Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта
Кафедра «Технология машиностроения»

Методические указания

к выполнению курсовой работы по дисциплине
«ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению
15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств»

Составитель:
доцент кафедры ТМС Метлина Л.Ф.

Владимир 2016

Методические указания, содержащие рекомендации по выполнению курсовой работы по дисциплине «Теоретическая механика» для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Настоящие методические указания составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП направления подготовки 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», рабочей программы дисциплины «Теоретическая механика». В качестве рекомендаций для организации эффективной работы студентов использованы методические пособия ведущих ВУЗов России.

Рекомендации предназначены для студентов очной и заочной форм обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседании
НМС направления 15.03.05
Протокол № 1 от 01.09.2016 г.

Рукописный фонд кафедры ТМС ВлГУ

Курсовая работа включает в себя пояснительную записку, оформленную на одной стороне листа бумаги стандартного размера А4 в электронном и печатном виде.

Пояснительная записка должна содержать условия задач и их решение с элементами теории по соответствующему разделу. Работа должна быть распечатана с компьютера и подшита под титульный лист.

Курсовая работа состоит из трёх разделов: статика, кинематика и динамика.

I. Статика

Статика - раздел теоретической механики, в котором изучаются методы приведения системы сил к простейшему виду, а также выводятся условия и уравнения равновесия сил, приложенных к абсолютно твердому телу.

Основные задачи статики.

1. Задача о приведении системы сил: как данную систему сил заменить другой, в частности, наиболее простой, ей эквивалентной.

2. Задача о равновесии: каким условиям должна удовлетворять система сил, приложенная к данному телу (или материальной точке), чтобы она была уравновешенной системой.

Основной мерой механического взаимодействия тел является сила.

1. Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется сосредоточенной.

2. Силы, действующие на все точки данного объема или данной части поверхности тела, называются распределёнными. Они характеризуются интенсивностью $q\left(\frac{H}{м}\right)$.

При решении задач распределенную нагрузку заменяют сосредоточенной силой – равнодействующей Q.

а) Равномерно распределенная нагрузка.

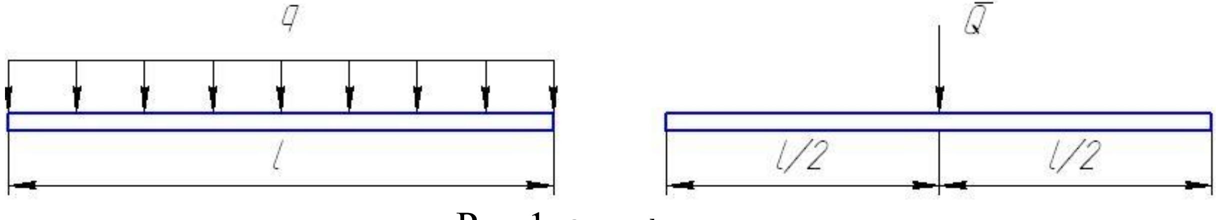


Рис.1 $Q = q \cdot l$

б) Распределенная нагрузка, изменяющаяся по линейному закону.

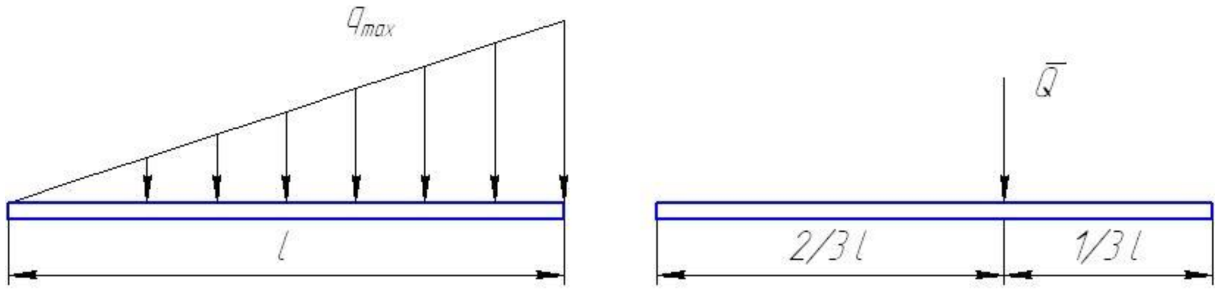


Рис.2 $Q = \frac{1}{2} q_{\max} \cdot l$

Основные системы сил.

1. Система сходящихся сил на плоскости и в пространстве.
2. Произвольная плоска система сил.
3. Произвольная пространственная система сил.

Плоская система сил.

Связи и реакции.

Тело, которое не скреплено с другими телами и может совершать из данного положения любые перемещения в пространстве, называется свободным.

Тело, перемещениям которого в пространстве препятствуют какие-нибудь другие, скрепленные или соприкасающиеся с ними тела, называется несвободным.

Все то, что ограничивает перемещение данного тела в пространстве, будем называть связью.

Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тем или иным перемещениям, называется реакцией связи.

Направлена реакция связи в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

С видами связей и направлениями реакций можно ознакомиться в практикуме по дисциплине «Теоретическая механика», изд. 2007 г., авторы: А.П. Шевченко, А.В. Крылов, Л.Ф. Метлина, А.О. Веселов.

Проекция силы на ось.

Проекция вектора силы на ось – алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между направлением силы и положительным направлением оси.

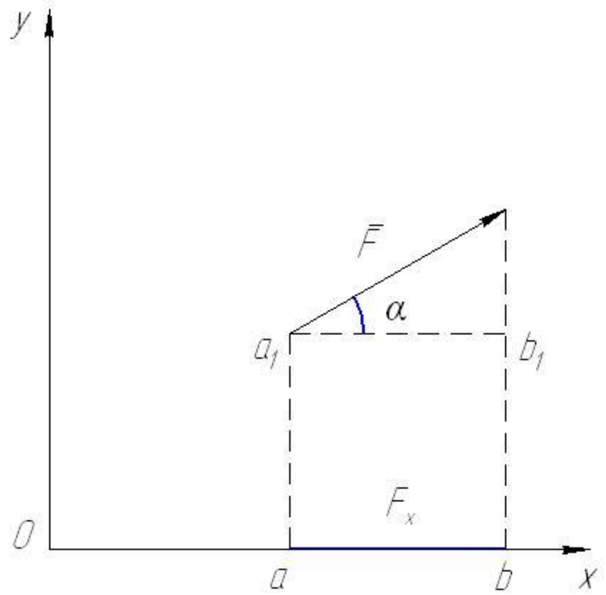


Рис.3

$$F_x = ab = a_1 b_1 = F \cdot \cos\alpha$$

1. Проекция положительна, если $0 \le \alpha < 90^\circ$
2. Проекция отрицательна, если $90^\circ < \alpha \le 180^\circ$
3. Проекция равна нулю, если $\alpha = 90^\circ$

Момент силы относительно точки.

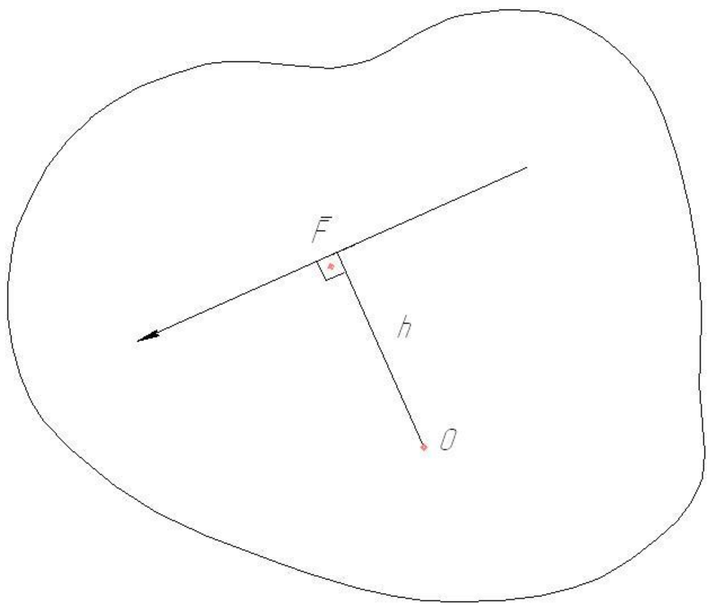


Рис.4

Моментом силы $\bar{F}$ относительно центра O называется величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы на длину плеча.

$$m_o(F) = \pm F \cdot h$$

Момент имеет знак плюс, если сила стремится повернуть тело вокруг центра O против хода часовой стрелки, и знак минус – если по ходу часовой стрелки.

Плечо h – перпендикуляр, опущенный из центра O на линию действия силы $\overline{F}$.

Момент силы $\overline{F}$ относительно центра равен нулю, если линия действия вектора силы будет проходить через этот центр.

Пара сил.

Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил, действующих на абсолютно твердое тело.

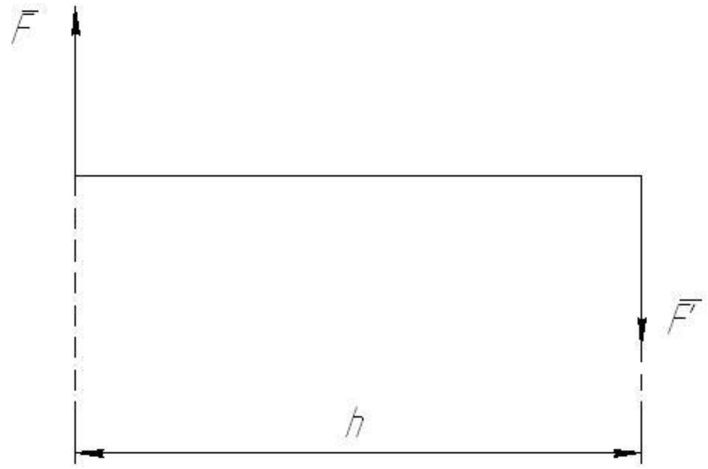


Рис.5

Момент пары сил – алгебраическая величина, равная произведению модуля одной из сил пары на кратчайшее расстояние между линиями действия сил h, которое называется плечом.

$$M = \pm F \cdot h$$

Момент пары сил положительный, если она стремится повернуть тело против хода часовой стрелки, и отрицательный, если по ходу часовой стрелки.

Свойства пары сил.

1. Алгебраическая сумма проекций пары сил на любую ось равна нулю.

2. Алгебраическая сумма моментов сил, составляющих пару относительно произвольной точки на плоскости, не зависит от выбора этой точки и равна моменту пары.

Уравнения равновесия системы сил,
произвольно расположенных на плоскости.

Условиями равновесия системы сил, являются равенство нулю главного вектора и главного момента.

$$\overline{R'} = 0;\ \overline{M_o} = 0$$

Величина $\overline{R'}$ и $\overline{M_o}$ определяются равенствами:

$$R' = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}};\ M_o = \Sigma m_o(\overline{F_j})$$

$$R_x = \Sigma F_{jx};\ \ R_y = \Sigma F_{jy}$$

R' может равняться нулю, когда $R_x = 0;\ R_y = 0$ или $\Sigma F_{jx} = 0;\ \ \Sigma F_{jy} = 0;$ $\Sigma m_o(\overline{F_j}) = 0.$

Получили уравнения равновесия произвольной плоской системы сил.

$$\Sigma F_{jx} = 0;$$

$$\Sigma F_{jy} = 0;$$

$$\Sigma m_o(F) = 0.$$

Задание 1.

Постановка задачи.

Конструкция состоит из двух балок CB и AB, соединенных между собой шарнирно (рис.6; рис.7).

Внешними связями, наложенными на конструкцию являются для рис.6: в точке A жесткая заделка, в точке C – шарнирная опора на катках; рис.7: в точке A и точке C – шарнирно-неподвижные опоры.

На каждую конструкцию действуют: пара сил с моментом $M = 20 кН \cdot м$, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 8\dfrac{кН}{м}$ и две сосредоточенные силы.

Численная величина сил, их направление, точки приложения, угол наклона, участок, где действуют распределенная нагрузка и момент пары указаны в таблице 1.

Требуется определить реакции связей в точке A,B,C.

Рисунок, угол α, данные в таблице 1 выдаются преподавателем.

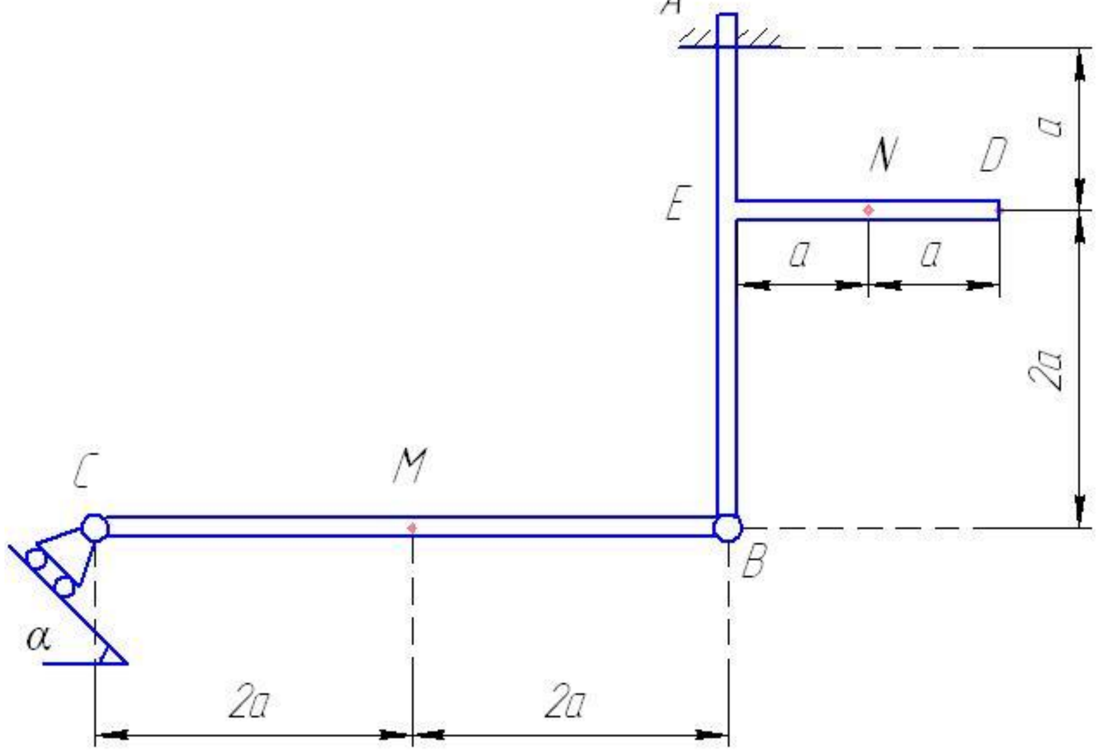


Рис.6

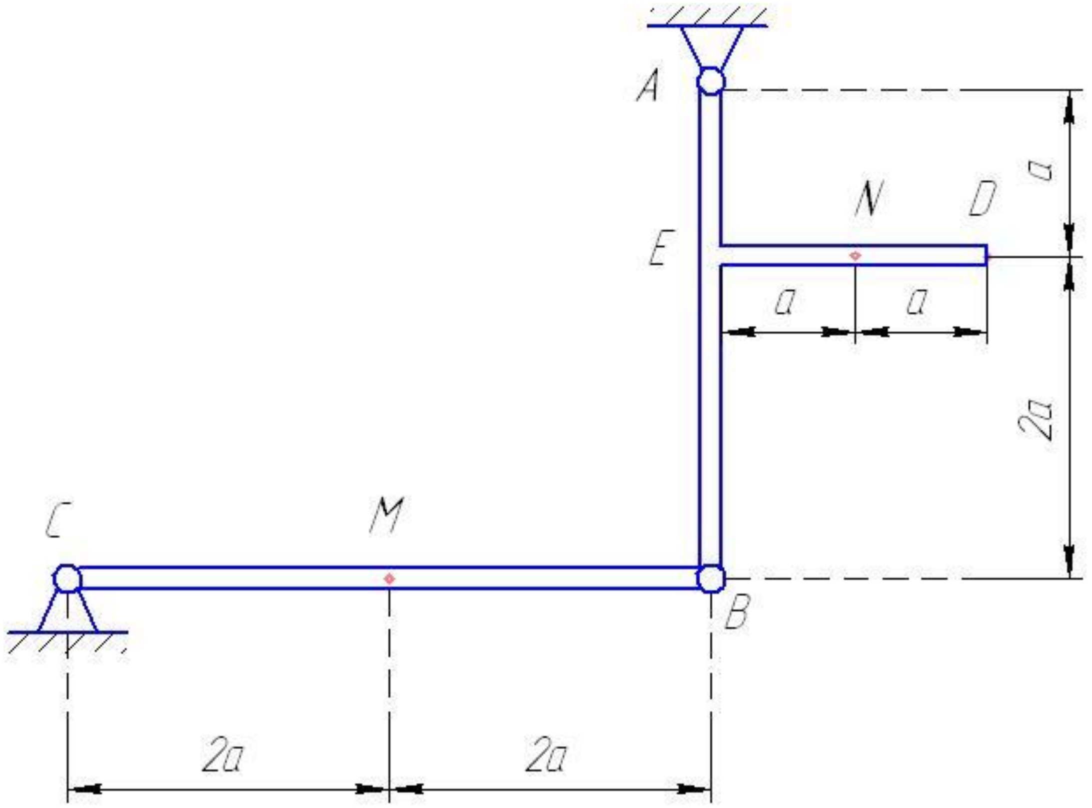
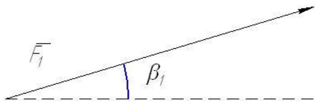
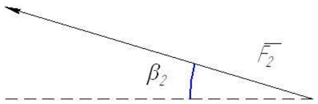
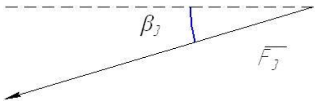
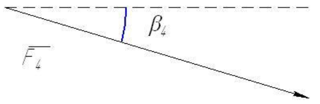
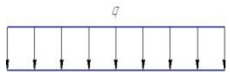
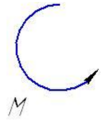


Рис.7

Таблица 1.

										
	точка приложения		точка приложения		точка приложения		точка приложения		участок	участо к
Вариант		$\beta^0{}_1$		$\beta^0{}_2$		$\beta^0{}_3$		$\beta^0{}_4$		
0	C	0					N	30	CM	DE
1			M	30	D	45			MB	AB
2	B	45					D	60	BE	CB
3			C	60	N	30			AE	CM
4	M	60	B	30					EN	CM
5					B	60	N	45	ND	CB
6	C	45	E	45					CM	AE
7					E	30	D	45	MB	AB
8	M	30	N	30					BE	CB
9					B	30	N	60	AE	BM

Пример выполнения задания.

Задание 1.

Приложение 2, рис.8, 9, 10.

Конструкция состоит из угольника АС и балки ВС. В точке С шарнирное соединение, в точке А и В неподвижные шарнирные опоры. Размеры указаны на рисунке.

На угольник действует сосредоточенная сила $F = 4кН$ и равнораспределенная нагрузка интенсивности $q = 2\dfrac{кН}{м}$; $\beta = 60^\circ$. На балку ВС действует момент пары $M = 2кН \cdot м$.

Определить реакции в точках А,В,С, весом угольника и балки пренебречь. $a = 4м$.

Решение.

Конструкция состоит из двух тел. Выбираем два объекта равновесия и строим расчетные схемы рис.9, 10.

При построении расчетных схем распределенную нагрузку заменяем одной сосредоточенной силой $Q = q \cdot 2a = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16Н$. Эту силу прикладываем в середине участка ДС.

Получили две произвольные плоские системы сил, для каждой из которых можем составить по три уравнения.

Задача статически определена, так как неизвестных величин шесть и уравнений можем составить шесть.

Рис.9.

$$\Sigma F_{jx} = 0; \ \Sigma F_{jy} = 0; \ \Sigma M_A = 0.$$

$$\Sigma F_{jx} = 0; \ x_A + F \cdot \sin\beta + x_C = 0; \ (1)$$

$$\Sigma F_{jy} = 0; \ y_A - F \cdot \cos\beta - Q + y_C = 0; \ (2)$$

$$\Sigma M_A = 0; \ -F \cdot h - Q \cdot a + y_C \cdot 2a - x_C \cdot 2a = 0. \ (3)$$

$$h = a \cdot \sin\beta$$

Рис.10.

$$\Sigma F_{jx} = 0; \ x_B - x_C = 0; \ (4)$$

$$\Sigma F_{jy} = 0; \ y_B - y_C = 0; \ (5)$$

$$\Sigma M_B = 0; \ M + y_C \cdot a + x_C \cdot 2a = 0. \ (6)$$

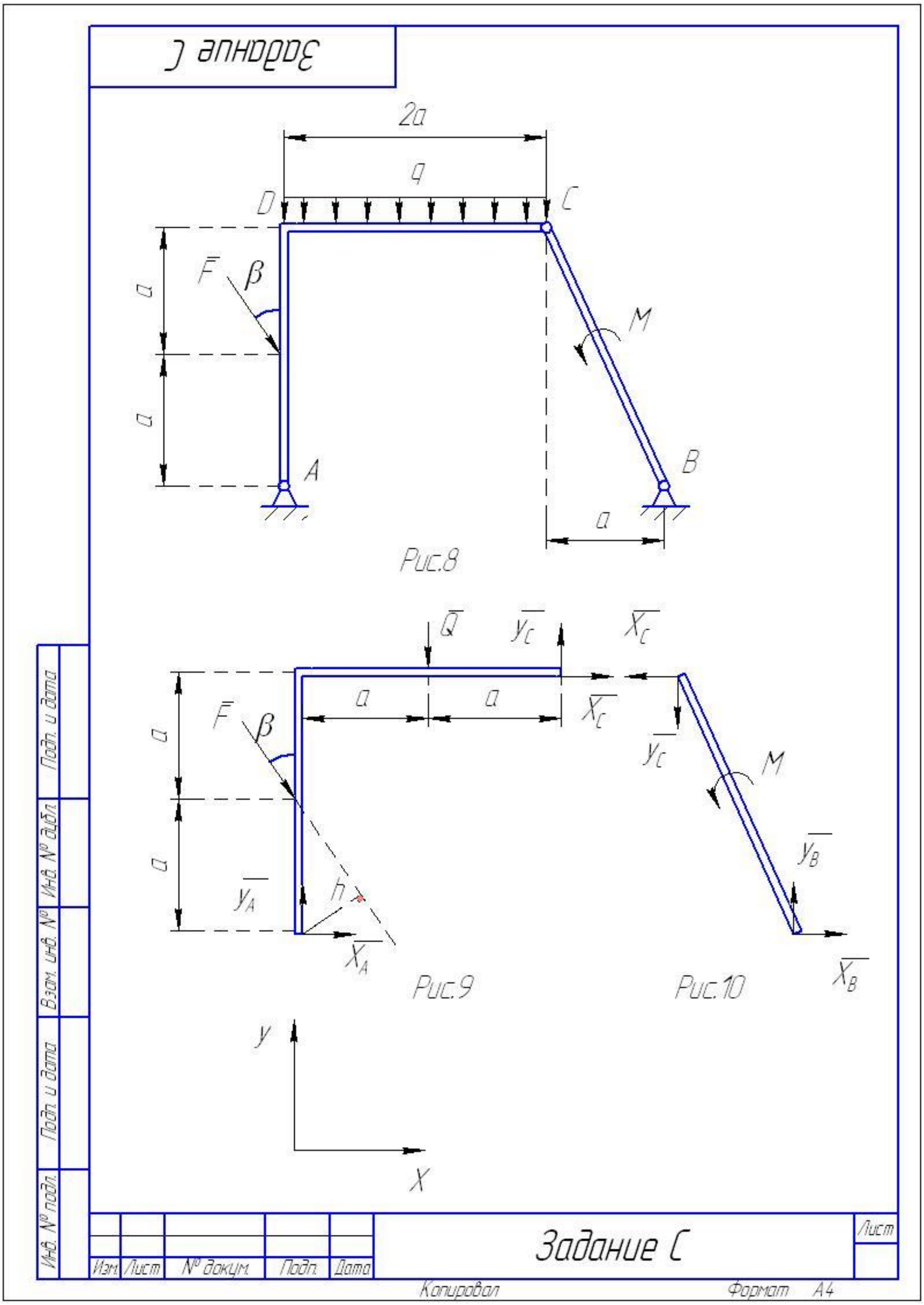
Решая систему шести уравнений находим:

$$x_C = 3{,}42кН; \ y_C = 6{,}33кН; \ x_A = -0{,}06кН; \ y_A = 11{,}67кН; \ x_B = -3{,}42кН; \ y_B = 6{,}33кН.$$

Знак минус указывает, что силы x_C, x_A, x_B направлены противоположно направлениям, показанным на рисунках.

Приложение 1.

Образец выполнения чертежа (формат А4).



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Владимирский государственный университет
Имени Александра Григорьевича и Николая
Григорьевича Столетовых
(ВлГУ)
Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа
Теоретическая механика.
Применение теорем и принципов теоретической механики к исследованию равновесия и движения механической системы.

Выполнил:
ст.гр.
Принял:
Метлина Л.Ф.

Владимир 2016

Контрольные вопросы к защите задания 1.

1. Связи и реакции.
2. Условия равновесия произвольной плоской системы сил.
3. Проекция силы на ось.
4. Момент силы относительно точки.
5. Пара сил. Свойства пары сил.

II. Кинематика

Кинематический анализ плоского движения.

Цель работы: Аналитическое исследование плоского механизма.

Краткая теория.

Плоскопараллельным движением называется такое движение, при котором все точки тела перемещаются в плоскостях, параллельных одной неподвижной плоскости.

Чтобы определить положение тела и его точек в любой момент времени, достаточно задать функции времени:

$$x_c = x_c(t);$$
$$y_c = y_c(t);$$
$$\varphi = \varphi(t).$$

Эти функции называются уравнениями плоскопараллельного движения.

Точка С – любая точка тела, принятая за полюс.

Первые два уравнения зависят от выбора полюса, а третье не зависит.

Скорости точек тела.

Если известны уравнения плоскопараллельного движения можно определить скорость точек тела, например точки М.

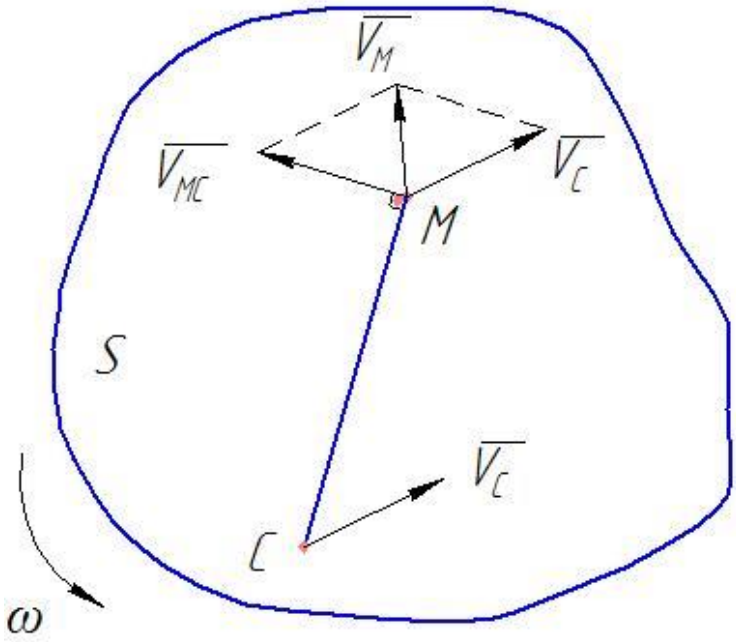


Рис.1.

S – сечение тела, совершающего плоскопараллельное движение.

$$\overline{V_M} = \overline{V_C} + \overline{V_{MC}} \tag{1}$$

$\overline{V_C}$ – скорость полюса. Она определяется по формуле $V_C = \sqrt{\dot{X}_C{}^2 + \dot{Y}_C{}^2}$, а скорость $\overline{V_{MC}}$ – скорость при вращении тела вокруг оси C.

$$V_{MC} = MC \cdot \omega = MC \cdot \dot{\varphi}$$

Мгновенный центр скоростей.

При плоскопараллельном движении тела всегда можно найти такую точку, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Эта точка C_V называется мгновенным центром скоростей.

Если в момент времени t взять точку C_V за полюс, то по формуле (1) скорость точки M будет равна

$$\overline{V_M} = \overline{V_{Cv}} + \overline{V_{MCv}};$$

$$\overline{V_M} = \overline{V_{MCv}},\ \text{т.к.}\ \overline{V_{Cv}} = 0$$

Следовательно скорость любой точки в сечении S, равна её вращательной скорости вокруг мгновенного центра скоростей.

1. Для определения положения мгновенного центра скоростей надо знать только направления скоростей $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$ каких-нибудь двух точек A и B сечения тела.

   Мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из точек A и B к скоростям этих точек. (рис.2)

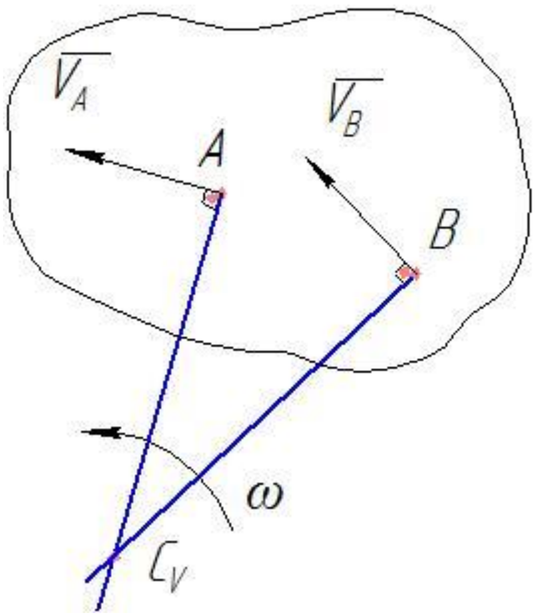


Рис.2.

2. Для определения скорости любой точки тела надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки тела А и направление скорости другой его точки В. (рис.2)
3. Угловая скорость тела равна в каждый данный момент времени отношения скорости какой-нибудь точки к её расстоянию до мгновенного центра скоростей.

$$\omega = \frac{V_A}{AC_V}.$$

Скорость точки В $V_B = \omega \cdot BC_V$.

Случаи определения мгновенного центра скоростей.

1. Тело катится без скольжения по неподвижной поверхности. В этом случае мгновенный центр скоростей находится в точке касания с неподвижной поверхностью. (рис.3)

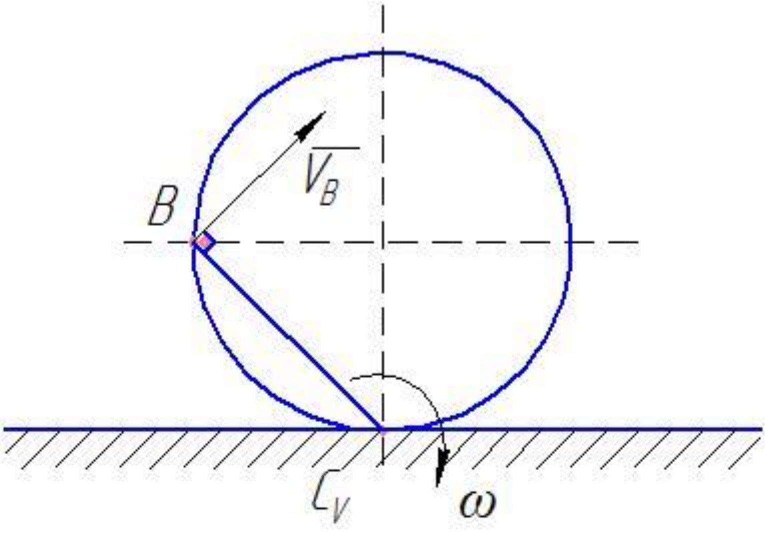


Рис.3.

2. Если скорости точек А и В тела параллельны друг другу, причём начала векторов лежат на одном перпендикуляре, то мгновенный центр скоростей C_V находится на пересечении линий, соединяющих начала и концы векторов, точка пересечения этих линий будет определять положение мгновенного центра скоростей.

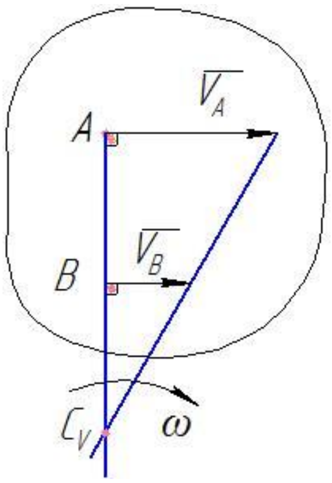


Рис. 4.

3. Если вектора скоростей параллельны и линия АВ не перпендикулярна вектору скорости точки А, то мгновенный центр скоростей находится в бесконечности и скорости всех точек тела параллельны $\omega = \frac{V_A}{AC_V} = \frac{V_A}{\infty} = 0$; Скорости всех точек тела равны, т.е. тело совершает мгновенное поступательное движение.

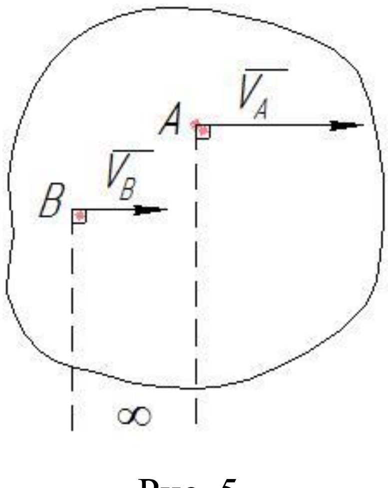


Рис. 5.

Определение ускорений.

Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры ускорение какой-нибудь её точки определяется формулой.

$$\overline{W_B} = \overline{W_A} + \overline{W_{BA}}. \qquad (2)$$

$\overline{W_B}$ – искомое ускорение;

$\overline{W_A}$ – известное ускорение точки А, принятой за полюс;

$\overline{W_{BA}}$ – ускорение точки В при вращение вокруг полюса А.

Так как $\overline{W_{BA}} = \overline{W^n{}_{BA}} + \overline{W^\tau{}_{BA}}$, тогда

$$\overline{W_B} = \overline{W_A} + \overline{W^n{}_{BA}} + \overline{W^\tau{}_{BA}} \qquad (3)$$

$\overline{W^n{}_{BA}}$ – нормальное ускорение точки В при вращении вокруг полюса А;

$\overline{W^\tau{}_{BA}}$ – касательное ускорение точки В при вращении вокруг полюса А.

Вектор $\overline{W^n{}_{BA}}$ направлен от точки В к полюсу А вдоль отрезка АВ. (рис.6)

Вектор $\overline{W^\tau{}_{BA}}$ направлен перпендикулярно отрезку АВ в сторону углового ускорения ε.

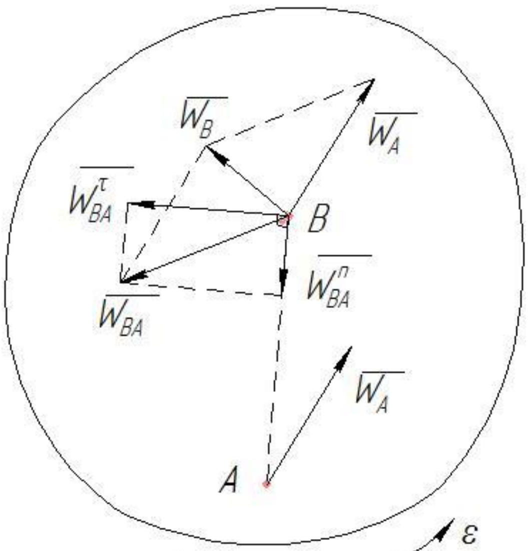


Рис. 6.

Ускорение точки при плоскопараллельном движении можно определить с помощью мгновенного центра ускорений.

Мгновенным центром ускорений называется точка C_W плоской фигуры, ускорение которой в данный момент времени равна нулю. $W_{C_W} = 0$ (Рис. 7).

Для определения положения мгновенного центра ускорений определяется угол между вектором полного ускорения точки плоской фигуры и отрезком, соединяющим данную точку с мгновенным центром ускорений C_W по формуле

$$tg\alpha = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2},$$

И расстояние от данной точки до мгновенного центра ускорений

$$AC_W = \frac{W_A}{\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}}$$

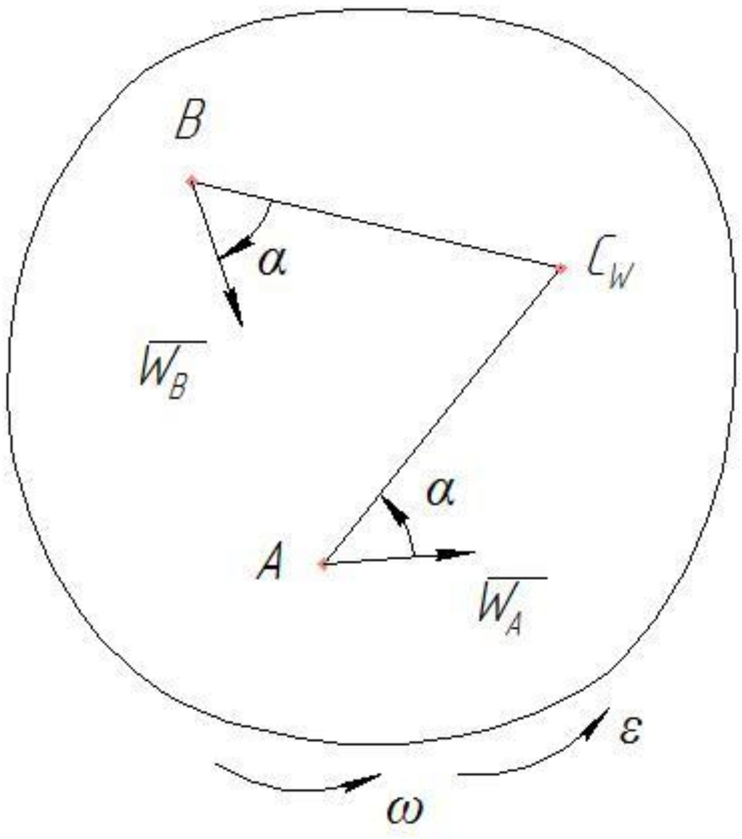


Рис. 7.

$$W_B = BC_W\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}\ .$$

Задание 2.

Цель задачи: аналитическое исследование кинематики плоского механизма.

Постановка задачи.

Дана схема плоского механизма (рис. 8). Ведущее звено ОА вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 2c^{-1}$, угловым ускорением $\varepsilon_1 = 2c^{-2}$. Направление вращение указано на рисунке. Радиус цилиндра $R = 0{,}1м.$ Длина звена $OA = 0{,}3м$; звено АВ имеет размеры:

а) $AB = 2\cdot OA$; б) $AB = 3\cdot OA$. (Выдаётся преподавателем)

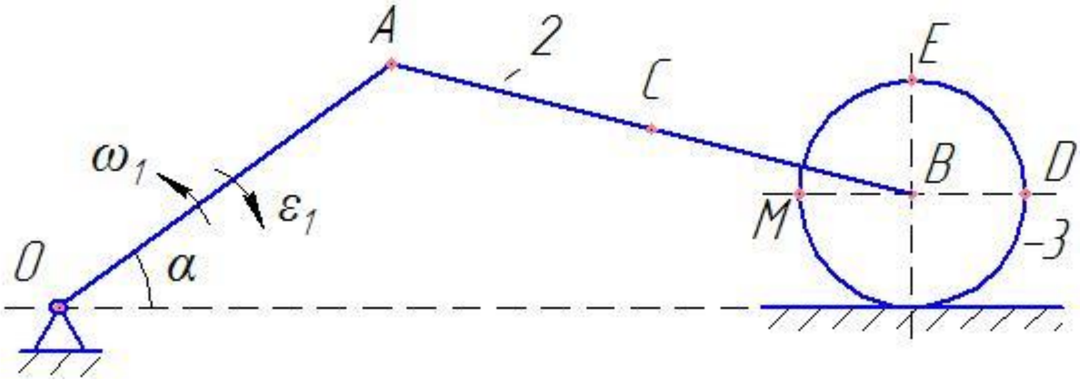


Рис. 8.

Угол α, кинематические характеристики, которые требуются определить, даны в таблице 2.

Варианты задания выдаются преподавателем.

Таблица 2

Вариант №	Угол α°	Требуется определить			
		скорости точек	угловые скорости звеньев	ускорения точек	угловые ускорения звеньев
		$м/с$	$с^{-1}$	$м/с^{2}$	$с^{-2}$
0	0	A, B, D	AB	B	AB
1	30	A, B, C	цилиндра	C	цилиндра
2	45	A, B, E	AB	D	AB
3	60	A, B, C	цилиндра	B	цилиндра
4	90	A, B, D	AB	C	AB
5	120	A, B, E	цилиндра	D	цилиндра
6	135	A, B, D	AB	E	AB
7	150	A, B, C	цилиндра	B	цилиндра
8	180	A, B, E	AB	C	AB
9	210	A, B, D	цилиндра	D	цилиндра
10	240	A, B, C	AB	E	AB
11	270	A, B, E	цилиндра	B	цилиндра
12	300	A, B, D	AB	C	AB
13	330	A, B, C	цилиндра	D	цилиндра
14	360	A, B, E	AB	E	AB

Требуется определить

1. Построить схему механизма в выбранном масштабе в соответствии с данными таблицы 2.

2. Вычислить скорость, нормальное, касательное и полное ускорение точки А.

3. Найти положения мгновенного центра скоростей звена АВ и цилиндра и определить угловые скорости и скорости точек, указанных в таблице 2 по вашему варианту.

4. Определить скорость точки В по теореме о проекции скоростей точек тела на ось, соединяющую эти точки. Сравнить результат с пунктом 3.

5. Вычислить аналитически ускорение точки в соответствии с таблицей 2 и угловое ускорение звена отмеченного в таблице 2.

Пример выполнения задания 2.

На рисунке 9 изображен механизм в масштабе $M = 0{,}1 м/см$, для которого $\varphi = 45^{\circ}$, $OA = 0{,}3 м$, $AB = 0{,}6 м$, $R = 0{,}1 м$, $\omega_{OA} = 3 c^{-1}$, $\varepsilon_{OA} = 2 c^{-2}$. Направления угловой скорости и углового ускорения показаны на схеме механизма круговыми стрелками.

Требуется определить скорость и ускорение точки А, скорости точек В и С, ускорения точек В и С, угловые ускорения звена АВ и цилиндра.

Выполнение задания.

1. Построить механизм в масштабе согласно данным.

2. Вычисление скоростей точек А, В, С с помощью мгновенного центра скоростей (рис. 9).

Чтобы определить положение мгновенного центра скоростей, достаточно знать направления векторов скоростей каких-нибудь двух точек, а для определения скоростей любой точки тела надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки.

Зная, что звено ОА совершает вращательное движение, можно определить модуль и направление вектора скорости точки А.

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA$; $V_A = 3 \cdot 0{,}3 = 0{,}9 м/с$. Вектор скорости точки А направлен перпендикулярно радиусу вращения в сторону угловой скорости. Точка В одновременно принадлежит звену АВ и цилиндру, центр точки В которого движется по горизонтали, следовательно и линия действия вектора точки В направлена по горизонтали.

Теперь можно определить положение мгновенного центра скоростей звена АВ, проведя перпендикуляры из точек А и В к линиям действия векторов скоростей этих точек. Точка пересечения этих перпендикуляров определит положение мгновенного центра скоростей звена АВ (C_{V_1}).

Определим величину и направление угловой скорости звена АВ.

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC_{V_1}};$$

Измерим величину отрезка AC_{V_1} на чертеже; $AC_{V_1} = 0{,}9 м$.

$$\omega_{AB} = \frac{0{,}9}{0{,}9} = 1 c^{-1};$$

На чертеже покажем круговой стрелкой направление ω_{AB}. (рис. 9)

Зная ω_{AB} можно определить скорость любой точки звена АВ.

$V_B = \omega_{AB} \cdot BC_v$; BC_V – с чертежа $BC_V = 0{,}75 м$.

$V_B = 1 \cdot 0{,}75 = 0{,}75 м/с$; Вектор скорости точки В направлен перпендикулярно линии соединяющей точку с мгновенным центром скоростей в сторону угловой скорости звена АВ.

Мгновенный центр скоростей цилиндра находится в точке касания неподвижной плоскостью (C_{V_2}).

Зная скорость точки В можно определить угловую скорость цилиндра по формуле $\omega_ц = \dfrac{V_B}{BC_{V_2}}$; $BC_{V_2} = R$; $\omega_ц = \dfrac{0{,}75}{0{,}1} = 7{,}5 с^{-1}$, направление показано на рисунке 9.

Определяем модуль и направление вектора скорости точки С.

$V_C = \omega_ц \cdot CC_{v_2}$; $CC_{v_2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} = 0{,}14 м$; $V_C = 7{,}5 \cdot 0{,}14 = 1{,}05 м/с$.

Вектор скорости точки С направлен перпендикулярно линии, соединяющий точку С с мгновенным центром скоростей C_{V_2} в сторону угловой скорости цилиндра.

3. Аналитическое определение ускорений точек В и С и углового ускорения звена АВ и цилиндра.

Схема механизма построим в масштабе длин. (рис. 10)

Для аналитического определения ускорения точки В воспользуемся теоремой об ускорениях точек плоской фигуры.

Принимая за полюс точку А, выразим ускорение точки В по формуле:

$$\overline{W_B} = \overline{W^n{}_A} + \overline{W^\tau{}_A} + \overline{W^n{}_{BA}} + \overline{W^\tau{}_{BA}} \qquad (1)$$

В этом уравнении известны по модулю и направлению ускорения

$W^n{}_A = \omega^2{}_{OA} \cdot OA$; $W^n{}_A = 0{,}09 \cdot 0{,}3 = 0{,}027 м/с^2$

$W^\tau{}_A = \varepsilon_{OA} \cdot OA$; $W^\tau{}_A = 2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6 м/с^2$

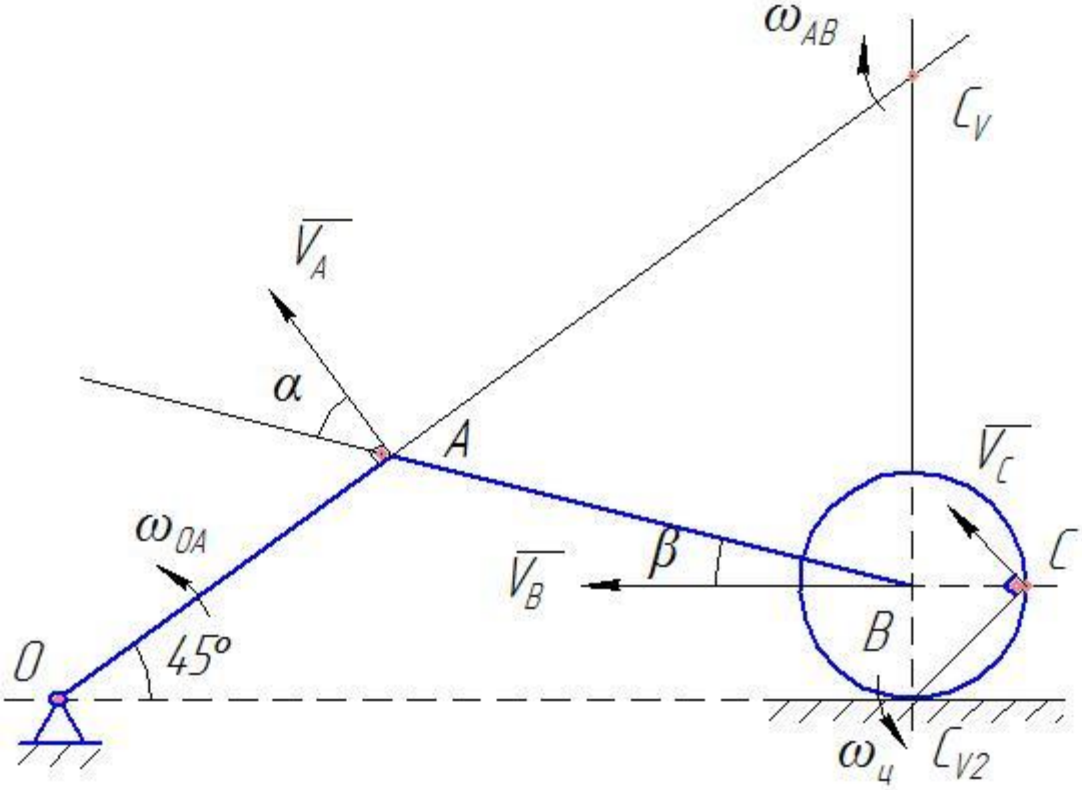


Рис. 9.

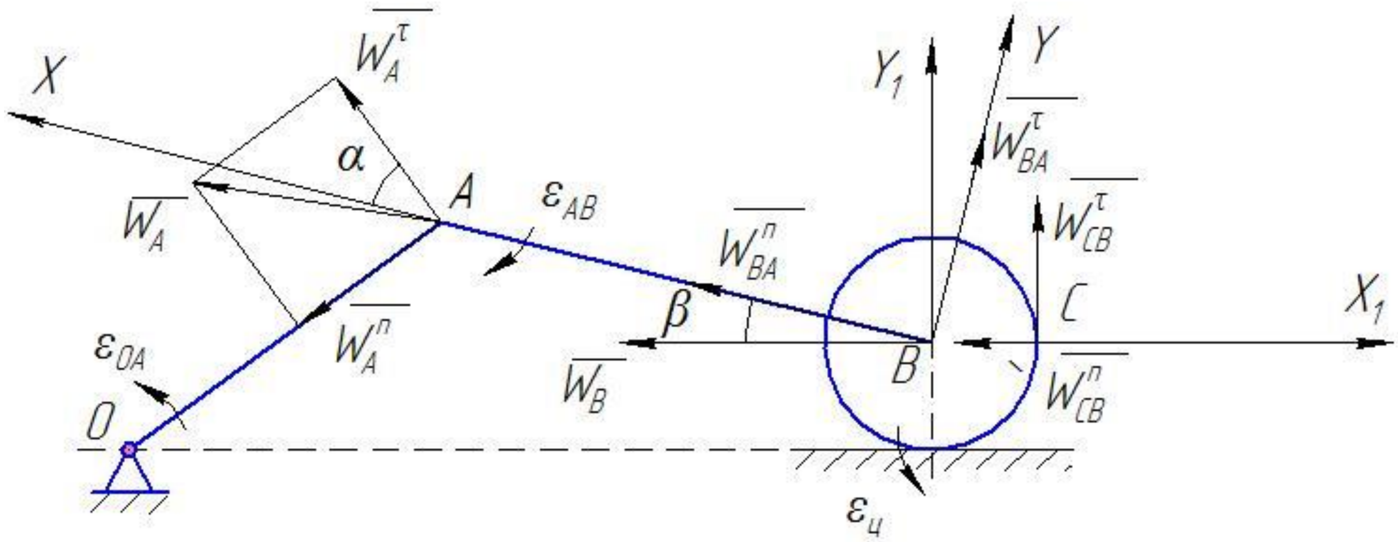


Рис. 10.

Направления векторов показаны на рисунке 10.

Модуль полного ускорения определим по формуле

$W_A = \sqrt{(W^n{}_A)^2 + (W^\tau{}_A)^2}$; $W_A = \sqrt{0{,}027^2 + 0{,}6^2}$; $W_A = 0{,}62 м/c^2$

Определим $W^n{}_{BA}$ и $W^\tau{}_{BA}$ по формулам; $W^n{}_{BA} = \omega^2{}_{AB} \cdot AB$, $W^\tau{}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$.

$W^n{}_{BA} = 0{,}6 м/c^2$; Модуль касательного ускорения звена АВ пока определить не можем, так как неизвестно угловое ускорение ε_{AB}. Поэтому на чертеже рис. 10 покажем направление вектора $W^n{}_{BA}$ и линию действия вектора $W^\tau{}_{BA}$, сам этот вектор пока направляем вдоль линии действия произвольно.

Для определения модуля W_B и $W^\tau{}_{BA}$ проектируем равенство (1) на оси координат XY.

X: $W_B \cos\beta = W^n{}_A \sin\alpha + W^\tau{}_A \cos\alpha + W^n{}_{BA}$, подставив численные значения векторов, замерив углы α, β на чертеже, определим $W_B = 1{,}13 м/c^2$.

Направление вектора W_B вначале мы показали произвольно вдоль линии по которой перемещается точка В. Результат подтвердил правильность нашего выбора, так как модуль W_B мы получили положительным.

Y: $-W_B \sin\beta = W^\tau{}_A \sin\alpha - W^n{}_A \cos\alpha + W^\tau{}_{BA}$

Из этого уравнения находим модуль $W^\tau{}_{BA}$, $W^\tau{}_{BA} = -0{,}308 м/c^2$.

Знак минус говорит о том, что вектор $W^\tau{}_{BA}$ направлен в противоположную сторону показанному на чертеже.

Определим $\varepsilon_{AB} = \dfrac{|W^\tau{}_{BA}|}{AB} = \dfrac{0{,}308}{0{,}6} = 0{,}51 c^{-2}$; Направления углового ускорения показываем на чертеже круговой стрелкой (рис.10).

Определяем ускорение точки С, лежащей на ободе цилиндра. За полюс принимаем точку В, так как модуль и направление вектора $\overline{W_B}$ мы уже определили

$$\overline{W_C} = \overline{W_B} + \overline{W^n{}_{CB}} + \overline{W^\tau{}_{CB}} \tag{2}$$

Вначале определим угловое ускорение цилиндра по формуле

$$\varepsilon_ц = \frac{d\omega_ц}{dt}; \ \omega_ц = \frac{V_B}{BC_V}; \ \varepsilon_ц = \frac{1}{BC_V}\frac{dV_B}{dt}; \ BC_V = 0{,}1м; \ \frac{dV_B}{dt} = W_B; \ \varepsilon_ц = \frac{1{,}13}{0{,}1} = 11{,}3c^{-2};$$

Направление углового ускорения совпадает с направлением угловой скорости, так как они получились одинакового знака.

$$W^n{}_{CB} = \omega^2{}_ц \cdot CB; \qquad W^n{}_{CB} = 5{,}6м/c^2; \qquad W^\tau{}_{CB} = \varepsilon_ц \cdot CB; \qquad W^\tau{}_{CB} = 1{,}13м/c^2.$$

Направления векторов показаны на рисунке 10.

Так как направление вектора ускорения точки С не известно, то вначале находим проекции этого вектора на оси X_1Y_1. А затем полное ускорение находим по формуле $W_C = \sqrt{W^2{}_{CX_1} + W^2{}_{CY_1}}$;

X_1: $W_{CX_1} = -W_B - W^n{}_{CB} = -6{,}73м/c^2$;

Y_1: $W_{CY_1} = W^\tau{}_{CB} = 1{,}13м/c^2$; $W_C = \sqrt{6{,}73^2 + 1{,}13^2}$; $W_C = 6{,}82м/c^2$.

Ответ: $V_A = 0{,}9м/c$; $\omega_{AB} = 1c^{-1}$; $V_B = 0{,}75м/c$; $V_C = 1{,}05м/c$; $W_A = 0{,}62м/c^2$; $W_B = 1{,}13м/c^2$; $\varepsilon_{AB} = 0{,}51c^{-2}$; $\omega_ц = 7{,}5c^{-1}$; $\varepsilon_ц = 11{,}3c^{-2}$; $W_C = 6{,}82м/c^2$.

Контрольные вопросы по разделу кинематики

плоского движения.

1. Дать определение плоскопараллельного движения.
2. Как определяются скорость и ускорение точек тела при вращательном движении?
3. Определение мгновенного центра скоростей. Случаи нахождения положения мгновенного центра скоростей.
4. Определение скоростей точек тела с помощью мгновенного центра скоростей.
5. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении.

III. Динамика

Механическая система.

Механической системой материальных точек или тел называется такая их совокупность, в которой положение или движение каждой точки (или тела) зависит от положения и движения всех остальных.

Силы, действующие на точки или тела системы, можно разделить на внешние и внутренние.

Внешними называются силы, действующие на точки системы со стороны точек или тел, не входящих в состав данной системы ($\bar{F}^e$).

Внутренними называются силы, действующие на точки системы со стороны других точек или тел этой же системы ($\bar{F}^i$).

Положение центра масс системы определяется его радиусом вектором, который определяется по формуле

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_j \bar{r}_j}{M}, \tag{1}$$

где $\bar{r}_j$ – радиусы-векторы точек, образующих систему.

$$x_c = \frac{\sum m_j x_j}{M};\ \ y_c = \frac{\sum m_j y_j}{M};\ \ z_c = \frac{\sum m_j z_j}{M}. \tag{2}$$

Уравнения (2) являются координатами, определяющими положение центра масс системы.

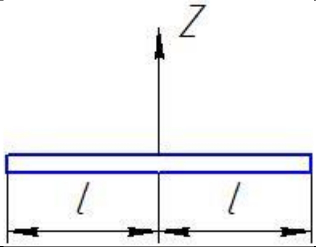
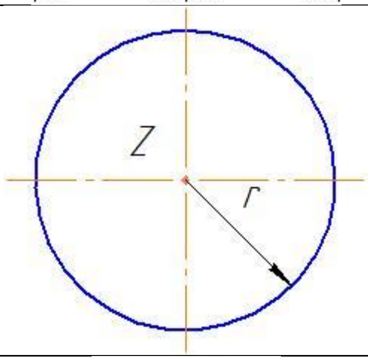
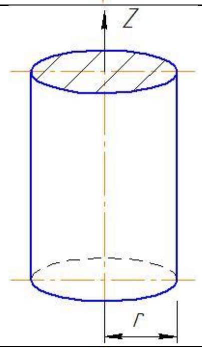
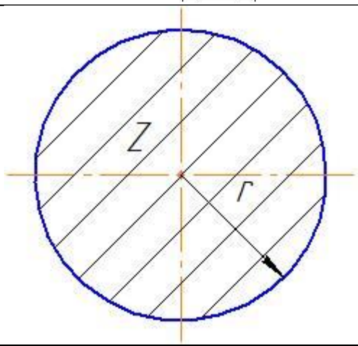
Момент инерции тела относительно оси.

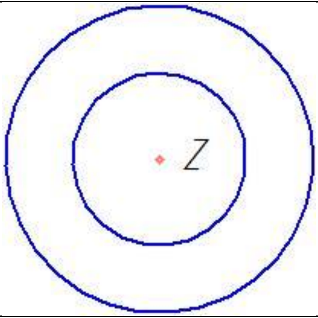
Моментом инерции тела (системы) относительно данной оси OZ называются скалярная величина, равная сумме произведений масс всех точек тела (системы) на квадраты их расстояний от этой оси.

$$J_z = \sum m_j r_j^{\,2}. \qquad (2)$$

Момент инерции некоторых однородных тел представлены в таблице 3.

Таблица 3

№ п/п	Наименование тела	Схема тела	Момент
1	Тонкий прямолинейный стержень		$J_z = \frac{Ml^2}{3}$
2	Кольцо, полый цилиндр		$J_z = Mr^2$
3	Круглый цилиндр		$J_z = \frac{Mr^2}{2}$
4	Тонкий круглый диск		$J_z = \frac{Mr^2}{2}$

5	Ступенчатый блок		$J_z = M\rho^2$ M – общая масса ρ – радиус инерции

Кинетическая энергия системы.

Кинетической энергией системы называется скалярная величина Т, равная арифметической сумме кинетических энергий всех точек системы.

$$T = \frac{\sum m_j v_j^{\,2}}{2} \qquad (3)$$

Кинетическая энергия является характеристикой и поступательного, и вращательного движения системы.

Если система состоит из нескольких тел, то её кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий этих тел.

$$T = \sum T_j;\ \left(j = 1\ldots n\right) \qquad (4)$$

Формулы для вычисления кинетической энергии тела при различных видах движения.

1. Поступательное движение.

В этом случае все точки тела движутся с одинаковыми скоростями. Для любой точки $V_j = V_C$, тогда кинетическая энергия тела определится по формуле:

$$T = \frac{1}{2} M V_C^{\,2} \qquad (5)$$

V_C – скорость центра масс тела;

M – масса тела.

2. Вращательное движение.

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то скорость любой его точки определяется по формуле $V_j = \omega \cdot r_j$, где ω – угловая скорость тела, r_j – расстояние от точки до оси вращения. кинетическая энергия тела в этом случае будет:

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2 \qquad (6)$$

J_z – момент инерции относительно оси вращения;

ω – угловая скорость тела.

3. Плоскопараллельное движение.

Плоскопараллельное движение твердого тела слагается из поступательного движения, при котором все точки тела движутся так же как полюс С (центр масс тела), и из вращательного движения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости движения и проходящей через полюс С. Формула, определяющая кинетическую энергию в этом случае имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} M V_C^{\,2} + J_C \omega^2 \qquad (7)$$

M – масса тела;

V_C – скорость центра масс тела;

J_C – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс системы.

Некоторые случаи вычисления работы сил.

1. Работа постоянной силы.

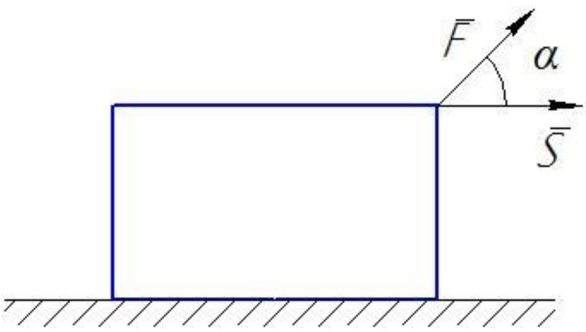


Рис. 1.

$\bar{F}$ – постоянная сила;

$\bar{S}$ – вектор перемещения точки приложения силы;

$\alpha - const$ – угол между векторами $\bar{S}$ и $\bar{F}$.

$$A = FS\cos\alpha \tag{8}$$

Если α острый, работа силы положительна, если тупой, то отрицательна. Если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то работа равна нулю.

2. Если сила не постоянна или угол между силой и перемещением точки приложения силы изменяется, то работа определяется по формуле:

$$dA = FdS\cos\alpha \tag{9}$$

или через проекции

$$dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz \tag{10}$$

F_x, F_y, F_z – проекции вектора силы на координатные оси;

dx, dy, dz – проекции вектора $d\bar{S}$ на те же оси.

$$A = \int_S \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right) \tag{11}$$

3. Работа силы тяжести.

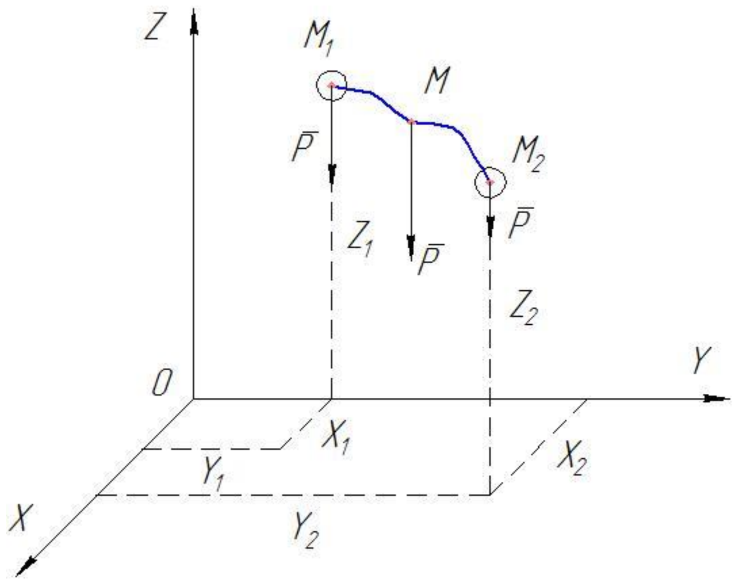


Рис. 2.

При перемещении точки М на неё действует сила тяжести $\bar{P}$.

Работа этой силы будет равна

$$dA = xdx + ydy + zdz \tag{12}$$

Проекции силы $\overline{P}$ на оси координат будут $x = 0,\ y = 0,\ z = -P,$ тогда получим $dA = -Pdz$;

$$A_{1,2} = -\int_{z_1}^{z_2} Pdz = P(z_1 - z_2);\ \ (z_1 - z_2) = h;$$

$$A_{1,2} = Ph; \tag{13}$$

h – высота, на которую опускается (поднимается) точка приложения силы.

В первом случае работа положительная, во втором отрицательна.

4. Работа силы при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси.

$$A = \int_{z_1}^{z_2} M_z d\varphi; \tag{14}$$

M_z – момент силы относительно оси вращения;

φ – угол поворота тела.

Работа положительна, если направление момента совпадает с направлением углового перемещения.

5. Работа силы упругости.

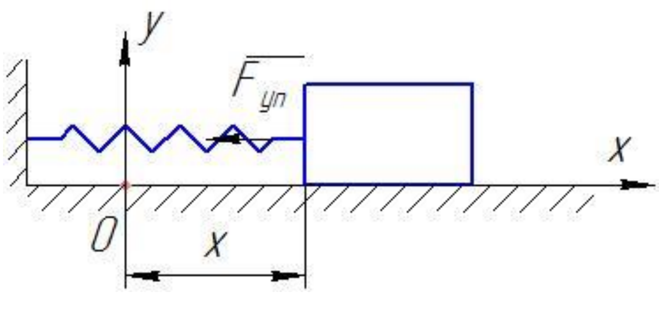


Рис. 3.

$$A = -\frac{cx^2}{2}; \tag{15}$$

$F_{уп} = cx$ – сила упругости,

c – жесткость пружины,

x – деформация пружины.

Для твёрдого тела сумма работ внутренних сил равна нулю

$$\sum dA_j^i = 0; \tag{16}$$

Теорема об изменении кинетической энергии материальной системы.

$$T_2 - T_1 = \sum A_j^e + \sum A_j^i; \tag{17}$$

Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на материальные точки системы на этом перемещении.

T_1 – кинетическая энергия системы в начальный момент времени;

T_2 – кинетическая энергия системы в конечный момент времени;

$\sum A_j^e$ – сумма работ внешних сил;

$\sum A_j^i$ – сумма работ внутренних сил.

Если $\sum A_j^i = 0$, то такая система называется неизменяемой. Тогда уравнение (17) примет вид

$$T_2 - T_1 = \sum A_j^e; \tag{18}$$

Изменение кинетической энергии твердого тела на некотором перемещении равно сумме работ внешних сил, действующих на тело на этом перемещении.

Задание 3.

Применение теоремы об изменении кинетической энергии системы к изучению движения механической системы.

Механическая система (рис. 4) состоит из груза 1, ступенчатого блока 2 с радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_2 = 0{,}2 м$ и блока 3. Блок 3 считать сплошным однородным с радиусом r.

Коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен f.

Тела системы соединены друг с другом нерастяжимыми нитями. Участки нитей параллельны соответствующим плоскостям.

Тело 1 движется из состояния покоя под действием силы F и проходит расстояние $S = 0{,}2 м$. При движении системы на шкив 2 действует постоянный момент M сил сопротивления. Каток 3 катится по плоскости без скольжения.

Определить скорость груза 1 (V_1) или угловую скорость ступенчатого блока (ω_3), или скорость центра масс катка 3 (V_c), или угловую скорость катка, когда перемещение станет равным $S = 0{,}2 м$.

Варианты задания, исходные данные, определение искомых величин выдаётся преподавателем.

Таблица 4.

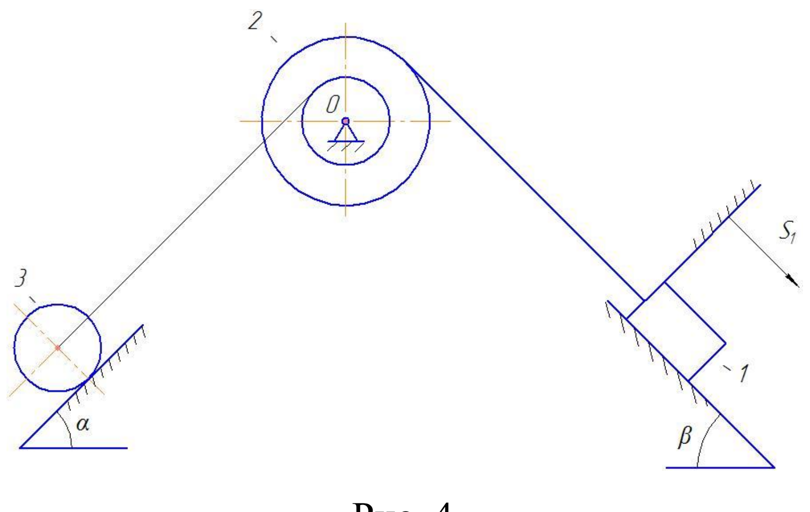


Рис. 4

$$R_2 = 2r_2;$$

$$r_2 = r_3 = r.$$

Пример выполнения задания 3.

Дано:

Механическая система (рис. 5) приводится в движение постоянной силой $F = 10H$ из состояния покоя, коэффициент трения груза о плоскость $f = 0{,}1$; Масса тел соответственно $m_1 = 4кг$, $m_2 = 3кг$, $m_3 = 2кг$, $\rho_3 = 0{,}4м$ (радиус инерции третьего тела); $M = 0{,}5H \cdot м$, $R_2 = 2r$; $r = 0{,}2м$; $r_2 = r_2 = r$. Каток 2 – сплошной однородный цилиндр. Определить скорость первого тела на перемещении $S = 0{,}2м$; $\beta = 60^\circ$, $\alpha = 30^\circ$.

Таблица 4.

№	α	β	r	m_1	m_2	m_3	F	M	f	Определить

	град	*град*	*м*	*кг*	*кг*	*кг*	*Н*	$Н \cdot м$		
0	*45*	*30*	*0,4*	*6*	*4*	*2*	*20*	*1,2*	*0,2*	V_1
1		*45*	*0,3*	*5*	*2*	*2*	*30*	*0,6*	*0,1*	ω_2
2		*60*	*0,5*	*8*	*4*	*2*	*20*	*1,8*	*0,1*	V_C

Продолжение таблицы 4.

№	α	β	r	m_1	m_2	m_3	F	M	f	Определить
	град	*град*	*м*	*кг*	*кг*	*кг*	*Н*	$Н \cdot м$		
3		*0*	*0,6*	*6*	*2*	*1*	*40*	*0,3*	*0,2*	ω_3
4		*90*	*0,2*	*5*	*1*	*2*	*30*	*1,5*	*0*	V_1
5	*30*	*30*	*0,3*	*8*	*3*	*3*	*20*	*0,9*	*0,1*	ω_2
6		*45*	*0,5*	*6*	*2*	*1*	*30*	*0,3*	*0*	V_C
7		*60*	*0,4*	*5*	*1*	*2*	*40*	*0,1*	*0,1*	ω_3
8		*0*	*0,2*	*8*	*4*	*1*	*30*	*0,6*	*0,2*	V_1
9		*90*	*0,6*	*9*	*5*	*0,8*	*10*	*0,9*	*0*	ω_2
10	*60*	*30*	*0,5*	*6*	*2*	*2*	*20*	*1,2*	*0,3*	V_C
11		*45*	*0,2*	*5*	*3*	*2*	*30*	*0,6*	*0,1*	ω_2
12		*60*	*0,4*	*8*	*2*	*2*	*40*	*0,3*	*0,2*	V_1
13		*0*	*0,6*	*9*	*4*	*2*	*40*	*0,1*	*0,1*	ω_3
14		*90*	*0,3*	*10*	*5*	*2*	*10*	*0,2*	*0*	V_C
15	*0*	*30*	*0,5*	*6*	*3*	*2*	*20*	*0,6*	*0,1*	ω_2
16		*45*	*0,2*	*8*	*4*	*1*	*30*	*0,3*	*0,2*	V_1
17		*60*	*0,3*	*5*	*3*	*2*	*40*	*0,4*	*0,1*	ω_3
18		*0*	*0,1*	*9*	*4*	*2*	*40*	*0,9*	*0,1*	V_C
19		*90*	*0,2*	*10*	*5*	*3*	*20*	*1,2*	*0*	ω_2
20	*90*	*30*	*0,2*	*6*	*2*	*2*	*20*	*0,6*	*0,1*	V_1
21		*45*	*0,3*	*8*	*5*	*3*	*30*	*0,3*	*0,2*	ω_2
22		*60*	*0,4*	*5*	*2*	*1*	*40*	*0,2*	*0,1*	V_C
23		*0*	*0,5*	*9*	*4*	*3*	*40*	*0,1*	*0,2*	ω_3
24		*90*	*0,6*	*10*	*1*	*2*	*30*	*0,9*	*0*	V_1

25	*25*	*30*	*0,1*	*8*	*4*	*2*	*20*	*0,6*	*0,1*	ω_2
26		*45*	*0,4*	*5*	*2*	*1*	*30*	*0,3*	*0,1*	V_C
27		*60*	*0,2*	*6*	*3*	*2*	*40*	*0,1*	*0,2*	ω_3
28		*0*	*0,3*	*9*	*4*	*3*	*25*	*0,9*	*0,1*	V_1
29		*90*	*0,5*	*10*	*5*	*2*	*10*	*1,2*	*0*	V_C

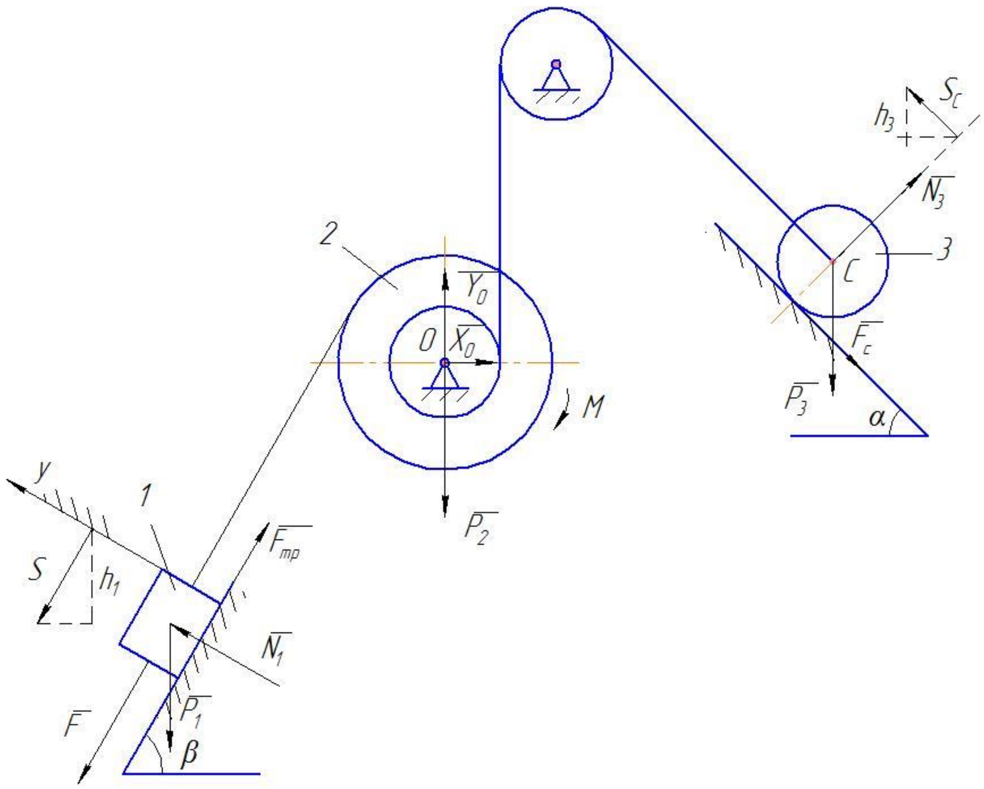


Рис. 5.

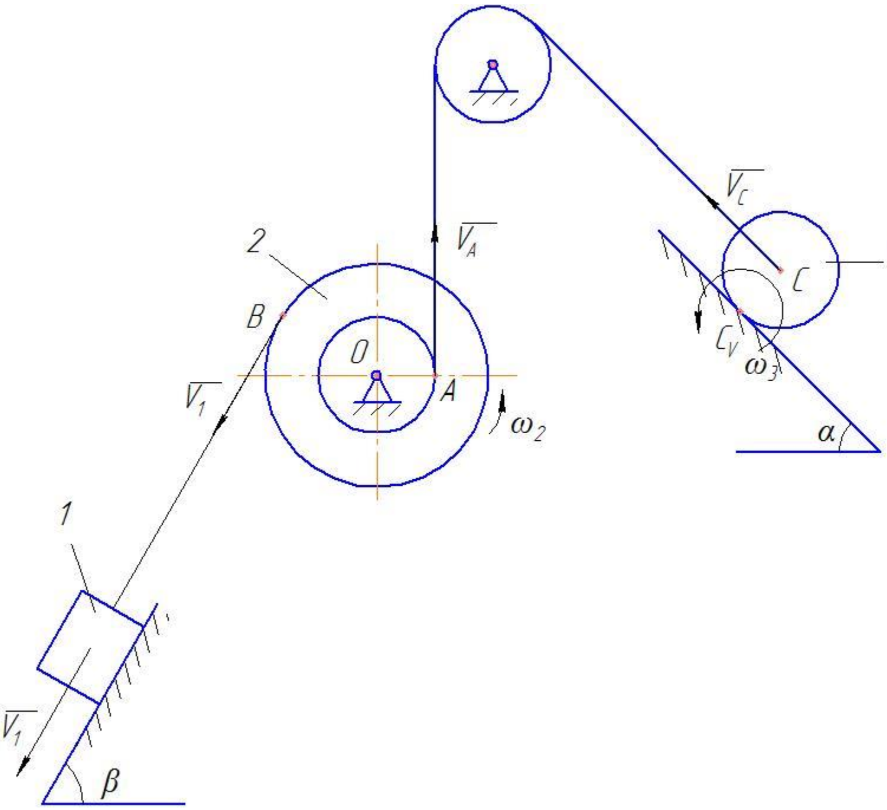


Рис.6.

Для решения задания воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемой системы

$$T - T_O = \sum A_j^e;$$

T_O – кинетическая энергия системы в начальный момент времени;

T – кинетическая энергия системы в конечный момент времени;

$\sum A_j^e$ – сумма работ внешних сил, приложенных к системе.

Так как в начальный момент система находилась в состоянии покоя, то $T_O = 0$; и уравнение примет вид $T = \sum A^e$.

Найдём кинетическую энергию системы Т в конечном её положении.

Кинетическая энергия рассматриваемой системы равна сумме кинетических энергий тела 1, 2, 3.

$$T = T_1 + T_2 + T_3 .$$

Первое тело движется поступательно, то его кинетическая энергия определяется по формуле

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} .$$

Кинетическая энергия ступенчатого блока 2, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{oz} \omega_2^2 ,$$

J_{oz} – момент инерции блока относительно оси вращения,

$$J_{oz} = m_2 \rho^2 ;$$

ρ – радиус инерции,

ω_2 – угловая скорость блока.

Кинетическая энергия катка 3, совершающего плоское движение

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_3^2 ;$$

V_C – скорость центра масс С катка;

J_C – момент инерции катка относительно его центральной оси;

$$J_C = \frac{m_3 r_3^2}{2} ;$$

ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_C, угловые скорости ω_2 и ω_3 через скорость V_1 груза 1 (рис.6).

Скорость точек обода ступенчатого блока $V_B = V_1$; $V_A = \omega_2 \cdot r_2 = \omega_2 r$; $V_B = \omega_2 \cdot R_2$; $\omega_2 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{V_1}{2r}$; $V_C = V_A = \omega_2 r_2$; $V_C = \frac{V_1 \cdot r}{2r} = \frac{V_1}{2}$.

Так как каток 3 катится без скольжения, то мгновенный центр скоростей катка C_V находится в точке касания его с неподвижной поверхностью. Поэтому $\omega_3 = \frac{V_C}{CC_V} = \frac{V_C}{r_2}$; $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$.

При подстановке найденных зависимостей в уравнение кинетических энергий тел получим:

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{4V_1^2}{2} = 2V_1^2; \qquad T_2 = \frac{1}{2} m_2 \rho^2 \frac{V_1^2}{4r^2} = \frac{m_2 V_1^2 \cdot 0{,}16}{0{,}16} = m_2 V_1^2 = 3V_1^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2}\frac{m_3 r_3^2}{2} \cdot \frac{V_1^2}{4r_3^2} + \frac{1}{2} m_3 \frac{V_1^2}{4} = \frac{3}{16} m_3 V_1^2 = \frac{3}{16} \cdot 2V_1^2 = \frac{3}{8} V_1^2; \qquad T = 2V_1^2 + 3V_1^2 + \frac{3}{8} V_1^2 = 5{,}375 V_1^2.$$

Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на заданном её перемещении S (рис.5).

На груз 1 действуют силы: вес $\overline{P}_1$; нормальная реакция $\overline{N}_1$, сила трения $\overline{F}_{тр}$, направленная противоположно скорости груза 1, сила F.

На ступенчатый блок 2 действуют силы: вес $\overline{P}_2$, реакция в подшипнике в т. О, момент сопротивления М. К катку 3 приложены силы: вес $\overline{P}_3$, сила сцепления $\overline{F}_C$, препятствующая скольжению катка, нормальная реакция $\overline{N}_3$.

Работа силы P_1: $A(P_1) = P_1 \cdot h_1$; $h_1 = S \sin\beta = 0{,}2 \cdot 0{,}87 = 0{,}174 м$;

$P_1 = m_1 g$; $A(P_1) = 4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}174 = 6{,}82 Дж$; $A(F) = F \cdot S = 10 \cdot 0{,}2 = 2 Дж$;

Работа силы трения $F_{тр}$: $A(F_{тр}) = -F_{тр} \cdot S$; $F_{тр} = f \cdot N_1$.

Для определения N_1 составим дифференциальное уравнение движения груза 1 в проекции на ось Y: $m_1 \ddot{y} = N_1 - P_1 \cos 60$; учитывая что проекция ускорения груза 1 на ось $\ddot{y} = 0,$ получим: $0 = N_1 - P_1 \cos 60$;

$N_1 = P_1 \cos 60$; $N_1 = 4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 19{,}6 Н$; $F_{тр} = 0{,}1 \cdot 19{,}6 = 1{,}96 Н$;

$$A(F_{тр}) = -1{,}96 \cdot 0{,}2 = -0{,}392 Дж.$$

Работа момента M сил сопротивления: $A(M) = -M \cdot \varphi_2$; $\omega_2 = \dfrac{V_1}{2r}$,

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}, \quad V_1 = \frac{dS}{dt}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{1}{2r}\frac{dS}{dt}, \quad \int_0^{\varphi_2} d\varphi_2 = \frac{1}{2r}\int_0^S dS, \quad \varphi_2 = \frac{S}{2r} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5,$$

$$A(M) = -0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25 Дж.$$

Работа силы тяжести P_3: $A(P_3) = -P_3 \cdot h_3$; $h_3 = S_C \sin\alpha$.

Перемещение S_C также выразим через S: $V_C = \dfrac{V_1}{2}$,

$$V_C = \frac{dS_C}{dt}, \quad \frac{dS_C}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dS}{dt}, \quad \int_0^{S_C} dS_C = \frac{1}{2}\int_0^S dS, \quad S_C = \frac{1}{2}S.$$

$$A(P_3) = -m_3 g \cdot \frac{S}{2}; \qquad A(P_3) = -2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{0{,}2}{2} = -1{,}96 Дж.$$

$A(\overline{N}_1) = 0$, т.к. угол между силой N_1 и перемещением точки её приложения равен 90°, а $\cos 90^\circ = 0$.

$A(\overline{P}_2) = 0$, $A(\overline{X}_0, \overline{Y}_0) = 0$, т.к. они приложены к неподвижной точке.

$A(\overline{N}_3) = 0$, $A(\overline{F}_C) = 0$, т.к. эти силы приложены к мгновенному центру скоростей.

Сумма работ всех сил, приложенных к рассматриваемой системе равна $\sum A_j^e = A(P_1) + A(F) + A(F_{тр}) + A(M) + A(P_3)$,

$$\sum A_j^e = 6{,}82 + 2 - 0{,}392 - 0{,}25 - 1{,}96 = 6{,}218 Дж.$$

Приравнивая T и $\sum A_j^e$ получим:

$$5{,}375 V_1^2 = 6{,}218, \qquad V_1 = \sqrt{\frac{6{,}218}{5{,}375}} = 1{,}076 м/с.$$

Ответ: $V_1 = 1{,}076 м/с$.

Вопросы для защиты курсовой работы по динамике.

1. Дать определение внешних и внутренних сил.
2. Выразить формулы, определяющие кинетическую энергию тел при различных видах движения.
3. Как определяется работа сил тяжести, силы трения, постоянной по величине силы, момента.
4. Сформулировать теорему об изменении кинетической энергии механической системы.