

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



**УТВЕРЖДАЮ**  
 Проректор  
 по учебно-методической работе  
 \_\_\_\_\_ А.А.Панфилов

« 11 » 11 \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**"Высшая математика"**

**Направление подготовки 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

**Профиль подготовки «Двигатели внутреннего сгорания»**

**Уровень высшего образования Бакалавриат**

**Форма обучения очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практи- ческие занятия час.	Лабора- торные работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./ зачет)
1	4 / 144	36	36	-	36	Экзамен (36)
2	3 / 108	36	36	-	-	Экзамен (36)
Итого	7 / 252	72	72	-	36	Экзамен (72)

*набор 2015г.*

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «**Высшая математика**» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «**Высшая математика**» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению **13. 03.03 « Энергетическое машиностроение »**.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «**Высшая математика**» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «**Высшая математика**» обучающимися позволит им :

- а) применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- б) строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- в) использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями** :

- способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (**ОПК – 2**) ;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

**знать:** основные понятия и методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, линейной алгебры, дифференциальных уравнений ;

**уметь:** на основе фундаментальных наук решать задачи управления работоспособностью автотранспортных средств ;

**владеть:** методами и технологиями обеспечения работоспособности двигателей .

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **7 зачетных единиц ( 252 часа )**.

Распределение трудоёмкости по видам занятий представлено в таблице .

	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	1.1	1	1	2	2			2		1 / 25	
2	1.2		2	2	2			2		1 / 25	
3	1.3-1.4		3	2	2			2		1 / 25	
4	1.4-1.5		4	2	2			2		1 / 25	
5	2.1 – 2.2		5	2	2			2		1 / 25	Рейтинг-
6	2.2 – 2.3		6	2	2			2		1 / 25	контроль №1
7	2.3 – 2.4		7	2	2			2		1 / 25	
8	3.1 – 3.2		8	2	2			2		1 / 25	
9	3.2 – 3.3		9	2	2			2		1 / 25	
10	3.3 - 3.4		10	2	2			2		1 / 25	Рейтинг-
11	3.4 – 3.5		11	2	2			2		1 / 25	контроль №2
12	4.1 – 4.2		12	2	2			2		1 / 25	
13	4.2 – 4.3		13	2	2			2		1 / 25	
14	4.3 - 4.4		14	2	2			2		1 / 25	
15	4.4 - 4.5		15	2	2			2		1 / 25	
16	5.1 - 5.2		16	2	2			2		1 / 25	
17	5.2 - 5.3		17	2	2			2		1 / 25	Рейтинг-
18	5.3 – 5.4		18	2	2			2		1 / 25	контроль №3
Всего за I семестр				36	36			36		18 / 25	36 ( экзамен)
19	6.1	2	1	2	2					1 / 25	
20	6.2		2	2	2					1 / 25	
21	6.3 – 6.4		3	2	2					1 / 25	
22	6.4		4	2	2					1 / 25	
23	6.4 - 6.5		5	2	2					1 / 25	
24	7.1		6	2	2					1 / 25	Рейтинг-
25	7.2		7	2	2					1 / 25	контроль №1
26	7.2		8	2	2					1 / 25	
27	7.2 – 7.3		9	2	2					1 / 25	
28	8.1 – 8.3		10	2	2					1 / 25	
29	9.1 – 9.2		11	2	2					1 / 25	
30	9.2 - 9.3		12	2	2					1 / 25	Рейтинг-
31	9.3 – 9.4		13	2	2					1 / 25	контроль №2
32	9.4 – 10.1		14	2	2					1 / 25	
33	10.2 – 10.3		15	2	2					1 / 25	
34	11.1 – 11.2		16	2	2					1 / 25	
35	11.3 - 11.4		17	2	2					1 / 25	Рейтинг-
36	11.4 – 11.5		18	2	2					1 / 25	контроль №3
Всего за II семестр				36	36					18 / 25	36 (экзамен)
Всего за курс				72	72			36		36 / 25	72 (экзамен)

# Тематический план курса.

## І семестр.

### І. Линейная алгебра.

1.1 Определители, их свойства и вычисление. 1.2. Матрицы, действия над ними. Обратная матрица. 1.3. Системы линейных уравнений. Однородные системы. 1.4. Методы Гаусса и Крамера. 1.5. Применение компьютерных технологий ( программа « Solver » ) в алгебре.

### ІІ. Векторная алгебра.

2.1. Векторы и действия над ними. 2.2. Векторное пространство, линейная зависимость и базис. Координаты вектора в базисе. 2.3. Системы координат на плоскости и в пространстве. Радиус- вектор и направляющие косинусы. 2.4. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

### ІІІ. Аналитическая геометрия.

3.1. Декартовы координаты. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые. 3.2. Прямая на плоскости, различные способы её задания. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. 3.3. Плоскость в пространстве, расстояние от точки до плоскости. 3.4. Прямая в пространстве, ее уравнения. 3.5 Углы и расстояния между плоскостями и прямыми в пространстве, их взаимное расположение.

### ІV. Введение в анализ.

4.1. Действительные числа. Множества и логическая символика. Понятие о функции и её графике. Элементарные функции. Обратная функция. 4.2. Последовательности и их пределы. Число «е», натуральные логарифмы и их свойства. 4.3. Предел функции, основные теоремы о пределах. 4.4. Замечательные пределы и следствия из них. Понятие о бесконечно малых и больших величинах. 4.5. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

### ІV. Дифференциальное исчисление (функции одной переменной).

5.1. Понятие производной, правила дифференцирования. «Табличные» производные. 5.2. Дифференцирование композиции функций, обратной функции. 5.3. Неявные и параметрически заданные функции. 5.4. Высшие производные.

## ІІ семестр.

### ІVІ. Приложения производной.

6.1. Исследование функций с помощью производных. Асимптоты графика функции. 6.2. Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с его помощью. 6.3. Касательная и нормаль к линии. Понятие кривизны. 6.4. Физико - механические приложения производной. Задачи оптимизации. 6.5. Правило Лопиталья.

### ІVІІ. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).

7.1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием. Таблица интегралов. 7.2. Основные методы интегрирования. 7.3. Понятие о «неберущихся» интегралах . Теорема Коши о существовании первообразной.

### ІVІІІ. Определенный интеграл.

8.1. Понятие определенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла и его геометрический смысл. 8.2. Интегральные неравенства и оценки. 8.3. Понятие о несобственных интегралах..

### ІVІХ. Приложения определенного интеграла.

9.1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых, полярных и параметрических координатах. 9.2. Расчет длин линий ( в различных координатах). 9.3. Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения. 9.4. Решение задач механики и физики.

## **Х. Функции, зависящие от нескольких переменных.**

**10.1.** Общие понятия и терминология. Топология в  $\mathbf{R}^2$  и  $\mathbf{R}^3$ . Пределы и непрерывность. Поверхности в пространстве. **10.2.** Частные производные. Высшие производные, теорема Шварца. **10.3.** Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

## **XI. Приложения частных производных.**

**11.1.** Полный дифференциал и приближенные вычисления. **11.2.** Касательная плоскость и нормаль к поверхности. **11.3.** Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай двух переменных). **11.4.** Исследование функции в замкнутой ограниченной области. **11.5.** Различные способы поиска условного экстремума функций двух и трех переменных.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

### **5.1. Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 36 часов (25 %).

### **5.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

### **5.3. Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

### **5.4. Лекции приглашенных специалистов**

В рамках учебного курса «Высшая математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

### **5.5. Рейтинговая система обучения**

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### 6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Высшая математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчётов.

### I семестр.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

##### « Определители и матрицы. Решение линейных систем ».

##### Вариант 1.

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ .

2. Решить систему линейных уравнений (методами Гаусса, Крамера и матричным).  
Пояснить ход решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное неравенство ( т.е. найти все подходящие значения  $x$  ) :

$$\det \begin{pmatrix} x+2 & x^3+8 \\ -4 & 5-2x \end{pmatrix} \leq 0$$

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

##### « Векторы и геометрия ».

##### Вариант 1.

- Дано:  $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{a}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$ ,  $(\vec{c}, \vec{a}) = \frac{2\pi}{3}$ . Найти величину проекции вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$ . Сделать схематический рисунок.
- При каком значении  $t$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$   
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?
- Даны три вершины трапеции:  $A(-1,2)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(2,5)$ . Найти координаты ее четвертой вершины  $D$  и длину средней линии, если известно, что  $AB \parallel CD$  и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.
- Даны прямые:  $-7x + 3y + 4z = 0$  и  $2x + 3z = 0$ .  
Найти угол между прямыми. Дать иллюстрацию в системе координат.

5. Даны уравнения плоскостей :  $x + 3y - 2z + 1 = 0$  и  $-2x + y + 3z + 6 = 0$ .  
 Написать уравнение линии их пересечения и найти расстояние от нее до плоскости  $-4x + 2y + 6z - 3 = 0$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3

#### « Введение в математический анализ ».

##### Вариант 1.

1. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 3| = 1$ .

- 2 а). Вычислить пределы последовательностей  $\{a_n\}$ , указав характер предела – тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n - 5}{4 - 5n - 3n^2}; \quad a_n = \left( \frac{2n - 1 - 3n^2}{4 - 5n - 3n^2} \right)^{1-2n}$$

- 2 б). Вычислить пределы функций (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \arctg(x)}$$

3. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

- 4 а). Проверить, удовлетворяет ли функция  $y = -x \cos(x) + 3x$  данному уравнению :  $xy' = y - x^2 \cdot \sin(x)$ .

- 4 б). Найти производные функций и указать их область определения.

$$y = \frac{5x-6}{\sqrt{x^2+5x-6}}; \quad y = \arctg(2x+1) \ln \cos x.$$

### II семестр.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1

##### « Приложения производной ».

##### Вариант 1.

1. Найти производную  $y'(x)$  неявной функции  $\arctg \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$
2. Найти угол между кривыми  $y = \frac{x+1}{x+2}$  и  $y = \frac{x^2+4x+8}{16}$ . Дать схематический рисунок.
3. Используя правило Лопиталья, найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2\arctg x^2 - \pi}$ .
4. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$  и построить ее график.
5. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции) :  $\sin^4 64^\circ$ .  
 Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

## Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2

### « Техника интегрирования ».

#### Вариант 1.

1. Вычислить неопределенные интегралы ( найти первообразные ! ) ; указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием :

а)  $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$  ;      б)  $\int (2 - x^4) / (x^3 + 8) dx$  ;      в)  $\int 1 / (5 + \sqrt{1-x}) dx$  ;

г)  $\int \sin x / (\cos x - \operatorname{ctg} x) dx$  ;      д)  $\int (e)^{\cos 2x} \sin 4x dx$  ;      е)  $\int \ln^2 x / (\sqrt{x}) dx$  ;

2. Вычислить определенные интегралы, указав смысл полученного результата.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx. \quad \int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx. \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx. \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

## Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3

### « Исследование функций нескольких переменных ».

#### Вариант 1.

1. Найти частные производные первого порядка, если  $x + y + z = e^z$ .
2. Вычислить приближенно  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$ .
3. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$ .
5. Найти производную функции  $f(x, y, z) = x^2 + z^3 - xyz$  в точке  $M(1, 1, 2)$  в направлении, идущем от этой точки к точке  $N(-9, 5, -1)$ .

#### 6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

#### I семестр.

1. Предмет математики. Ее возникновение и развитие. Элементарная, высшая и прикладная математика. Основные разделы математики. Великие математики древности и 17-19 веков.
2. Определители и их свойства. Вычисление определителей («крест-накрест» и правило Саррюса).
3. Понятие «минор», «алгебраическое дополнение». Вычисление определителей методом разложения.
4. Линейные уравнения и системы. Общие понятия и терминология (что означают слова «линейное уравнение», «решение системы», «совместность», «несовместность»). Запись системы в матричной форме.
5. Метод Гаусса и его сущность. Однородные системы и их особенность.
6. Применение определителей к решению систем. Правило Крамера.
7. Матрицы и действия над ними. Определитель произведения матриц.
8. Понятие «степень матрицы». Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы.

9. «Обратноматричный» метод решения систем, его сущность.
10. Основные типы матричных уравнений и методы их решения.
11. Векторы и простейшие действия над ними. Правила параллелограмма и «цепочки». Понятия «модуль», «нуль-вектор», «противоположный вектор» и «единичный вектор».
12. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
13. Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. Правило «винта».
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.
15. Зависимость и независимость векторов (на прямой, на плоскости и в 3-мерном пространстве). Понятие «базис» (для совокупности векторов).
16. Координаты вектора (в некотором базисе). Проекция вектора – что это? Прямоугольные базисы. Понятия «орт» и «направляющий косинус», их свойства.
17. Простейшие векторные операции в координатной форме. Понятие линейной комбинации векторов.
18. Вывод формул скалярного и векторного произведения в координатной форме. «Таблицы умножения» для базисных векторов  $i, j, k$ .
19. Вывод формулы для смешанного произведения векторов в координатной форме.
20. Понятия «ортогональность», «коллинеарность» и «компланарность» векторов. Основные «критерии» взаимного расположения векторов (всего их три!).
21. Системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Пример.
22. Вычисление площадей плоских многоугольников (векторный метод, метод «окаймления»). Примеры.
23. Линии на плоскости. Расчет координат точек пересечения линии с осями координат и другими линиями. Понятие «уравнение линии» и «привязка точки».
24. Линии 1-го порядка – прямые на плоскости. Способы их задания – основные формулы.
25. Углы между прямыми на плоскости. Основные формулы и их обоснование. Взаимное расположение прямых и его связь с коэффициентами уравнений прямых.
26. Расстояние от точки до прямой. Схема расчёта на конкретном примере.
27. Вывод уравнения окружности. Линии 2-го порядка, их классификация и свойства.
28. Понятие функции. Основные определения и терминология. График функции. Элементарные функции и их графики (по материалам школьной программы!).
29. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности как явление «стабилизации» её поведения. Примеры последовательностей, не имеющих предела.
30. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Примеры.
31. Основные теоремы о пределах.
32. Основные методы вычисления пределов (по примерам практических занятий).
33. Понятие о замечательных пределах. Принцип «взаимозаменяемости».
34. Непрерывность функции в точке. Разрывы и их классификация. Примеры.
35. Непрерывность на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
36. Понятие производной и ее смысл. Процесс дифференцирования и основные правила дифференцирования. Таблица производных.
37. Композиция функций («сложная» функция) и её дифференцирование. Примеры.

## II семестр.

1. Понятие о бесконечно малых величинах и их эквивалентности. Использование в приближённых вычислениях. Примеры. Приближённые вычисления логарифмов.
2. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
3. Возрастание и убывание функции. Связь с производной. Критические точки. Экстремум.
4. Максимум и минимум. Необходимые и достаточные условия. Примеры.
5. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Методы их нахождения.
6. Понятие асимптоты графика. Методы нахождения асимптот.
7. Вогнутость и выпуклость графика. Точки перегиба.
8. Общая схема исследования функции с построением графика.

9. Касательная и нормаль к плоской кривой. Вычисление углов между кривыми. Понятия гладкости и кривизны.
10. Дифференциал функции. Его свойства и применение к приближённым вычислениям.
11. Правило Лопиталя и его применение в раскрытии различных неопределённостей.
12. Понятие о пределах типа «неопределённости»:  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $(1)^\infty$ ,  $(0)^0$ ,  $(\infty)^0$ . Методы их раскрытия..
13. Понятие первообразной. Обозначения и терминология. Основные свойства неопределённого интеграла. Принцип «инвариантности».
14. Понятие «интегрируемости» функций. Таблица первообразных и её «проверка».
15. Метод «внесения» под знак  $d$  и преобразования под знаком дифференциала.
16. Интегралы, содержащие «квадратичность», методы их вычисления.
17. Интегрирование рациональных дробей– общая схема и терминология (правильные, неправильные дроби; целая часть и остаток; основные типы элементарных дробей).
18. Метод замены переменной (два основных типа). Примеры.
19. Интегрирование простейших иррациональностей. Примеры.
20. Метод интегрирования по частям. Понятие о «возвратном» интеграле.
21. Интегрирование тригонометрических выражений (основные способы).
22. Основные типы «тригонометрических» подстановок. Примеры.
23. Понятие определенного интеграла, его основные свойства. Интегральные неравенства.
24. Формула Ньютона – Лейбница и её применение – примеры.
25. Особенности определённого интеграла ( в методах «по частям» и замене переменной).
26. Связь определённого интеграла с вычислением площади. Примеры.
27. Функции нескольких переменных. Область определения, график, линии уровня.
28. Понятие предела и непрерывности функции. Основные теоремы и примеры.
29. Частные производные – определение, смысл и примеры.
30. Производная по направлению и градиент функции.
31. Производные высших порядков. Теорема Шварца.( в качестве примера рассмотреть производные 3-го порядка для  $f(x,y)$  и 2-го порядка для  $f(x,y,z)$ , указав – какие из них совпадают).
32. Дифференциал функции и его приложения. Примеры.
33. Экстремумы функции ( нескольких переменных ) – основные понятия и термины. Необходимые и достаточные условия экстремума. Стационарные точки.
34. Исследование функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области. Примеры.

### 6.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «**Высшая математика**» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются во внеаудиторное время (три типовых расчета в семестре). Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчёт по типовым расчетам.

#### I семестр.

##### Типовой расчет № 1 «Линейная алгебра»

1. Решить систему уравнений ( три способа – по Гауссу, Крамеру и обратноматричный ).

Пояснить процесс решения и сделать проверку:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

1. Вычислить определитель матрицы ( два способа – разложением по строке - столбцу

или правилом Саррюса ) : 
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 3 & 9 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение ( или неравенство ) – т.е. найти все подходящие значения  $x$  :

а)  $\begin{pmatrix} |3-2x| & x^2 \\ -2 & x-10 \end{pmatrix} \leq 0$  ;      б)  $\begin{pmatrix} 4-x^2 & 1 & -5 \\ -3 & |x-1| & -1 \\ 3 & -2 & 2x \end{pmatrix} = 0$  .

4. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases}$$

### Типовой расчет № 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника: **A(7,2), B(1,9), C(-8,-11)**. Вычислить:

Даны вершины треугольника : **A ( 7 ; 2 ) , B ( 1 ; 9 ) , C ( - 8 ; - 11 )**. Рассчитать:

- площадь, углы и периметр  $\Delta$  - ка ABC ;
- координаты центра и радиус описанной окружности ; радиус вписанной окруж-ти;
- координаты точки К – пересечения медианы AE с биссектрисой BD ;
- длину высоты CF и координаты ее основания – точки F ;
- координаты точки, симметричной точке C относительно стороны AB ;
- уравнение окружности, описанной вокруг треугольника. Сделать подтверждающий рисунок. (в системе координат **XOY**).

2. Даны точки **A(0,4,3), B(4,8,1), C(2,15,-7), D(0,6,4)**.

Доказать , что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:

- объем пирамиды и площадь полной поверхности;
- длину высоты пирамиды **AE** и координаты ее основания – точки **E**.
- величину угла ( $\approx$  в градусах ) между ребром CD и гранью ACD ;
- величину проекции ребра AD на линию BC ;
- координаты центра и радиус сферы, описанной вокруг пирамидки **ABCD**.  
Дать схематический чертёж.

2. Дана информация о векторах:  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, (\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Найти

площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$  и  $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$ , а также величину угла между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ . Сделать соответствующий чертеж.

- Найти координаты вектора  $\vec{b}$ , компланарного с векторами  $\vec{i}, \vec{j}$ , перпендикулярного вектору  $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$  и имеющего длину  $2|a|$ .
- Найти координаты вектора  $\vec{p}$ , коллинеарного вектору  $\vec{q} = \{2, 2, -1\}$  имеющего длину, равную 3 и образующего тупой угол с вектором  $\vec{k}$ .
- Найти координаты единичного вектора  $\vec{a}$ , перпендикулярного векторам  $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$  и  $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$  и образующего острый угол с базисным вектором  $\vec{j}$ .

7. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду; установить тип кривой; указать её характеристики; построить чертёж:
- а)  $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$ ; б)  $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$ ; в)  $x^2 + 2x + 5 = 0$ .

### Типовой расчет № 3 «Введение в математический анализ»

1. Последовательность  $\{a_n\}$  задана с помощью формулы:  $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$ .
- а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;
- б) исследовать  $\{a_n\}$  на монотонность;
- в) найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$  последовательности;
- г) определить, начиная с какого номера  $N$  модуль отклонения элементов последовательности от величины  $A$  не превысит  $0,01$  ;
- д) изобразить поведение  $\{a_n\}$  графически и указать наименьший и наибольший из элементов  $a_n$  (если таковые существуют).
2. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют ; 2) установить скачок функции в точке разрыва ; 3) дать схематический чертёж.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2; \\ x - \pi/2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

3. Указать тип неопределённости и вычислить предел ( без помощи производной ! )

а)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{5 + 8x^3} - 2x)$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x - 1) / (2x^4 + 3x + 1)$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos x \cdot \operatorname{ctg}(4x)]$ ;      г)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{x}) / \cos(\pi x/2)$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(5x) - \cos(3x)) / (\pi - x)^2$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{2/(x+3)}$ ;

4. Рассчитать производную функции и указать ОДЗ аргумента :

а)  $y = (5x - 6) / (\sqrt{x^3 + 5x} - 6)$ ;      б)  $y = [(3)^{\operatorname{ctg}(1-2x)}]$ ;      в)  $\ln[\sin(x/2)]^4$ ;

г)  $y = \log_3[(\sqrt{(4x^2 + 1)/(1 - 8x^3)})]$ ;      д)  $(1/3)^{\arccos \sqrt{2-3x}}$ .

- е) проверить, удовлетворяет ли функция  $y = (\sin x) / x$  уравнению :  $y + x y' = \cos x + 1$ .

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература:

1. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 304 с.-(Высшее образование. Бакалавриат).  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785922109796.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785922109796.html)
2. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015.- 496 с. - (Высшее образование. Бакалавриат).  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785922109796.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785922109796.html).
1. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785392121625.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392121625.html).

### б) дополнительная литература:

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, .2015. – ISBN 9785996328857  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785996328857.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785996328857.html)
2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 9785392143726  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785392143726.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392143726.html)
3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>

### в) интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru/>
2. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ALGEBRA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html) .
3. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/VEKTOR.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/VEKTOR.html) .
4. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ANALITICHESKAYA\\_GEOMETRIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ANALITICHESKAYA_GEOMETRIYA.html) .
5. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/MATEMATICESKI\\_ANALIZ.html#part-1](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/MATEMATICESKI_ANALIZ.html#part-1) .
6. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE\\_URAVNENIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html) .

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства ;
- оборудование специализированных лабораторий ;
- электронные записи лекций ;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты MAPLE, Mathcard, MatLab).



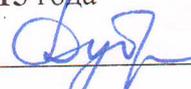
Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

Рабочую программу составил: доцент кафедры АиГ  С.В. Левизов

Рецензент: доцент кафедры ФАиТ  (М.Ю. Звезин)

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Алгебра и геометрия».

Протокол № 11 от 10.11.2015 года

Заведующий кафедрой:  Н.И. Дубровин.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**

Протокол № 6 от 11.11.2015 года

Председатель комиссии  В.Ф. Гуськов.

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ ( МОДУЛЯ )**

Рабочая программа одобрена на 2015/16 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 9 от 10.11.15 года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 2016/17 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 2 от 09.09.2016 года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 2017/2018 учебный год  
Протокол заседания кафедры № 1 от 05.09.17 года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_