

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности

А.А. Папфилов

« 30 » 08 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

"Высшая математика"

Направление подготовки 13.03.03 « Энергетическое машиностроение »

Профиль подготовки « Двигатели внутреннего сгорания »

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практи- ческие занятия час.	Лабора- торные работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экз./ зачет)
1	4 / 144	36	36	-	45	Экзамен (27)
2	3 / 108	36	36		9	Экзамен (27)
3	3 / 108	36	36	-	36	Зачёт
Итого	10 / 360	108	108	-	90	Экзамен (2) (54) ; зачёт

Владимир 2019

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины "Высшая математика" являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

Задачи:

- изучить основные положения математики;
- научиться применять методы математики для решения прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Высшая математика» относится к базовой части учебного плана подготовки бакалавров по направлению 13. 03.03 « Энергетическое машиностроение ».

Пререквизиты дисциплины : дисциплина опирается на знание предметов основной образовательной программы среднего (полного) общего образования: «математика».

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «Высшая математика» обучающимися позволит им :

- а) применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- б) строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- в) использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП :

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
ОПК - 2.Способность применять соответствующий физико- математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Частичное	Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной и векторной алгебры, теории рядов, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики. Уметь: применять теоретические знания при решении профессиональных задач, проводить анализ и обработку экспериментальных данных. Владеть: основными приемами математического моделирования и методами решения математических задач.

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет **10 зачетных единиц (360 часов)**.

Распределение трудоёмкости по видам занятий представлено в таблице.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Определители	1	1-2	3	3		5	2 /33%	
2	Матричное исчисление	1	2-3	3	3		5	1 /17%	
3	Системы линейных алгебраических уравнений	1	4-5	4	4		7	2 /25%	Рейтинг-контроль 1
4	Векторная алгебра	1	6-8	6	6		7	3 / 25%	
5	Элементы аналитической геометрии	1	9-12	8	8		7	4 /25%	
6	Введение в математич-й анализ	1	13-15	5	5		5	2 /20%	Рейтинг-контроль 2
7	Производная, техника дифференцирования. Неявные функции.	1	15-17	4	4		6	2 /33%	
8	«Логарифмическое» и параметрическое дифференцирование.	1	17-18	2	2		2	1 /50%	
9	Основные теоремы дифференциального исчисления	1	18	1	1		2	1 /50%	Рейтинг-контроль 3
Всего за 1-й семестр:				36	36		45	18 / 25%	Экзамен (27)
1	Исследование функций. Дифференциал и его приложения.	2	1-2	4	4		1	2 /25%	
2	Экстремумы функций. Задачи «оптимизации».	2	3-4	4	4		2	2 /25%	
3	Касательная и нормаль к линии. Физ.-мех. приложения производной. Правило Лопитала.	2	5-7	5	5		-	2 /20%	Рейтинг-контроль 1
4	Понятие первообразной. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов.	2	7-8	3	3		-	1 /17%	
5	Основные методы интегрирования	2	9-12	7	7		2	3 /22%	
6	Понятие определенного интеграла, и его свойства и geometr-й смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие о несобств-х интегралах.	2	12-13	2	2		-	1 / 25%	
7	Приложения определенного интеграла.	2	13-15	5	5		2	3 /30%	Рейтинг-контроль 2
8	Функции многих переменных. Основные понятия. Пределы и непрерывность. Линии и поверхности уровня. Скалярное поле.	2	16	1	1		-	1 /50%	

9	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент. Высшие производные, теорема Шварца..	2	16	1	1	-	1 / 50%	
10	Экстремумы. Необходимые и достаточные условия (случай двух переменных). Исследование функции в замкнутой ограниченной области. Условный экстремум.	2	17-18	4	4	2	2 / 25%	Рейтинг-контроль 3
Всего за 2 семестр:				36	36	9	18 / 25%	Экзамен (27)
1	Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения. Класс, порядок уравнения. Общий интеграл и интегральные кривые.	3	1	2	2	4	-	
2	Основные типы уравнений 1-го порядка. Теорема и задача Коши.	3	2-3	4	4	4	2 / 25%	
3	Уравнения высших порядков. Линейные ур-я со специальной правой частью. Метод вариации.	3	4-5	4	4	4	2 / 25%	Рейтинг-контроль № 1
4	Решение прикладных задач с помощью дифференц-х уравнений.	3	6-7	4	4	4	2 / 25%	
5	Случайные события, алгебра событий. Основные аксиомы и теоремы. Геометрическая вероятность.	3	8-9	3	3	4	2 / 33%	
6	Повторные независимые испытания. Биномиальный закон, теорема Лапласа. Производящая функция.	3	9-11	4	4	4	2 / 25%	Рейтинг-контроль № 2
7	Случайные величины и их основные характеристики. Законы распределения случайных величин. Функция надёжности.	3	11-13	5	5	4	2 / 20%	
8	Числовые и функциональные ряды – общие понятия и терминология. Признаки сходимости.	3	14-15	3	3	4	2 / 33%	
9	Степенные ряды, основные теоремы. Ряды Тейлора и стандартные разложения функций. Приближённые вычисления с помощью рядов	3	15-16	3	3	2	2 / 33%	Рейтинг-контроль № 3
10	Ряды Фурье и их применение в механике и физике.	3	17-18	4	4	4	2 / 25%	
Всего за 3 семестр				36	36	36	18 / 25%	Зачёт
Наличие в дисциплине КП/КР		-						
Итого по дисциплине				108	108	90	90 / 25%	Экзамен-2 (54), зачёт

**Содержание лекционных занятий по дисциплине
(тематический план курса)
I семестр.**

I. Линейная алгебра.

1.1 Определители, их свойства и вычисление. 1.2. Матрицы, действия над ними. Обратная матрица. 1.3. Системы линейных уравнений. Терминология. 1.4. Методы Гаусса и Крамера. 1.5. Применение компьютерных технологий (программы «Matrix» и « Solver ») в алгебре.

II. Векторная алгебра.

2.1. Векторы и действия над ними. 2.2. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе. 2.3. Системы координат на плоскости и в пространстве. Радиус- вектор и направляющие косинусы. 2.4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. 2.5. Применение векторных операций в геометрии.

III. Аналитическая геометрия.

- 3.1.** Декартовы координаты. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.
3.2. Прямая на плоскости, различные способы её задания. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. **3.3.** Плоскость в пространстве, расстояние от точки до плоскости. **3.4.** Прямая в пространстве, ее уравнения. **3.5** Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

IV. Введение в анализ.

- 4.1.** Действительные числа. Множества и логическая символика. Понятие о функции и её графике. Элементарные функции. Обратная функция. **4.2.** Последовательности и их пределы. Число «е», натуральные логарифмы и их свойства. **4.3.** Предел функции, основные теоремы о пределах. **4.4.** Замечательные пределы и следствия из них. Понятие о бесконечно малых и больших величинах. **4.5.** Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

V. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

- 5.1.** Понятие производной, правила дифференцирования. «Табличные» производные. **5.2.** Дифференцирование композиции функций. **5.3.** Неявные и параметрически заданные функции. **5.4.** Высшие производные. **5.6.** Основные теоремы дифференциального исчисления.

II семестр.

VI. Приложения производной.

- 6.1.** Исследование функций с помощью производных. Асимптоты графика функции. **6.2.** Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с его помощью. **6.3.** Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны. **6.4.** Физико - механические приложения производной. Задачи оптимизации. **6.5.** Правило Лопиталья.

VII. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).

- 7.1.** Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов. **7.2.** Основные методы интегрирования. **7.3.** Понятие о «неберущихся» интегралах. Теорема Коши о существовании первообразной.

VIII. Определенный интеграл.

- 8.1.** Понятие определенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла и его геометрический смысл. **8.2.** Интегральные неравенства и оценки. **8.3.** Понятие о несобственных интегралах..

IX. Приложения определенного интеграла.

- 9.1.** Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах. **9.2.** Расчет длин линий (в различных координатах). **9.3.** Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения. **9.4.** Решение задач механики и физики.

X. Функции, зависящие от нескольких переменных.

- 10.1.** Общие понятия и терминология. Топология в \mathbb{R}^2 и \mathbb{R}^3 . Пределы и непрерывность. Поверхности в пространстве. **10.2.** Частные производные. Высшие производные, теорема Шварца. **10.3.** Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

XI. Приложения частных производных.

- 11.1.** Полный дифференциал и приближенные вычисления. **11.2.** Касательная плоскость и нормаль к поверхности. **11.3.** Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных). **11.4.** Исследование функции в замкнутой ограниченной области. **11.5.** Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

III семестр

ХII. Дифференциальные уравнения.

12.1. Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения. Порядок и класс уравнения. Общий интеграл и интегральные кривые. 12.2. Основные типы уравнений 1-го порядка. 12.3. Уравнения высших порядков, методы понижения. 12.4. Задача Коши и теорема Коши. Особые решения. 12.5. Комплексные числа. Основные понятия и операции. 12.6. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами (однородные и со специальной правой частью). Общие принципы их решения. 12.7. Метод вариации констант. 12.8. Задачи механики и физики, приводящие к дифференциальным уравнениям.

ХIII. Элементы теории вероятностей.

4.1. Случайные события, алгебра событий. Классическое и статистическое определение вероятности. Основные теоремы и аксиомы. 4.2. Повторные независимые испытания. Биномиальный закон и предельные теоремы Лапласа. Производящая функция. 4.3. Дискретные и непрерывные случайные величины, их основные характеристики. 4.4. Основные законы распределения. Закон больших чисел. 4.5. Функция надёжности.

ХIV. Основы теории рядов.

3.1. Числовые и функциональные ряды – общие понятия, терминология и теоремы. 3.2. Степенные ряды - основные теоремы и стандартные разложения. 3.3. Приближенные вычисления с помощью разложения в ряд. 3.4. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов. 3.5. Ряды Фурье и их применение в механике и физике.

Содержание практических занятий по дисциплине

I семестр

Раздел 1. Определители.

Тема 1. Примеры и вычисление определителей второго порядка; третьего порядка по правилу Саррюса (методом треугольников).

Тема 2. Анализ свойств определителей.

Тема 3. Вычисление определителей третьего и четвёртого порядка методом приведения к треугольному виду, методом понижения порядка.

Раздел 2. Матричное исчисление.

Тема 1. Матрицы и действия над ними.

Тема 2. Построение матрицы, обратной к данной матрице.

Тема 3. Решение матричных уравнений.

Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 1. Решение систем методами Гаусса и Крамера.

Тема 2. Обратноматричный метод решения систем.

Раздел 4. Векторная алгебра

Тема 1. Простейшие операции с векторами.

Тема 2. Различные виды операции перемножения векторов.

Тема 3. Действия с векторами в системе координат..

Тема 4. Приложения векторной алгебры к задачам геометрии и механики.

Раздел 5. Элементы аналитической геометрии

Тема 1. Множества точек на плоскости. Прямые на плоскости.

Тема 2. Кривые 2-го порядка, их свойства.

Тема 2. Плоскость и прямая в пространстве.

Тема 4. Анализ взаимного расположения линий и поверхностей на плоскости и в пространстве.

Раздел 6. Введение в математический анализ.

Тема 1. Действительные, комплексные числа и операции над ними.

Тема 2. Основные элементарные функции и их графики.

Тема 3. Вычисление пределов числовых последовательностей.

Тема 4. Основные приёмы вычисления пределов функций..

Тема 5. Исследование функций на непрерывность

Раздел 7. Производная.

Тема 1. Техника дифференцирования.

Тема 2. Дифференцирование сложной и неявной функции..

Тема 3. «Логарифмическое» дифференцирование.

II семестр

Раздел 1. Исследование функций.

Тема 1. Определение участков возрастания и убывания функций.

Тема 2. Вычисление локальных экстремумов.

Тема 3. Определение участков выпуклости и вогнутости графика функции. Точки перегиба.

Тема 4. Нахождение асимптот кривой.

Тема 5. Проведение полного исследования и построение графиков функций.

Раздел 2. Приложения производной.

Тема 1. Дифференциал и его применение.

Тема 2. Вычисление пределов по правилу Лопиталья

Тема 3. Геометрические и механические приложения производной.

Тема 4. Решение прикладных задач.

Раздел 3. Неопределённый интеграл.

Тема 1. Табличное интегрирование.

Тема 2. Замена переменной в неопределённом интеграле.

Тема 3. Метод интегрирования по частям.

Тема 4. Методы интегрирования различных классов функций

Раздел 4. Определённый интеграл.

Тема 1. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

Тема 2. Замена переменной в определённом интеграле.

Тема 3. Исследование несобственных интегралов.

Раздел 5. Приложения интегралов.

Тема 1. Вычисление площадей плоских фигур.

Тема 2. Вычисление длины дуги плоской кривой.

Тема 3. Вычисление площади поверхности и объёма тела вращения.

Тема 4. Приложение определённого интеграла к задачам физики и механики..

Раздел 6. Функции многих переменных.

Тема 1. Определение линий уровня функции. Расчёт пределов.

Тема 2. Вычисление частных производных.

Тема 3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 4. Производная по направлению и градиент.

Раздел 7. Приложения частных производных.

Тема 1. Вычисление «абсолютных» экстремумов. Условные экстремумы.

Тема 2. Исследование функций в ограниченной (замкнутой) области.

Тема 3. Решение прикладных задач (на использование понятия «экстремум»)..

III семестр

Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.

Тема 1. Методы поиска общего решения различных типов уравнений 1-го порядка.

Тема 2. Задачи с начальными условиями. Построение интегральных кривых. Особые решения.

Раздел 2. Уравнения высших порядков.

Тема 1. Уравнения, допускающие понижения порядка. Методы их решения.

Тема 2. Линейные уравнения 2-го порядка (однородные и со специальной правой частью).

Тема 3. Метод вариации констант в линейных уравнениях.

Тема 4. Решение прикладных задач.

Раздел 3. Классическая вероятность.

Тема 1. Элементы комбинаторики. Геометрические вероятности.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Тема 3. Условная вероятность. Теоремы полной вероятности и Байеса.

Раздел 4. Повторные независимые испытания.

Тема 1. Формула Бернулли.

Тема 2. Предельные теоремы Лапласа.

Раздел 5. Случайные величины.

Тема 1. Дискретные случайные величины и их характеристики.

Тема 2. Биномиальный и пуассоновский законы распределения.

Тема 3. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная и интегральная функции распределения вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия.

Тема 4. Равномерный и нормальный законы распределения. Их числовые характеристики.

Тема 5. Показательное распределение и функция надёжности.

Раздел 6. Числовые и функциональные ряды.

Тема 1. Сходимость числовых рядов.

Тема 2. Определение области сходимости функциональных рядов. Степенные ряды.

Тема 3. Ряды Тейлора и их применение к приближённым вычислениям и вычислению пределов.

Тема 4. Ряды Фурье и их применения.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Высшая математика» используются разнообразные образовательные технологии - как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

5.1. Активные и интерактивные формы обучения

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия .
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций .
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объём занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет **54 часа (25 %)**.

5.2. Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

5.3. Мультимедийные технологии обучения

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

5.4. Лекции приглашенных специалистов

В рамках учебного курса «Высшая математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

5.5. Рейтинговая система обучения

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Высшая математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчетов.

I семестр.

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 1 « Определители и матрицы. Решение линейных систем ».

Примерный вариант.

1. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

2. Решить систему линейных уравнений (методами Гаусса, Крамера и матричным).
Пояснить ход решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное неравенство (т.е. найти все подходящие значения x) :

$$\det \begin{pmatrix} x+2 & x^3+8 \\ -4 & 5-2x \end{pmatrix} \leq 0.$$

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 2 « Векторы и геометрия ».

Примерный вариант.

- Дано: $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$, $|\vec{a}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$, $(\vec{c}, \vec{a}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти величину проекции вектора \vec{a} на вектор \vec{b} . Сделать схематический рисунок.
- При каком значении t векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?
- Даны три вершины трапеции: $A(-1,2)$, $B(3,0)$, $C(2,5)$. Найти координаты ее четвертой вершины D и длину средней линии, если известно, что $AB \parallel CD$ и диагонали перпендикулярны.

4. Даны прямые: $-7x + 3y + 4z = 0$ и $2x + 3 = 0$.
Найти угол между прямыми. Дать иллюстрацию в системе координат.
5. Даны уравнения плоскостей: $x + 3y - 2z + 1 = 0$ и $-2x + y + 3z + 6 = 0$.
Написать уравнение линии их пересечения и найти расстояние от нее до плоскости $-4x + 2y + 6z - 3 = 0$.

**Контрольная работа к рейтинг - контролю № 3
« Введение в математический анализ ».**

Примерный вариант.

1. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что $\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 3| = 1$.
- 2 а). Вычислить пределы последовательностей $\{a_n\}$, указав характер предела – тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n - 5}{4 - 5n - 3n^2}; \quad a_n = \left(\frac{2n - 1 - 3n^2}{4 - 5n - 3n^2} \right)^{1-2n}$$

- 2 б). Вычислить пределы функций (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых: величин:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \operatorname{arccotg}(x)}$$

3. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

- 4 а). Проверить, удовлетворяет ли функция $y = -x \cos(x) + 3x$ данному уравнению: $xy' = y - x^2 \cdot \sin(x)$.
- 4 б). Найти производные функций и указать их область определения.

$$y = \frac{5x - 6}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}; \quad y = \arcsin(2x - 1) \cdot \ln(\cos x).$$

II семестр.

**Контрольная работа к рейтинг - контролю № 1
« Приложения производной ».**

Примерный вариант.

1. Найти производную $y'(x)$ неявной функции $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$
2. Найти угол между кривыми $y = \frac{x+1}{x+2}$ и $y = \frac{x^2+4x+8}{16}$. Дать схематический рисунок.
3. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

4. Используя правило Лопиталья, найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$.

5. Исследовать функцию $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ и построить ее график.

6. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции): $\sin^4 64^\circ$.
Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

7. В точках пересечения линий $x + y + 1 = 0$ и $y = 4x - x^2 - 5$ построены нормали к параболе. Найти площадь треугольника, образованного этими нормальями и отрезком, соединяющим точки пересечения линий. Сделать рисунок.

Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2
«Техника интегрирования».

Примерный вариант.

1. Вычислить неопределенные интегралы (найти первообразные!); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием:

а) $\int \operatorname{arccotg}(\sqrt{x}) dx$; б) $\int (2 - x^4) / (x^3 + 8) dx$; в) $\int 1 / (5 + \sqrt[3]{1-x}) dx$;
 г) $\int \sin x / (\cos x - \operatorname{ctg} x) dx$; д) $\int (e)^{\cos 2x} \sin 4x dx$; е) $\int \ln^2 x / (\sqrt{x}) dx$;

Указания: а), е) - интегрирование по частям;

б) - интегрирование рациональной дроби - выделить целую часть и разложить знаменатель на множители;

в) - замена $t = \sqrt[3]{1-x}$; г) - выделение полного квадрата; д) внесение под знак "d";

е) - универсальная тригонометрическая подстановка (УТП: $t = \operatorname{tg}(x/2)$);

2. Вычислить определенные интегралы, указав смысл полученного результата.

$\int_1^2 x \ln^2 x dx.$ $\int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx.$ $\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx.$ $\int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 3
«Исследование функций нескольких переменных».

Примерный вариант.

- Найти частные производные первого порядка, если $x + y + z = e^z$.
- Вычислить приближенно $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$.
- Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
- Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$.
- Найти производную функции $f(x, y, z) = x^2 + z^3 - xyz$ в точке $M(1, 1, 2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(-9, 5, -1)$.

III семестр.

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 1.
«Методы решений дифф-х уравнений 1-го порядка».

Примерный вариант.

- Указать тип уравнения и найти общее решение:
 - $dy = (2x-1) \cdot \operatorname{ctg}(y) dx$
 - $y' \sin x = y \cdot \ln(y)$
 - $dy / dx = \sin(x-y)$
- Найти частное решение дифференциального уравнения $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3; y(0) = 0$
- Определить тип уравнения и решить задачу Коши. Сделать проверку и пояснить решение.
 - $y' - y \cos x = \sin 2x, y(0) = -1$
 - $2(y^3 - y + xy) dy = dx, y|_{x=-2} = 0$
 - $(x^3 + 1)y' + 4xy = 3, y(0) = 0$

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 2.
«Классическая вероятность и независимые испытания».

Примерный вариант.

1. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.
2. По цели производят 5 выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,75. Найдите вероятность:
а) ровно четырёх попаданий, б) не менее четырёх попаданий, в) менее трёх попаданий.
3. В магазин на продажу поступили холодильники с трёх заводов. Продукция с первого завода содержит 10% холодильников с дефектом, второго – 15% и третьего – 5%. Какова вероятность приобретения исправного холодильника, если в магазин поступило 25 холодильников с первого завода, 30 – со второго и 35 – с третьего ?
4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше 2 ?
5. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение часа любой абонент независимо от остальных может сделать вызов с вероятностью 0,005. Требуется найти вероятность того, что в течение часа было не более 3 вызовов.

Контрольная работа к рейтинг - контролю № 3.

«Исследование сходимости рядов».

Примерный вариант.

1. Исследовать сходимость рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, пользуясь известными признаками :
а) $a_n = (3)^n / (2n)!$; б) $a_n = 1 / n \ln^2(n+1)$; в) $a_n = (n)^{n-1} / (n+1)!$;
г) $a_n = (n+3) / (n^3 - 2)$; д) $a_n = (-1)^n n / (2n-1)$; е) $a_n = \sqrt[n]{0,001}$.
2. Исследовать ряд и найти его точную сумму :
а) $a_n = 8 / (16n^2 + 8n - 15)$; б) $a_n = (3 - n) / (n^3 + 4n^2 + 3n)$; в) $a_n = (n - 1) / (3)^n$.
3. Исследовать ряд и найти его сумму с точностью до 0,01 (можно использовать **AG!**);
(в случае расходимости – указать, на каком шаге сумма станет больше 10) :
а) $a_n = (\ln(n+1))^{-\ln(n)}$; б) $a_n = \sqrt[3]{n^5 + 4 / (n^2 \cdot \sin^2(n))}$; в) $a_n = (-1)^n / (n \cdot \sqrt{2 + 5 \ln(n)})$.
4. Определить области сходимости функциональных рядов и их поведение в граничных точках :
а) $\sum_{n=1}^{\infty} (2)^{n+1} (2x + 3)^{n-1} / \sqrt{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - 3/n)^{4n} (1 / (2 - 3x))^n$.

6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

I семестр.

1. Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
2. Определители и их свойства. Вычисление определителей («крест-накрест» и правило Саррюса).
3. Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Вычисление определителей методом разложения.
4. Линейные уравнения и системы. Общие понятия и терминология (что такое «линейное уравнение», «решение системы», «совместность», «несовместность»). Запись системы в матричной форме.

5. Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
6. Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
7. Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
8. Понятие « степень матрицы ». Обратная матрица . Вычисление обратной матрицы.
9. «Обратноматричный» метод решения систем, его сущность.
10. Основные типы матричных уравнений и методы их решения.
11. Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и « цепочки ».
Понятия « модуль », « нуль-вектор », « противоположный вектор » и « единичный вектор ».
12. Скалярное произведение векторов , его свойства и приложения.
13. Векторное и смешанное произведение векторов , его свойства и приложения. Правило « винта ».
14. Координаты вектора (в некотором базисе). Проекция вектора – что это ?
Прямоугольные базисы. Понятия « орт » и « направляющий косинус », их свойства.
15. Простейшие векторные операции в координатной форме. Понятие линейной комбинации.
16. Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме. «**Таблицы умножения**» для базисных векторов i, j, k . Формула для смешанного произведения
17. Понятия « ортогональность », « коллинеарность » и « компланарность » векторов.
Основные « критерии » взаимного расположения векторов (всего их три !)
18. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
19. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод «охвата»).
20. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие « уравнение линии » и « **привязка точки** ».
21. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
22. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование.
Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
23. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
24. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
25. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции.
Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы !)
26. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление «**стабилизации**» её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.
27. Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах. Примеры.
28. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
29. Понятие о замечательных пределах. Принцип «**взаимозаменяемости**».
30. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
31. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
32. Понятие производной и ее смысл. Процесс дифференцирования и основные правила дифференцирования. Таблица производных.
33. Композиция функций (« сложная » функция) и её дифференцирование. Примеры.

II семестр.

1. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов.
2. Возрастание и убывание функции. Связь с производной. Критические точки. Экстремум.
3. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
4. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
5. Общая схема исследования функции с построением графика.
6. Касательная и нормаль к кривой. Вычисление углов между кривыми. Гладкость и кривизна.
7. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближённым вычислениям.
8. Правило Лопиталья и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
9. Понятие о пределах типа «неопределённости» : $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $(1)^\infty$, $(0)^0$, $(\infty)^0$ и их вычисление.
10. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «**инвариантности**».
11. Понятие « **интегрируемости** » функций . Таблица первообразных и её « **проверка** ».
12. Интегрирование рациональных дробей– общая схема и терминология (правильные, неправильные дроби; целая часть и остаток; основные типы элементарных дробей).

13. Замены переменной (два основных типа). Интегрирование простейших иррациональностей.
14. Метод интегрирования по частям. Понятие о « возвратном » интеграле.
15. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
16. Понятие определенного интеграла, его основные свойства. Интегральные неравенства.
17. Формула Ньютона – Лейбница и её применение. Замена переменных в определ-м интеграле.
18. Геометрические приложения определённого интеграла.
19. Физико-механические приложения определённого интеграла.
20. Функции нескольких переменных. Область определения, график , линии и поверхности уровня.
21. Частные производные – определение, смысл и примеры. Высшие производные.
22. Производная по направлению и градиент функции.
23. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
24. Экстремумы функции (нескольких переменных) – основные понятия и термины.
Необходимые и достаточные условия экстремума. Стационарные точки.
25. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ (III семестр).

1. Понятие дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Интегрирование уравнения. Общий интеграл и частное решение. Интегральные кривые.
2. Особые случаи. Проверка общего и частного решений. «Потери» решений. Примеры.
3. Уравнения, сводящиеся к разделению переменных при помощи замены переменных.
4. Понятие начальных условий и задача Коши для уравнения 1-го порядка. Теорема Коши.
5. Уравнения в полных дифференциалах и метод их решения.
6. Понятие о приближённом решении уравнения вида $y' = f(x, y)$ (с помощью АГ).
Построение интегральной кривой в поле направлений.
7. Комплексные числа, основные определения, терминология и действия над ними.
8. Линейные дифф. уравнения с постоянными коэффициентами. Вековое уравнение, построение ФСР по его корням.
9. Принцип «дама с собачкой» (в построении общего решения). Учёт явления «резонанса».
10. Понятие о методе вариации констант (в решении неоднородного уравнения).
Принцип суперпозиции («наложения» частных решений). Примеры.
11. Понятие случайного события.и его частота. «Классическая» и «статистическая»
вероятность. Геометрическая вероятность.
12. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Примеры.
13. Условная вероятность. Формулы полной вероятности Байеса. Примеры.
14. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли и теоремы Лапласа.
15. Производящая функция и её применение.
16. Дискретные случайные величины, их основные характеристики.
17. Основные законы распределения : биномиальный и Пуассона.
18. Числовые характеристики непрерывных случайных величин
19. Равномерный и нормальный законы распределения.
20. Показательный закон и функция надёжности.
21. Числовые ряды. Основные понятия и терминология. Геометрические прогрессии. Примеры.
22. Признаки Д'Аламбера и Коши, их сравнение. Формула Стирлинга.
23. Интегральный признак. Обобщённо-гармонические ряды и их сходимость.
24. Методы точного и приближённого вычисления суммы ряда. Оценки остатка знакопостоян-
ного и знакопеременующегося рядов. Примеры.
25. Функциональные ряды. Основные понятия и терминология. Методы поиска области
сходимости. Равномерная сходимость и признак Вейерштрасса.
26. Степенные ряды. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Методы поиска
сумм степенных рядов.
27. Ряды Тейлора. Основные понятия и факты. Разложения элементарных функций, а также
функций $tg(x)$, $arctg(x)$, $arcsin(x)$ и $arccos(x)$.
28. Использование рядов Тейлора в приближённых вычислениях. Приближённые вычисления
величин π , e , а также определённых интегралов с помощью рядов.
29. Понятие о рядах Фурье. Основная теорема о «разложимости» функции.
30. Случай чётной и нечётной функции. Равенство Парсеваля.

6.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Высшая математика» предполагается выполнение **типовых расчетов**. Типовые расчеты выполняются во внеаудиторное время (три типовых расчета в семестре). Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

I семестр.

Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений (три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

1. Вычислить определитель матрицы (два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса) :
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение (или неравенство) – т.е. найти все подходящие значения x :

а) $\begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0$; б) $\begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0$.

4. С помощью матричного кодирования правым «ключом» (неизвестной матрицей X) слова $A = \text{«БОР»}$ получено слово «ПЛЁС». Найти вид «ключа» X .

Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника: $A(7,2)$, $B(1,9)$, $C(8, 11)$. Вычислить:

Даны вершины треугольника : $A(7; 2)$, $B(1; 9)$, $C(-8; -11)$. Рассчитать:

- площадь, углы и периметр Δ - ка ABC ;
- координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окруж-ти;
- координаты точки К – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;
- длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;
- координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;
- уравнение окружности, описанной вокруг треугольника. Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат XOY).

2. Даны точки $A(0,4,3)$, $B(4,8,1)$, $C(2,15,-7)$, $D(0,6,4)$.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:

- объем пирамиды и площадь полной поверхности;
- длину высоты пирамиды AE и координаты ее основания – точки E .
- величину угла (\approx в градусах) между ребром CD и гранью ACD ;
- величину проекции ребра AD на линию BC ;
- координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки ABCD.

Дать схематический чертёж.

3. Дана информация о векторах: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найти

площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$ и $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$, а также величину угла между векторами \vec{c} и \vec{d} . Сделать соответствующий чертёж.

4. Найти координаты вектора \vec{b} , компланарного с векторами \vec{i}, \vec{j} , перпендикулярного вектору $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$ и имеющего длину $2|\vec{a}|$.
7. Найти координаты вектора \vec{p} , коллинеарного вектору $\vec{q} = \{2, 2, 1\}$ имеющего длину, равную 3 и образующего тупой угол с вектором \vec{k} .
6. Найти координаты единичного вектора \vec{a} , перпендикулярного векторам $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{c} = \{1, 3, 1\}$ и образующего острый угол с базисным вектором \vec{j} .
7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:
- а) $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$; б) $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$; в) $x^2 + 2x + 5 = 0$.

Типовой расчет № 3 «Введение в математический анализ»

1. Последовательность $\{a_n\}$ задана с помощью формулы: $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$.
- а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;
- б) исследовать $\{a_n\}$ на монотонность;
- в) найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ последовательности;
- г) определить, начиная с какого номера N модуль отклонения элементов последовательности от величины A не превысит $0,01$;
- д) изобразить поведение $\{a_n\}$ графически и указать наименьший и наибольший из элементов a_n (если таковые существуют).
2. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертёж.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2; \\ x - \pi/2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

3. Указать тип неопределенности и вычислить предел (без помощи производной!)

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{5+8x^3} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1)/(2x^4 + 3x + 1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x})/\cos(\pi x/2)$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x))/(\pi - x)^2$; е) $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$;

4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента:

а) $y = (5x - 6)/(\sqrt{x^3 + 5x - 6})$; б) $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$; в) $\ln[\sin(x/2)]^4$;

г) $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$; д) $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$;

е) проверить, удовлетворяет ли функция $y = (\sin x)/x$ уравнению: $y + xy' = \cos x + 1$.

II семестр.

Типовой расчет № 1 «Приложения производной»

1. Рассчитать приближенное значение величин (с помощью дифференциала функции):
- а) $\sin^4(64^\circ)$; б) $\sqrt[5]{34}$; в) $\lg 13$; г) $\operatorname{arcctg}(\sqrt{0,97})$.
2. Оценить величины: а) $\ln(102)$; б) $\ln(349/17)$, в) $\lg(0,08)$, считая известными значения $\ln k$ для $k = 1, 2, \dots, 10$. (Метод – см. лекции!)
- Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

- К линии $y = x - (1/x)$ в точках ее пересечения с осью OX проведены нормали. Найти точку их пересечения и оценить величину угла между ними (с рисунком).
- Для функции $f(x) = \exp(-x^2) + 2x^2$ определить наибольшее и наименьшее значение на отрезке $-1 \leq x \leq 1$. Дать эскиз графика.
- Для функции $y = (x^2 - 9) / (\sqrt{4x^2 - 3})$ определить точки разрыва, указать их тип и рассчитать асимптоты. Сделать эскиз графика.
- Для функции $y = (3x - 4) \cdot (e)^{-x-2}$ рассчитать экстремумы и точки перегиба.
- Вычислить пределы (применяя правило Лопиталья или преобразуя под него). Указать возникающие типы неопределенности, дать иллюстрацию с помощью АГ.

а) $\lim_{x \rightarrow 7} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{7}) / (\sqrt[3]{14} - \sqrt[3]{2x})$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\ln(\sin 3x) / \ln(\sin 7x))$;
 в) $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln^3 x)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} [(1/\operatorname{tg} x) - (1/\operatorname{arctg} x)]$; д) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 3x}$;

Типовой расчет № 2 «Интегралы и их приложения»

- Вычислить определенные интегралы, указав смысл полученного результата.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx. \quad \int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx. \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx. \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

Примечание: во всех задачах необходимо сделать рисунок и дать предварительную оценку ожидаемого результата («прогноз»), исходя из геометрических соображений. Если в процессе решения возникает «неберущийся» интеграл – вычислить его \approx (программа АГ).

- Рассчитать площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 - 3x$, $x + y - 4 = 0$, $y = 0$; б) $y = \sqrt{6-x^2}$, $y = \sqrt{6} - \sqrt{6-x^2}$, $x \leq 0$.
 в) параболой $(y+2)^2 = -x-1$, касательной к ней в точке с ординатой $y_0 = -3$ и осью OX ; г) $xy = 1$, $y = \ln(x/7)$, $x = 1$, $x = 7$.

- Вычислить длину дуги линии и сделать рисунок (в АГ):

а) $y = (x(3-x)\sqrt{x})/3$ (между точками ее пересечения с осью OX);
 б) $x(t) = t^2$, $y(t) = t(1/3 - t^2)$ (длину петли линии);

- Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями:

$3y = 14x - 3x^2 - 5$, $x + y = 3$, $x - y^2 = 3$: а) вокруг оси OX ; б) вокруг оси OY .
 (Вариант задачи: оценить величину площади поверхности тела вращения).

- Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями: $v_1 = 3t^2 + 2t$, $v_2 = 8t + 10$. Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них?
- Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж?
- Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10 м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.
- Найти работу, которая необходима для того, чтобы:
 - вывести с поверхности Земли спутник массой 1 тонна на высоту 500 км (радиус Земли принять 6370 км);
 - выкачать воду из чана в форме усеченного конуса с размерами: $R = 1$ м, $r = 0,5$ м, $H = 0,8$ м; (дном является меньшее основание конуса).

Типовой расчет № 3 «Функции нескольких переменных»

- Дана функция $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$. Вычислить значение величины $x \cdot f_{zzz} + y \cdot f_{yyz} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.
- Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
 - $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$; б) $\log_{1,98} \cos 44^\circ$; в) $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \operatorname{arctg} 0,03}$.
- Дана функция: а) $f(x, y) = (y)^x$. Найти величину $x \cdot f''_{yx} - (1 + x \cdot \ln y) \cdot f'_y$;
 б) $f(x, y) = y/x$. Найти величину $f'_x - y \cdot f''_{yx}$.

4. Найти $f(x)$, если известно, что $f(y/x) = \sqrt{x^2 + y^2}/x$ для любых (допустимых) x, y .
5. Даны функции: $f(x, y) = e^x \cos y$, $g(x, y) = e^x \sin y$. Доказать, что
 - а) $f^2(x, y) - g^2(x, y) = f(2x, 2y)$; б) $2f(x, y) \cdot g(x, y) = g(2x, 2y)$.
6. Для заданной функции установить тип линий уровня и построить их (взяв несколько характерных значений и указав допустимые значения константы C):
 - а) $f(x, y) = \operatorname{ctg}(2x - 3y + 1)$; б) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$; в) $f(x, y) = \arcsin(x^3/y^2)$.
7. Найти наибольшую крутизну подъёма поверхности $z = (x)^y$ в точке $(2, 2, 4)$.
8. Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на (абсолютный) экстремум. Показать (схематично) поведение линий уровня в окрестности «экстремальных» точек.
9. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2x + 3$ в области D , ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$, $x = -1$, $3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.
10. Рассчитать условные экстремумы функции $f(x, y) = x + 4y + 8$ при условии: $2x^2 + 3y^2 = 5$ (методы редукции и Лагранжа). Дать иллюстрацию.

III семестр.

Типовой расчет № 1 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Указать вид общего решения уравнения: $y'' - 5y' + 4y = f(x)$, если
 - а) $f(x) = 4x$; б) $f(x) = 2x(e)^{2x}$; в) $f(x) = e^x(x \cos(x) - \sin(x))$.
2. Указать тип уравнения, найти частное решение и сделать проверку. Пояснить ход решения.
 - а) $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$;
 - б) $y^{IV} - y^{IV} = xe^x - 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = y''(0) = -1$, $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$;
3. Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:

$$4y'' - 4y' + y = -2 \sin(x) + x + 2; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$
4. Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения:

$$y''' + y' = \operatorname{ctg}(2x); \quad y(\pi/4) = y(\pi/3) = 0 \quad (\text{метод вариации!}).$$
5. Мальчик, идущий по тротуару, везёт за собой на верёвке (по мостовой) санки. Найти линию (траекторию), по которой движутся санки, если длина верёвки равна 1 м.
6. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 12 км/ч. Её мотор выключается и через 10 секунд скорость лодки уменьшилась до 1,5 м/с. Считая, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки, найти: а) через какое время скорость лодки уменьшится до 10 см/с?; б) какой путь пройдёт лодка до полной остановки?
7. Тяжёлая однородная цепь переброшена через гладкий гвоздь так, что с одной стороны свисает её часть длиной 8 м, а с другой – 10 м. За какое время цепь соскользнет с гвоздя?

Типовой расчет № 2 «Случайные величины»

1. Все значения случайной величины X принадлежат интервалу $(0, 2)$, причем плотность вероятности $\varphi(x) = 1/4$ при $0 < x \leq 1$ и $\varphi(x) = 3/4$ при $1 < x \leq 2$. Найти функцию распределения $\Phi(X)$, математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.
3. Найти вероятность попадания нормально распределённой (с параметрами (a, σ)) случайной величины X в интервал $(-x_0, 2x_0)$, где x_0 - точка перегиба соответствующей кривой Гаусса.
3. При опытной стрельбе было обнаружено, что отклонение Δ точки попадания от цели подчиняется "равномерному" закону на участке $[1000, 1200]$. Какова вероятность того, что $|\Delta| \leq 3$?
4. Испытываются два независимо работающих элемента. Длительность их безотказной работы подчинена показательному закону надёжности с параметрами $\lambda_1 = 0,02$ и $\lambda_2 = 0,03$ соответственно. Найти вероятность того, что за время $t = 50$ часов хотя бы один элемент откажет.
5. При расфасовке продукции пакет считается стандартным, если его масса отличается от заданной массы 1 кг не более чем на 20 г (в ту или другую сторону). Проверено, что при аккуратной работе ошибки массы подчиняются нормальному закону с $M = 0$ и $\sigma = 10$ г. Некоторая партия этой продукции из 10000 пакетов содержит 9000 стандартных пакетов. Соответствует ли это данному нормальному закону?

Типовой расчет № 3 «Приложения теории рядов»

1. Рассчитать сумму степенного ряда (с помощью операций дифференцирования и интегрирования) и исследовать ее на экстремум:

$$a) S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (n/n+1) (x)^{2n-1}; \quad б) S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-n^2 + 3n - 4) (1/(x^2 - 1))^n.$$

2. Разложить в ряд Тейлора (Маклорена) функцию: а) $f(x) = (1/3)^{x+2}$;

$$б) f(x) = \sin^2(3x); \quad в) f(x) = 1/(1-x^2)^2; \quad г) f(x) = \sqrt{x} \text{ (по возрастающим степеням разности } (x-1)).$$

3. Получить разложение в ряд Маклорена функций $\operatorname{arccotg} x$, $\operatorname{arcsin} x$, $\operatorname{arccos} x$. (использовать материал лекций).

4. Пользуясь разложением в ряд, вычислить приближенно (с точностью до 0,01):

$$a) \sqrt[3]{e}; \quad б) \sin(18^\circ); \quad в) \sqrt[5]{1,2}; \quad г) \operatorname{arcsin}(0,8); \quad д) \int_0^{0,5} \exp(-x^3) dx.$$

5. Разложить в ряд Фурье периодическую (на всей оси) функцию с периодом $T = 2\pi$, заданную на участке $-\pi \leq x \leq \pi$:

$$a) f(x) = x/2; \quad б) f(x) = \cos(x/2); \quad в) f(x) = \sin x + |x|.$$

6. Проверить (\approx) равенство Парсеваля для функции $f(x) = x^2$ на участке $(-1, 1)$.

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер.- М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015.- 304 с.- (Высшее образование. Бакалавриат).	2015		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html
2. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015.- 496 с. – (Высшее образование. Бакалавриат).	2015		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html .
3. Высшая математика: [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. 2011. (Полный конспект лекций).	2011		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html
Дополнительная литература			
1. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков,			http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN

под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014.	2014		9785392143726.html
2. Высшая математика в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов. В 3 т.: Т.1-3 / Черненко В.Д. - 2-е изд., пере- раб. и доп. - СПб. : Политехника, 2011. ISBN 97857325098611	2011		http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN97857325098611.html

7.2. Периодические издания

1. «Заводская лаборатория», журнал ISSN 1028-6861, секция «Математические методы исследования» (корпус 1, библиотека).

7.3. Интернет-ресурсы

1. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html.
2. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/VEKTOR.html.
3. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ANALITICHESKAYA_GEOMETRIYA.html
4. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/MATEMATICHESKI_ANALIZ.html#part-1.
5. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства ;
- оборудование специализированных лабораторий ;
- электронные записи лекций ;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты **MAPLE**, **Mathcard**, **MatLab**).

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещений для самостоятельной работы. Лекции проводятся в мультимедийной аудитории А-3. Практические работы проводятся в мультимедийной лаборатории 308-2. Для самостоятельной работы используются помещения библиотеки ВлГУ.

Перечень используемого программного обеспечения (в том числе лицензионного):

1. **Advanced Grapher**. 2. **Solver**. 3. **Matrix**. 4. **MathLab**. 5. **Maple** 6. **MathCard**.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями **ФГОС ВО**
по направлению **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

Рабочую программу составил доц. **Левизов С.В.**



(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):
зам. Директора по развитию ООО «Баланс» **Кожин А.В.**



(подпись)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры **ФАиП**
Протокол № **1а** от **26.08.2019** года
Заведующий кафедрой **Бурков В. Д.**

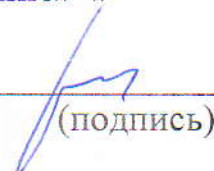


(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической
комиссии направления **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

Протокол № 1 от 30.08.2019 года

Председатель комиссии: заведующий кафедрой **Гуськов В.Ф.**



(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года
Заведующий кафедрой _____

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
в рабочую программу дисциплины
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»
образовательной программы направления подготовки
13. 03. 03 « Энергетическое машиностроение » (бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой _____ / _____
(Подпись) (ФИО)