

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 11 » 11 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**"Спецглавы высшей математики"**

**Направление подготовки** 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

**Профиль подготовки** «Двигатели внутреннего сгорания»

**Уровень высшего образования** Бакалавриат

**Форма обучения** очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практи- ческие занятия час.	Лабора- торные работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./ зачет)
III	4 / 144	36	36	-	72	зачёт
IV	3 / 108	18	36	-	18	Экзамен (45)
Итого	7 / 252	54	72	-	90	Зачёт, экзамен (45)

*набор 2013г.*

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «**Спецглавы высшей математики**» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «**Спецглавы высшей математики**» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению **13.03.03 «Энергетическое машиностроение»**.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «**Спецглавы высшей математики**» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «**Спецглавы высшей математики**» обучающимися позволит им :

- а) применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности ;
- б) строить математические модели объектов профессиональной деятельности ;
- в) использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями** :

- способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач ( **ОПК – 2** ) ;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

**знать:** основные понятия и методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, линейной алгебры, дифференциальных уравнений ;

**уметь:** на основе фундаментальных наук решать задачи управления работоспособностью автотранспортных средств ;

**владеть:** методами и технологиями обеспечения работоспособности двигателей .



#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 часа).

Распределение трудоёмкости по видам занятий представлено в таблице.

	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС		
1	1.1 – 1.2	3	1	2	2			4	1 / 25	
2	1.3 – 1.4		2	2	2			4	1 / 25	
3	1.4 – 1.5		3	2	2			4	1 / 25	
4	1.5		4	2	2			4	1 / 25	
5	2.1		5	2	2			4	1 / 25	Рейтинг-
6	2.2		6	2	2			4	1 / 25	контроль №1
7	2.2 - 2.3		7	2	2			4	1 / 25	
8	2.3 – 2.4		8	2	2			4	1 / 25	
9	3.1		9	2	2			4	1 / 25	
10	3.2		10	2	2			4	1 / 25	Рейтинг-
11	3.2 – 3.3		11	2	2			4	1 / 25	контроль №2
12	3.4		12	2	2			4	1 / 25	
13	3.4		13	2	2			4	1 / 25	
14	3.5		14	2	2			4	1 / 25	
15	3.5 – 3.6		15	2	2			4	1 / 25	
16	3.7		16	2	2			4	1 / 25	
17	3.7 – 3.8		17	2	2			4	1 / 25	Рейтинг-
18	3.8 – 3.9		18	2	2			4	1 / 25	контроль №3
Всего за 3-й семестр				36	36			72	18 / 72	зачёт
19	4.1	4	1	2	2			1	1 / 25	
20	4.1		2		2			1	1 / 25	
21	4.1		3	2	2			1	1 / 25	
22	4.2		4		2			1	1 / 25	
23	4.2		5	2	2			1	1 / 25	
24	4.3		6		2			1	1 / 25	Рейтинг-
25	4.4		7	2	2			1	1 / 25	контроль №1
26	4.5		8		2			1	1 / 25	
27	5.1		9	2	2			1	1 / 25	
28	5.1		10		2			1	1 / 25	
29	5.1 – 5.2		11	2	2			1	1 / 25	
30	5.2		12		2			1	1 / 25	Рейтинг-
31	5.2 – 5.3		13	2	2			1	1 / 25	контроль №2
32	5.3		14		2			1	1 / 25	
33	5.4		15	2	2			1	1 / 25	
34	5.5		16		2			1	1 / 25	
35	5.5 – 5.6		17	2	2			1	1 / 25	Рейтинг-
36	5.6		18		2			1	1 / 25	контроль №3
Всего за 4-й семестр				18	36			18	18 / 25	45 (экзамен)
Всего за курс				54	72			90	36 / 25	45 (экзамен)



## Тематический план курса.

### III семестр.

#### 1. Дифференциальные уравнения и системы уравнений.

1.1. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные – со специальной правой частью). Общие принципы их решения. 1.2. Метод вариации в решении линейных уравнений. 1.3. Задачи механики и физики, приводящие к дифференциальным уравнениям. 1.4. Системы дифференциальных уравнений. Понятие о динамических системах. Методы интегрирования нормальных систем. 1.5. Решение прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений и систем.

#### 2. Интегрирование функций нескольких переменных. Теория поля.

2.1. Скалярное поле. Производная по направлению и градиент. 2.2. Криволинейные интегралы 1-го типа – определение и основные свойства. Нахождение массы и координат центра тяжести дуги. 2.3. Векторное поле, его основные характеристики. 2.4. Интегралы 2-го типа, их физический смысл. Понятие циркуляции. 2.5. Независимость интеграла от пути интегрирования. 2.6. Потенциальные поля, критерий потенциальности. Уравнения в полных дифференциалах. 2.7. Двойной интеграл – определение и свойства. Замена переменных в двойном интеграле. 2.8. Механические приложения двойного интеграла. 2.9. Формула Грина.

### IV семестр.

#### 3. Основы теории рядов.

3.1. Числовые и функциональные ряды – общие понятия, терминология и теоремы. 3.2. Степенные ряды - основные теоремы и стандартные разложения. 3.3. Приближенные вычисления констант и интегралов с помощью разложения в ряд. 3.4. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов. 3.5. Ряды Фурье и их применение в механике и физике.

#### 4. Теория вероятностей и математическая статистика.

4.1. Случайные события, алгебра событий. Классическое и статистическое определение вероятности. Основные теоремы и аксиомы. 4.2. Повторные независимые испытания. Биномиальный закон и предельные теоремы. Производящая функция. 4.3. Дискретные и непрерывные случайные величины, их основные характеристики. 4.4. Основные законы распределения. Закон больших чисел. 4.5. Основные понятия и задачи математической статистики. Методы обработки экспериментальных данных, точечные и интервальные оценки. 4.6. Понятие о проверке статистических гипотез. Элементы теории корреляции.



## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

### **5.1. Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 36 часов (25 %).

### **5.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

### **5.3. Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

### **5.4. Лекции приглашенных специалистов**

В рамках учебного курса «Высшая математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

### **5.5. Рейтинговая система обучения**

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.



## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости**

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Спецглавы высшей математики» предполагает выполнение контрольных работ и типовых расчётов.

### **III семестр.**

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1.**

**Тема : « Дифференциальные уравнения и системы »**

Вариант :

1. Найти частное решение ЛДУ и сделать проверку.
2. Найти общее решение ЛДУ методом вариации.
3. Решить (нелинейную) систему дифференциальных уравнений.

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2.**

**Тема : « Двойные интегралы и их приложения »**

Вариант :

1. Расставить пределы интегрирования по области, заданной в системе  $XOY$ .
2. Найти координаты центра масс пластинки с заданной плотностью.
3. Рассчитать площадь ограниченной поверхности, заданной в системе  $XYZ$ .

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3.**

**Тема : « Криволинейные интегралы и теория поля »**

Вариант :

1. Найти координаты центра масс однородной нити, заданной в 3-мерном пространстве.
2. Рассчитать работу векторного поля вдоль заданной дуги ( на плоскости ).
3. Вычислить циркуляцию вектора вдоль заданной кривой ( двумя способами – непосредственно и по формуле Грина ).

### **IV семестр.**

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 1.**

**Тема : « Числовые и функциональные ряды »**

Вариант :

1. Для заданного числового ряда – обосновать его сходимость и вычислить сумму с точностью до 0,01.
2. Оценить поведение ряда на границе его области сходимости.
3. Найти сумму функционального ряда с помощью поэлементного интегрирования.

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 2.**

**Тема : « Степенные ряды, ряды Фурье и их приложения »**

Вариант :

1. Вычислить предел функции, используя разложение в ряд Тейлора.
2. Разложить в ряд Маклорена функцию  $\arcsin(2x)$  и рассчитать число  $\pi/2$  (с точн. до 0,001).
3. С помощью равенства Парсеваля найти сумму  $1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots$

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю № 3.**

**Тема : « Теория вероятностей и математическая статистика »**

Вариант :

1. Задача на «классическую» вероятность.
2. Исследование непрерывной случайной величины.
3. Получение точечной и интервальной оценок заданной выборки.



## 6.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

### ВОПРОСЫ К ЗАЧЁТУ

#### III семестр

1. Комплексные числа, основные определения, терминология и действия над ними.
2. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Вековое уравнение, построение ФСР по его корням.
3. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Понятие квазиполинома.
4. Принцип «дама с собачкой» (в построении общего решения). Учёт явления «резонанса».
5. Понятие о методе вариации констант ( в решении неоднородного уравнения ). Принцип суперпозиции («наложения» частных решений). Примеры.
6. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и терминология. Порядок, каноничность, нормальность, автономность системы. Примеры.
8. Методы решения дифференциальных систем. Примеры.
9. Физический смысл нормальной системы (случай двух и трёх уравнений). Понятия динамической системы, фазового пространства и траектории. Примеры.
10. Скалярные поля, их основные характеристики : производная по направлению, градиент и линии уровня. Смысл этих понятий. Примеры.
11. Криволинейные интегралы 1-го рода : определение и свойства. Примеры.
12. Приложения криволинейных интегралов 1-го рода в геометрии и механике.
13. Векторные поля – определение и примеры. Понятия «циркуляция» и «ротор».
14. Криволинейные интегралы 2-го рода : определение и свойства ; физический смысл. Понятия «путь» и «контур интегрирования».
15. Потенциальные поля ( на плоскости и в пространстве ). Критерий потенциальности поля. Независимость величины интеграла от пути интегрирования.
16. Циркуляция вектора в потенциальном поле. Примеры решения задач.
17. Двойные интегралы : определение, расстановка пределов и вычисление. Примеры.
18. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие «якобиан». Примеры.
19. Геометрические и физико-механические приложения двойного интеграла – основные формулы.
20. Связь двойного интеграла с повторным. Формула Грина. Примеры.
21. Понятие о «геометрическом» способе решения задач « оптимизации ».

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

#### IV семестр

1. Числовые ряды. Основные понятия и терминология. Геометрические прогрессии. Сходимость и расходимость. Примеры.
2. Общие признаки сходимости, расходимости (необходимые и достаточные). Признаки сравнения для знакопостоянных рядов.
3. Признаки Д'Аламбера и Коши, их сравнение. Формула Стирлинга.
4. Интегральный признак. Обобщённо-гармонические ряды и их сходимость. Понятие «моделирующей» функции.
5. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Общие свойства сумм рядов, связанные с перестановками (и группировками) в ряде. Признак Лейбница.
6. Методы точного и приближённого вычисления суммы ряда. Оценки остатка знакопостоянного и знакопеременного рядов. Примеры.
7. Функциональные ряды. Основные понятия и терминология. Методы поиска области сходимости. Равномерная сходимость и признак Вейерштрасса.
8. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Обобщённо-степенные ряды.
9. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Методы поиска сумм степенных рядов.



10. Ряды Тейлора. Основные понятия и факты. Разложения функций  $tg(x)$  и  $arctg(x)$ ;  $arcsin(x)$  и  $arccos(x)$ .
11. «Стандартные разложения в ряд Тейлора основных элементарных функций. Области сходимости этих «стандартов».
12. Использование рядов Тейлора в приближённых вычислениях. Оценки «остатков» стандартных разложений.
13. Приближённые вычисления величин  $\pi$ ,  $e$ , а также определённых интегралов с помощью рядов.
14. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.
15. Понятие о рядах Фурье. Основная теорема о «разложимости» функции.
16. Случай чётной и нечётной функции. Равенство Парсеваля.
17. Понятие случайного события и его частота. «Классическая» и «статистическая» вероятность. Геометрическая вероятность.
18. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Примеры.
19. Условная вероятность. Формула полной вероятности.
20. Теорема Байеса. Примеры.
21. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
22. Теоремы Лапласа.
23. Наивероятнейшее число появлений события. Примеры.
24. Производящая функция и её применение.
25. Дискретные случайные величины, их основные характеристики.
26. Основные законы распределения: биномиальный и Пуассона.
27. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
28. Непрерывные случайные величины. Понятие о функциях распределения.
29. Числовые характеристики непрерывных случайных величин
30. Равномерный и нормальный законы распределения.
31. Показательный закон и функция надёжности.
32. Понятие о выборке. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон.
33. Точечные оценки параметров распределения.
34. Интервальные оценки. Доверительный интервал.
35. Понятие о линии регрессии и линейной корреляции.

### 6.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «**Спецглавы высшей математики**» предполагается выполнение типовых расчетов. **Типовые расчеты** выполняются во внеаудиторное время (три типовых расчета в семестре). Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по расчётам.

## III семестр.

### Типовой расчет № 1 : « Дифференциальные уравнения и их приложения »

#### Раздел « Дифференциальные уравнения ».

1. Указать вид общего решения уравнения :  $y'' - 5y' + 4y = f(x)$ , если
  - а)  $f(x) = 4x$ ;      б)  $f(x) = 2x(e)^{2x}$ ;      в)  $f(x) = e^x(x \cos(x) - \sin(x))$ .
2. Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения.
  - а)  $y'' + 6y' + 9y - xe^{3x} + 10 \sin x$ ,  $y(0) - y'(0) = 0$ ;
  - б)  $y^{IV} - y^{IV} = xe^x - 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = y''(0) = -1$ ,  $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$ ;
3. Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:
 
$$4y'' - 4y' + y = -2 \sin(x) + x + 2 ; y(0) = 1, y'(0) = 2.$$



4. Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения :  
 $y''' + y' = \operatorname{ctg}(2x)$ ;  $y(\pi/4) = y(\pi/3) = 0$  (метод вариации!).
5. Мальчик, идущий по тротуару, везёт за собой на верёвке (по мостовой) санки. Найти кривую, по которой движутся санки, если длина верёвки равна 1 м.
6. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 12 км/ч. Её мотор выключается и через 10 секунд скорость лодки уменьшилась до 1,5 м/с. Считая, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки, найти : а) через какое время скорость лодки уменьшится до 10 см/с ? ; б) какой путь пройдёт лодка до полной остановки ?
7. Тяжёлая однородная цепь переброшена через гладкий гвоздь так, что с одной стороны свисает её часть длиной 8 м, а с другой – 10 м. За какое время цепь соскользнет с гвоздя ?

### **Раздел « Системы дифференциальных уравнений ».**

1. Определить тип и порядок системы и решить ее методом исключения неизвестных, используя начальные условия. Полученный ответ проверить (подстановкой в исходное условие). Согласно ответу изобразить траекторию движения точки ( на XOY). Записать исходное условие в векторно-матричной форме. Указать точку поворота, если таковой имеется, дать анализ траектории движения точки.

$$\begin{aligned} \text{а) } \dot{x} &= x + 4y, & x(0) &= 3, & y(0) &= 0. \\ \dot{y} &= 2x + 3y, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \dot{x} &= 3x + y - 3t + 1, & x(0) &= y(0) = 0 \\ \dot{y} &= -x + y - t, \end{aligned}$$

(здесь, вместо изображения траектории, исследовать, куда будет двигаться точка при  $t \rightarrow +/\infty$ , а также найти точки поворота).

2. Найти общее решение системы вида  $x'(t) = -y(t)$ ,  $y'(t) = y^2/x$  и её частное решение, удовлетворяющее условиям :  $x(1) = 1$ ,  $y(1) = -0,5$ .
3. Найти фазовую траекторию автономной динамической системы вида  $x(t) = x^2/y$ ,  $y'(t) = x$ , проходящую через точку  $M(2, -3)$ . Через какое время движущийся объект окажется в точке  $N(5, -9)$  ?
4. Вещество А с начальной массой 10 кг разлагается ( под воздействием фермента) на два вещества : В и С. Скорость образования каждого из них пропорциональна количеству неразложившегося вещества А. Известно, что через час после начала процесса количество вещества В составляло 2 кг, а количество С – 4 кг. Через какое время количество неразложившегося вещества А составит 1 кг ?

### **Типовой расчет № 2 : « Двойные интегралы и их приложения »**

1. Область D ограничена линиями :  $y^2 = 2x$ ,  $x^2 + y^2 = 4x$ ,  $y = 0$  ( $y \leq 0$ ). Требуется : Записать двойной интеграл ( взятый по этой области ) в виде повторных ( расставить пределы двумя способами !) и найти площадь области.
2. Найти объём тела, ограниченного поверхностями  $x = \sqrt{y}$ ,  $x = -3\sqrt{y}$ ,  $y + z = 9$ ,  $z = 0$ . Дать ( схематический ) чертёж и оценить объём, исходя из геометрических соображений.
3. Найти площадь части поверхности конуса  $x^2 + z^2 = y^2$ , вырезаемой цилиндром  $y^2 = 2x$ . Дать ( схематический ) рисунок и оценить объём, исходя из геометрических соображений.



4. Пластина D имеет поверхностную плотность  $\rho(x, y) = -2x + y^2$  и ограничена линиями:  $x = -1/4$ ,  $y^2 = -16x$ ,  $y = 0$  ( $y \leq 0$ ) (на плоскости XOY).  
Найти среднюю плотность вещества, распределённого по пластинке.  
(Вариант задачи: рассчитать координаты центра тяжести пластинки D)
5. Фигура D ограничена линиями (на плоскости XOY):  $y = 3\sqrt{x}$ ,  $y = 3/x$ ,  $x = 9$ .  
Рассчитать её площадь с помощью двойного интеграла двумя способами (расставляя пределы интегрирования в разных порядках).  
(Вариант задачи: рассчитать координаты центра тяжести фигуры D).

### Типовой расчет № 3 : « Криволинейные интегралы и теория поля »

1. Найти работу векторного поля  $\vec{F} = (x+y)^2 \vec{i} + (x^2 - y^2) \vec{j}$ , производимую вдоль линии  $L: (x^2/4) + (y^2/9) = 1$  при движении точки от положения  $M(2, 0)$  к положению  $N(0, 3)$  по часовой стрелке.
2. Найти циркуляцию силового поля  $\vec{F} = \{(x+y)^2; -(x^2 + y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода – по часовой стрелке.
3. На плоскости XOY даны точки:  $O(0, 0)$ ,  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, -8)$  и  $C(-2, -8)$ .  
Вычислить работу поля  $F = (x-y) \vec{i} - (x-2y) \vec{j}$  при движении от O к C по четырем различным путям: а) вдоль ломаной OAC; б) вдоль ломаной OBC; в) по дуге OC параболы  $y = x^3$ ; г) по отрезку OC.  
Сравнить полученные результаты и объяснить их совпадение. Сделать рисунок. Убедиться, что поле потенциально и найти потенциал поля (см. лекции).  
Проверить соответствие разности потенциалов и величин полученных работ.
4. Дана функция (скалярное поле):  $f(x, y) = \sqrt{xy} - \sqrt{4-z^2}$  и поверхность S, заданная уравнением:  $z = x^2 - y^2$ . Определить величину тупого угла между градиентом поля и нормалью к поверхности S, взятыми в точке  $M(1, 1, 0)$ .
5. Оценить поведение (в смысле убывания - возрастания) скалярного поля  $u = z^2 - 2 \arccotg(x-y)$  в направлении вектора  $l = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .
6. Определить вид линий (или поверхностей) уровня скалярных полей и дать иллюстрацию.  
а)  $u(x, y) = y/x^2$ ; б)  $u(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + 3z^2$ ; в)  $u(x, y, z) = x^2 - 2y + z$ .
7. Найти векторные (силовые) линии полей:  
а)  $\vec{a} = x \vec{i} - 2y \vec{j}$ ; б)  $\vec{a} = (x+y) \vec{i} + (x-y) \vec{j}$ ; в)  $\vec{a} = \vec{i}/2x - \vec{j}/y$ .  
Сделать соответствующий рисунок.

### IV семестр.

#### Типовой расчет № 1 : « Числовые и функциональные ряды »

1. Исследовать сходимость рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , пользуясь известными признаками:
- а)  $a_n = (3)^n / (2n)!$ ; б)  $a_n = 1/n \ln^2(n+1)$ ; в)  $a_n = (n)^{n-1} / (n+1)!$ ;  
г)  $a_n = (n+3) / (n^3 - 2)$ ; д)  $a_n = (-1)^n n / (2n-1)$ ; е)  $a_n = \sqrt[n]{0,001}$ .
2. Исследовать ряд и найти его точную сумму:
- а)  $a_n = 8 / (16n^2 + 8n - 15)$ ; б)  $a_n = (3-n) / (n^3 + 4n^2 + 3n)$ ; в)  $a_n = (n-1) / (3)^n$ .



3. Исследовать ряд и найти его сумму с точностью до 0,01 (можно использовать AG!);  
(в случае расходимости – указать, на каком шаге сумма станет больше 10):

а)  $a_n = (\ln(n+1))^{-\ln(n)}$ ; б)  $a_n = \sqrt[3]{n^5 + 4 / (n^2 \cdot \sin^2(n))}$ ; в)  $a_n = (-1)^n / (n \cdot \sqrt{2 + 5 \ln(n)})$ .

4. Определить области сходимости функциональных рядов и их поведение в граничных точках:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2)^{n+1} (2x+3)^{n-1} / \sqrt{n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (1-3/n)^{4n} (1/(2-3x))^n$ .

### Типовой расчет № 2: « Степенные ряды, ряды Фурье и их приложения »

1. Рассчитать сумму степенного ряда (с помощью операций дифференцирования и интегрирования) и исследовать ее на экстремум:

а)  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (n/n+1) (x)^{2n-1}$ ; б)  $S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-n^2 + 3n - 4) (1/(x^2 - 1))^n$ .

2. Разложить в ряд Тейлора (Маклорена) функцию: а)  $f(x) = (1/3)^{x+2}$ ;

б)  $f(x) = \sin^2(3x)$ ; в)  $f(x) = 1 / (1-x^2)^2$ ; г)  $f(x) = \sqrt{x}$  (по возрастающим степеням разности  $(x-1)$ ).

3. Получить разложение в ряд Маклорена функций  $\arctg x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ .  
(использовать материал лекций).

4. Пользуясь разложением в ряд, вычислить приближенно (с точностью до 0,01):

а)  $\sqrt[3]{e}$ ; б)  $\sin(18^\circ)$ ; в)  $\sqrt[5]{1,2}$ ; г)  $\arcsin(0,8)$ ; д)  $\int_0^{0,5} \exp(-x^3) dx$ .

5. Разложить в ряд Фурье периодическую (на всей оси) функцию с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на участке  $-\pi \leq x \leq \pi$ :

а)  $f(x) = x/2$ ; б)  $f(x) = \cos(x/2)$ ; в)  $f(x) = \sin x + |x|$ .

6. Проверить ( $\approx$ ) равенство Парсеваля для функции  $f(x) = x^2$  на участке  $(-1, 1)$ .

### Типовой расчет № 3: « Теория вероятностей и математическая статистика »

#### Раздел « Классическая и геометрическая вероятность »

1. Решить неравенство: а)  $2 C_{x+5}^{x+1} \geq A_{x+3}^2$ ; б) вычислить  $P_5 (C_{11}^5 - C_{11}^4) / A_{12}^5$ .
2. Разыгрывается мини-лото « 2 из 15 ». Найти вероятность угадать хотя бы 2 номера.
3. В урне находятся 2 белых и 8 черных шаров. Сколько белых шаров следует добавить в урну, чтобы вероятность извлечения белого шара составила бы не менее 0,99?
4. Три стрелка одновременно стреляют в цель. Вероятности попаданий составляют 0,9; 0,8 и 0,6 соответственно. Какова вероятность, что будет зарегистрировано не менее двух попаданий?
5. В условиях предыдущей задачи зафиксировано ровно одно попадание. Какова вероятность (в %), что попал именно третий стрелок?
6. Вероятность поражения цели при одиночном выстреле равна 1/3. Найти распределение вероятностей для числа попаданий  $m$  при количестве выстрелов  $n = 5$ .
7. В условиях предыдущей задачи найти, при каком количестве выстрелов цель будет поражена хотя бы дважды с вероятностью, не меньшей, чем 0,9.
8. Два равносильных гонщика соревнуются в серии заездов. Что вероятнее: выиграть серию из 4-х заездов или из 6-ти? (ничьих не бывает).
9. Два танка пытаются прорвать оборону противника. Вероятность того, что будет подбит один танк, равна 0,65; а оба – 0,4. Какова вероятность, что оборона будет прорвана?
10. Датчик случайных чисел генерирует пару отрицательных чисел ( $x$  и  $y$ ) таких, что  $x + y \geq -4$ . Найти вероятность, что при этом окажется  $x^3 \leq 27y$ .



## Раздел « Случайные величины »

1. Все значения случайной величины  $X$  принадлежат интервалу  $(0, 2)$ , причем плотность вероятности  $\varphi(x) = 1/4$  при  $0 < x \leq 1$  и  $\varphi(x) = 3/4$  при  $1 < x \leq 2$ . Найти функцию распределения  $\Phi(X)$ , математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсию  $D(X)$ .
2. Найти вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $(-x_0, 2x_0)$ , если она распределена нормально с параметрами  $(a, \sigma)$ , а  $x_0$  - точка перегиба графика соответствующей кривой Гаусса.
3. При опытной стрельбе было обнаружено, что отклонение  $\Delta$  точки попадания от цели подчиняется "равномерному" закону на участке  $[1000, 1200]$ . Какова вероятность (в %) того, что  $|\Delta| \leq 3$ ?
4. Испытываются два независимо работающих элемента. Длительность их безотказной работы подчинена показательному закону надёжности с параметрами  $\lambda_1 = 0,02$  и  $\lambda_2 = 0,03$  соответственно. Найти вероятность того, что за время  $t = 50$  часов хотя бы один элемент откажет.

## Раздел « Математическая статистика »

1. Многократные измерения некоторой величины дали следующие значения (содержащие случайные ошибки):  $x_1 = 1,2$  (два раза);  $x_2 = 1,3$  (пять раз);  $x_3 = 1,3$  (три раза). Предполагая, что эти измерения равноточны, найти среднее значение и дисперсию результата измерения. Чему равна средняя квадратичная ошибка измерения?
2. При расфасовке продукции пакет считается стандартным, если его масса отличается от заданной массы 1 кг не более чем на 20 г (в ту или другую сторону). Проверено, что при аккуратной работе ошибки массы подчиняются нормальному закону с  $M = 0$  и  $\sigma = 10$  г. Некоторая партия этой продукции из 10 000 пакетов содержит 9000 стандартных пакетов. Соответствует ли это данному нормальному закону?
3. При анализе среднедушевого дохода было обследовано 100 семей. Выявлено, что на одного члена семьи в месяц приходится  $\bar{X} = 200$  тыс.руб. дохода при  $S = 50$  тыс.руб. В предположении нормального закона определите долю семей в городе, доход ( $X$ ) которых находится пределах от 150 тыс.руб. до 250 тыс.руб.
4. Объем дневной выручки в 5 торговых точках составил: 10, 15, 20, 17,  $X_5$ . Учитывая, что  $\bar{X} = 16$  млн.руб., определите выборочную дисперсию  $S^2$ :
5. С целью размещения рекламы было опрошено 400 телезрителей, из которых данную передачу смотрят 160 человек. С доверительной вероятностью 0.89 определите, какую часть телезрителей в лучшем случае может охватить реклама.
6. Справедливо ли при  $\alpha = 0.05$  утверждение продюсера, что его передачу смотрят 30% телезрителей, если из 400 опрошенных данную передачу смотрело 100 человек?
7. В паспорте купленного автомобиля утверждается, что расход бензина на 100 км пробега равен 10 литрам. Для оценки соответствия данного автомобиля этому параметру было проведено  $n=10$  наблюдений, по результатам которых получено  $\bar{X} = 11,0$  л и  $S = 1$  л. Требуется при 5% уровне значимости сделать заключение об автомобиле.
8. При исследовании зависимости между среднедушевым доходом ( $X$ ) и сбережениями ( $Y$ ) было обследовано  $n=18$  семей. По результатам наблюдений получено:  $\bar{X} = 120$  тыс.руб.,  $S_x = 20$ ,  $\bar{Y} = 20$  тыс.руб.,  $S_y = 5$ ,  $\overline{XY} = 2460$ . Требуется при  $\alpha = 0.05$  определить наличие линейной связи при  $X$  и  $Y$ .
9. На предприятии разработан новый технологический процесс вместо существовавшего. Провести сравнительный анализ существующего и нового технологического процесса по себестоимости продукции. Для этого по существующей технологии изготовлено  $n_1 = 6$  изделий, средняя себестоимость которых  $\bar{X}_1 = 12$  тыс.руб.,  $S_1^2 = 2$ , а по новой -  $n_2 = 7$  изделий,  $\bar{X}_2 = 10$  тыс.руб.,  $S_2^2 = 3$ . Считаете ли Вы целесообразным при 5% уровне значимости ввести новую технологию?



## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) основная литература:

1. Задачник по высшей математике: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 304 с.-(Высшее образование. Бакалавриат).  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785922109796.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785922109796.html)
2. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015.- 496 с. - (Высшее образование. Бакалавриат).  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785922109796.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785922109796.html).
3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785392121625.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392121625.html).

### б) дополнительная литература:

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. – ISBN 9785996328857  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785996328857.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785996328857.html)
2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 9785392143726  
[http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN\\_9785392143726.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392143726.html)
3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>

### в) интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru/>
2. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ALGEBRA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html) .
3. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/VEKTOR.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/VEKTOR.html) .
4. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ANALITICHESKAYA\\_GEOMETRIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ANALITICHESKAYA_GEOMETRIYA.html) .
5. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/MATEMATICHESKI\\_ANALIZ.html#part-1](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/MATEMATICHESKI_ANALIZ.html#part-1) .
6. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE\\_URAVNENIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html) .

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)


Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:


- университетские мультимедийные средства ;
- оборудование специализированных лабораторий ;
- электронные записи лекций ;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты MAPLE, Mathcard, MatLab).



ЭН-1135)

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **13. 03. 03 « Энергетическое машиностроение »**

Рабочую программу составил: доцент кафедры АиГ  С.В. Левизов

Рецензент: \_\_\_\_\_  


Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Алгебра и геометрия».

Протокол № 11 от 10.11. 2015 года

Заведующий кафедрой: \_\_\_\_\_

 Н.И. Дубровин.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления **13 .03. 03 «Энергетическое машиностроение»**

Протокол № 6 от 11. 11. 2015 года

Председатель комиссии \_\_\_\_\_

 В.Ф. Гуськов.