

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Владимирский государственный университет
имени Александра и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



«Утверждаю»
Проректор
по учебно-методической работе

А.А. Панфилов

« 11 » 11 2015 г.

Рабочая программа дисциплины

«Спецкурс по высшей математике»

Направление подготовки 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

Профиль подготовки _____

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавр, магистр, дипломированный специалист)

Форма обучения

очная

(очная, очно-заочная, заочная)

| Семестр | Трудоёмкость (зач. ед./час) | Лекции (час) | Практические занятия (час) | Лаб. работы (час) | СРС (час) | Форма контроля (экз./зач.) |
|---------|--------------------------------|-----------------|----------------------------------|-------------------------|--------------|----------------------------------|
| 1 | 1/36 | 18 | 18 | - | - | Зачет |
| 2 | 2/72 | 18 | 18 | - | 36 | Зачет |
| Итого | 3/108 | 36 | 36 | - | 36 | Зачет, зачет |

Владимир 2015 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Спецкурс по высшей математике» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Спецкурс по высшей математике» относится к дисциплинам базовой части.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «Спецкурс по высшей математике» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями (ОПК):**

- способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного и векторного исчисления (ОПК-2).

Уметь:

- применять теоретические знания при решении математических задач (ОПК-2);

Владеть:

– основными приёмами решения математических задач (ОПК-2).

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

| № п/п | Раздел дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | | Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах/ %) | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-------|-------------------|---------|-----------------|--|----------|----------------------|---------------------|--------------------|-----|---------|---|---|
| | | | | Лекции | Семинары | Практические занятия | Лабораторные работы | Контрольные работы | СРС | КП / КР | | |
| 1 | 4.1.1. | 1 | 1 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 2 | 4.1.1 | 1 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| 3 | 4.1.2. | 1 | 3 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 4 | 4.1.2. | 1 | 4 | | | 2 | | | | | | |
| 5 | 4.1.3. | 1 | 5 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 6 | 4.1.3. | 1 | 6 | | | 2 | | КР №1 | | | | Рейтинг –контроль №1 |
| 7 | 4.1.4. | 1 | 7 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 8 | 4.1.4. | 1 | 8 | | | 2 | | | | | | |
| 9 | 4.1.5. | 1 | 9 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 10 | 4.1.5. | 1 | 10 | | | 2 | | | | | | |
| 11 | 4.1.6. | 1 | 11 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 12 | 4.1.6. | 1 | 12 | | | 2 | | КР №2 | | | | Рейтинг –контроль №2 |
| 13 | 4.1.7. | 1 | 13 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 14 | 4.1.7. | 1 | 14 | | | 2 | | | | | | |
| 15 | 4.1.8. | 1 | 15 | 2 | | | | | | | 1/50 | |
| 16 | 4.1.8. | 1 | 16 | | | 2 | | | | | | |
| 17 | 4.1.9. | 1 | 17 | 2 | | | | | | | 1/50 | |

| | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------|---------|---|----|----|----|----|--|-------|----|--|---------|----------------------|
| 18 | 4.1.9. | 1 | 18 | | | 2 | | КР №3 | | | | Рейтинг –контроль №3 |
| Всего часов в 1-ом семестре | | | | 18 | 18 | | | | | | 9/50 | Зачет |
| 1 | 4.1.10. | 2 | 1 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 2 | 4.1.10. | 2 | 2 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 3 | 4.1.11. | 2 | 3 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 4 | 4.1.11. | 2 | 4 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 5 | 4.1.12. | 2 | 5 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 6 | 4.1.12. | 2 | 6 | | | 2 | | КР №1 | 2 | | 1/50 | Рейтинг –контроль №1 |
| 7 | 4.1.13. | 2 | 7 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 8 | 4.1.13. | 2 | 8 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 9 | 4.1.14. | 2 | 9 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 10 | 4.1.14. | 2 | 10 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 11 | 4.1.15. | 2 | 11 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 12 | 4.1.15. | 2 | 12 | | | 2 | | КР №2 | 2 | | 1/50 | Рейтинг –контроль №2 |
| 13 | 4.1.16. | 2 | 13 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 14 | 4.1.16. | 2 | 14 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 15 | 4.1.17. | 2 | 15 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 16 | 4.1.17. | 2 | 16 | | | 2 | | 2 | | | 1/50 | |
| 17 | 4.1.17. | 2 | 17 | 2 | | | | 2 | | | 1/50 | |
| 18 | 4.1.17. | 2 | 18 | | | 2 | | КР №3 | 2 | | 1/50 | Рейтинг –контроль №3 |
| Всего часов во 2-ом семестре | | | | 18 | | 18 | | | 36 | | 18/50 | Зачет |
| Всего часов | | | | 36 | | 36 | | | 36 | | 27/37,5 | Зачет, зачет |

4.1. Теоретический курс

Семестр 1.

Глава “Линейная алгебра”.

4.1.1. Матрицы. Действия с матрицами.

Матрицы. Виды матриц. Линейные операции с матрицами. Умножение матриц.
Транспонирование матрицы. Свойства этих операций.

4.1.2. Определители.

Подстановки. Четность подстановки. Понятие определителя. Определители матриц 2×2 и 3×3 . Свойства определителей. Понятие минора k -го порядка. Теорема Лапласа.

4.1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения. Элементарные преобразования матрицы. Понятие ранга матрицы. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, приведение к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.

4.1.4. Системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы. Матрица системы. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы. Способы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, формулы Крамера, метод обратной матрицы.

4.1.5. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.

Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Общее решение.
Фундаментальная система решений.

Глава “Векторная алгебра”.

4.1.6. Векторы. Скалярное произведение векторов.

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Действия над векторами в координатах. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, вычисление в координатах.

4.1.7. Векторное произведение векторов.

Правая и левая тройки векторов. Векторное произведение векторов: определение, геометрический смысл, свойства, вычисление в координатах.

4.1.8. Смешанное произведение векторов.

Смешанное произведение векторов: определение, геометрический смысл, свойства, вычисление в координатах.

4.1.9. Векторное пространство.

Векторное пространство. Линейно зависимые и независимые векторы. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.

Семестр 2.

Глава “Векторная алгебра”.

4.1.10. Линейные преобразования.

Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Сумма и произведение линейных преобразований.

4.1.11. Евклидово пространство. Квадратичные формы.

Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Квадратичные формы. Закон инерции квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Глава “Аналитическая геометрия”.

4.1.12. Прямая на плоскости.

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

4.1.13. Плоскость в пространстве.

Различные виды уравнений плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

4.1.14. Прямая в пространстве.

Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых в пространстве. Задачи на прямую и плоскость. Угол между прямой и плоскостью.

4.1.15. Кривые второго порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола.

4.1.16. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Собственные числа и векторы матрицы. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

4.1.17. Поверхности второго порядка.

Эллипсоиды. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Конусы и цилиндры второго порядка.

5. Образовательные технологии

5.1. Активные и интерактивные формы обучения.

С целью формирования и развития профессиональных навыков у студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой: контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы.

5.2. Самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, а также при выполнении индивидуальной домашней работы. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных преподавателем практики задач.

5.3. Мультимедийные технологии обучения.

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов.

5.4. Лекции приглашенных специалистов.

В рамках учебного курса «Спецкурс высшей математики » не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Комплект оценочных средств по дисциплине «Спецкурс высшей математики» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:

– комплект задач репродуктивного уровня, позволяющих оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы решения).

2. Оценочные средства для контроля самостоятельной работы студентов:

– типовые расчеты для внеаудиторной работы, позволяющие провести процедуру измерения уровня знаний и умений обучающихся.

3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме

– вопросы и задачи для проведения зачета.

Семестр 1

Рейтинг-контроль №1

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра»

Вариант 1

1. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Используя критерий Кронекера – Капелли, исследовать совместность системы линейных уравнений и в случае совместности решить ее

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1 \end{cases}$$

Рейтинг-контроль №2

Контрольная работа №2 «Векторная алгебра»

Вариант 1

1. Даны координаты вершин треугольника $A(1;3)$, $B(4;-1)$, $C(-1;1)$. Вычислить угол C , площадь и периметр треугольника.
2. Дана пирамида $ABCD$: $A(-1;3;2)$, $B(1;4;4)$, $C(-6;5;-12)$, $D(-1;6;5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на плоскость ABC .
3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 3$ и угол между векторами \vec{p} и \vec{q} равен $\frac{\pi}{6}$.
4. Проверить, лежат ли точки $A(1,0,1)$, $B(4,4,6)$, $C(2,2,3)$, $D(10,14,17)$ в одной плоскости.

Рейтинг-контроль №3

Контрольная работа №3 «Линейное пространство. Квадратичные формы»

Вариант 1

1. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\vec{a} = \{-2, 1, 5\}$, $\vec{b} = \{4, -3, 0\}$ и $\vec{c} = \{0, -1, 10\}$.
2. Найти координаты вектора $\vec{x} = \{3, -10, 10\}$ в базисе $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$, если он задан в базисе $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 9\vec{e}_3 \\ \vec{a}_2 = \frac{9}{10}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases} .$$
3. Дано пространство геометрических векторов. Пусть линейное преобразование A – поворот пространства вокруг оси Oz на угол $\frac{\pi}{4}$, а линейное преобразование B – поворот пространства вокруг оси Ox на тот же самый угол. Найти матрицу линейного преобразования AB .
4. Привести квадратичную форму $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_3^2$ к каноническому виду.

Самостоятельная работа студентов

Типовой расчет №1 «Линейная алгебра»

Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена $f(A) = 2A^2 - 3A + 7E$, где
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ -7 & 3 & -2 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$
2. Вычислить определитель четвертого порядка:
 - а) разложением по строке (или столбцу);

б) по свойству определителя (обнулением строки или столбца).

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 1 & -4 & -10 \\ 4 & 3 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы и указать один из базисных миноров

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных уравнений: первую систему методом Гаусса, по формулам Крамера и методом обратной матрицы, вторую систему - методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 7y - z = -2 \\ x + 4y + 5z = 3 \\ 2x - y + 3z = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \\ 3x + y - 4z = -10 \end{cases}$$

5. Для матрицы из задания 1 найти обратную матрицу и сделать проверку.

6. Решить матричное уравнение $AXB=C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Типовой расчет №2 «Векторная алгебра»

Вариант 1

1. Даны декартовы прямоугольные координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.
Найти:
- 1) угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 2) площадь грани $A_1A_2A_3$;
 - 3) объем пирамиды;
 - 4) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

| Вариант | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 |
|---------|------------|------------|--------------|-------------|
| 1 | (-2; 0; 2) | (2; 3; 14) | (-6; -3; 14) | (1; -4; 14) |

2. Даны три точки $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$, $(x_C; y_C)$.
- а) проверить, что эти точки не лежат на одной прямой, т.е. образуют треугольник;
 - б) вычислить параметры треугольника (площадь, периметр, величину угла C);
 - с) найти длину медианы AM ;
 - д) написать уравнение описанной окружности.

| Вариант | x_A | y_A | x_B | y_B | x_C | y_C |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|----|-----|---|-----|----|----|
| 1 | 15 | -13 | 7 | -13 | 14 | 14 |
|---|----|-----|---|-----|----|----|

3. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Типовой расчет №3 «Линейное пространство. Квадратичные формы»

Вариант 1

- Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\vec{a} = \{1, 4, 6\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{c} = \{1, 1, 3\}$.
- Найти координаты вектора $\vec{x} = \{6, -1, 3\}$ в базисе $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$, если он задан в базисе $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 \\ \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$$
- Привести квадратичную форму к каноническому виду $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$.

Вопросы к зачету

- Матрицы, виды матриц. Линейные операции над матрицами.
- Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
- Подстановки. Определители. Свойства определителей.
- Практическое вычисление определителей. Теорема Лапласа.
- Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
- Системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений.
- Способы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, формулы Крамера, метод обратной матрицы.
- Векторы. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.
- Векторное произведение векторов.
- Смешанное произведение векторов.
- Векторное пространство. Линейная зависимость векторов.
- Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.

Задачи к зачету

1. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 6 \end{pmatrix}$, $f(x) = -x^2 + 5x + 8$.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x - 5y - 6z = -9 \\ 3x + y + z = 5 \\ x - 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение $AXB = C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти обратную матрицу и сделать проверку $\begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ 9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix}$.

5. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 17 & -14 & 22 \\ -2 & 1 & 3 & 3 & -9 \\ -4 & -3 & 11 & -19 & 17 \end{pmatrix}$.

Семестр 2

Рейтинг-контроль №1

Контрольная работа №1 «Прямая на плоскости»

Вариант 1

1. Даны координаты вершин треугольника $A(1;3)$, $B(4;-1)$, $C(-1;1)$. Найти: а) уравнение высоты AH и медианы AM ; б) найти угол между высотой AH и медианой AM ; в) длину высоты AH .
2. Даны две смежные вершины $A(-2;4)$, $B(2;2)$ параллелограмма $ABCD$ и точка $M(1;-1)$ пересечения его диагоналей. Найти уравнения сторон BC и CD параллелограмма.
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - y - 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + 2y - 13 = 0$
4. Найти площадь треугольника, образованного прямыми $2x + y + 4 = 0$, $x + 7y - 11 = 0$ и $3x - 5y - 7 = 0$.

Рейтинг-контроль №2

Контрольная работа №2 «Прямая и плоскость в пространстве»

1. Дана пирамида $ABCD$: $A(-1; 3; 2)$, $B(1; 4; 4)$, $C(-6; 5; -12)$, $D(-1; 6; 5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на плоскость ABC .
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y - z + 3 = 0$ и $2x + y - 2z + 1 = 0$.
3. Привести к каноническому виду уравнение прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$$
4. Даны координаты вершин треугольника $A(-3; 2; 8)$, $B(-7; 0; 3)$, $C(3; 4; 5)$. Составить параметрические уравнение его медианы, проведенной из вершины A .

Рейтинг-контроль №3

Контрольная работа №3 «Кривые и поверхности второго порядка»

1. Составить уравнение и построить эллипс, фокусы которого расположены на оси Ox , симметрично относительно начала координат, если $2c = 24$, $\varepsilon = \frac{12}{13}$.
2. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0; 2)$ и прямой $y - 4 = 0$.
3. Привести к каноническому виду уравнение кривой второго порядка $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 9$.
4. Методом параллельных сечений исследовать поверхность и построить ее $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{25} = 1$.

Самостоятельная работа студентов

Типовой расчет №1 «Прямая на плоскости»

Даны координаты вершин треугольника $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$.

- a) написать уравнения сторон треугольника;
- b) написать уравнение высоты BH ;
- c) найти длину BH ;
- d) уравнение медианы AE ;
- e) длину этой медианы;
- f) центр тяжести треугольника;
- g) написать уравнение биссектрисы угла C
- h) площадь треугольника.

| Вариант | x_A | y_A | x_B | y_B | x_C | y_C |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 15 | -13 | 7 | -13 | 14 | 14 |

Типовой расчет №2 «Прямая и плоскость в пространстве»

1. Даны декартовы прямоугольные координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.
Найти:

а) уравнение плоскости грани $A_1A_2A_3$;

б) угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

в) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

| Вариант | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 |
|---------|------------|------------|--------------|-------------|
| 1 | (-2; 0; 2) | (2; 3; 14) | (-6; -3; 14) | (1; -4; 14) |

2. Задана плоскость α и точка M . Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M параллельно плоскости α . Найти расстояние между плоскостями.

| Вариант | Плоскость α | M |
|---------|---------------------------|-----------|
| 1 | $11x - 16y - 8z - 16 = 0$ | (1; 1; 0) |

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M_1 и M_2 перпендикулярно заданной плоскости α .

| Вариант | Плоскость α | M_1 | M_2 |
|---------|----------------------------|-----------|-------------|
| 1 | $-20x - 9y + 12z - 24 = 0$ | (2; 2; 0) | (14; 1; 12) |

4. Даны прямая l и точка M . Написать:

- уравнение плоскости α , проходящей через прямую l и точку M ;
- уравнение плоскости β , проходящей через точку M перпендикулярно прямой l ;
- канонические уравнения прямой h , проходящей через точку M перпендикулярно прямой l .

| Вариант | Прямая l | M |
|---------|--|-----------|
| 1 | $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ | (2; 0; 2) |

Типовой расчет №3 «Кривые и поверхности второго порядка»

1 вариант

1. Найти собственные числа и собственные векторы

$$\text{матрицы } \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ox , симметрично относительно начала координат, если $a = 10$, $\varepsilon = \frac{3}{5}$.
3. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.
 $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.
4. Методом параллельных сечений исследовать геометрическую форму поверхности второго порядка и построить ее.

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{25} = 1.$$

Вопросы к зачету

1. Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования.
2. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис.
3. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
4. Прямая на плоскости: виды уравнений прямой, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.
5. Плоскость в пространстве: виды уравнений плоскости.
6. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
7. Прямая в пространстве: виды уравнений прямой, взаимное расположение прямых.
8. Прямая как пересечение двух плоскостей. Угол между прямой и плоскостью.
9. Эллипс.
10. Гипербола.
11. Парабола.
12. Собственные числа и собственные векторы матрицы.
13. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
14. Поверхности вращения. Эллипсоид.
15. Однополостный и двуполостный гиперboloиды.
16. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
17. Конус и цилиндры второго порядка.

Задачи к зачету

1. Найти угол между векторами \overline{AB} и \overline{AC} , где $A(1; -1; 0)$, $B(4; 3; -2)$ и $C(-1; 5; 2)$.
2. Найти векторное произведение векторов \overline{AB} и \overline{AC} , где $A(-2; 1; 2)$, $B(1; 0; -2)$ и $C(1; 4; 3)$.
3. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1; 2; 0)$, $B(3; 2; 1)$ и $C(-2; 1; 2)$.
4. Найти смешанное произведение векторов \overline{AB} и \overline{AC} , где $A(-2; 1; 2)$, $B(1; 0; -2)$ и $C(1; 4; 3)$.
5. Проверить, лежат ли точки $A(5; 7; -2)$, $B(3; 1; -1)$, $C(9; 4; -4)$, $D(1; 5; 0)$ в одной плоскости.
6. Найти объем пирамиды с вершинами $A(5; 1; 4)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 3; -4)$, $D(2; 2; 2)$.
7. Дана пирамида $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(-1; 3; 2)$, $A_2(1; 4; 4)$, $A_3(-6; 5; -12)$, $A_4(-1; 6; 5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1; 1; 2)$ параллельно плоскости $\alpha: 18x - y - 6z - 26 = 0$. Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; 1)$ и перпендикулярно плоскостям $\alpha: x + 3y - z + 3 = 0$ и $\beta: 2x + y - 2z + 1 = 0$.
10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 0; -1)$, $M_2(2; 2; 3)$ и $M_3(0; -3; 1)$.
11. Даны три точки $A(3; -13)$, $B(21; -1)$, $C(10; -4)$. Требуется:
 - а) вычислить параметры треугольника (площадь, периметр, величину угла C);
 - б) написать уравнение медианы AM ;
 - в) написать уравнение высоты угла C .
12. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0; 2)$ и прямой $y - 4 = 0$.
13. Большая ось эллипса равна 12, а директрисами служат прямые $x = \pm 12$. Найти уравнение эллипса и его эксцентриситет.
14. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $x^2 - y^2 = 1$ и прямой $x = 1$.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

| № п/ п | Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц) | Наличие в электронной библиотеке ВлГУ |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| <i>Основная литература</i> | | |
| 1 | Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие/ В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с.: - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005479-7 | http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=455245 |
| 2 | Линейная алгебра. Аналитическая геометрия/ Ивлева А.М., Прилуцкая П.И., Черных И.Д. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 180 с.: ISBN 978-5-7782-2409-4 | http://znanium.com/bookread2.php?book=548302 |
| 3 | Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 168 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005479-7 | http://znanium.com/bookread2.php?book=318084 |
| <i>Дополнительная литература</i> | | |
| 1 | Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс]: учеб. пособ. для вузов / Аржанцев И.В. - Новое издание, исправленное - М.: МЦНМО, 2009. 408 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. | http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574132.html |
| 2 | Аналитическая геометрия и линейная алгебра. [Электронный ресурс] / Кадомцев С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. | http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html |
| 4 | Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. | http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html |
| 5 | Дубровин Н.И. Задачник по математике. 1-й семестр. / Н. И. Дубровин; А.Ю. Тухтамирзаев; Владим. гос. ун-т.— Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011.- ISBN 978-5-9984-0159-9. | http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/3063 |

8. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением виртуальных приборов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 13.03.03 “ Энергетическое машиностроение”.

Автор: доцент каф. АиГ Крашенинникова О.В.

Рецензент: зав. кафедрой «Математика и информатика» Владимирского филиала Финансового университета Хрипунова М.Б.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры и геометрии

Протокол № 11/15 от 9.11.15
Зав. кафедрой Дубровин Н.И.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 13.03.03 “ Энергетическое машиностроение ”

Протокол № 6 от 11.11.15
Председатель комиссии Гуськов В.Ф.

Программа переутверждена:

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____