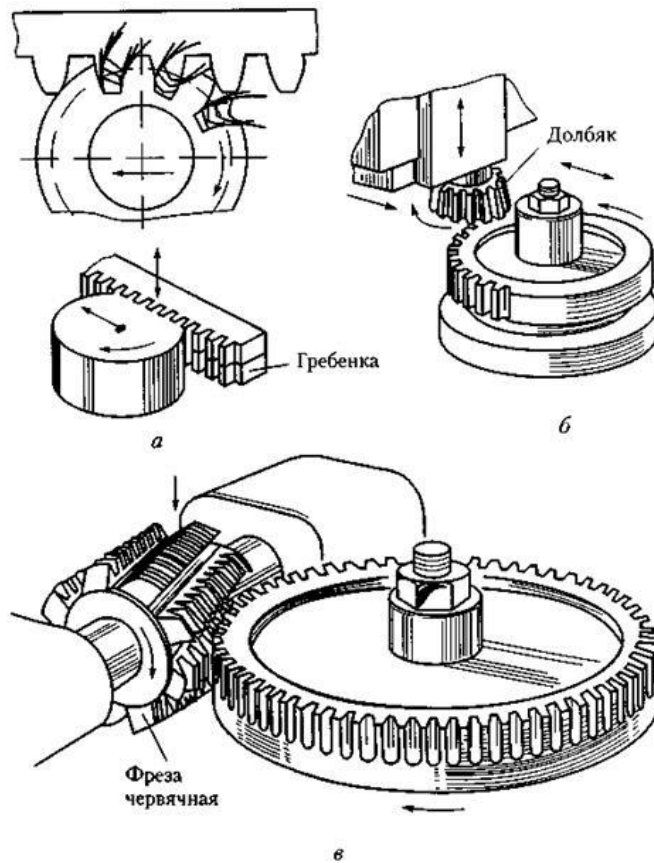


Рис. 39. Основные виды станочных зацеплений

Наибольшее распространение получили зубчатые эвольвентные передачи с профилем, предложенным Леонардом Эйлером в 1754 г. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния.

Рассмотрим образование эвольвенты (рис. 40). *Эвольвентой* круга называют кривую, которая описывает любую точку прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности. При этом прямую обычно называют *производящей*, а окружность – *основной*.

Пусть производящая прямая  $n - n$  показана в положении, когда она касается основной окружности  $r_b$  в точке  $A$  и требуется построить эвольвенту, описываемую точкой  $M$ . Делим отрезок  $AM$  на равные части и откладываем на радиусе основной окружности  $r_b$  дуги равные соответствующим частям отрезка  $AM$ :  $4'3' = 43$ ;  $3'2' = 32$  и так далее. Через полученные точки проводим касательные и откладываем на них

отрезки, последовательно уменьшая длину каждого отрезка на одну часть. Соединяя концы отложенных отрезков, получаем *эвольвенту*.

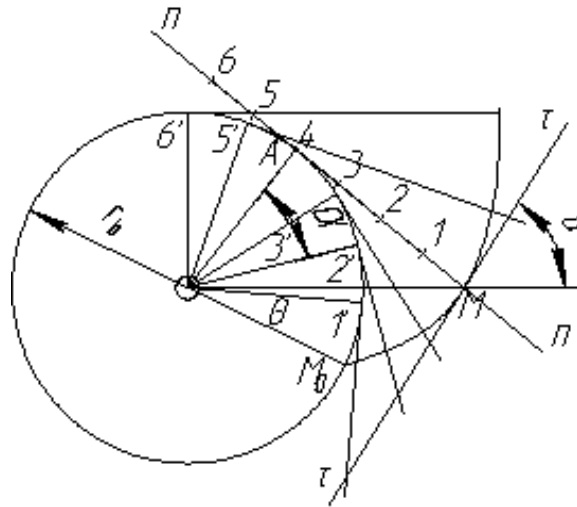


Рис. 40. Образование эвольвенты

Обозначим через  $\alpha$  острый угол между касательной  $\tau-\tau$  к эвольвенте и радиус-вектором эвольвенты  $OM$ . Этот угол называется *углом профиля*. Угол, образованный начальным радиус-вектором эвольвенты  $OM_0$  и её текущим радиусом  $OM$  называется *эвольвентным углом* ( $\theta$ ). Уравнение эвольвенты имеет вид:  $r_b \cdot (\alpha + \theta) = r_b \cdot \text{tg} \alpha$  или  $\theta = \text{tg} \alpha - \alpha$ . Функция  $\text{tg} \alpha - \alpha$  называется *инвалютой* и обозначается "inv", то есть уравнение может быть записано:  $\theta = \text{inv} \alpha$ .

Рассмотрим основные размеры зубчатых колёс с эвольвентным профилем (рис. 41).

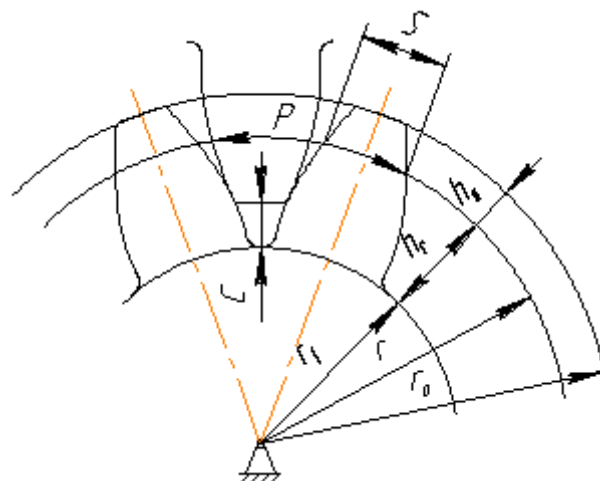


Рис.41. Профиль зубчатого колеса

Эвольвентные профили удовлетворяют условию синтеза зубчатого зацепления – получению заданного  $u_{12}$ . Выполнение дополнительного условия синтеза зависит от размеров зубьев. Эти размеры удобно задавать в долях, какой-либо одной линейной величины. Выразим длину некоторой окружности, имеющей диаметр  $d$  через число зубьев  $z$

$$\pi \cdot d = P \cdot z,$$

где  $P$  – окружной шаг, то есть расстояние, измеренное по дуге окружности диаметром  $d$  между двумя соответствующими точками соседних зубьев, отсюда

$$d = (P/\pi) \cdot z \text{ или } d = m \cdot z,$$

где  $m$  – отношение окружного шага  $P$  к числу  $\pi$ , называется *модулем зуба*. Модуль зуба выбирается из ряда рациональных чисел от 0,05 до 100.

*Делительная окружность*  $r$  – есть характеристика одного зубчатого колеса, а начальные окружности  $r_f$  дают характеристику зацепления двух зубчатых колес, и диаметры этих окружностей зависят от межосевого расстояния.

Делительная окружность делит зуб на две части: головку и ножку. *Делительной головкой* зуба  $h_a$  называется часть зуба расположенная между делительной окружностью  $r$  и окружностью вершин  $r_a$ . *Ножкой* зуба  $h_f$  называется часть зуба расположенная между делительной окружностью  $r$  и окружностью впадин  $r_f$ . Общая высота зуба  $h = h_a + h_f$ . Причём  $h_f > h_a$ , так как между окружностями вершин одного зуба и окружностями впадин другого зуба должен быть зазор, называемый *радиальным зазором* ( $c = 0,25m$ ).

Каждый зуб очерчен двумя симметрично расположенными профилями – эвольвентами. Расстояние между этими профилями, измеренное по какой-либо окружности называется *толщиной зуба*  $S$ .

При проектировании зубчатой передачи необходимо решить несколько задач:

- 1) выбрать тип зубчатого механизма, его передаточное отношение и числа зубьев колёс;

2) провести проектный прочностной расчёт механизма и определить величину межосевого расстояния или модуль зубчатых колес (модуль зубчатых колёс округляется до ближайшей величины из стандартного ряда модулей);

3) провести геометрический расчёт зубчатой передачи для выбранных коэффициентов смещения исходного контура, которые обеспечивают исключение подрезания, срезания и заострения зубьев колёс и благоприятное или оптимальное сочетание качественных показателей зубчатой передачи.

*Блокирующий контур* – это совокупность линий в системе координат  $x_1$  и  $x_2$ , ограничивающих зону допустимых значений коэффициентов смещения для передачи с числами зубьев колёс  $z_1$  и  $z_2$  (рис. 42). Внутри блокирующего контура нанесены линии, характеризующие качество зацепления:

- линия коэффициента торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,2$ ;
- линии, характеризующие равнопрочность зубьев шестерни и колеса при ведущей шестерне (линия *a-a*) и при ведущем колесе (линия *б-б*);
- линия одинаковых удельных скольжений  $V_{p1}$  и  $V_{p2}$  в нижних точках основных активных профилей зубьев шестерни и колеса.

В настоящее время, с ростом производительности компьютеров, появляется возможность геометрического синтеза оптимальных зубчатых передач без предварительного построения блокирующего контура.

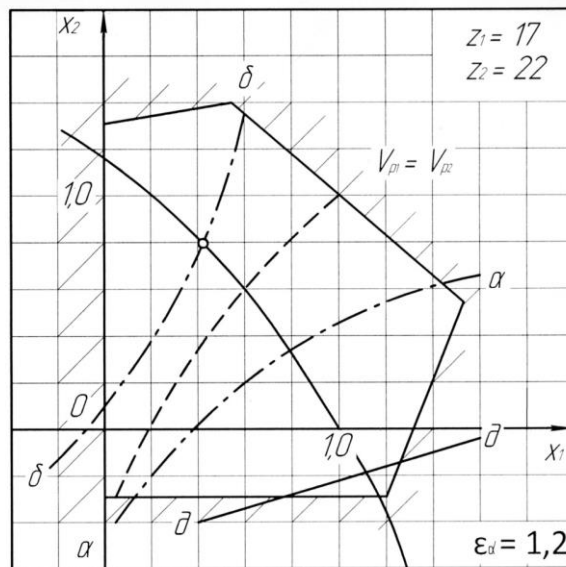


Рис. 42. Блокирующий контур (цена деления 0,2)

Рассмотрим методику расчёта на примере зубчатой передачи наибольшей прочности по излому зубьев (НИ),  $z_1 = 17$ ,  $z_2 = 22$ , модуль зацепления  $m = 10$  мм. Ведущее колесо 2. Угол профиля  $\alpha = 20^\circ$ ; коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1$ ; коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,25$ .

В соответствии с прочностными требованиями по блокирующему контуру для чисел зубьев 17 и 22 определяем коэффициенты смещения, как координаты точки пересечения линии  $\epsilon_\alpha = 1,2$  с линией б-б, тогда  $x_1 = 0,42$ ,  $x_2 = 0,74$  (см. рис. 42).

Все расчёты геометрических параметров необходимо выполнять тщательно, при проверках добиваться совпадения результатов с точностью до двух десятичных знаков.

Порядок расчёта:

1. Коэффициент суммы смещения

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0,42 + 0,74 = 1,16,$$

где  $x_1$  и  $x_2$  величины алгебраические.

2. Угол зацепления

$$\ln V \alpha_w = \frac{2x_\Sigma \operatorname{tg} \alpha}{Z_1 + Z_2} + \operatorname{inv} \alpha = \frac{2 \cdot 1,16 \cdot 0,3640}{17 + 22} + 0,01490 = 0,03655.$$

По эвольвентной функции (см. таблицу 7) определяем

$$\alpha_w = 26^\circ 37'.$$

Расчёт величины  $\operatorname{inv}\alpha_w$  необходимо делать с точностью до шестого десятичного знака и округлять до пятого знака. Угол зацепления определяется с точностью до одной минуты (табл. 7).

Таблица 7

Определение угла  $\alpha_w$

Угол	М и н у т ы					
Град.	0'	10'	20'	30'	40'	50'
24	0,0264	0,0269	0,0275	0,0281	0,0287	0,0293
25	0,0300	0,0306	0,0313	0,0319	0,0326	0,0333
26	0,0339	0,0346	0,0354	0,0361	0,0368	0,0375

### 3. Межосевое расстояние

$$a_w = ((z_1 + z_2) \cdot m / 2) \cdot (\cos\alpha / \cos\alpha_w) = ((17 + 22) \cdot 10 / 2) \cdot (0,9397 / 0,8941) = 204,95 \text{ мм.}$$

Значение косинусов и их отношение определяется с точностью до четырех десятичных знаков,  $a_w$  и последующие линейные величины вычисляются в мм с точностью до второго десятичного знака.

### 4. Делительное межосевое расстояние

$$a = (z_1 + z_2) \cdot m = (17 + 22) \cdot 10 = 195 \text{ мм.}$$

### 5. Делительные радиусы

$$r_1 = z_1 \cdot m / 2 = 17 \cdot 10 / 2 = 85 \text{ мм; } r_2 = z_2 \cdot m / 2 = 22 \cdot 10 / 2 = 110 \text{ мм.}$$

### 6. Основные радиусы:

$$r_{e1} = r_1 \cdot \cos\alpha = 85 \cdot 0,9397 = 79,87 \text{ мм;}$$

$$r_{e2} = r_2 \cdot \cos\alpha = 110 \cdot 0,9397 = 103,37 \text{ мм.}$$

### 7. Передаточное число

$$u = z_2 / z_1 = 22 / 17 = 1,29.$$

### 8. Начальные радиусы:

$$r_{w1} = \frac{a_w}{u + 1} = \frac{204,95}{1,29 + 1} = 89,50 \text{ мм;}$$

$$r_{w2} = \frac{a_w u}{u + 1} = \frac{204,95 \cdot 1,29}{1,29 + 1} = 115,45 \text{ мм.}$$

Проверяем:  $a_w = r_{w1} + r_{w2} = 89,50 + 115,45 = 204,95 \text{ мм.}$

9. Коэффициент воспринимаемого смещения – отношение воспринимаемого смещения к модулю

$$y = \frac{a_w - a}{m} = \frac{204,95 - 195}{10} = 0,995.$$

Значение  $y$  подсчитывается с точностью до трех знаков.

Проверяем:  $a_w = a + ym = 195 + 0,995 \cdot 10 = 204,95$  мм.

10. Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 1,16 - 0,995 = 0,165.$$

11. Радиусы вершин зубьев:

$$r_{a1} = r_1 + (h_a^* + x_1 - \Delta y) \cdot m = 85 + (1 + 0,42 - 0,165) \cdot 10 = 97,55 \text{ мм};$$

$$r_{a2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y) \cdot m = 110 + (1 + 0,74 - 0,165) \cdot 10 = 125,75 \text{ мм}.$$

12. Радиусы впадин:

$$r_{f1} = r_1 - (h_a^* + c^* - x_1) \cdot m = 85 - (1 + 0,25 - 0,42) \cdot 10 = 76,70 \text{ мм};$$

$$r_{f2} = r_2 - (h_a^* + c^* - x_2) \cdot m = 110 - (1 + 0,25 - 0,74) \cdot 10 = 104,90 \text{ мм}.$$

13. Высоты зубьев:

$$h_1 = r_{a1} - r_{f1} = 97,55 - 76,70 = 20,85 \text{ мм};$$

$$h_2 = r_{a2} - r_{f2} = 125,75 - 104,90 = 20,85 \text{ мм}.$$

Проверяем:  $h_1 = h_2 = 20,85$  мм.

14. Толщина зубьев:

$$s_1 = (\pi/2 + 2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot m = (3,1415/2 + 2 \cdot 0,42 \cdot 0,3640) \cdot 10 = 18,77 \text{ мм};$$

$$s_2 = (\pi/2 + 2 \cdot x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot m = (3,1415/2 + 2 \cdot 0,74 \cdot 0,3640) \cdot 10 = 21,09 \text{ мм}.$$

15. Шаг зубьев

$$p = \pi \cdot m = 3,1415 \cdot 10 = 31,42 \text{ мм}.$$

16. Шаг зацепления

$$p_w = p_v = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha = 3,1415 \cdot 10 \cdot 0,9390 = 29,50 \text{ мм}.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Провести расчёт некоторых геометрических параметров цилиндрической зубчатой эвольвентной передачи внешнего зацепления. Варианты смотри в приложении 2.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие механизмы называются передачами?
2. Назовите методы изготовления зубчатых колёс.
3. Что такое станочное зацепление?
4. Что называют эвольвентой окружности?
5. Перечислите основные свойства эвольвенты окружности.
6. Какие зубчатые колёса называются нулевыми?
7. Какую окружность зубчатого колеса называют начальной?
8. Какую окружность зубчатого колеса называют делительной?
9. Какую окружность зубчатого колеса называют основной?
10. Что называется высотой головки зуба колеса?
11. Что называют высотой ножки зуба колеса?
12. Что называют шагом зубчатого колеса?
13. Что называют модулем зубчатого колеса?
14. Какую размерность имеет модуль зубчатого колеса?
15. Что называют радиальным зазором цилиндрической зубчатой передачи?
16. Что такое блокирующий контур? Как с помощью его определить коэффициент смещения колёс передачи?
17. Что такое линия зацепления?
18. Какой угол называется углом зацепления?
19. Какой угол называется углом перекрытия?

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ПЛАНЕТАРНЫЙ МЕХАНИЗМ»**

*Планетарным механизмом* называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями являются (рис. 43) зубчатые колеса: солнечное – 1, сателлиты – 2, корончатое – 3,  $H$  – водило, звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось  $O_H$  вращения водила  $H$ , сов-



падающая с осью  $O_1$  центральных колес, является *основной осью* механизма.

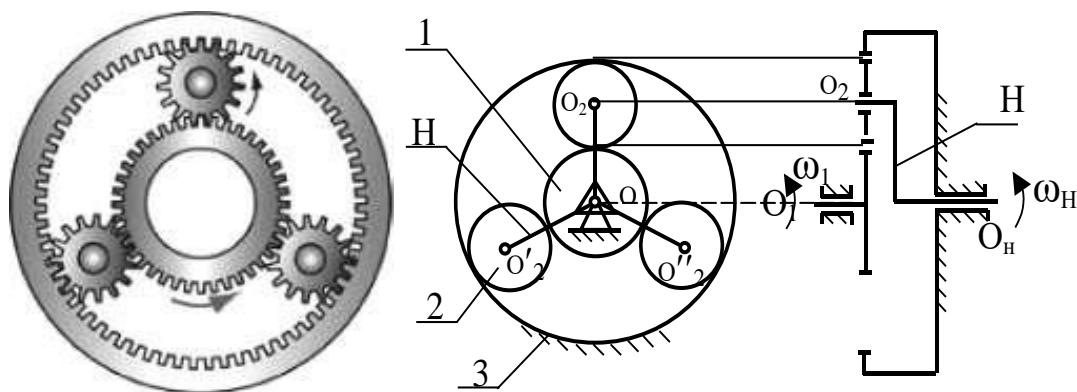


Рис.43. Общий вид и схема планетарного механизма

При вращении солнечного колеса 1 сателлиты 2 будут обкатываться по нему и по корончатому колесу 3, совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов 2 приводит к вращению водила  $H$ , которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с неподвижными осями; удобны в сборке и надежны в работе. Основным преимуществом планетарных передач является возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно небольших габаритах и высоком к.п.д. Поэтому они получили весьма широкое распространение, найдя применение в приводах транспортных машин, станков, в автомобилях, в авиации, в приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. Однако планетарные механизмы имеют более сложную конструкцию, требуют повышенной точности изготовления.

При степени подвижности планетарного механизма  $W = 1$  он называется собственно *планетарным*, а при  $W \geq 2$  – *дифференциальным*. Степень подвижности механизма (рис. 43)  $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 - 6 = 1$ .

Простейшие кинематические схемы планетарных механизмов показаны на рис. 44.

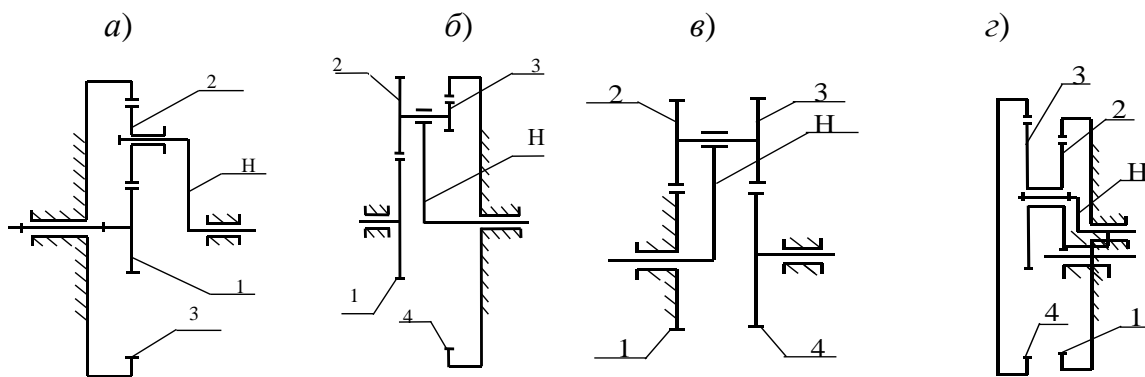


Рис. 44. Схемы планетарных зубчатых механизмов: а) механизм Джеймса; б) механизм со сдвоенными сателлитами; в) механизм Давида; г) механизм со сдвоенными сателлитами и двумя внутренними зацеплениями

При проектировании планетарной передачи решаются задачи определения чисел зубьев колес по заданному передаточному отношению  $U_{пл}$ . В зависимости от величины  $U_{пл}$  сначала выбирается одна из схем. При этом должны быть обеспечены минимальные радиальные размеры колес передачи и заданное передаточное отношение с достаточной точностью  $U_{пл} \pm 3\%$ , а также условия работоспособности и сборки.

Следовательно, для возможности правильного назначения чисел зубьев всех колёс планетарного механизма и обеспечения требуемого передаточного отношения необходимо иметь выражение для определения передаточного отношения  $U_{пл}$  для каждой выбранной схемы.

При назначении чисел зубьев колес планетарного механизма необходимо учитывать ряд требований и условий, важнейшие из которых следующие:

1. Числа зубьев  $z_1, z_2, \dots, z_n$  должны быть целыми числами.
2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать требуемое передаточное отношение  $U_{пл}$  с допустимой точностью  $\pm 3\%$ .
3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом,  $z_i \geq z_{\min} = 17$ ; для колес с внутренними зубьями —  $z_i \geq z_{\min} = 85$ .

4. Оси центральных колес и водила  $H$  планетарной передачи должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).

5. При расположении сателлитов в одной плоскости, т. е. без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть расположены так, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства)

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin(\pi/k) > z_2 + 2,$$

где  $k$  – число сателлитов.

6. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов так, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли во впадины солнечного и корончатого колес

$$((z_1 \cdot U_{1H})/k) \cdot (1 + k \cdot p) = C_0,$$

где  $z_1$  – число зубьев центрального колеса,  $k$  – число сателлитов,  $p$  – число оборотов водила,  $C_0$  – целое число.

Рассмотрим порядок синтеза (проектирования) планетарных механизмов на примере механизма со сдвоенными сателлитами (рис. 44, б).

Передаточное отношение такой передачи при ведомом водиле  $H$  определяется по формуле

$$U^{(4)}_{1H} = 1 + (z_2 \cdot z_4) \cdot (z_1 \cdot z_3).$$

Условие соосности с учётом того, что модуль ( $m$ ) всех колес одинаковый, и колеса нарезаны без смещения, имеют вид

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3.$$

Для обеспечения больших передаточных отношений  $U^{(4)}_{1H}$  произведение  $z_1 \cdot z_3$  должно быть минимальным, т.е. сами величины  $z_1$  и  $z_3$  должны быть наименьшими. При этом  $z_1 = z_3 = z_{\min} = 20$ . Тогда условие соосности для такой передачи примет вид  $z_4 = z_2 + 2 \cdot z_1$ . Подставив это выражение, получим

$$U^{(4)}_{1H} = 1 + (z_2 \cdot (z_2 + 2 \cdot z_1)) / z_1 \cdot z_1 = 1 + (z_2/z_1) \cdot (z_2/z_1 + 2).$$

Таким образом, передаточное отношение  $U^{(4)}_{1H}$  в данном случае зависит только от отношения  $z_2/z_1$ . Поэтому, решая уравнение, как квадратное, относительно  $z_2/z_1$ , получим

$$z_2/z_1 = \sqrt{U^{(4)}_{1H} - 1}.$$

Тогда число зубьев колеса 2 равно

$$z_2 = z_1 \cdot (z_2/z_1).$$

При условии  $z_3 = z_1$  число зубьев колеса. Принимая максимальное значение отношения  $z_2/z_1 = 3$ , получим для схемы (рис. 44, б)

$$U_{\max} = 1 + (z_2/z_1)^2 + 2 \cdot (z_2/z_1) = 1 + 9 + 2 \cdot 3 = 16.$$

Обычно для такой схемы принимают  $U_{\text{пл}} = 6 \dots 12$ . Определим минимальные числа зубьев колёс передачи из условия  $z_3 = 20$  и  $z_4 = 85$ :

$$z_4 = z_1 + z_2 + z_3 = z_1 + z_2 + 20 = 85 \text{ или } z_1 + z_2 = 85 - 20 = 65.$$

Разделив обе части полученного равенства на  $z_1$ , получим  $1 + (z_2/z_1) = 65/z_1$ .

Подставив сюда  $z_2/z_1$ , найдём зависимость  $\sqrt{U^{(4)}_{1H}} = 65/z_1$ , откуда получим формулу для определения числа зубьев  $z_1$  солнечного колеса 1

$$z_1 = 65 / \sqrt{U^{(4)}_{1H}}.$$

Зная величину отношения  $z_2/z_1$ , из (3.15) можно найти

$$z_2 = z_1(z_2/z_1).$$

Число зубьев колеса 3 найдём по формуле, приняв  $z_1 = z_3$ .

Максимально возможное число сателлитов  $k$  можно определить по формуле

$$k = \pi / \arcsin[1,0308 - (1/\sqrt{U^{(4)}_{1H}})].$$

Условие сборки, обеспечивающее установку сателлитов через равные углы.

Рассмотрим механизм, схема которого показана на рис. 44, в. Определить числа зубьев колёс при  $U^{(4)}_{1H} = 11,0$  и числе сателлитов  $k = 3$ .

1.  $z_1 = 65/\sqrt{11} = 19,59$ . Принимаем  $z_1 = z_3 = 20$ .

2. Определим величину отношения  $z_2/z_1$

$$z_2/z_1 = \sqrt{U^{(4)}_{1H}} - 1 = \sqrt{11} - 1 = 2,3166.$$

Тогда число зубьев сателлита 2 найдем по формуле

$$z_2 = (z_2/z_1) \cdot z_1 = 2,3166 \cdot 20 = 46,33. \text{ Принимаем } z_2 = 46.$$

3. Число зубьев колеса 3 найдем из условия соосности

$$z_4 = z_1 + z_2 + z_3 = 20 + 46 + 20 = 86.$$

4. Проверим величину передаточного отношения при найденных числах зубьев  $U^{(4)}_{1H} = 1 + (z_2 \cdot z_4)/(z_1 \cdot z_3) = 1 + (46 \cdot 86)/(20 \cdot 20) = 10,89$ .

Расхождение с заданным  $U$  составляет менее 1%, что допустимо.

Условие сборки выполняется уже при  $p = 1 \cdot (1/3)$  оборота водила, что составляет  $480^\circ$

$$((z_1 \cdot U_{1H})/k) \cdot (1 + k \cdot p) = (((20 \cdot (1 + (46 \cdot 86)/(20 \cdot 20)))/3) \cdot (1 + 3 \cdot p) = C_0.$$

5. Проверим выполнение условия соседства сателлитов, найдя максимально допустимое число сателлитов по формуле

$k_{\max} = \pi / \arcsin(1,0308 - 1/\sqrt{U}) = 3,14 / \arcsin(1,0308 - 1/\sqrt{10,89}) = 3,85$ , что больше принятого  $k = 3$ . Условие выполняется.

Рассмотрим планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями (рис. 44, в) так называемый *редуктор Давида*. При неподвижном солнечном колесе 1 с числом зубьев  $z_1$  и ведущем водиле  $H$  передаточное отношение определится по формуле

$$U^{(4)}_{1H} = (z_1 \cdot z_3) \cdot (z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4).$$

Наибольшему передаточному отношению соответствует наименьшая разность  $z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4$ .

Это возможно при  $z_4 = z_1 - 1$  и  $z_2 = z_3 - 1$ .

Принимая  $z_3 = z_1$  и  $z_2 = z_4$ , получим

$$U^{(1)}_{H4} = z_1 / (2 - (1/z_1)).$$

Отсюда видно, что

$$z_1 \equiv 2 \cdot U^{(1)}_{H4},$$

т.е. оптимальное число зубьев солнечного колеса  $z_1$  для рассматриваемой схемы равно удвоенному передаточному отношению.

Значение минимального числа зубьев солнечного колеса

$$z_1 = U_{H4}^{(1)} + \sqrt{U_{H4}^{(1)}(U_{H4}^{(1)} - 1)}.$$

Числа зубьев колес 2, 3 и 4 определяются следующим образом

$$z_4 = z_1 - 1; z_3 = z_1; z_2 = z_3 - 1.$$

Найдём диапазон возможных значений  $U^{(1)}_{H4}$ . При  $z_1 = z_{\min} = 17$  величина  $U^{(1)}_{H4\min} = 8,76$ . При  $z_1 = 100$  величина  $U^{(1)}_{H4} = 50,25$ , но при этом радиальные размеры передачи становятся слишком большими, а к.п.д. низким.

Максимальное число сателлитов в этом случае  $k_{\max} = 5$  при любом значении  $U^{(1)}_{H4}$ . Условие сборки выполняется при  $p = 0,5 - 1/k$ .

Рассмотрим планетарный механизм с двумя внутренними зацеп-

лениями (рис. 44, з). Передаточное отношение такого механизма определяется по формуле

$$U^{(1)}_{H4} = (z_2 \cdot z_4) / (z_2 \cdot z_4 - z_1 \cdot z_3).$$

Найдём зависимость чисел зубьев  $z_1$  и  $z_4$  от  $U^{(1)}_{H4}$  при условии обеспечения минимальных чисел зубьев.

Минимальное число зубьев колёс с внутренними зубьями равно 85, а находящихся в зацеплении с ними сателлитов равно 20.

Минимальная разность чисел зубьев колес, находящихся во внутреннем зацеплении, равно 8. Обозначим разности чисел зубьев

$$z_1 - z_2 = D \text{ и } z_4 - z_1 = C.$$

Тогда  $z_2 = z_1 - D$  и  $z_3 = z_4 - D$ . Отсюда получим:

$$U^{(1)}_{H4} = z_4 \cdot (z_1 - D) / (z_4 \cdot (z_1 - D) - z_1 \cdot (z_4 - D)) \text{ и}$$

$$D = z_1 \cdot (z_1 + C) / C \cdot (U^{(1)}_{H4} + 1) + z_1.$$

Здесь  $U^{(1)}_{H4}$  – абсолютное значение передаточного отношения.

Минимальное передаточное отношение при  $z_2 = 20$  получается равным 26,5, а максимальное при  $D = 8$  равно 828.

Задаваясь разностью  $C = z_4 - z_1$  в пределах от 1 до 4, можно при известном передаточном отношении  $U^{(1)}_{H4}$  найти  $D$ , а затем и числа зубьев всех остальных колес при  $z_1 = 85$ :

$$z_2 = z_1 - D,$$

$$z_3 = z_2 + C = z_1 - D + C,$$

$$z_4 = z_1 + C.$$

Если при этом получится  $z_2 < 20$ , то нужно увеличить  $C$ . Число зубьев сателлита  $z_2$  и разность  $C$  должны быть выбраны по возможности наименьшими, т.к. при этом, во-первых, уменьшается масса колес передачи и, во-вторых, появляется возможность создания многосателлитной передачи.

**Пример.** Графический способ определения передаточного отношения механизма Джеймса (рис. 45).

$$i_{1-H}^{(3)} = 2,5 \dots 8 \text{ при КПД} = 0,99.$$

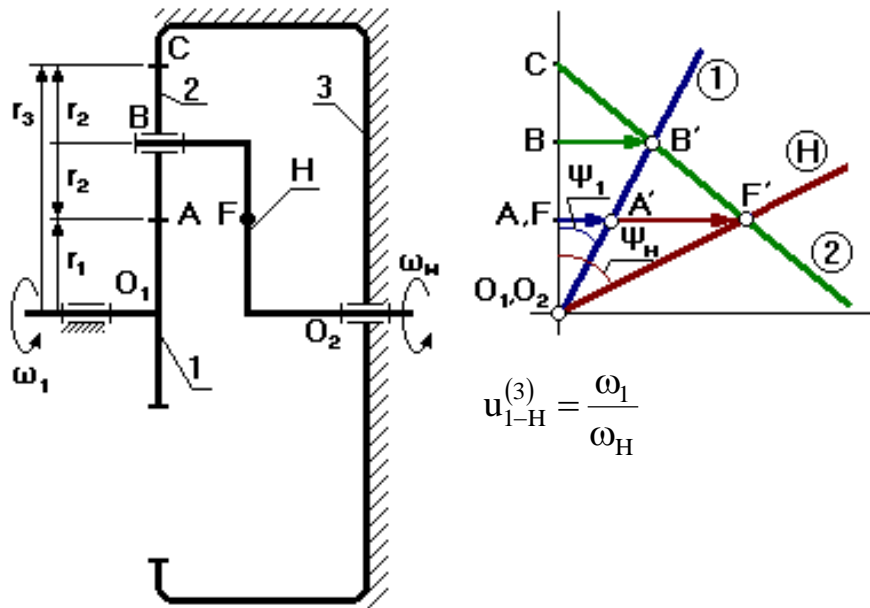


Рис. 45. Механизм Джеймса: 1 – солнечное колесо, 2 – блок сателлитов, 3 – коронная шестерня, H – водило

Звено 1 (солнечное колесо) – входное звено, выходным является водило  $H$ . Выберем на водиле  $H$  точку  $F$ , которая расположена на том же расстоянии от оси  $O_2$ , что и точка  $A$ . Оси  $O_1$  и  $O_2$  расположены на одном уровне.

Зададимся отрезком  $AA'$ , который изображает линейную скорость колеса 1 в т.  $A$ . Т.к. колесо 1 вращается вокруг  $O_1$ , то закон распределения линейной скорости по первому звену изображается прямой линией  $O_1A'$ . Сателлит 2 в т.  $A$  имеет такую же линейную скорость, что и колесо 1. В т.  $C$  сателлит 2 имеет МЦС в абсолютном движении, т.к. идёт контакт с неподвижным колесом 3. Закон распределения линейной скорости по второму колесу изображается прямой линией  $CA'$ . В т.  $B$  сателлит имеет линейную скорость, которая изображается отрезком  $BB'$ , однако т.  $B$  является также и осью водила  $H$ , которое вращается вокруг  $O_2$ . Следовательно, закон распределения линейной скорости по водилу изобразится прямой линией  $O_2B'$ . Для точки  $F$  водила линейная скорость изображается отрезком  $FF'$ .

От вертикали до линии распределения скоростей по водилу  $H$  измеряем угол  $\psi_H$ , а от вертикали до линии распределения скоростей по колесу 1 измеряем угол  $\psi_1$ . Т.к. углы  $\psi_1$  и  $\psi_H$  отложены от вертика-

ли в одном направлении, то это показывает, что входное звено 1 и выходное звено вращаются в одном направлении. Скорости и передаточное отношение механизма:

$$\omega_1 = V_A/O_1A, \omega_2 = V_F/O_2F,$$

$$u_{1-H}^{(3)} = (V_A/O_1P)/(V_F/O_2F) = (AA'/O_1P)/(FF'/O_2F) = \operatorname{tg}\psi_1/\operatorname{tg}\psi_H = AA'/FF'.$$

**Пример.** Графический способ определения передаточного отношения механизма с одним внешним и одним внутренним зацеплением (рис. 46).

$$u_{1-H}^{(4)} = 10...24 \text{ при кпд} = 0,99.$$

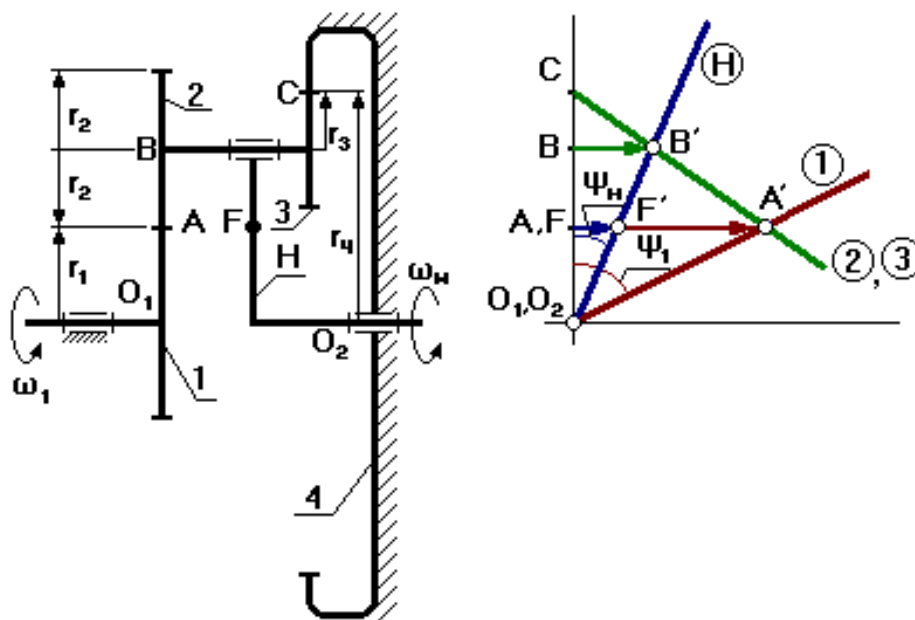


Рис. 46 . Механизм с одним внешним и одним внутренним зацеплением:  
1 – солнечное колесо, 2,3 – блок сателлитов, 4 – коронная шестерня,  
H – водилом

Звено 1 (солнечное колесо) – входное звено, выходным является водило H. Выберем на водиле H точку F так, чтобы  $O_1A = O_2F$  ( $O_1$  и  $O_2$  соосны). Тогда передаточное отношение механизма:

$$u_{1-H}^{(4)} = \omega_1/\omega_2 = (V_A/O_1A)/(V_F/O_2F) = (AA'/O_1A)/(FF'/O_2F) = \operatorname{tg}\psi_1/\operatorname{tg}\psi_H = AA'/FF'.$$

Отрезок AA' можно выбрать произвольно.



**Пример.** Графический способ определения передаточного отношения механизма с двумя внешними зацеплениями (рис. 47).

$$u_{H-1}^{(4)} = 20 \dots 50 \text{ при КПД} = 0,99.$$

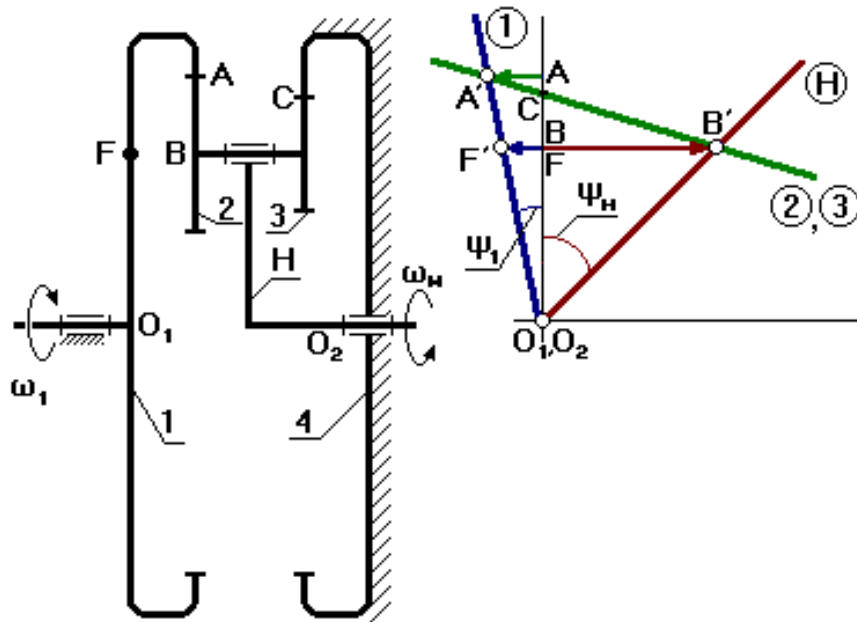


Рис. 47. Механизм с двумя внешними зацеплениями: 1 – колесо, 2,3 – блок сателлитов, 4 – коронная шестерня, H – водило

Водило H – входное звено, первое колесо – выходное. Выберем точку F на входном звене так, чтобы  $O_1F = O_2B$ . Точка C для данного механизма может располагаться как выше, так и ниже точки A. В зависимости от положения точки C план скоростей будет разный. Углы  $\psi_1$  и  $\psi_H$  направлены в разные стороны от вертикали. Следовательно, водило H и колесо 1 вращаются в разные стороны. Передаточное отношение механизма:

$$u_{H-1}^{(4)} = \omega_H / \omega_1 = (V_B / O_2B) / (V_F / O_1F) = (BB' / O_2B) / (FF' / O_1F) = \operatorname{tg} \psi_H / \operatorname{tg} \psi_1 = BB' / FF'.$$

**Пример.** Графический способ определения передаточного отношения механизма с двумя внешними зацеплениями (редуктор Давида) (рис. 48).

$$u_{H-1}^{(4)} \text{ до } 10000 \text{ при низком КПД.}$$

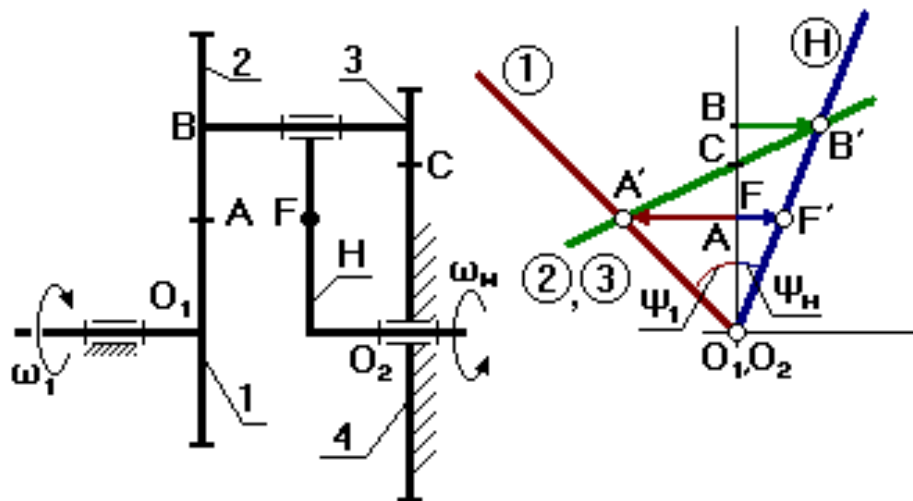


Рис. 48. Редуктор Давида: 1,2 – внешняя зубчатая пара, 3 – колесо, 4 – коронная шестерня, H – водило

Водило H – входное звено, первое колесо – выходное. Выберем на водиле H точку F так, чтобы  $O_2F = O_1A$  (валы  $O_1$  и  $O_2$  соосны и вращаются в разные стороны). Точка C может быть выше или ниже точки A.  $FF'$  – произвольный отрезок (линейная скорость точки F). Для колёс 2 и 3 точка C – МЦС. Передаточное отношение:  
 $u_{H-1}^{(4)} = \omega_H/\omega_1 = (V_B/O_2B)/(V_F/O_1F) = (BB'/O_2B)/(FF'/O_1F) = \text{tg}\psi_H/\text{tg}\psi_1 = BB'/FF'$ .

**Пример.** Синтез однорядного планетарного механизма (рис.49).

Дано:  $u_{1-H}^{(4)} = 6$ ,  $m = 1$  мм,  $k = 3$  – количество сателлитов.

Определить:  $z_1, z_2, z_3$  – ? при минимальном радиальном габарите.

$$u_{1-H}^{(3)} = 1 + z_3/z_1, z_3/z_1 = u_{1-H}^{(3)} - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Зададимся числом зубьев  $z_1$  так, чтобы выполнялось условие 2, тогда  $z_1 = 18$ ,  $z_3 = 5 \cdot 18 = 90 \geq 85$ .

Условие соосности механизма:

$$O_1B = O_2B, r_1 + r_2 = r_3 - r_2,$$

$$m \cdot z_1/2 + m \cdot z_2/2 = m \cdot z_3/2 - m \cdot z_2/2,$$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2, \text{ отсюда } z_2 = (z_3 - z_1)/2 = (90 - 18)/2 = 36.$$

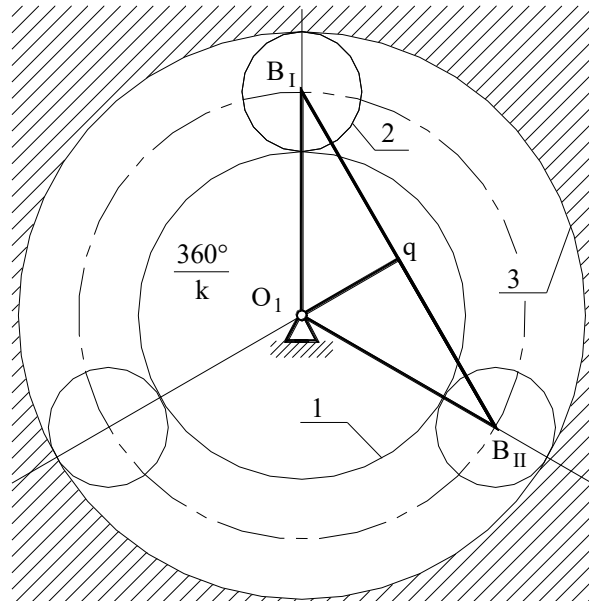


Рис.49. Схема однорядного планетарного механизма

Условие соседства: окружности вершин соседних сателлитов не касаются друга друга  $B_I B_{II} > 2 \cdot r_{a2}$ .

Рассмотрим треугольник  $O_1 B_I q$ :

$$B_I B_{II} = 2B_I q, \quad B_I q / O_1 B_I = \sin(180/k), \quad B_I q = O_1 B_I \cdot \sin(180/k),$$

$$O_1 B_I = r_1 + r_2 = m \cdot (z_1 + z_2) / 2, \quad 2 \cdot B_I q = B_I B_{II} = m \cdot (z_1 + z_2),$$

$r_{a2} = r_2 + x \cdot m + h_a \cdot m - \Delta y \cdot m$ , если принять колёса нулевые, то  $x \cdot m = 0$  и  $\Delta y \cdot m = 0$ , тогда  $r_{a2} = r_2 + h_a \cdot m = m(z_2 + 2h_a)$ ,  $\sin(180/k) > (z_2 + 2h_a) / (z_1 + z_2)$ .

Уравнение соседства справедливо.

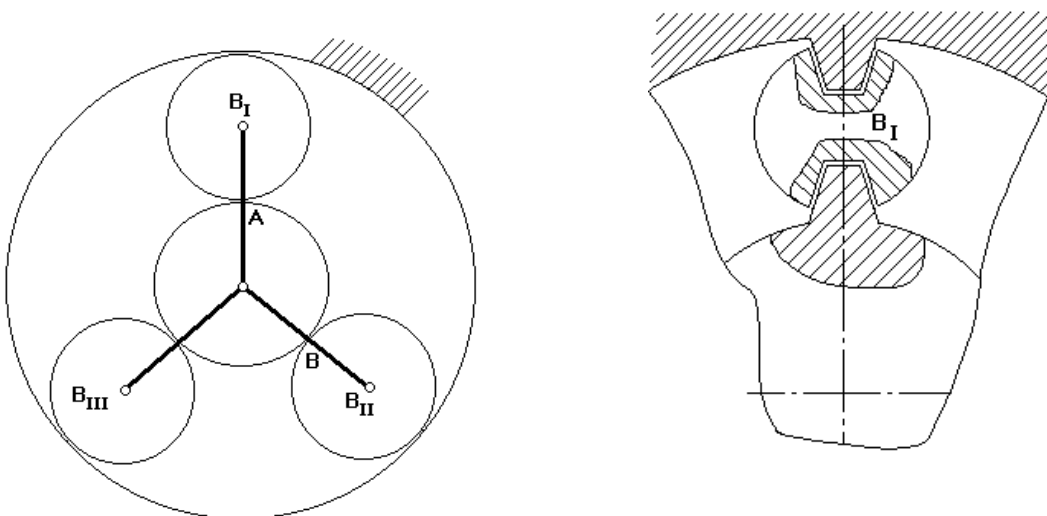


Рис. 50. Схема для условия сборки механизма

Будем считать, что каждый последующий блок сателлитов устанавливается в позиции  $B_I$ . Чтобы освободить место, нужно повернуть водило на угол  $(360^\circ/k)$ .

При установке 1-го сателлита зубья центральных колес ориентированы относительно оси симметрии.

Если на дуге  $AB$  укладывается целое число шагов, то при повороте водила на угол  $(360^\circ/k)$  зубья центральных колес будут ориентированы относительно оси симметрии точно так же, как и при установке первого сателлита.

Если на указанной дуге не укладывается целое число шагов, то при повороте водила на угол  $(360^\circ/k)$  зуб 1-го колеса не встанет на то же место и тогда, чтобы установить следующий сателлит, нужно от позиции  $B_{II}$  сделать  $p$  дополнительных оборотов водила, чтобы за счёт выборки углового шага правильно ориентировать зубья центральных колес.

Уравнение сборки имеет вид

$$(z_1 \cdot u_{1-H}^{(4)})/k = 1 + k \cdot p = \gamma, \gamma - \text{целое число.}$$

Для данного механизма  $18 \cdot 6 \cdot (1 + 3p)/3 = 36(1 + 3p)$ .

Условие сборки выполняется при  $p = 0$ .

После подбора чисел зубьев определяют радиусы делительных окружностей колес:

$$r_1 = mz_1/2 = 1 \cdot 18/2 = 9 \text{ мм,}$$

$$r_2 = mz_2/2 = 1 \cdot 36/2 = 18 \text{ мм,}$$

$$r_3 = mz_3/2 = 1 \cdot 90/2 = 45 \text{ мм}$$

По полученным данным строится схема механизма в масштабе и проверяется выполнение передаточного отношения.

**Пример.** Проектирование планетарного механизма со смешанным зацеплением (рис. 51).

Дано:  $u_{1-H}^{(4)} = 21$ ,  $m = 1$  мм,  $k = 3$  - количество сателлитов.

Определить  $z_1, z_2, z_3, z_4$ .

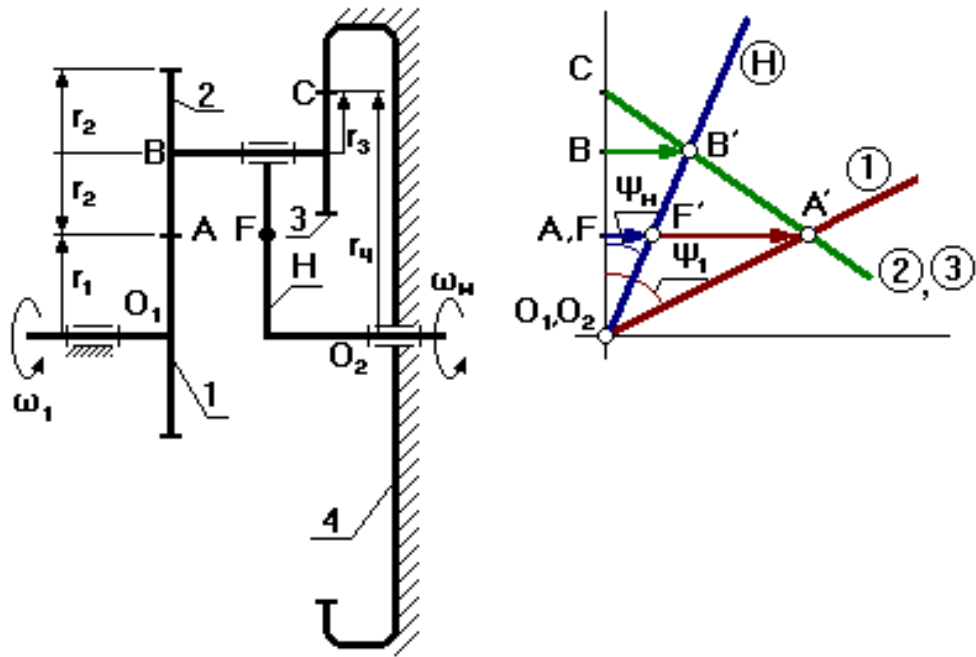


Рис. 51 . Планетарный механизм со смешанным зацеплением

Исходная формула

$$u_{1-H}^{(4)} = 1 - u_{1-4}^{(H)} = 1 + (z_2 \cdot z_4) / (z_1 \cdot z_3) = 21 - 1 = 20.$$

Представим число (20/1) в виде произведений сомножителей

$$(C_2 \cdot C_4) / (C_1 \cdot C_3) = (4 \cdot 5) / (1 \cdot 1) = (2 \cdot 10) / (1 \cdot 1),$$

где  $C_1 \sim z_1$ ,  $C_2 \sim z_2$ ,  $C_3 \sim z_3$ ,  $C_4 \sim z_4$ , при этом  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – взаимно простые числа, т.е. не имеют общих делителей.

Укажем все возможные разложения

$$C_1 = 4, C_2 = 1, C_3 = 1, C_4 = 5.$$

Условие соосности заданного планетарного механизма:

$$O_1B = O_2B, r_1 + r_2 = r_4 - r_3, m(z_1 + z_2) = m(z_4 - z_3),$$

$$z_1 \left( 1 + \frac{z_2}{z_1} \right) = z_4 \left( 1 - \frac{z_3}{z_4} \right), \quad z_1 \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) = z_4 \left( 1 - \frac{C_3}{C_4} \right),$$

$$z_1 = C_1(C_4 - C_3) \cdot q, \quad z_4 = C_4(C_1 + C_2) \cdot q,$$

где  $q$  – коэффициент пропорциональности (любое число, но такое, чтобы  $z$  было целым, тогда

$$z_2 \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right) = z_3 \left( \frac{z_4}{z_3} - 1 \right),$$

тогда

$$z_2 = C_2(C_4 - C_3) \cdot q, \quad z_3 = C_3(C_1 + C_2) \cdot q,$$

$$\begin{array}{ll}
z_1 = 1(5 - 1)q = 4q, & z_1 = 20, \\
z_2 = 4(5 - 1)q = 16q, & z_2 = 80, \\
z_3 = 1(1 + 4)q = 5q, & z_3 = 25, \\
z_4 = 5(1 + 4)q = 25q, & z_4 = 125.
\end{array}$$

$q$  назначается так, чтобы не было подреза зубьев зацепления, например  $q = 5$ .

Проверяем выполнение условия соседства:

$$\begin{aligned}
\sin(180/k) &> (z_2 + 2h_2)/(z_1 + z_2), \\
\sin 60^\circ &> (80 + 2 \cdot 1)/(20 + 80) = 0,82, \\
&\text{проверяем } 0,87 > 0,82.
\end{aligned}$$

*Условие соседства выполняется.*

Проверяем выполнение условия сборки:

$$\begin{aligned}
(z_1 u_{1-H}^{(3)})/k &= (1 + k \cdot p) = \gamma, \\
20 \cdot 21 \cdot (1 + 3 \cdot p)/3 &= 140 \text{ при } p = 0.
\end{aligned}$$

*Условие сборки выполняется.*

Если хотя бы одно из условий не выполняется, то необходимо рассмотреть следующий вариант разложения на простые множители.

Если, перебрав все возможные варианты разложения, не удалось подобрать числа зубьев, то допускается изменить заданное передаточное отношение в пределах 10 %.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Проверить число зубьев планетарного механизма по условиям соседства и соосности; по заданному передаточному отношению механизма определить число зубьев колеса  $z_2$  или шестерёнок  $z_1$ . Провести графический способ определения передаточного отношения механизма. Вычертить механизм в двух проекциях (см. рис. 43). Варианты смотри в приложении 3.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Из каких звеньев состоят планетарные зубчатые передачи?
2. Какое звено планетарной передачи называют сателлитом?
3. Какое звено планетарной передачи называют водилом?

4. Какое звено планетарной передачи называют солнечным зубчатым колесом?
5. По какой формуле вычисляют общее передаточное отношение планетарной зубчатой передачи?
6. Какие звенья планетарного зубчатого механизма называют центральными?
7. Какие достоинства имеют планетарные зубчатые передачи по сравнению с простыми зубчатыми передачами?
8. Какие Вы знаете примеры применения планетарных зубчатых передач в машинах?
9. Чем отличается планетарный зубчатый механизм от дифференциального зубчатого механизма?
10. Чем отличаются планетарные зубчатые передачи-редукторы от планетарных зубчатых передач-мультипликаторов?
11. В чём состоит условие соосности для планетарных зубчатых передач?
12. Почему при проектировании планетарных зубчатых передач требуется выполнять условие сборки.
13. Для чего необходимо при проектировании планетарных зубчатых передач выполнение условия соседства сателлитов?

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ « КУЛАЧКОВЫЙ МЕХАНИЗМ »**

*Кулачковым механизмом* называется механизм, образующий высшую кинематическую пару, имеющий подвижное звено, совершающее вращательное движение, – *кулак (кулачок)*, с поверхностью переменной кривизны или имеющей форму эксцентрика, взаимодействующий с другим подвижным звеном – *толкателем*, если подвижное звено совершает прямолинейное движение, или *коромыслом*, если подвижное звено совершает качание. Кулак, совершающий прямолинейное движение, называется *копиром*.

На рис. 52 приведены плоские кулачковые механизмы. Кулачковый механизм состоит из трёх звеньев: кулачка 1, толкателя 2 и стойки (опоры) 3. Для уменьшения трения в кулачковый механизм вводится ролик.

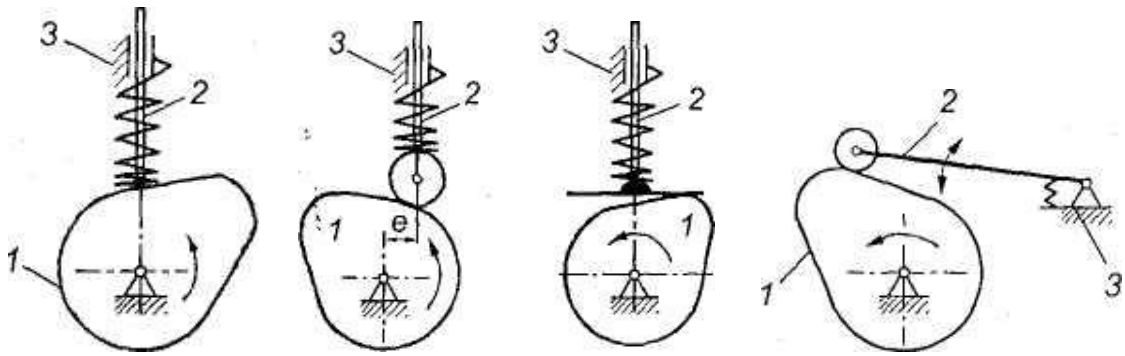


Рис. 52. Кулачковые механизмы

Кулачковые механизмы подразделяют на группы:

1. По типу толкателя.
2. По характеру движения толкателя.
3. По характеру движения кулачка.
4. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем бывают:
  - 1) дезаксиальные (ось кулачка не под толкателем);
  - 2) центральные (ось кулачка под толкателем).

Основные достоинства кулачковых механизмов: 1) малое количество деталей (кулачок и толкатель), что позволяет просто изготавливать и обслуживать механизм; 2) возможность получения заранее заданного закона движения толкателя с помощью профиля кулачка.

Недостатками являются высокие удельные давления, повышенный износ звеньев механизма, замыкание звеньев, которое приводит к дополнительным нагрузкам на звенья и к усложнению конструкции.

*Угол давления* – угол между вектором линейной скорости выходного звена (толкателя) и реакцией, действующей с ведущего звена (кулачка) на выходное звено (рис. 53). Эта реакция без учёта сил трения направлена по общей нормали к взаимодействующим поверхностям. Угол давления определяется экспериментально. Для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем допустимый угол давления равен  $\theta = 25^\circ \dots 35^\circ$ . Для кулачкового механизма с качающимся толкателем допустимый угол давления равен  $\theta = 35^\circ \dots 40^\circ$ .

Реакцию  $F_{21}$  можно разложить на две составляющие:  $F_{21}^n$  – нормальная составляющая и  $F_{21}^t$  – тангенсальная составляющая.



Если, в силу каких-либо причин, угол давления будет увеличиваться, то  $F_{21}^n$  будет уменьшаться, а  $F_{21}^\tau$  – увеличиваться. При достижении углов больше допустимого, возможен перекося оси толкателя в направляющей.

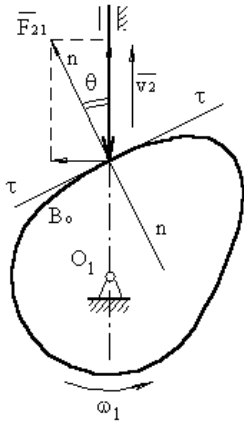


Рис.33 .Угол давления

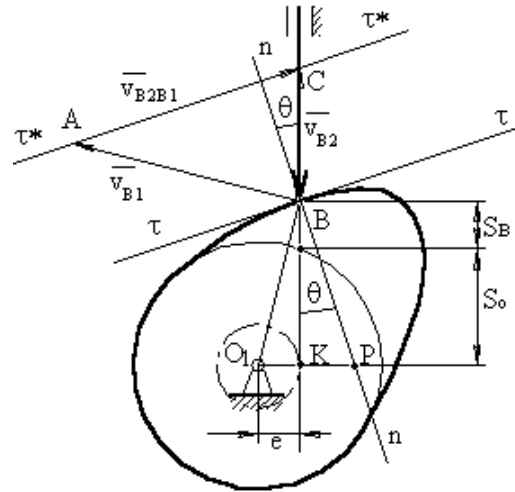


Рис. 54 . Определение угла давления

Рисунок 54 показывает определение формулы для угла давления. Из треугольника  $KBP$  следует:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= KP/KB; \quad KP = O_1P - O_1K = O_1 - e; \quad KB = S_o - S_B, \text{ тогда} \\ \operatorname{tg} \theta &= (O_1 - e)/(S_o - S_B). \end{aligned}$$

Треугольник  $O_1BP$  подобен треугольнику  $ABC$ . Отсюда следует, что  $V_{B2}/O_1P = V_{B1}/O_1B$ , отсюда  $O_1P = (V_{B2} \cdot O_1B)/V_{B1}$ , а  $V_{B1} = \omega_1 \cdot O_1B$  и  $O_1P = V_{qB2}$ . Тогда угол давления можно определить по формуле

$$\operatorname{tg} \theta = (V_{qB2} \pm e)/(S_o + S_B).$$

Знак “ - ” относится к правой внеосности, знак “ + ” относится к левой внеосности.

Рисунок 45 показывает, если из точки  $B$  для какого-то текущего положения толкателя провести линию, параллельную  $O_1P$ , а из центра - параллельно  $n-n$ , то при их пересечении получится точка  $D$

$$BD = O_1P = V_{B2} / V_{B1} = V_{qB2}.$$

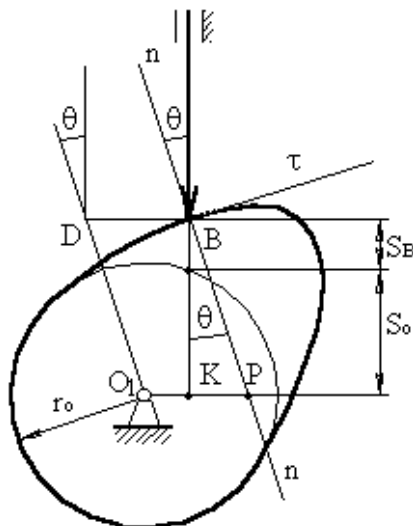


Рис. 55. Отрезок кинематического отношения

Из рисунка 55 следует, что перемещение точки  $B$  толкателя и, найдя максимальный отрезок кинематического отношения, можно определить

положение центра вращения кулачка, отложив внешним образом от точки  $D$  допустимый угол давления.

Основной задачей кинематического анализа является определение скоростей и ускорений при заданной схеме механизма. Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическими и графическими методами, первый из которых более точен, но сложен, а второй – менее точен, но прост.

Рассмотрим *графический метод* на примере кулачкового механизма с игольчатым толкателем (рис. 56,  $a$ ). Пусть кулачок 1 вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ . Требуется построить планы скоростей и ускорений механизма.

С целью непосредственного определения скоростей и ускорений механизма осуществляют условную замену высшей кинематической пары на низшую кинематическую пару. Замена осуществляется так, что движение заменяемого механизма в момент замены соответствует движению заменяющего. Обозначим цифрой 3 добавочное звено. Заменяющим механизмом будет кривошипно-шатунный механизм  $OAB$  с кривошипом  $OA$ , где точка  $A$  является центром кривизны кривой

теоретического профиля кулачка в точке  $B$ . Скорость и ускорение точки  $B$  толкателя определится, построив планы скоростей (рис. 56, б) и ускорений (рис. 56, в) по векторным уравнениям:

$$V_B = V_A + V_{BA};$$

$$a_B = a^n_{BA} + a^t_{BA}.$$

На плане скоростей вектор скорости точки  $A$  направлен перпендикулярно кривошипу  $OA$  в сторону угловой скорости  $\omega_1$ . Вектор скорости точки  $B$  направлен параллельно толкателю 2. Вектор скорости звена 3 направлен перпендикулярно  $AB$ .

На плане ускорений вектор ускорения точки  $B$  направлен параллельно толкателю 2. Вектор ускорения точки  $A$  направлен параллельно кривошипу  $OA$  от точки  $A$  к точке  $O$ .

Точность построения планов зависит от точности определения центра  $A$  кривизны кривой профиля кулачка.

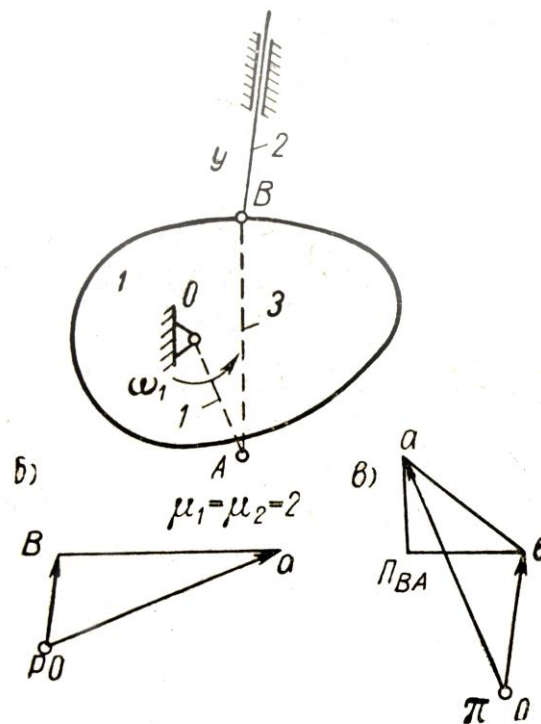


Рис. 46. Кулачковый механизм: а – схема кулачкового механизма; б – план скоростей; в – план ускорений

В частных случаях возможны различные варианты замены, при этом можно производить кинематический анализ кулачкового механизма как обычного рычажного.

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ**

Вычертить схему кулачкового механизма. Построить планы скоростей и ускорений для заменяющего механизма. При этом масштабные коэффициенты планов скоростей и ускорений

$$\mu_v = \mu_l \cdot \omega_1, \text{ м/(с} \cdot \text{мм)}; \mu_a = \omega_1^2, \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

Варианты смотреть в приложении 4.

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Назначение кулачковых механизмов.
2. Какие типы кулачковых механизмов известны?
3. Достоинства и недостатки КМ.
4. Как классифицированы толкатели кулачковых механизмов?
5. Что такое угол давления в КМ?
6. От чего зависит величина угла давления?
7. Каковы цели кинематического анализа кулачковых механизмов?
8. От чего зависит точность построения плана скоростей?
9. От чего зависит точность построения плана ускорений?
10. В какой связи находятся между собой перемещение, скорость и ускорение?

## СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

*Анализ механизма (машины)* – исследование структурных, кинематических и динамических свойств механизма (машины)

*Аналог скорости точки* – производная радиус-вектора точки по обобщенной координате

*Аналог угловой скорости* – первая производная угла поворота звена по обобщенной координате

*Аналог углового ускорения звена* – вторая производная угла поворота звена по обобщенной координате

*Аналог ускорения точки* – вторая производная радиус-вектора точки по обобщенной координате

*Ведомое звено* – звено, для которого элементарная работа приложенных к нему внешних сил отрицательна или равна нулю

*Ведущее звено* – звено, для которого элементарная работа приложенных к нему внешних сил положительна

*Внешнее зацепление* – зубчатое зацепление, при котором аксоидные поверхности зубчатых колес 1 и 2 расположены одна вне другой

*Внутреннее зацепление* – зубчатое зацепление, при котором аксоидные поверхности зубчатых колес 1 и 2 расположены одна внутри другой

*Водило* – звено планетарной передачи, в котором установлены сателлиты

*Вращательная пара* – одноподвижная пара, допускающая вращательное движение одного звена относительно другого

*Входное звено* – звено, которому сообщается движение, преобразуемое в требуемое движение других звеньев

*Входные параметры синтеза механизма* – независимые между собой постоянные параметры механизма, установленные заданием на его синтез

*Выходные параметры синтеза механизма* – независимые между собой постоянные параметры механизма, которые определяются в процессе его синтеза

*Высшая пара* – кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено только соприкасанием её элементов по линиям или в точках

*Выходное звено* – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм

*Двухкривошипный механизм* – шарнирный четырёхзвенник, в состав которого входят два кривошипа

*Двухкоромысловый механизм* – шарнирный четырёхзвенник, в состав которого входят два коромысла

*Двухподвижная пара* – кинематическая пара с двумя степенями свободы в относительном движении звеньев

*Двухподвижная сферическая пара* – двухподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого

*Делительная поверхность зубчатого колеса* – соосная поверхность зубчатого колеса, которая является базовой для определения элементов зубьев и их размеров

*Динамический анализ механизма* – определение параметров движения звеньев механизма по приложенным к ним силам

*Динамический синтез механизма* – проектирование схемы механизма с учетом его динамических свойств

*Замкнутая кинематическая цепь* – кинематическая цепь, звенья которой образуют один или несколько замкнутых контуров

*Звено механизма* – одно или несколько жестко соединенных между собою твердых тел, движущихся как единое целое.

*Зуб* – выступ на звене для передачи движения посредством взаимодействия с соответствующим выступом другого звена

*Зубчатая передача* – передаточный механизм, в котором подвижными звеньями являются зубчатые колеса, образующие со стойкой или водилом вращательные и поступательные пары

*Зубчатое зацепление* – высшая кинематическая пара с последовательно взаимодействующими элементами двух звеньев

*Зубчатое колесо* – звено с замкнутой системой зубьев, обеспечивающих непрерывное движение другого звена

*Исполнительный орган машины* – твердое тело, выполняющее в технологической машине заданные перемещения с целью изменения или контроля формы, размеров и свойств обрабатываемого предмета

*Кинематическая пара* – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение

*Кинематическая схема механизма* – структурная схема механизма с указанием размеров звеньев, необходимых для кинематического анализа механизма

*Кинематическая цепь* – система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами

*Кинематический анализ механизма* – определение параметров движения звеньев по заданному движению входных звеньев

*Кинематический синтез механизма* – проектирование кинематической схемы механизма

*Кинематическое соединение* – кинематическая цепь, конструктивно заменяющая в механизме кинематическую пару

*Класс кинематической пары* – число связей, наложенных на относительное движение звеньев

*Коромысло* – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси

*Коромыслово-ползунный механизм* – рычажный четырехзвенник, в состав которого входит коромысло и ползун

*Коэффициент изменения средней скорости выходного звена* – отношение средних скоростей выходного звена за время его движения в прямом и обратном направлениях

*Коэффициент установившегося движения машины* – отношение разности максимального и минимального значений обобщенной скорости механизма к её среднему значению за один цикл установившегося движения

*Крайнее положение звена* – положение звена, из которого оно может двигаться только в одном направлении, независимо от направления движения входного звена

*Крайнее положение механизма* – положение механизма, при ко-

тором выходное звено механизма занимает крайнее положение

*Кривошип* – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси

*Кривошипно-коромысловый механизм* – шарнирный четырёхзвенник, в состав которого входит кривошип и коромысло

*Кулиса* – подвижное звено, образующее поступательную пару с другими подвижными звеньями

*Кривошипно-ползунный механизм* – рычажный четырёхзвенник, в состав которого входит кривошип и ползун

*Кулачок* – звено, имеющее элемент высшей пары, выполненный в виде поверхности переменного радиуса-вектора

*Кулачковый механизм* – механизм, в состав которого входит кулачок

*Кулисный механизм* – рычажный четырёхзвенник, в состав которого входит кулиса

*Масштабный коэффициент* – отношение численного значения физической величины в свойственных ей единицах измерения к длине отрезка в миллиметрах, изображающего эту величину

*Машина* – устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека

*Механизм* – устройство для преобразования движения; замкнутая кинематическая цепь, содержащая стойку, в которой (в цепи) движение одного или нескольких звеньев (входных) преобразуется в требуемое движение других (выходных) звеньев

*Модуль зубьев* – линейная величина, в  $\pi$  раз меньше шага зубьев

*Направляющий механизм* – механизм для воспроизведения заданной траектории точки звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями

*Начальное звено* – звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат

*Незамкнутая кинематическая цепь* – кинематическая цепь, звенья которой не образуют замкнутых контуров

*Низшая пара* – кинематическая пара, в которой требуется отно-



сительное движение звеньев может быть получено постоянным соприкасанием её элементов по поверхности

*Обобщенная координата* – каждая из независимых между собою координат, определяющих положение всех звеньев механизма относительно стойки

*Обобщенная скорость механизма* – первая производная от обобщенной координаты механизма

*Однопарное соединение* – зубчатое зацепление, в котором одновременно находится в контакте одна пара зубьев

*Одноподвижная пара* – кинематическая пара с одной степенью свободы в относительном движении её звеньев

*Передачное отношение* – отношение угловых скоростей звеньев

*Передачный механизм* – механизм для воспроизведения функциональной зависимости между перемещениями звеньев, образующих кинематические пары со стойкой

*Плоский механизм* – механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же плоскости.

*Плоскостная пара* – трёхподвижная пара, допускающая плоское движение одного звена относительно другого

*Понижающая передача (редуктор)* – передача, в которой угловая скорость ведомого звена меньше угловой скорости ведущего звена

*Полезная работа машины* работа движущих сил за вычетом работы, затраченной на преодоление сил вредного сопротивления в машине

*Ползун* – звено рычажного механизма, образующее поступательную пару со стойкой

*Полное уравнивание* – распределение масс вращающегося звена, устраняющее давление от сил инерции этого звена на стойку

*Поступательная пара* – одноподвижная пара, допускающая прямолинейно-поступательное движение одного звена относительно другого

*Приближенный синтез механизма* - синтез механизма с при-

ближенным выполнением заданных условий

*Приведенная пара сил* – пара сил, условно приложенная к одному из звеньев механизма (звену приведения) и определяемая из равенства элементарной работы этой пары сил сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма

*Приведенная сила* – сила, условно приложенная к одной из точек механизма (точке приложения) и определяемая из равенства элементарной работы этой силы сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма

*Приведенная масса механизма* – масса, которую надо сосредоточить в данной точке механизма (точке приведения), чтобы кинетическая энергия этой материальной точки равнялась сумме кинетических энергий всех звеньев механизма

*Приведенный момент инерции механизма* – момент инерции, которым должно обладать одно из звеньев механизма (звено приведения) относительно оси его вращения, чтобы кинетическая энергия этого звена равнялась сумме кинетических энергий всех звеньев механизма

*Приведенный момент сил* – момент приведенной пары сил

*Пятиподвижная пара* – кинематическая пара с пятью степенями свободы в относительном движении звеньев

*Реверсирование* – изменение направления рабочего движения машины

*Редуктор* – см. *Понижающая передача*

*Рычажный механизм* – механизм, звенья которого образуют только низшие (поступательные, вращательные, цилиндрические и сферические) кинематические пары

*Синтез механизма* – проектирование схемы механизма по заданным его свойствам

*Синтез механизма по Чебышеву* – синтез механизма по методу наилучшего равномерного приближения функций

*Статическое уравновешивание вращающегося звена* – распределение масс вращающегося звена, переводящее его центр масс на ось вращения

*Статическое уравнивание масс механизма* – распределение масс звеньев, переводящее его центр масс в точку, неподвижную относительно стойки

*Стойка* – звено, принимаемое за неподвижное

*Структурная схема механизма* – схема механизма, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение

*Структурный синтез механизма* – проектирование структурной схемы механизма

*Такт движения* – промежуток времени, в течение которого не меняется состояние (наличие или отсутствие движений) ни одного из исполнительных органов

*Тактограмма машины* – схема согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от их положения

*Точный синтез механизма* – синтез механизма с точным выполнением заданных условий

*Трёхподвижная пара* – кинематическая пара с тремя степенями свободы в относительном движении звеньев

*Уравновешенный механизм* – механизм, для которого главный вектор и главный момент сил давления стойки на фундамент (или опору стойки) остаются постоянными при заданном движении начальных звеньев

*Уравнивание масс механизма* – распределение масс звеньев, устраняющее давление стойки на фундамент (или опору стойки) от сил инерции звеньев

*Уравнивание механизма* – распределение масс звеньев или подбор внешних сил, действующих на звенья механизма, при которых механизм становится уравновешенным

*Установившееся движение машины* – движение машины, при котором её кинетическая энергия является периодической функцией времени

*Функция положения механизма* – зависимость координаты выходного звена от обобщенных координат механизма

*Циклограмма машины* – схема согласованности перемещений

исполнительных органов в зависимости от времени

*Цикл установившегося движения машины* – период изменения кинетической энергии

*Цилиндрическая пара* – двухподвижная пара, допускающая вращательное и поступательное (вдоль оси вращения) движение одного звена относительно другого

*Четырёхподвижная пара* – кинематическая пара с четырьмя степенями свободы в относительном движении звеньев

*Число степеней подвижности механизма* – число независимых обобщенных координат механизма

*Шарнирный механизм* – механизм, звенья которого образуют только вращательные пары

*Шарнирный четырёхзвенник* – шарнирный четырёхзвенный механизм

*Шатун* – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями (совершающее сложное движение)

*Шатунная кривая* – траектория, описываемая какой-либо точкой шатуна

*Элемент кинематической пары* – совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару

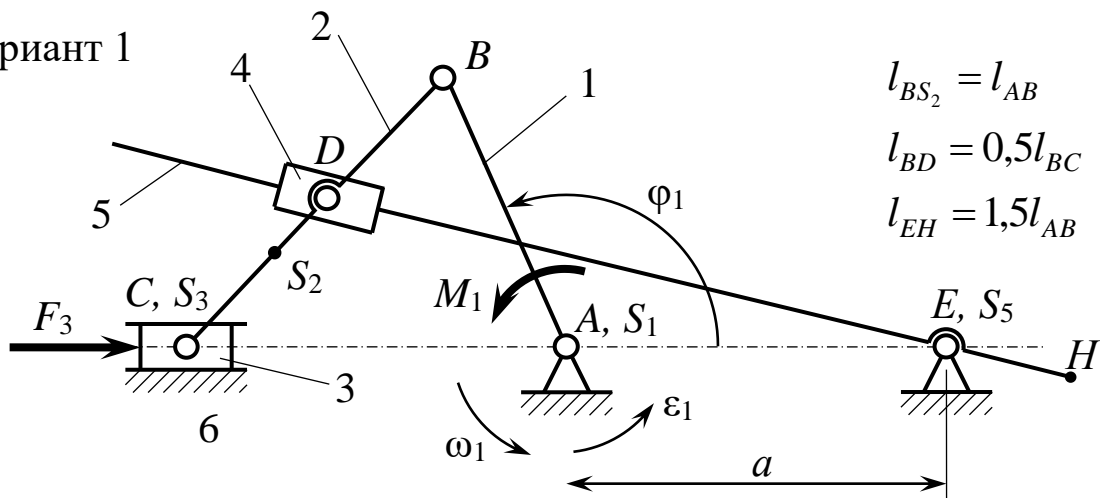
*Энергетическая машина* – машина, предназначенная для преобразования энергии в механическую работу

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1

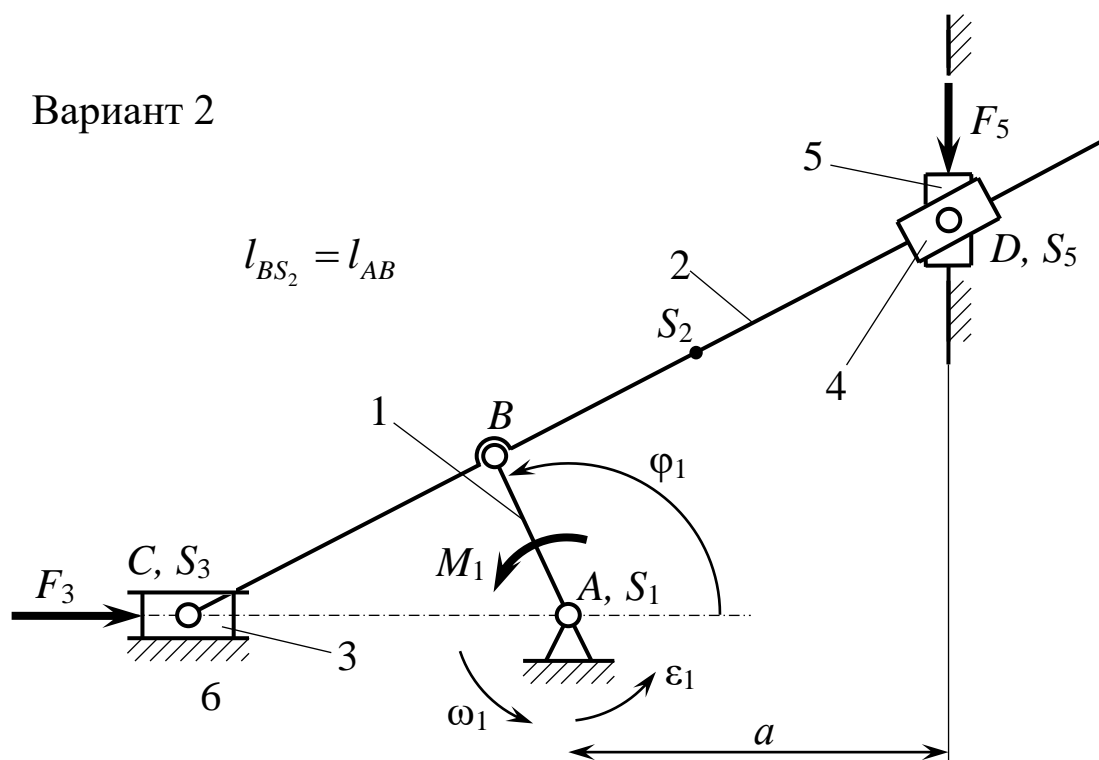
Варианты заданий для структурного, кинематического и силового  
анализов механизма

Вариант 1



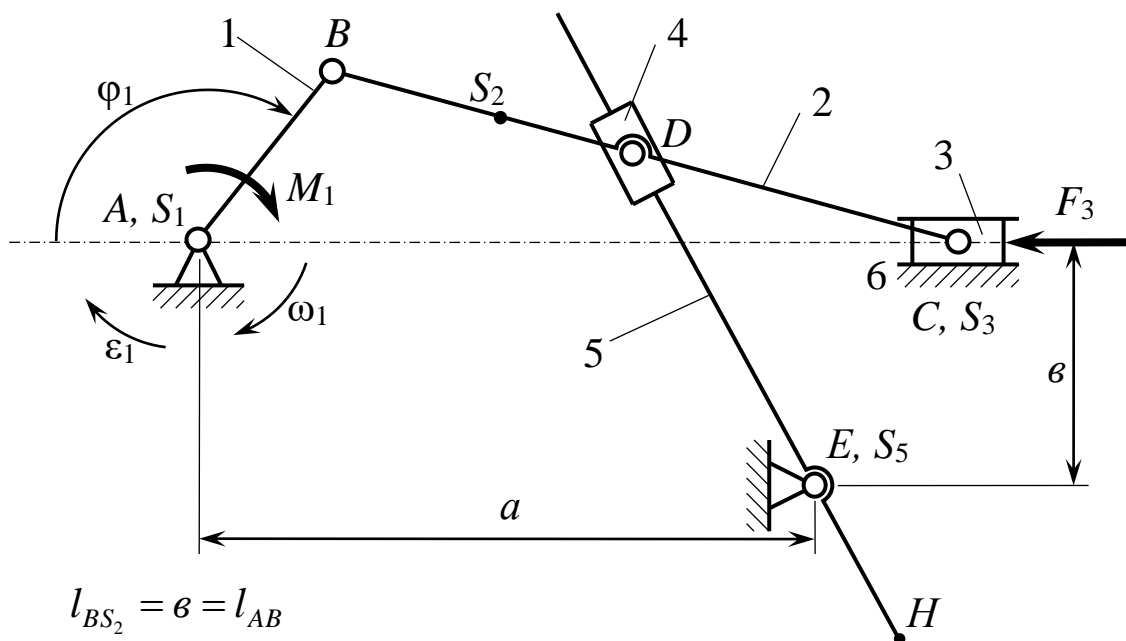
Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	30	45	60	120	135
$l_{AB}$	м	0,10	0,12	0,15	0,20	0,25
$l_{BC}$	м	0,30	0,36	0,45	0,60	0,75
$a$	м	0,15	0,18	0,22	0,30	0,38
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	25	27	30	33	35
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	70	80	100	120	130
$m_1$	кг	11	12	13	15	17
$m_2$	кг	24	25	26	24	30
$m_3$	кг	45	40	35	38	40
$m_5$	кг	35	32	30	32	30
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	4,0	3,8	3,6	3,5	3,8
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,0	1,6	1,2	1,3	1,6
$J_{5S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,0	0,8	0,6	0,6	0,8
$F_3$	Н	5000	3500	4000	3800	4400

Вариант 2



Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	30	45	60	120	135
$l_{AB}$	м	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20
$l_{BC}$	м	0,30	0,36	0,45	0,54	0,60
$a$	м	0,20	0,24	0,30	0,36	0,40
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	20	25	30	25	28
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	45	70	100	70	85
$m_1$	кг	15	20	17	13	12
$m_2$	кг	30	25	34	26	24
$m_3$	кг	50	40	50	40	35
$m_5$	кг	80	90	100	70	65
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,8	1,9	1,7	1,6	1,5
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,5	2,2	2,0	1,8	1,7
$F_3$	Н	8000	7000	7500	6000	5000
$F_5$	Н	4000	3500	4000	3000	2500

Вариант 3



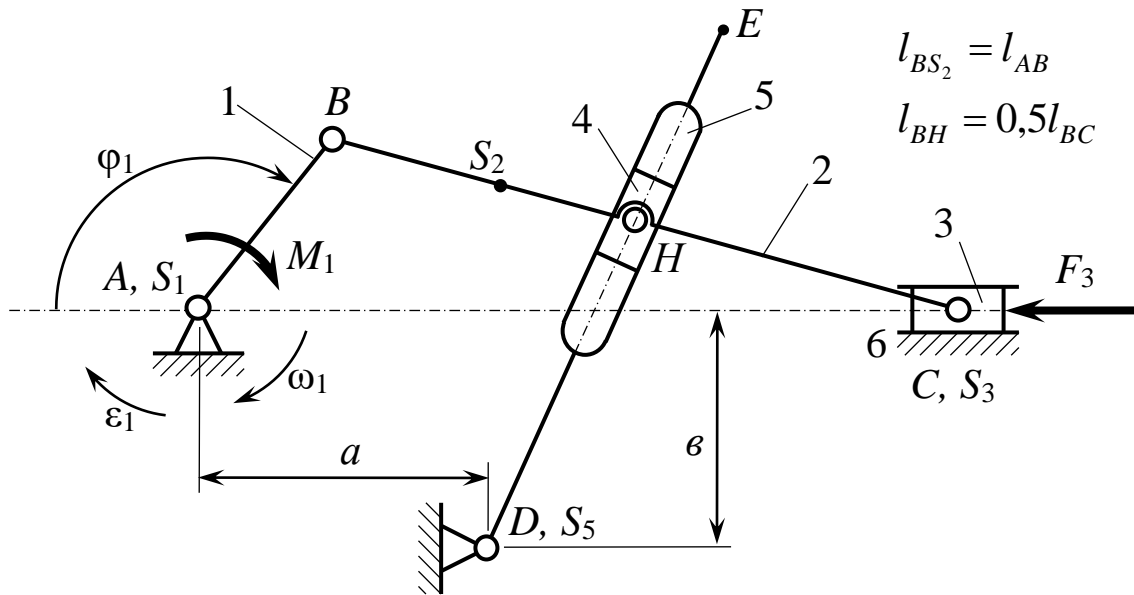
$$l_{BS_2} = b = l_{AB}$$

$$l_{BD} = 0,5l_{BC}$$

$$l_{EH} = 0$$

Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	120	30	60	45	60
$l_{AB}$	м	0,15	0,20	0,25	0,30	0,28
$l_{BC}$	м	0,45	0,60	0,75	0,90	0,84
$a$	м	0,30	0,40	0,50	0,60	0,56
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	30	32	34	36	35
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	100	105	110	140	150
$m_1$	кг	12	13	15	17	18
$m_2$	кг	24	26	30	35	36
$m_3$	кг	35	40	45	50	55
$m_5$	кг	30	35	40	42	48
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,6	2,0	2,2	2,5	2,8
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,8	1,0	1,1	1,3	1,5
$J_{5S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$F_3$	Н	3500	4000	5000	4500	5000

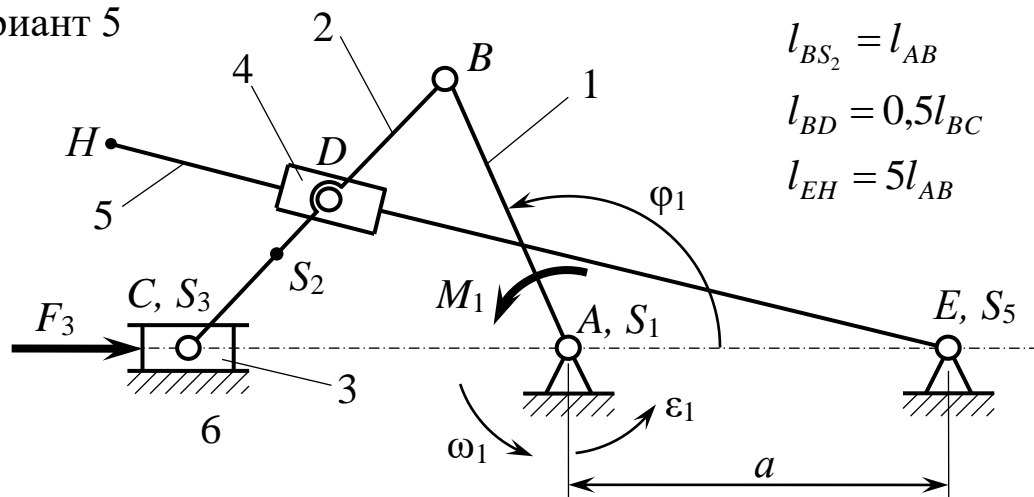
Вариант 4



Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	45	60	120	150	135
$l_{AB}$	м	0,25	0,40	0,25	0,20	0,30
$l_{BC}$	м	0,75	1,20	0,75	0,60	0,90
$l_{DE}$	м	1,00	1,60	1,00	0,80	1,20
$a$	м	0,38	0,60	0,38	0,30	0,45
$b$	м	0,50	0,80	0,50	0,40	0,60
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	40	42	44	46	50
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	175	190	125	230	250
$m_1$	кг	10	17	15	10	13
$m_2$	кг	15	20	22	15	18
$m_3$	кг	20	35	30	20	25
$m_5$	кг	18	23	25	18	22
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,46	0,42	0,66	0,35	0,33
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,23	0,22	0,33	0,18	0,17
$J_{5S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,26	0,25	0,36	0,22	0,21
$F_3$	Н	3000	3000	3500	2500	2000



Вариант 5

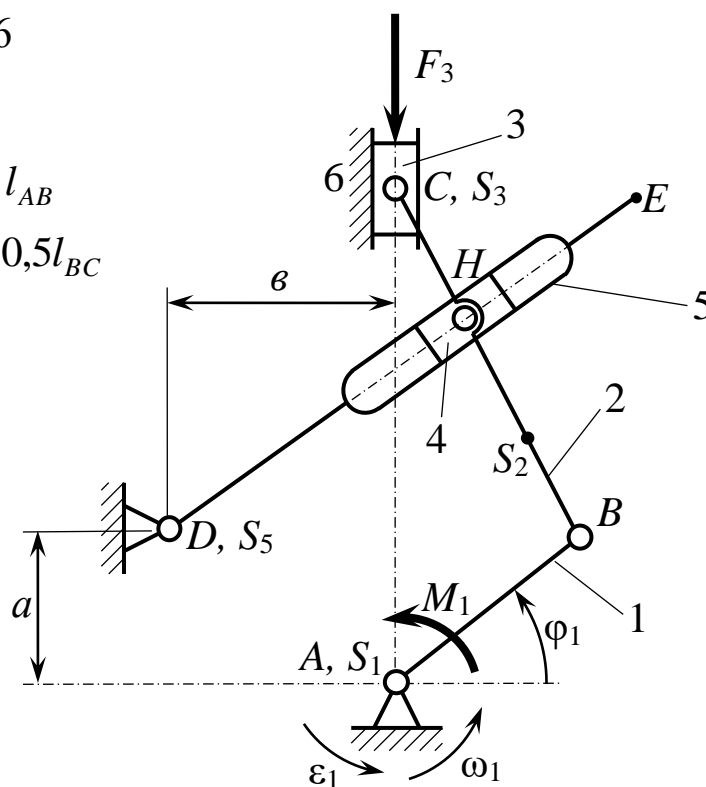


Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	90	105	120	135	150
$l_{AB}$	м	0,10	0,12	0,14	0,18	0,20
$l_{BC}$	м	0,35	0,42	0,49	0,63	0,70
$a$	м	0,20	0,24	0,28	0,36	0,40
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	20	22	24	28	30
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	45	55	65	875	100
$m_1$	кг	40	42	38	35	30
$m_2$	кг	25	27	23	20	15
$m_3$	кг	20	22	21	18	13
$m_5$	кг	50	55	45	40	30
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,4	2,1	1,4	1,2	1,0
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,0	1,6	1,2	1,3	1,6
$J_{5S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,2	2,0	1,8	2,0	1,7
$F_3$	Н	4500	5000	4800	4000	3800

Вариант 6

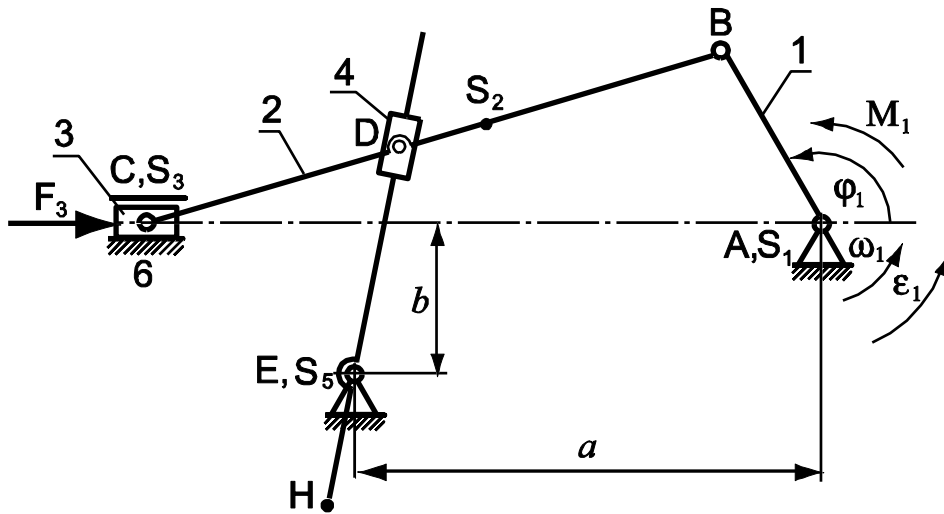
$$l_{BS_2} = l_{AB}$$

$$l_{BH} = 0,5l_{BC}$$



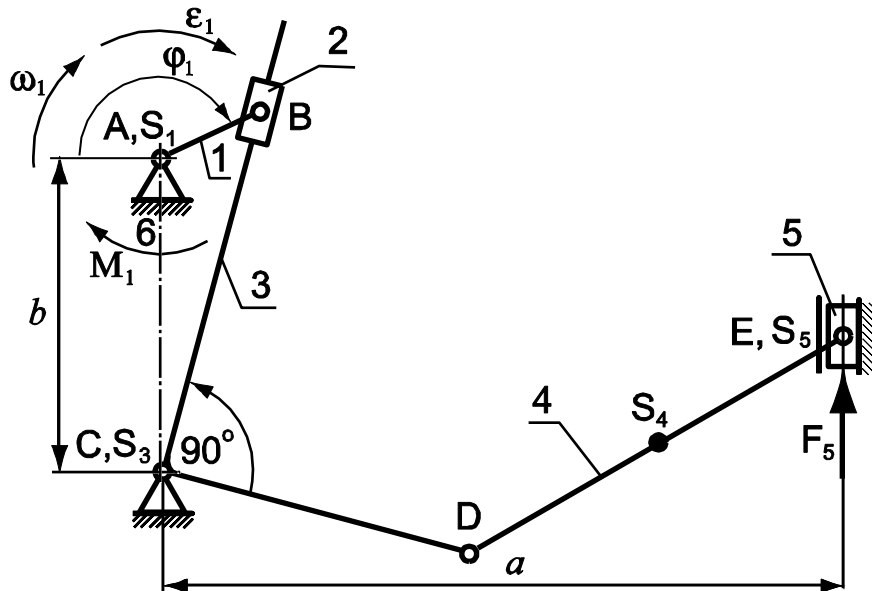
Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	30	45	60	120	135
$l_{AB}$	м	0,25	0,40	0,30	0,35	0,20
$l_{BC}$	м	0,75	1,20	0,90	1,05	0,60
$l_{DE}$	м	1,25	2,00	1,50	1,75	1,00
$a$	м	0,38	0,60	0,45	0,53	0,30
$b$	м	0,63	1,00	0,75	0,88	0,50
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	22	25	28	30	34
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	55	70	85	100	120
$m_1$	кг	17	15	16	12	16
$m_2$	кг	13	12	11	10	13
$m_3$	кг	25	20	22	27	26
$m_5$	кг	18	17	16	16	18
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,6	0,5	0,4	0,6	0,5
$J_{5S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,0	0,9	0,8	1,0	0,9
$F_3$	Н	300	2500	2000	2500	2000

Вариант 7



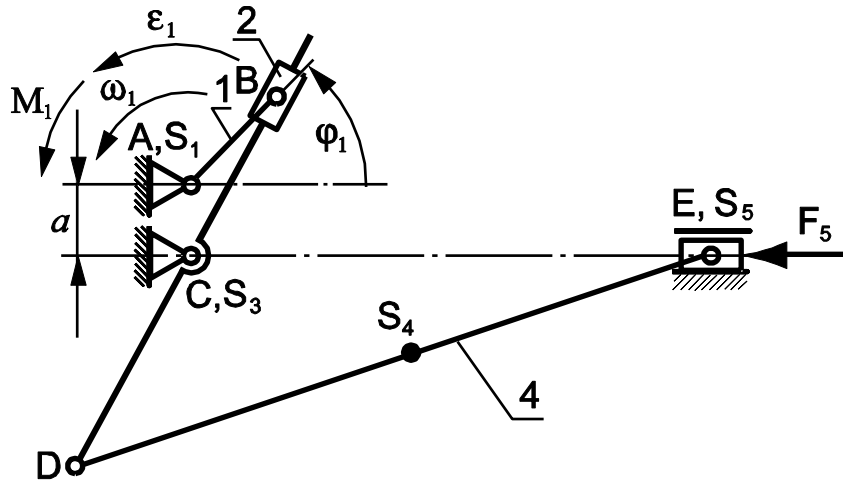
Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	120	135	60	45	30
$l_{AB}$	м	0,05	0,06	0,07	0,08	0,1
$l_{BC}$	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,3
$a$	м	0,1	0,12	0,14	0,16	0,20
$\omega_1$	$c^{-1}$	15	17	20	23	26
$\epsilon_1$	$c^{-2}$	25	30	45	60	75
$m_1$	кг	18	17	20	21	22
$m_2$	кг	10	14	15	16	17
$m_3$	кг	20	28	30	32	35
$m_5$	кг	17	25	24	27	30
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	2,0	2,8	3,0	3,4	3,5
$J_{2S}$	$кг \cdot м^2$	0,25	0,32	0,35	0,37	0,4
$J_{5S}$	$кг \cdot м^2$	0,12	0,16	0,18	0,20	0,21
$F_5$	Н	4000	3700	3500	3000	3200

Вариант 8



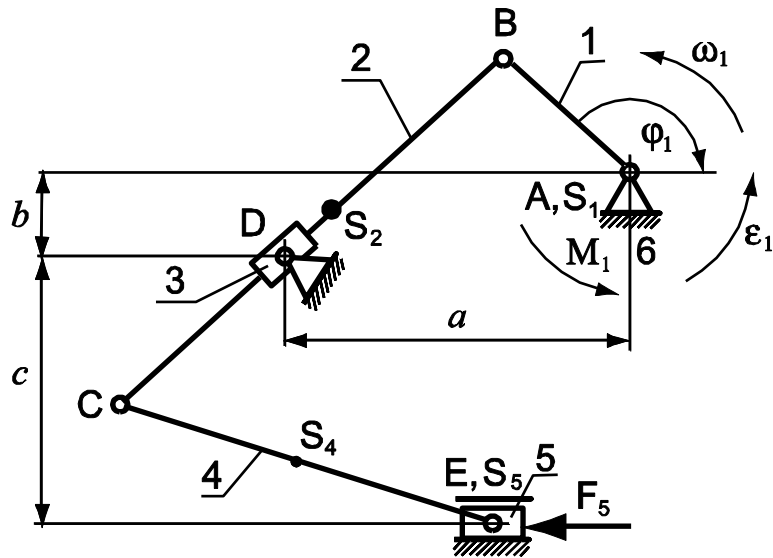
Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	120	60	135	45	150
$l_{AB}$	м	0,10	0,15	0,12	0,14	0,12
$l_{DE}$	м	0,25	0,37	0,30	0,35	0,30
$a$	м	0,30	0,45	0,36	0,42	0,36
$\omega_1$	$c^{-1}$	25	27	30	34	36
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	70	80	100	135	140
$m_1$	кг	15	12	11	10	12
$m_3$	кг	30	25	22	20	25
$m_4$	кг	20	18	14	12	15
$m_5$	кг	60	50	45	40	50
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,3	0,2	0,4
$J_{3S}$	$кг \cdot м^2$	0,15	0,16	0,17	0,18	0,2
$J_{4S}$	$кг \cdot м^2$	0,1	0,11	0,09	0,1	0,12
$M_1$	Н·м	260	270	280	290	300

Вариант 9



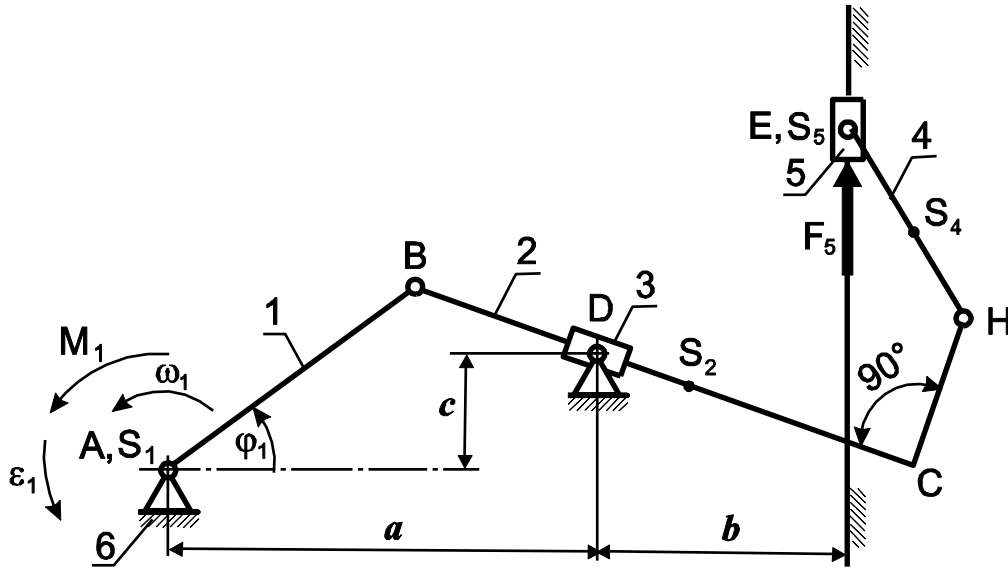
Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	60	45	120	135	60
$l_{AB}$	м	0,12	0,15	0,10	0,12	0,14
$l_{CD}$	м	0,18	0,22	0,15	0,18	0,21
$l_{DE}$	м	0,48	0,60	0,40	0,48	0,56
$a$	м	0,06	0,07	0,05	0,06	0,07
$\omega_1$	$c^{-1}$	20	23	25	28	30
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	45	80	70	85	90
$m_1$	кг	18	19	18	19	16
$m_2$	кг	12	13	12	13	10
$m_4$	кг	15	16	15	16	13
$m_5$	кг	50	55	45	50	40
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	0,5	0,5	0,4	0,3	0,4
$J_{2S}$	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5
$J_{4S}$	$кг \cdot м^2$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,6
$M_1$	Н·м	260	270	280	290	300

Вариант 10



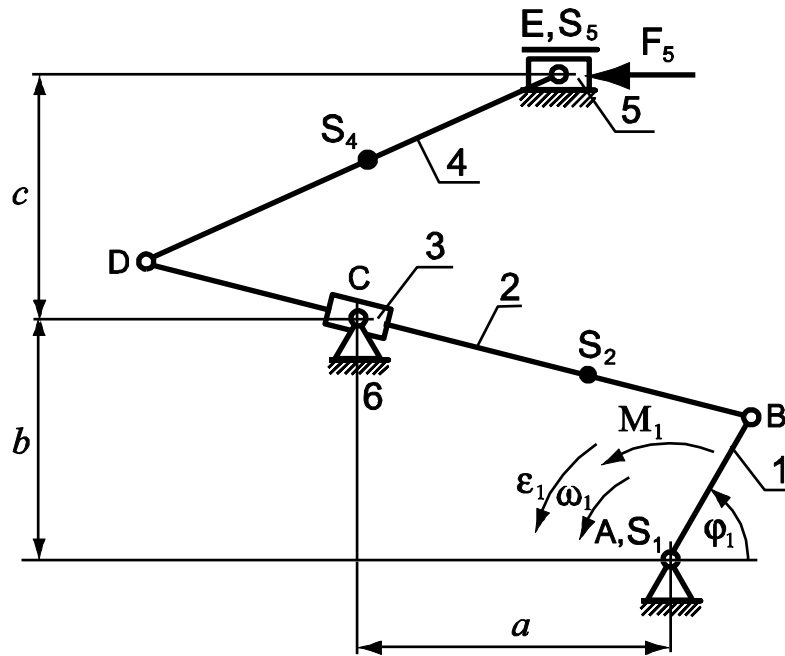
Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	60	45	75	90	60
$l_{AB}$	м	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12
$l_{BC}$	м	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60
$l_{CE}$	м	0,20	0,24	0,32	0,40	0,48
$a$	м	0,13	0,15	0,20	0,25	0,30
$b$	м	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12
$c$	м	0,10	0,12	0,16	0,20	0,24
$\omega_1$	$c^{-1}$	25	28	30	34	32
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	70	85	100	120	110
$m_1$	кг	20	19	15	12	18
$m_2$	кг	18	16	14	10	16
$m_4$	кг	15	14	12	9	14
$m_5$	кг	50	45	40	35	40
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6
$J_{2S}$	$кг \cdot м^2$	0,8	1,0	1,2	1,0	1,2
$J_{4S}$	$кг \cdot м^2$	0,6	0,8	0,9	0,8	0,9
$F_5$	Н	5000	4500	4000	3500	4000

Вариант 11



Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	45	60	75	90	105
$l_{AB}$	м	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25
$l_{BC}$	м	0,45	0,54	0,60	0,66	0,75
$l_{EH}$	м	0,30	0,35	0,40	0,44	0,50
$a$	м	0,22	0,27	0,30	0,33	0,38
$c$	м	0,08	0,09	0,1	0,11	0,13
$\omega_1$	$c^{-1}$	22	23	26	28	30
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	55	60	70	35	105
$m_1$	кг	22	19	18	16	20
$m_2$	кг	20	18	16	14	18
$m_4$	кг	13	12	12	11	12
$m_5$	кг	35	45	50	55	60
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,4	2,3	2,5	2,5	2,7
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$J_{4S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$F_5$	Н	5500	5000	4500	4800	6000

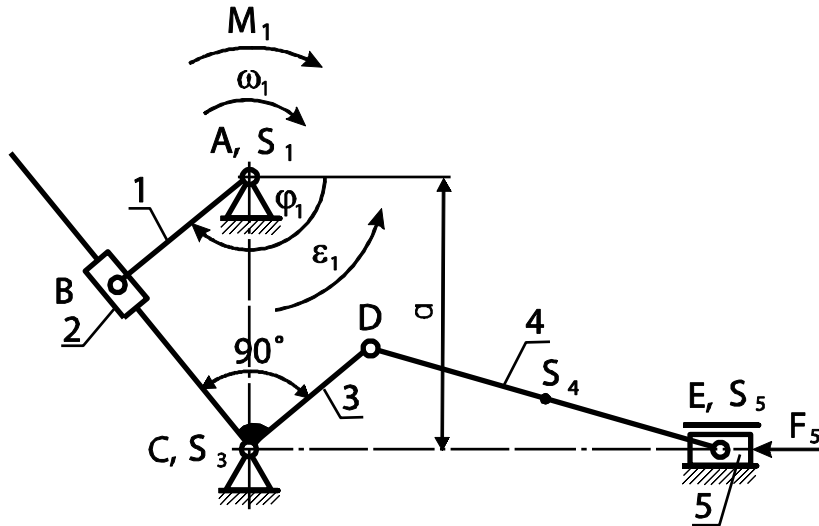
Вариант 12



Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	45	60	90	120	135
$l_{AB}$	м	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
$l_{BD}$	м	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$l_{DE}$	м	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$a$	м	0,35	0,42	0,49	0,56	0,6
$b = c$	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
$\omega_1$	$c^{-1}$	30	32	34	36	38
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	100	110	125	130	135
$m_1$	кг	18	20	22	24	26
$m_2$	кг	20	22	24	26	28
$m_4$	кг	10	11	12	13	14
$m_5$	кг	25	30	35	38	40
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8
$J_{2S}$	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$J_{4S}$	$кг \cdot м^2$	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5
$F_5$	Н	3000	3500	3800	3500	4000

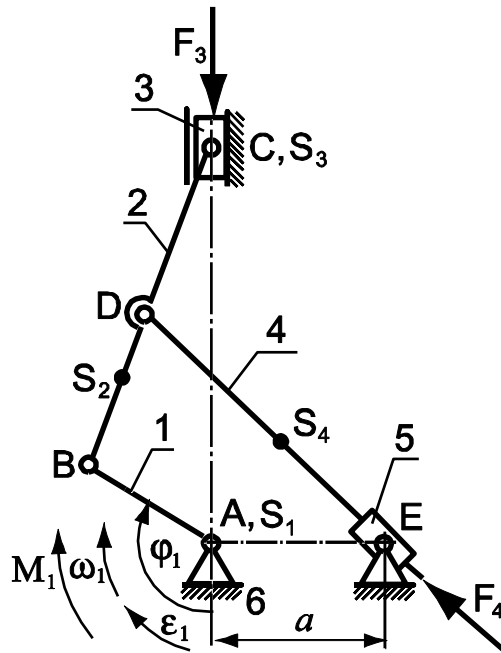


Вариант 13



Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	210	60	120	120	60
$l_{AB}$	м	0,18	0,17	0,14	0,15	0,16
$l_{CD}$	м	0,20	0,22	0,35	0,15	0,25
$l_{DE}$	м	0,75	0,68	0,56	0,60	0,64
$l_{DS_4}$	м	0,35	0,34	0,28	0,30	0,32
$a$	м	0,50	0,61	0,82	0,65	0,55
$\omega_1$	$c^{-1}$	50	45	40	43	50
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	250	200	150	180	250
$m_1$	кг	20	15	25	22	30
$m_3$	кг	30	25	40	45	50
$m_4$	кг	20	18	22	25	30
$m_5$	кг	150	150	170	130	180
$J_{1S}$	$кг \cdot м^2$	2,4	2,6	2,5	1,8	2,6
$J_{3S}$	$кг \cdot м^2$	1,8	1,5	1,7	2,0	2,2
$J_{4S}$	$кг \cdot м^2$	1,2	1,6	1,3	1,5	1,8
$M_1$	Н·м	400	300	380	370	420
$F_5$	Н	3000	3500	4000	4500	5000

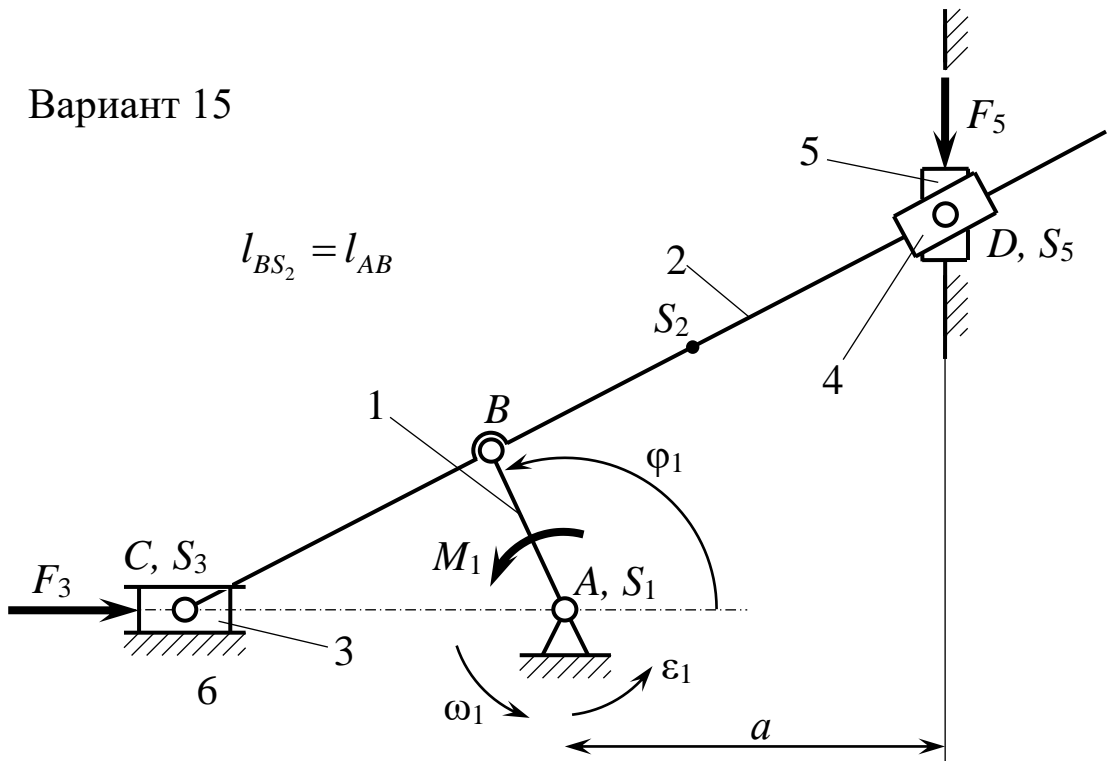
Вариант 14



$$l_{DS_4} = l_{BS_2}; \quad m_4 = m_2; \quad J_{4S} = J_{2S}.$$

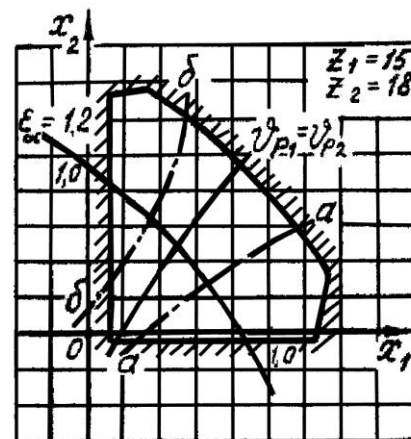
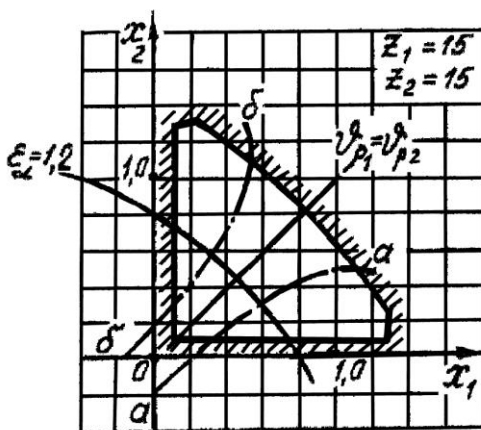
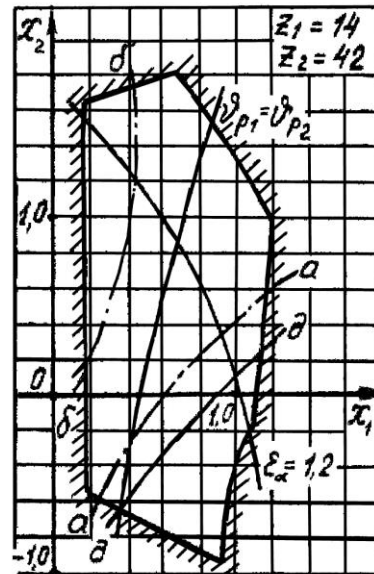
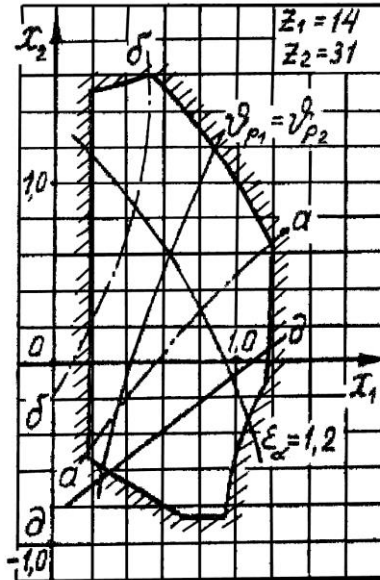
Обозначение	Единица измерения					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	45	120	30	60	120
$l_{AB}$	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
$l_{DC}$	м	1,2	1,3	1,0	1,5	1,2
$l_{BS_2}$	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
$l_{DC}$	м	0,6	0,65	0,50	0,75	0,6
$a$	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
$\omega_1$	$c^{-1}$	25	30	50	25	20
$\varepsilon_1$	$c^{-2}$	60	90	120	65	50
$m_1$	кг	30	25	20	25	20
$m_2$	кг	50	40	45	55	35
$m_3$	кг	90	80	70	100	65
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,50	0,70	0,60	0,40	0,50
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	0,50	0,40	0,45	0,50	0,70
$F_4$	Н	600	500	450	700	500
$M_1$	Н·м	230	250	260	270	250

Вариант 15

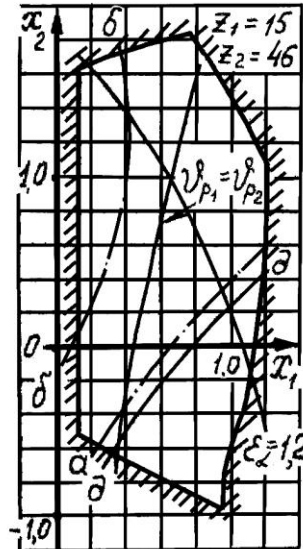
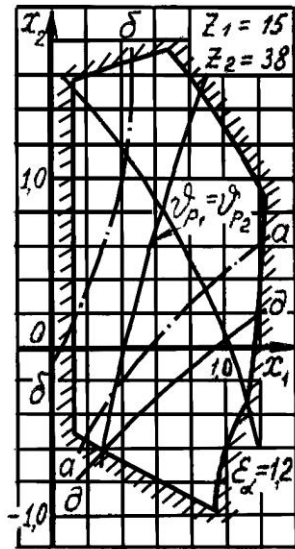
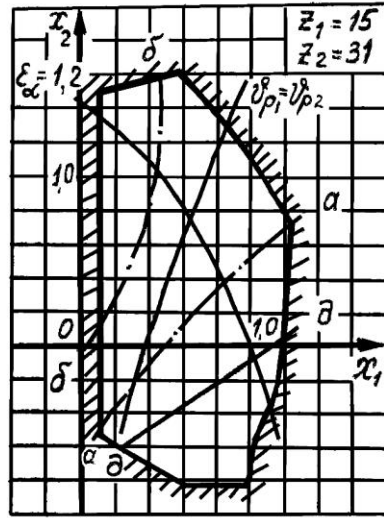
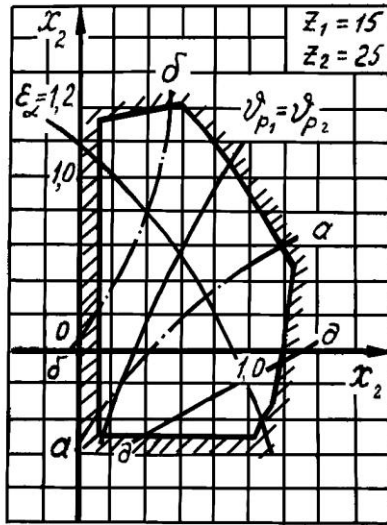


Обозначение	Ед. измер.					
		А	Б	В	Г	Д
$\varphi_1$	град.	30	45	60	120	135
$l_{AB}$	м	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20
$l_{BC}$	м	0,30	0,36	0,45	0,54	0,60
$a$	м	0,20	0,24	0,30	0,36	0,40
$\omega_1$	рад·с <sup>-1</sup>	20	25	30	25	28
$\varepsilon_1$	рад·с <sup>-2</sup>	45	70	100	70	85
$m_1$	кг	15	20	17	13	12
$m_2$	кг	30	25	34	26	24
$m_3$	кг	50	40	50	40	35
$m_5$	кг	80	90	100	70	65
$J_{1S}$	кг·м <sup>2</sup>	1,8	1,9	1,7	1,6	1,5
$J_{2S}$	кг·м <sup>2</sup>	2,5	2,2	2,0	1,8	1,7
$F_3$	Н	8000	7000	7500	6000	5000
$F_5$	Н	4000	3500	4000	3000	2500

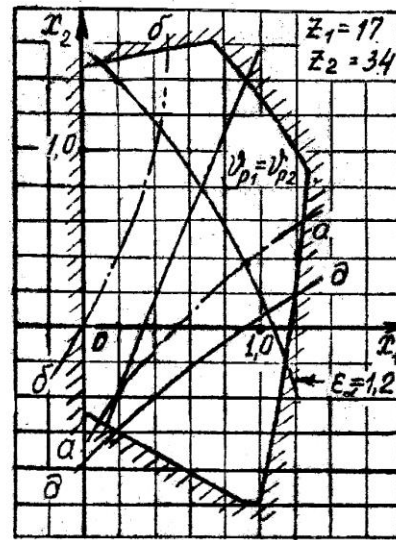
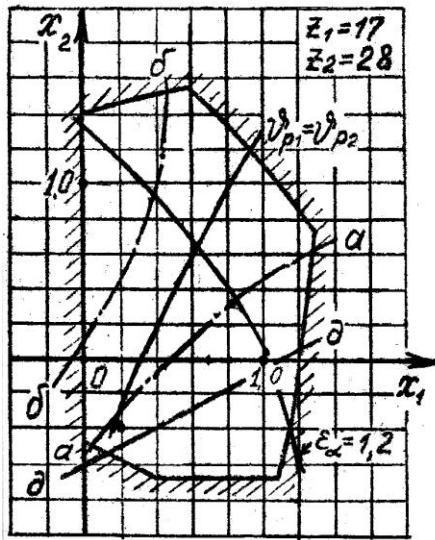
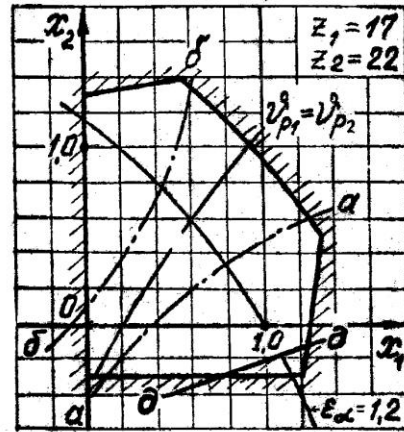
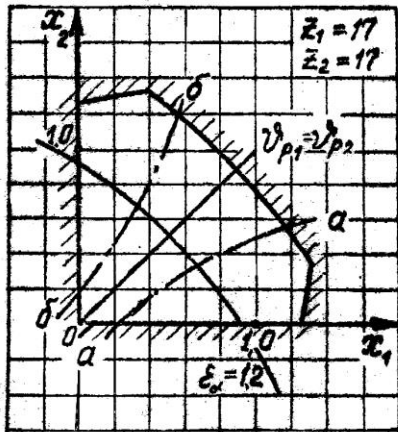
Варианты для расчёта геометрических параметров  
зубчатой эвольвентной передачи

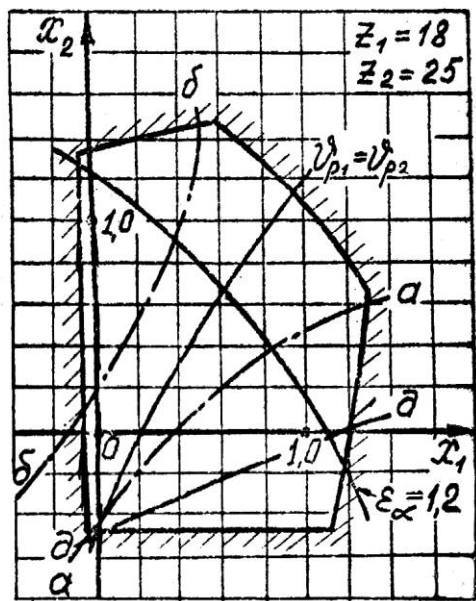
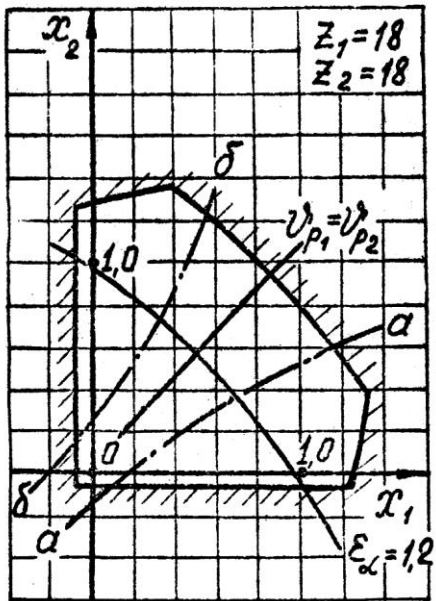
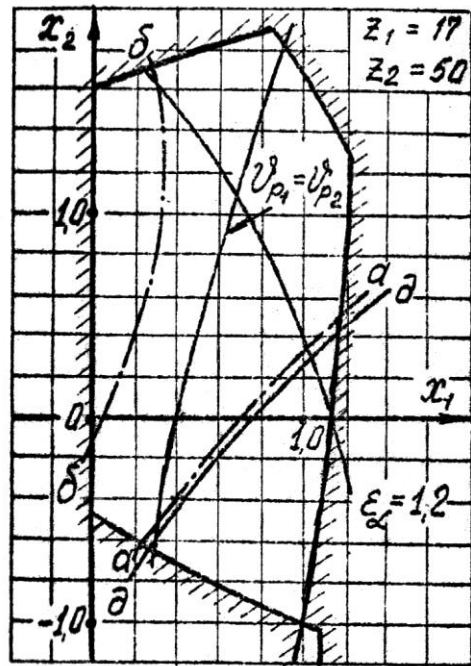
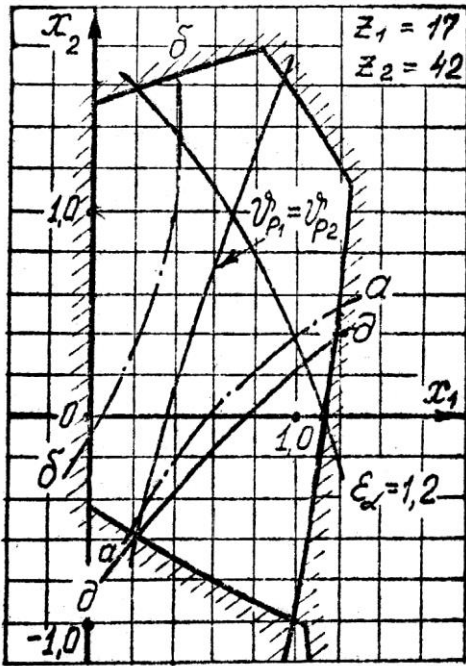


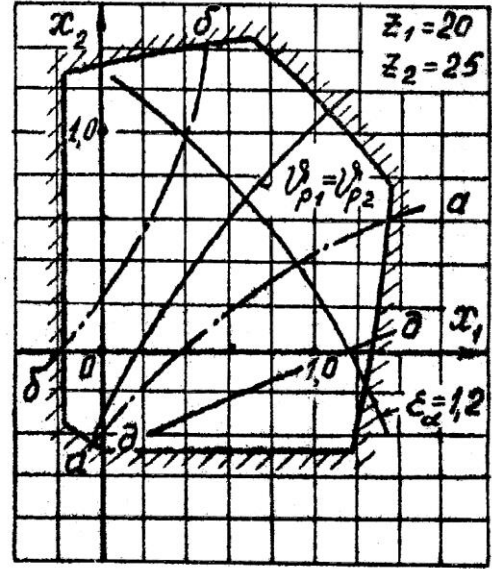
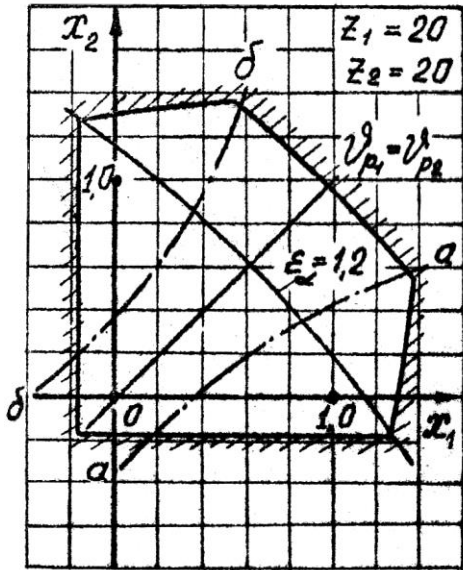
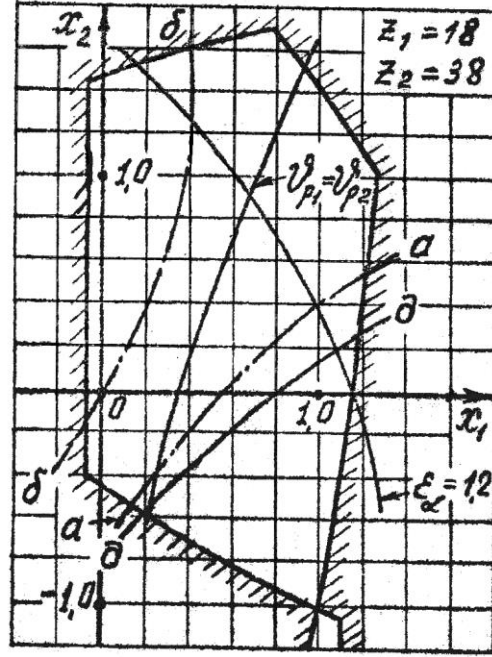
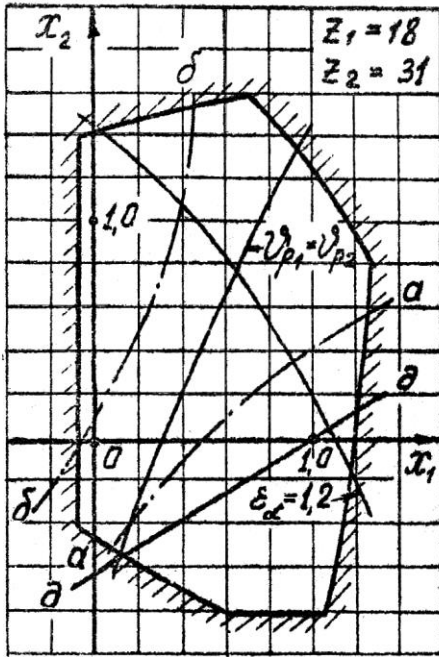
Продолжение приложения 2



Продолжение приложения 2

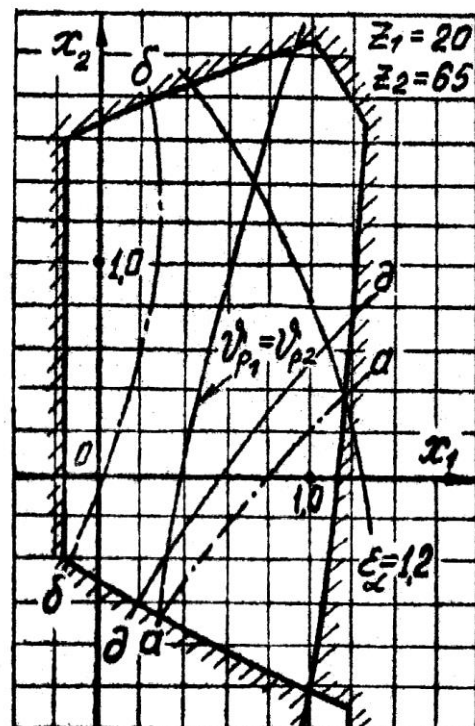
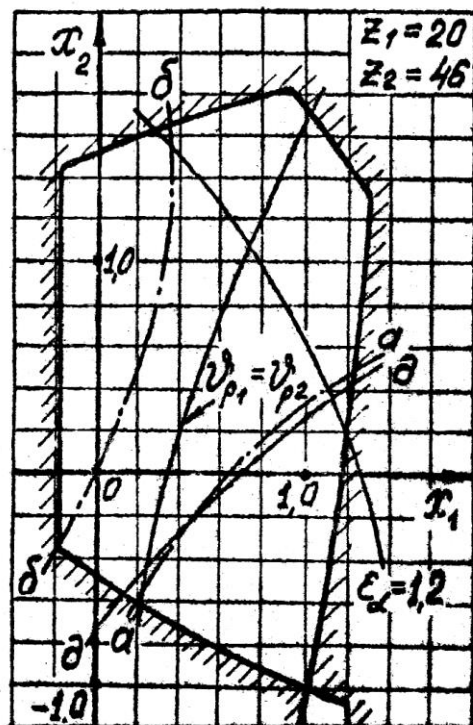
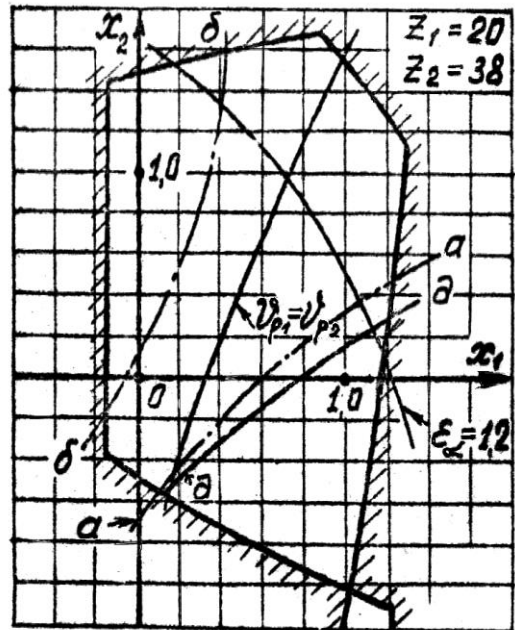
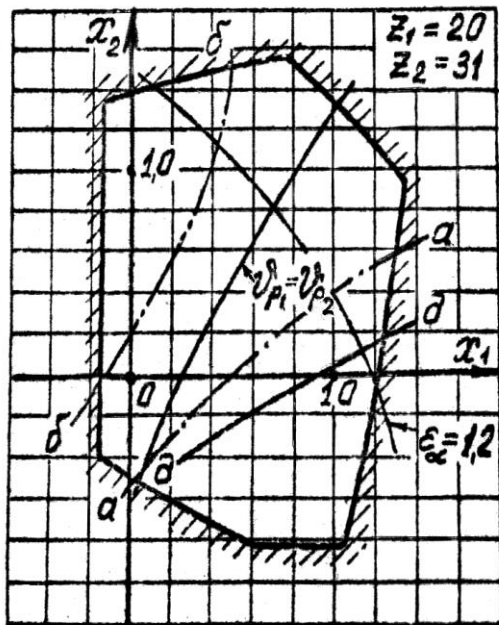


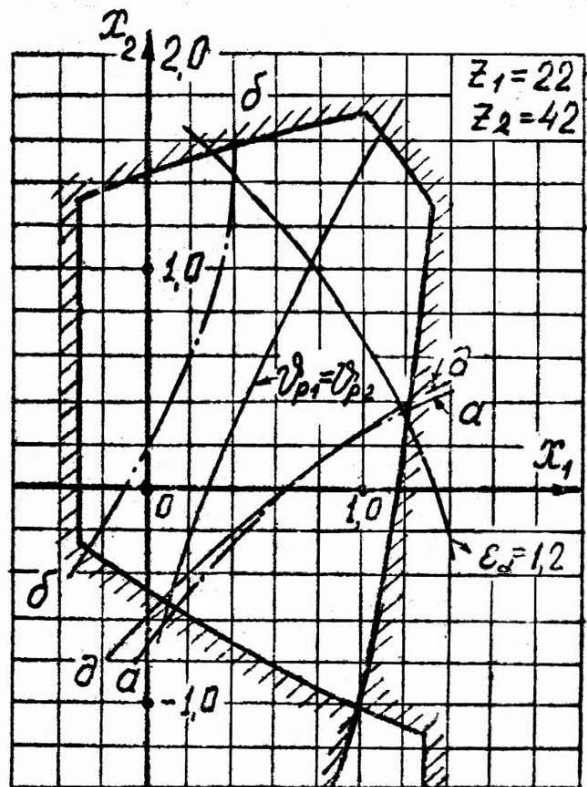
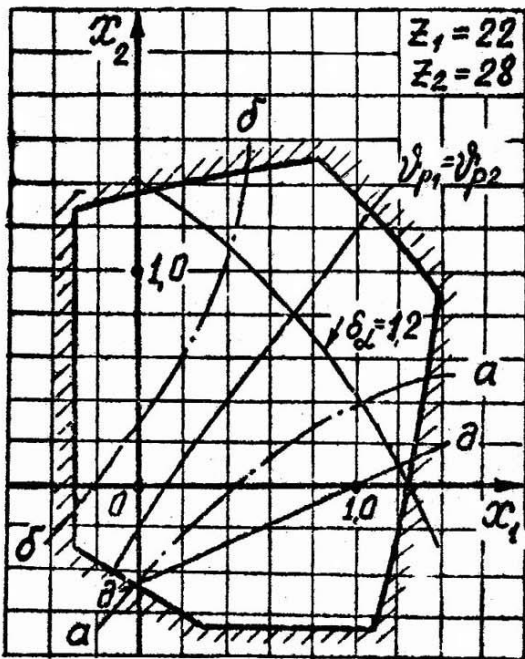
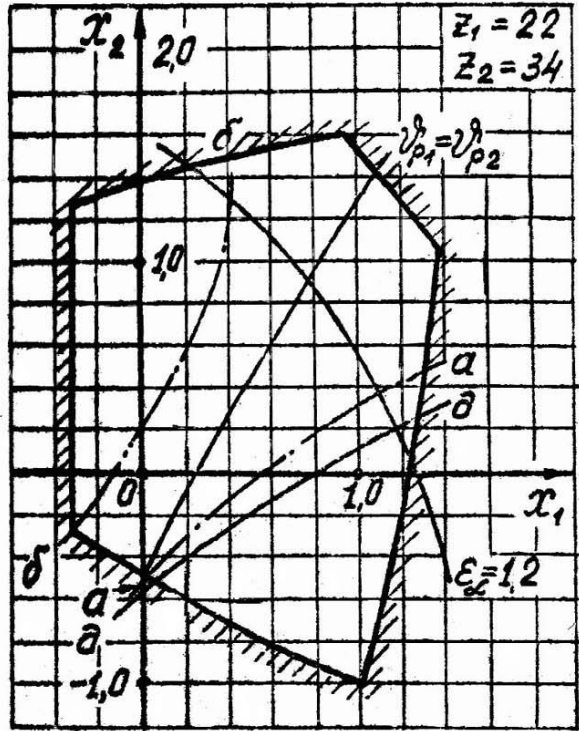
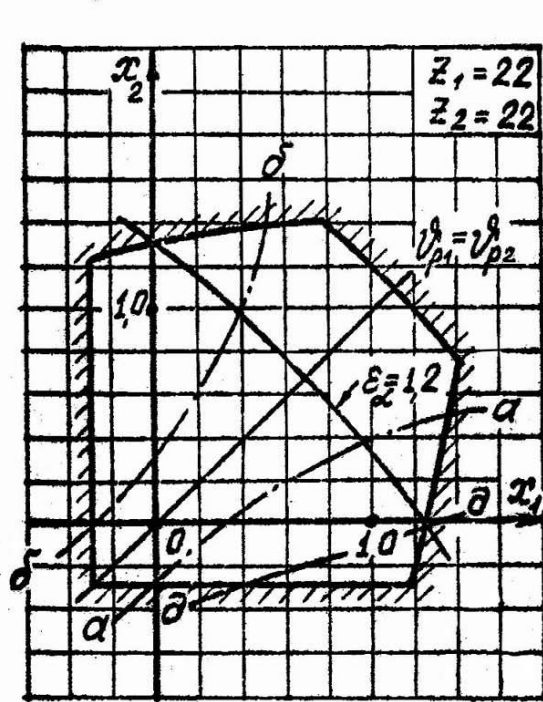






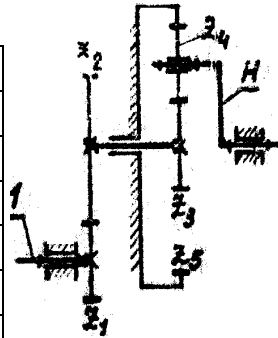
Продолжение приложения 2





**Планетарные механизмы**

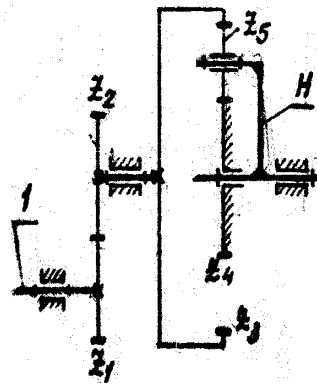
вар	$i_{1H}$	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	K
0	-10	16	-	18	27	72	2
1	-8.5	-	31	18	18	54	3
2	-7	20	-	50	25	100	6
3	-8.2	-	34	22	44	110	2
4	-13	-	50	24	30	84	4
5	-9.5	15	-	21	18	57	3
6	-7	15	-	24	26	76	4
7	-11.5	-	34	17	31	79	3
8	-5	18	-	32	24	80	4
9	-5.2	-	42	55	20	95	6



$$m_1 =$$

$$m_3 =$$

вар	$i_{1H}$	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	K
0	-3	25	-	69	33	18	6
1	-2.5	-	42	90	26	32	4
2	-2	25	-	105	21	42	2
3	-2.3	-	31	50	16	17	3
4	-2.4	20	-	80	20	30	4
5	-5.3	-	46	108	78	15	6
6	-2.1	16	-	56	18	19	2
7	-1.7	-	28	49	17	16	3
8	-4.5	14	-	60	30	15	3
9	-3.3	-	31	80	48	16	4

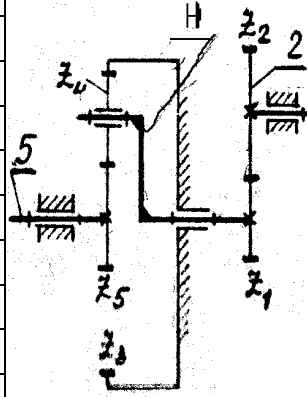


$$m_1 =$$

$$m_4 =$$

Продолжение приложения 3

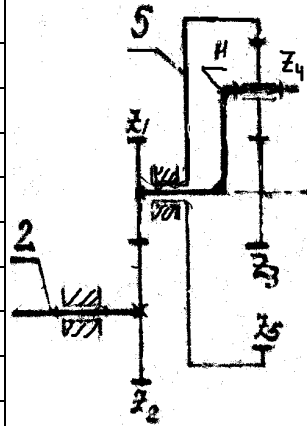
	$i_{25}$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$K$
0	-0.125	17	-	100	37	26	3
1	-0.16	-	31	72	24	24	4
2	-0.15	16	-	84	24	36	4
3	-0.18	-	34	81	18	45	6
4	-0.075	15	-	90	33	24	3
5	-0.175	-	42	80	20	40	6
6	-0.109	18	-	112	40	32	4
7	-0.18	-	20	57	20	17	2
8	-0.22	-	34	126	30	66	2
9	-0.045	17	-	96	39	18	3



$$m_2 =$$

$$m_3 =$$

вар	$i_{25}$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$K$
0	-0.38	-	31	18	24	56	4
1	-0.39	16	-	56	16	88	2
2	-0.125	-	42	15	15	45	3
3	-0.33	17	-	19	31	81	4
4	-0.43	25	-	25	20	65	2
5	-0.41	-	38	27	33	93	4
6	-0.39	18	-	32	16	64	3
7	-0.21	-	46	39	15	69	6
8	-0.55	-	28	30	21	72	3
9	-0.31	25	-	72	21	114	6

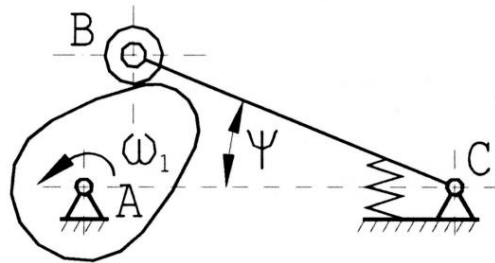


$$m_2 =$$

$$m_5 =$$

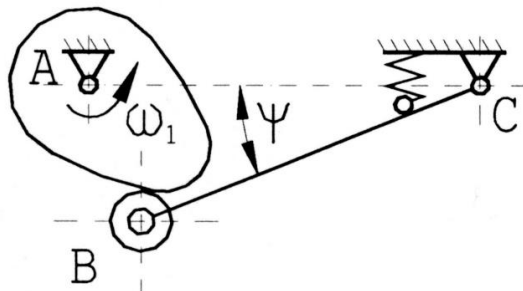
Схемы кулачковых механизмов

Вариант 1



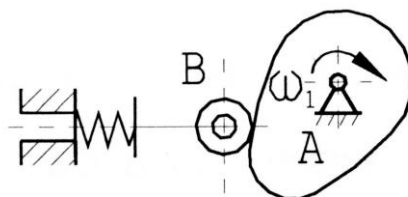
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 9,42$  (1/с);  $\psi = 18^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,14$  м.

Вариант 2



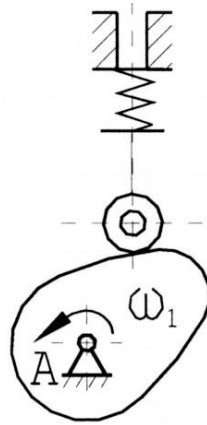
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 7,85$  (1/с);  $\psi = 15^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,14$  м.

Вариант 3



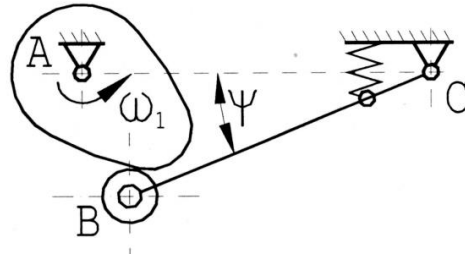
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 10,4$  (1/с).

Вариант 4



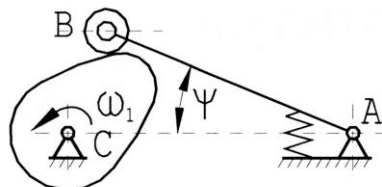
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 9,42$  (1/с).

Вариант 5



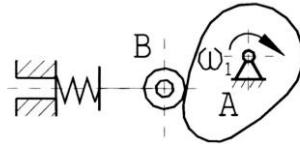
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 9,42$  (1/с);  $\psi = 20^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,17$  м.

Вариант 6



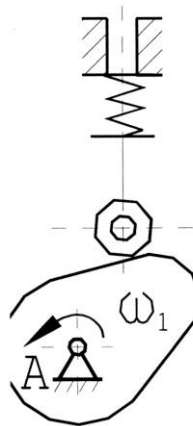
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 11,42$  (1/с);  $\psi = 25^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,11$  м.

Вариант 7



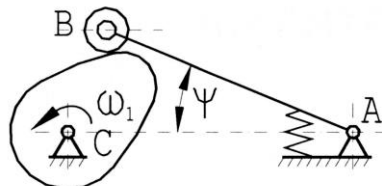
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 15,2$  (1/с).

Вариант 8



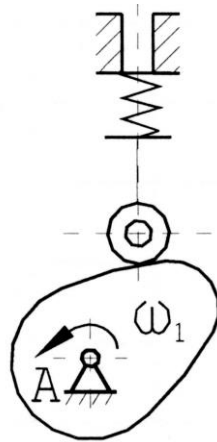
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 8,37$  (1/с).

Вариант 9



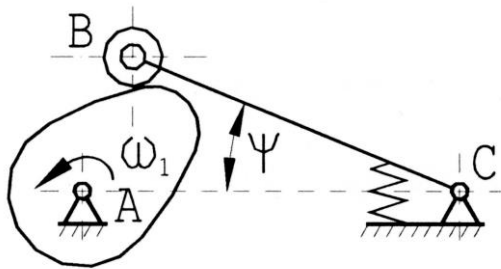
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 9,45$  (1/с);  $\psi = 20^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,14$  м.

Вариант 10



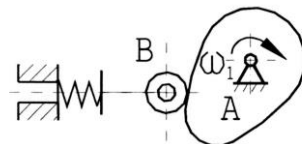
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 11,15$  (1/с).

Вариант 11



Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 8,9$  (1/с);  $\psi = 18^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,13$  м.

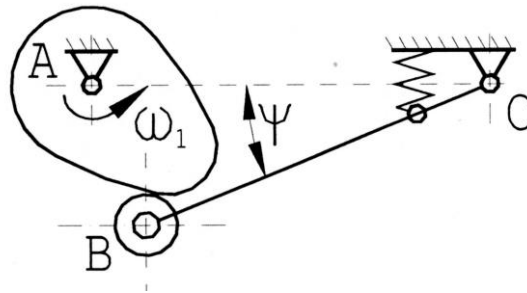
Вариант 12



Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 15,2$  (1/с).

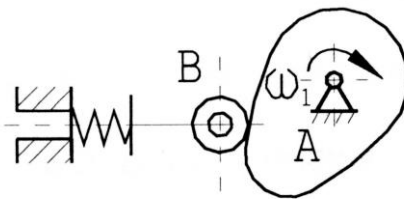


Вариант 13



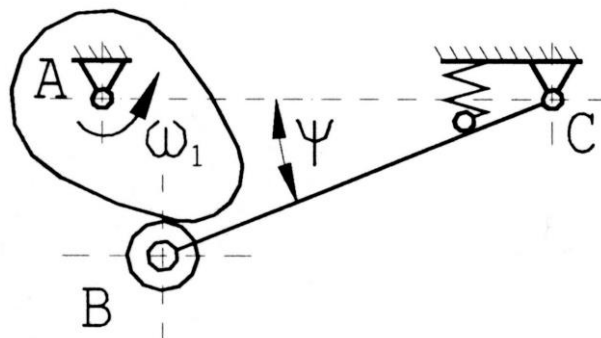
Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 9,42$  (1/с);  $\psi = 27^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,16$  м.

Вариант 14



Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 8,37$  (1/с).

Вариант 15



Угловая скорость кулачка  $\omega_1 = 7,85$  (1/с);  $\psi = 15^\circ$  – максимальный угол качания коромысла; длина коромысла  $l_{BC} = 0,12$  м.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Учебное пособие позволяет студентам познакомиться с основными понятиями и определениями в области теории механизмов и машин. В результате самостоятельного выполнения индивидуальных заданий студенты должны освоить методы структурного и кинематического анализа, силовой расчёт плоских рычажных механизмов с простыми кинематическими парами, освоить методику расчёта геометрических параметров широко применяемой цилиндрической зубчатой эвольвентной передачи внешнего зацепления, выполнить кинематический анализ планетарного и кулачкового механизмов.

Выполнение индивидуальных заданий по каждому разделу позволяет сформировать у студентов навыки в самостоятельном решении конкретных вопросов при проектировании новых машин, механизмов и приборов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Артоболевский, И. И.* Теория механизмов и машин: учеб. для втузов / И.И. Артоболевский. – 6-е изд., стер. – М.: Альянс, 2011. – 640 с.

2. *Махова, Н. С.* Основы теории механизмов и машин: учеб. пособие для техн. вузов/ Н. С. Махова, О. Н. Поболь, М. И. Сёмин. – М.: ВЛАДОС, 2006. – 287 с.

3. *Коловский, М. З.* Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов/ М. З. Козловский и др. – 2-е изд., испр. – М.: Академия, 2008. – 558 с.

4. *Конспект лекций по дисциплине «Теория механизмов и машин»*/ Владим. гос. ун-т; сост. Б. А. Беляев. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 72 с.

5. *Беляев, Б. А.* Техническая механика (часть 2): учеб. пособие/ Б. А. Беляев; Владим. гос. ун-т имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012. – 144 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН».....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ.....	5
ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ.....	5
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА».....	6
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	18
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА».....	19
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	35
<i>Вопросы для самоконтроля к первой и второй темам.....</i>	<i>35</i>
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «СИЛОВОЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЗМА».....	36
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	55
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>55</i>
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА».....	55
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	60
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>60</i>
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ЭВОЛЬВЕНТНАЯ ПЕРЕДАЧА».....	61
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	71
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>72</i>
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «ПЛАНЕТАРНЫЙ МЕХАНИЗМ».....	72
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	86
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>86</i>
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ «КУЛАЧКОВЫЙ МЕХАНИЗМ».....	87
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.....	92
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>92</i>
СДОВАРЬ ТЕРМИНОВ.....	93
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	101
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	130
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	131