

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет»
Кафедра физики и прикладной математики

Прокошева Н.С.

Конспект лекций по физике

Владимир 2007

Оглавление

Программа.	3
Вопросы, входящие в экзаменационные билеты	5
Лекция 1. Законы теплового излучения	6
Лекция 2. Квантовые свойства света	16
Лекция 3. Строение атома.	21
Лекция 4. Волновые свойства микрочастиц	29
Лекция 5. Уравнение Шредингера.	35
Частица в потенциальной яме.	41
Лекция 6. Прохождение частицы через потенциальный барьер.	44
Квантовый гармонический осциллятор.	48
Лекция 7. Атом водорода.	51
Лекция 8. Орбитальный механический и магнитный момент электрона.	
Спин.	57
Принцип Паули.	62
Периодическая система элементов Менделеева.	63
Понятие о квантовых статистиках Бозе–Эйнштейна и Ферми– Дирака.	66
Лекция 9. Лазеры.	68
Лекция 10. Атомное ядро.	73
Литература.	80

ПРОГРАММА

I. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ.

1. Тепловое излучение. Равновесное излучение. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана. Закон Вина. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Формула Рэля - Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа». Гипотеза Планка о квантовом характере излучения. Формула Планка.

2. Квантовая природа света. Внешний фотоэффект. Основные законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Фотоны. Энергия, импульс, масса фотона. Давление света. Эффект Комптона.

II. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ.

1. Строение атома. Теория Бора. Опыт Резерфорда по рассеянию α -частиц веществом. Ядерная модель атома Резерфорда. Спектр атома водорода. Теория водородоподобного атома Бора. Опыт Франка и Герца.

2. Элементы квантовой механики. Гипотеза де Бройля. Экспериментальное подтверждение волновых свойств микрочастиц. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Волновая функция и ее статистический смысл. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Решение уравнения Шредингера для частицы в «потенциальной яме». Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект. Квантовый гармонический осциллятор.

3. Современные представления о строении атомов. Уравнение Шредингера для водородоподобного атома. Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа. Спектр атома водорода. Правило отбора. Орбитальный момент импульса электрона. Орбитальный магнитный момент электрона. Опыт Штерна и Герлаха. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Собственный магнитный момент электрона. Магнитное спиновое квантовое число. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям. Периодическая система элементов Менделеева.

4. Основы физики лазеров. Поглощение, спонтанное и индуцированное излучение света. Коэффициенты Эйнштейна. Оптические квантовые генераторы

III. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

1. Элементы квантовой статистики. Принцип тождественности частиц. Бозоны и фермионы. Понятие о квантовых статистиках Бозе – Эйнштейна и Ферми – Дирака.

2. Теория теплоемкости твердых тел. Классическая теория теплоемкости. Закон Дюлонга и Пти. Квантовая теория теплоемкости Эйнштейна. Квантовая теория теплоемкости Дебая. Фононы.

3. Теория электропроводности твердых тел. Распределение электронов проводимости в металле по энергиям. Электронный газ. Энергия Ферми. Уровень Ферми. Сверхпроводимость.

4. Зонная теория твердых тел. Энергетические зоны в кристаллах. Металлы, полупроводники и диэлектрики. Собственная проводимость полупроводников. Примесная проводимость полупроводников. Контакт двух полупроводников различных типов (p-n – переход). Полупроводниковые диоды. Действие света на полупроводники.

IV. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.

1. Строение и свойства атомных ядер. Состав ядра: протоны и нейтроны. Основные характеристики нуклонов и ядер. Изотопы. Модели ядер. Понятие о ядерных силах. Дефект масс и энергия связи в ядре. Средняя энергия нуклонов и ее зависимость от массового числа. Неустойчивость тяжелых ядер по отношению к некоторым типам распада.

2. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Период полураспада. Типы радиоактивного распада. Основные характеристики α - и β - распада. γ - излучение радиоактивных ядер.

3. Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях. Деление тяжелых ядер. Цепная реакция деления. Реакция синтеза атомных ядер. Понятие о ядерной энергетике. Проблема управляемых термоядерных реакций.

4. Элементарные частицы. Классификация элементарных частиц. Взаимопревращения элементарных частиц.

5. Фундаментальные взаимодействия: сильное, электромагнитное, слабое, гравитационное.

ВОПРОСЫ, ВХОДЯЩИЕ В ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

1. Тепловое излучение. Равновесное излучение. Характеристики теплового излучения.
2. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана и закон Вина.
3. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела. Формула Рэлея-Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа.
4. Квантовая гипотеза и формула Планка
5. Внешний фотоэлектрический эффект и его законы. Фотоны.
6. Модель атома Резерфорда. Постулаты Бора. Атом водорода.
7. Гипотеза де Бройля. Экспериментальное подтверждение волновых свойств микрочастиц.
8. Соотношение неопределенностей.
9. Волновая функция, ее свойства и статистический смысл.
10. Нестационарное уравнение Шредингера.
11. Стационарное уравнение Шредингера.
12. Частица в потенциальной яме.
13. Прохождение частицы через потенциальный барьер.
14. Квантовый гармонический осциллятор.
15. Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода. Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа.
16. Квантование энергии электрона в атоме водорода. Спектр атома водорода. Правило отбора.
17. Орбитальный и магнитный момент электрона.
18. Собственный механический момент импульса электрона (спин). Спиновый магнитный момент электрона. Спиновое и магнитное спиновое квантовые числа. Опыт Штерна и Герлаха.
19. Принцип запрета Паули. Периодическая система элементов Менделеева.
20. Лазеры. Принцип действия лазеров.
21. Бозоны и фермионы. Понятие о квантовых статистиках Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака.
22. Атомное ядро. Дефект массы и энергия связи ядра.

Лекция 1. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

1. Тепловое излучение. Равновесное излучение.

Излучение телами электромагнитных волн (свечение тел) может осуществляться за счет различных видов энергии.

Тепловым излучением называется испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел.

Виды свечения, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме внутренней (тепловой) энергии, объединяются под общим названием **«люминесценция»**. К ним относятся хемилюминесценция, электролюминесценция, катодолюминесценция, фотолюминесценция.

Электромагнитное излучение всех длин волн обуславливается колебаниями электрических зарядов, входящих в состав вещества, т.е. электронов и ионов. При этом колебаниям ионов соответствует излучение низкой частоты (инфракрасное) вследствие значительной массы колеблющихся зарядов. Излучение, возникающее в результате движения электронов, может иметь высокую частоту (видимое и ультрафиолетовое излучение), если электроны входят в состав атомов или молекул и, следовательно, удерживаются около своего положения равновесия значительными силами. Свободные электроны, приведенные в движение, испытывают нерегулярное торможение, и их излучение характеризуется спектром различных длин волн.

Тепловое излучение имеет место при любой температуре. Тела, нагретые до достаточно высокой температуры, светятся белым цветом, обладая сплошным спектром частот. С понижением температуры уменьшается интенсивность излучения и изменяется спектральный состав излучения – все больший вклад вносят длинные волны (красные и инфракрасные). При низких температурах излучаются практически лишь длинные (инфракрасные) электромагнитные волны.

Пример: Нагревая какое-либо тугоплавкое вещество (уголь, металл), мы замечаем, что видимое на глаз темно-красное свечение появляется лишь при определенной температуре (около 500°C). По мере повышения температуры свечение становится ярче и обогащается более короткими волнами, переходя примерно при 1500°C в яркое белое каление. При помощи спектроскопа можем видеть, как по мере повышения температуры постепенно развивается сплошной спектр видимого свечения, т.е. от длин

волн порядка 700 нм до 350 нм (от красного до фиолетового). При помощи термоэлемента можно обнаружить, что кроме видимого спектра, нагреваемое тело излучает и инфракрасные, и ультрафиолетовые волны.

Не следует смешивать испускание лучей с их отражением. Любое излучение тела сопровождается потерей энергии. Для того чтобы обеспечить возможность непрерывного излучения энергии, необходимо пополнять ее убыль, иначе излучение будет сопровождаться какими-либо изменениями внутри тела, и состояние излучающей системы будет непрерывно изменяться.

Равновесным называется такое излучение, при котором все тела теплоизолированной системы находятся при одной и той же температуре.

Рассмотрим теплоизолированную систему тел, находящихся внутри замкнутой оболочки, температура которой постоянна. Тела могут обмениваться энергией между собой и оболочкой лишь путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия – все тела примут ту же температуру, что и оболочка.

Нарушение равновесия теплового излучения вызывает возникновение процессов, восстанавливающих это равновесие. Допустим, что тело излучает больше энергии, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия тела будет убывать, что приведет к понижению его температуры. Это в свою очередь повлечет уменьшение излучаемой телом энергии, пока **количество излучаемой энергии не станет равным количеству поглощаемой**, и равновесие восстановится.

Из всех видов излучения равновесным может быть только тепловое излучение. К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики. Перейдем к рассмотрению законов теплового излучения. Но прежде определим характеристики теплового излучения.

2. Характеристики теплового излучения.

Интенсивность теплового излучения характеризуется величиной **потока энергии W** , измеряемой в ваттах. Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела за единицу времени по всем направлениям, называется **энергетической светимостью**

$$R = \frac{W}{S} \quad (1.1)$$

где S – площадь излучающей поверхности.

Энергетическая светимость является функцией температуры. Обозначим поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в интервале частот $(\omega, \omega + d\omega)$, через dR . При малом интервале $d\omega$ поток dR , будет пропорционален $d\omega$:

$$dR_{\omega, T} = r_{\omega, T} d\omega \quad (1.2)$$

Величина $r_{\omega, T}$ называется **испускающей способностью** тела (спектральной плотностью энергетической светимости). **Испускающая способность** – это поток энергии, излучаемый с единицы площади в единичном интервале частот. Она является функцией температуры и частоты. Энергетическая светимость связана с испускающей способностью формулой

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega \quad (1.3)$$

Поглощательной способностью (или коэффициентом поглощения) тела называется отношение поглощенного телом потока энергии Φ' к падающему Φ . Поглощательная способность есть функция частоты и температуры

$$a_{\omega, T} = \frac{\Phi'}{\Phi}.$$

Для всех тел безразмерная величина $a_{\omega, T} < 1$. Если тело полностью поглощает падающее на него излучение всех частот, то оно называется **абсолютно черным** и $a_{\omega, T} = 1$.

3. Закон Кирхгофа.

Между испускающей и поглощательной способностями любого тела существует связь.

При одинаковых температурах тел, находящихся в состоянии теплового равновесия, происходит, конечно, излучение и поглощение энергии, но так, что в единицу времени тело столько же излучает тепла, сколько оно его поглощает. Отсюда ясно, что если два тела обладают различной способностью к поглощению, то их способность к испусканию также неодинакова.

В 1859 г. Кирхгоф сформулировал это утверждение в виде строго количественного закона, играющего важную роль во всех вопросах тепло-

вого излучения: **отношение испускательной и поглотительной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты (длины волны) и температуры:**

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_3 = \dots = f(\omega, T) \quad (1.4)$$

Сами величины $a_{\omega,T}$ и $r_{\omega,T}$ для различных тел могут сильно отличаться. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел.

Для абсолютно черного тела поглотительная способность равна единице. Следовательно, **универсальная функция Кирхгофа $f(\omega, T)$** имеет смысл испускательной способности абсолютно черного тела $r^* = f(\omega, T)$.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Устройство, приближающееся по своим свойствам к абсолютно черному телу, представляет собой почти замкнутую полость, снабженную малым отверстием (рисунок). Излучение, проникающее внутрь через отверстие, прежде чем выйти обратно из отверстия, претерпевает многократные отражения. При этом лучистая энергия частично поглощается, рассеивается, отражается вновь и т.д., пока не поглотится почти что полностью. Если стенки полости поддерживать при постоянной температуре, то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

Сажа или платиновая чернь имеют поглотительную способность, близкую к единице, лишь в ограниченном интервале частот – в далекой инфракрасной области их поглотительная способность заметно меньше единицы. Следует отметить, что высокие поглощающие свойства этих материалов отчасти объясняются их пористостью, особенно для сажи. Свет, попавший на нее, испытывает несколько отражений, прежде чем получает возможность выйти из толщи материала. При каждом отражении часть энергии поглощается, и чем большее число раз отразится свет, тем больше поглотится энергии и тем больше, следовательно, поглотительная способность материала.

Закон Кирхгофа ставит в центр внимания теории теплового излучения функцию $r^* = f(\omega, T)$, представляющую собой испускательную способность абсолютно черного тела. Определение вида данной функции яви-

лось основной задачей в этой области физики. Решение было получено не сразу.

4. Закон Стефана-Больцмана и закон Вина.

Вначале был установлен теоретически и экспериментально закон зависимости суммарного излучения (энергетической светимости) черного тела от температуры (закон Стефана-Больцмана). Найден весьма точный экспериментальный вид зависимости испускательной способности от частоты и температуры (закон Вина). И, наконец, после ряда неудачных попыток, имеющих огромное значение для понимания вопроса, Планку удалось найти окончательное теоретическое решение задачи. Оно было найдено только путем решительного принципиального изменения основных положений физики, путем создания теории квантов, заложившей принципиально новую базу физической науки. Эта новая теория оказалась столь важной и плодотворной, что дальнейшее развитие ее составило главное содержание теоретической физики на все последующие годы и охватило почти все области науки.

В 1879 г. Стефан на основании анализа собственных измерений и данных других исследователей, пришел к выводу, что энергетическая светимость R любого тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Однако последующие более точные измерения показали ошибочность его выводов.

В 1884 г. Больцман, исходя из термодинамических соображений, теоретически показал, что: **энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры**

$$R^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (1.5)$$

где σ – постоянная. Таким образом, вывод Стефана оказался справедлив лишь для абсолютно черных тел. Тщательные измерения, проведенные позднее для модели абсолютно черного тела, позволили подтвердить выводы Больцмана и определить постоянную σ . По современным измерениям $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$. Соотношение между энергетической светимостью абсолютно черного тела и его абсолютной температурой получило название закона Стефана-Больцмана, а константа σ – постоянная Стефана-Больцмана.

В 1893 г. Вин теоретически показал, что $r^* = f(\omega, T)$ должна иметь следующий вид

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (1.6)$$

где F - некоторая функция отношения ω и T . И хотя Вину не удалось установить вид функции F , это позволило ему получить ряд важных результатов.

Одним из них является **закон смещения Вина: частота, соответствующая максимальному значению испускательной способности абсолютно черного тела прямо пропорциональна его термодинамической температуре.**

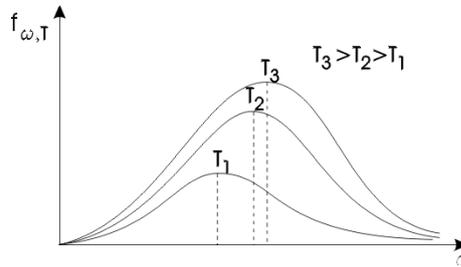


Рис. 1. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела

Из графиков видно, что положение максимума зависимости с повышением температуры смещается в область больших частот согласно закону Вина. Площадь, охватываемая кривой, согласно соотношению (1.5), дает значение энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре. Видно, что энергетическая светимость сильно возрастает с увеличением температуры, что соответствует закону Стефана-Больцмана. Полученные Вином теоретические результаты полностью согласовывались с результатами экспериментов.

В практических целях часто используется другая форма закона смещения Вина: **длина волны λ_m , соответствующая максимальному значению испускательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре**

$$\lambda_m T = b. \quad (1.7)$$

Экспериментальное значение константы $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

5. Формула Рэля-Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа.

Окружим излучающее тело идеально отражающей оболочкой. В этом случае излучение, испускаемое телом, не будет рассеиваться по пространству, а, отражаясь стенками, сохранится в пределах полости, и, падая вновь на излучающее тело, поглотится им частично или полностью. Следовательно, будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением. Если распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны, состояние системы тело-излучение будет равновесным.

В равновесном состоянии энергия излучения будет распределена в объеме полости с определенной плотностью $u = u(T)$. Спектральной распределение этой энергии можно охарактеризовать функцией $u(\omega, T)$

$$u(T) = \int_0^{\infty} du_{\omega} = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega \quad (1.8)$$

где du_{ω} – доля плотности энергии, приходящаяся на интервал частот $d\omega$.

Между равновесной плотностью энергии теплового излучения и испускательной способностью абсолютно черного тела существует следующая связь

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T), \quad (1.9)$$

где c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме, т.е. скорость света.

Рэлей в 1900 г. предпринял попытку определить равновесную плотность излучения $u(\omega, T)$ с позиций статистической физики, а не термодинамики, как это делали его предшественники. Он рассмотрел равновесное излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность пространственных стоячих электромагнитных волн. Частоты таких волн должны удовлетворять определенным условиям.

Для простоты поясним на примере одномерного случая: бесконечно протяженные отражающие стенки, между которыми устанавливаются стоячие волны

$$\lambda_1 = 2a \Rightarrow \omega_1 = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi c}{2a} = \frac{\pi c}{a};$$

$$\lambda_2 = \frac{2a}{2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{2\pi c}{a}; \dots \lambda_n = \frac{2a}{n} \Rightarrow \omega_n = \frac{n\pi c}{a};$$

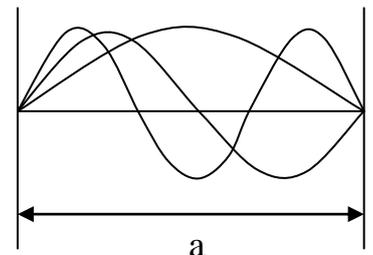


Рис.2

Рэлей показал, что число dn таких частот, находящихся в интервале от ω до $\omega + d\omega$, пропорционально объему полости V , квадрату частоты ω и ширине интервала $d\omega$:

$$dn_{\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}. \quad (1.10)$$

Колебания с разными собственными частотами совершаются независимо друг от друга. Каждой частоте соответствует своя колебательная степень свободы. Применяв закон классической статистической физики о **равном распределении энергии по всем степеням свободы** равновесной системы, Рэлей и Джинс приписали каждому колебанию энергию $\langle \varepsilon \rangle = kT$. В результате было установлено, что плотность энергии, приходящаяся на интервал частот $d\omega$, может быть определена следующим соотношением

$$u(\omega, T) d\omega = \langle \varepsilon \rangle dn_{\omega} = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega \quad (1.11)$$

Отсюда

$$u(\omega, T) = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \quad (1.12)$$

Перейдя от плотности энергии к испускательной способности абсолютно черного тела, получим из формулы (1.9)

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad (1.13)$$

Выражения (1.12) и (1.13) называют **формулой Релея-Джинса**.

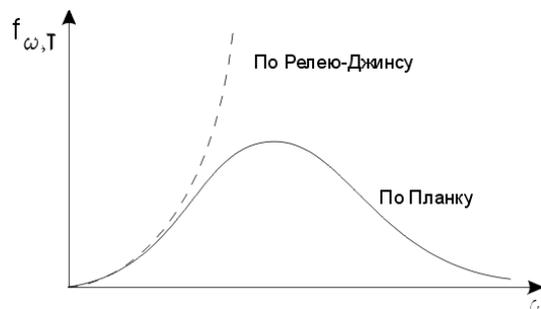


Рис.3

Эта формула удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при малых частотах (больших длинах волн) и резко расхо-

дится для больших частот (малых длин волн). Интегрирование выражения (1.13) по ω в пределах от 0 до ∞ дает для энергетической светимости тела бесконечно большое значение. Этот результат, получивший название **ультрафиолетовой катастрофы**, также находится в противоречии с опытом. Расхождение формулы Рэлея-Джинса с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики.

6. Формула Планка

В 1900 г. Планку удалось найти вид функции $u(\omega, T)$, в точности соответствующей опытным данным и **впервые дать теоретическое обоснование спектральным закономерностям черного излучения.**

В своих расчетах Планк выбрал модель излучающей системы в виде **совокупности линейных гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами.** Линейный гармонический осциллятор – это система, совершающая гармонические линейные колебания. Гармоническим осциллятором можно назвать: пружинный маятник, математический маятник, колебательный контур, электрический диполь, стоячую волну внутри полости (см. вывод формулы Рэлея-Джинса). По классическим законам излучающий осциллятор может испустить за единицу времени любое количество энергии. При расчете совокупности гармонических осцилляторов, подчиняющимся классическим законам, Планк нашел для функции Кирхгофа, выражение уже известное как формула Рэлея-Джинса. Анализируя полученные результаты, он пришел к выводу, что причина неудачи лежит в неприменимости законов классической физики к атомным осцилляторам, и выдвинул так называемую квантовую гипотезу. **Гармонический осциллятор с частотой ω может обладать только таким количеством энергии, в котором содержится целое число элементарных порций $\hbar\omega$.** В соответствии с этой гипотезой и излучение осциллятора идет в виде отдельных порций, которые получили название **квантов энергии.** Величина кванта пропорциональна частоте излучения: $\varepsilon = \hbar \omega$. Коэффициент пропорциональности получил название постоянной Планка. Значение \hbar , определенное из экспериментов, равно: $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Расчет средней энергии осцилляторов в соответствии с квантовой гипотезой привел к результату

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (1.14)$$

Следовательно, для плотности энергии получим выражение

$$u(\omega, T) = \langle \varepsilon \rangle dn_{\omega} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}, \quad (1.15)$$

и запишем окончательный вид функции Кирхгофа, полученный Планком

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}. \quad (1.16)$$

Эта формула точно согласуется с экспериментальными данными во всем интервале частот от 0 до ∞ .

В области малых частот (или больших длин волн) $\hbar\omega/kT \ll 1$

$$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$$

в результате чего формула Планка (1.15) или (1.16) переходит в формулу Рэлея-Джинса (1.12) или (1.13). Это показывает, что в области низких частот теория Планка не противоречит классической теории.

Нетрудно убедиться в том, что формула Планка включает в себе все упомянутые выше законы теплового излучения абсолютно черного тела, а именно законы Стефана-Больцмана и Вина.

Энергетическую светимость R абсолютно черного тела можно найти интегрированием по частоте:

$$R = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{(\hbar\omega/kT)} - 1} d\omega$$

Вычислив интеграл, получим $R = \sigma T^4$. Формула Планка позволяет также вычислить экспериментально найденные константы σ и b , используя универсальные постоянные \hbar , k и c .

Таким образом, формула Планка дает исчерпывающее описание равновесного теплового излучения.

Лекция 2. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

1. Фотоэлектрический эффект.

Квантовая гипотеза Планка привела в дальнейшем к представлению о том, что свет не только испускается, но и поглощается отдельными порциями – квантами. Она нашла свое подтверждение и дальнейшее развитие в ряде явлений таких, как фотоэффект, эффект Комптона и др.

Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Впервые Герц в 1887 г. обнаружил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовым светом. Это явление, как показали опыты Гальвакса (1888 г.) и Столетова (1888-1890), обусловлено выбиванием под действием света отрицательных зарядов из металлического катода разрядника. На основании своих опытов Столетов пришел к следующим выводам: 1) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи; 2) сила тока возрастает с увеличением освещенности пластины; 3) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

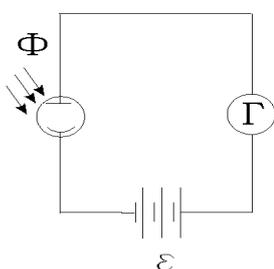


Рис.1

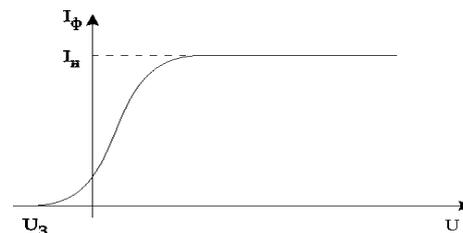


Рис.2

Для изучения фотоэффекта пользуются вакуумной трубкой. Катод, покрытый исследуемым металлом, освещается монохроматическим светом. Внутри трубки поддерживается высокий вакуум, так как присутствие газов осложняет условия выхода и переноса зарядов.

Если между анодом и катодом с помощью батареи создается разность потенциалов, электроны, освобожденные светом, под действием напряжения между анодом и катодом, движутся на анод и далее следуют по проводам, замыкая ток в цепи (см. рис.1). При неосвещенном катоде ток в цепи фотоэлемента отсутствует.

Зависимость фототока от напряжения можно представить в виде графика (рис.2). Существование фототока в области отрицательных напряжений объясняется тем, что фотоэлектроны обладают отличной от нуля кинетической энергией. За счет уменьшения этой энергии они могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля в трубке и достигать анода. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов v_{max} связана с величиной задерживающего напряжения $U_{зад}$ соотношением

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eU_{зад} \quad (2.1)$$

где e и m – заряд и масса электрона. При $U \leq U_{зад}$ фототок равен нулю. По мере увеличения напряжения ток постепенно возрастает, так как все большее число фотоэлектронов достигает анода. Максимальное значение силы тока I_n называется **фототоком насыщения** и соответствует таким значениям напряжения, при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода.

Опытным путем установлены следующие **основные законы фотоэффекта**:

1. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.
2. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. характерная минимальная частота света ω_0 (или максимальная длина волны λ_0), при которой еще возможен фотоэффект. Красная граница зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности.
3. Количество испускаемых с катода электронов пропорционально интенсивности светового излучения (фототок насыщения пропорционален энергетической освещенности катода).

При объяснении первого и второго законов встретились серьезные трудности. Согласно электромагнитной теории, вырывание свободных электронов из металла должно являться результатом их “раскачивания” в электрическом поле световой волны. Однако в этом случае непонятно, почему максимальная начальная скорость и кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов зависят от частоты света, а не от амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля и связанной с ней интенсивностью волны. Эти факты вызывали сомнения в универсальной применимости волновой теории света.

Законы фотоэффекта находят свое объяснение в рамках квантовой теории. Энергетический баланс при фотоэффекте выражается уравнением Эйнштейна

$$\hbar\omega = A_{\epsilon} + \frac{m\omega_{max}^2}{2}, \quad (2.2)$$

где $\hbar\omega$ - энергия светового кванта, переданная электрону. Если эта энергия превышает энергию, необходимую для разрыва связи электрона с данным веществом (работу выхода A), то электрон покидает поверхность вещества, обладая кинетической энергией, максимально возможное значение которой определяется из уравнения Эйнштейна.

Таким образом, внешний фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона $\hbar\omega$ больше или, в крайнем случае, равна работе выхода A . Следовательно, соответствующая красной границе фотоэффекта частота равна $\omega_0 = A/\hbar$. Она зависит только от работы выхода электрона, т.е. от химической природы металла и состояния его поверхности.

2. Фотоны.

Чтобы объяснить распределение энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно, как показал Планк, допустить, что свет испускается порциями $\hbar\omega$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Далее Эйнштейн выдвинул гипотезу, что свет распространяется в пространстве также в виде дискретных частиц - фотонов. Электромагнитное поле квантуется, т.е. может быть представлено как совокупность квантов электромагнитного поля - фотонов.

Фотон как частица обладает особыми свойствами хотя бы потому, что он движется со скоростью света. Поэтому формулы классической механики к движению фотона неприменимы, и нужно пользоваться релятивистскими соотношениями. Помимо энергии $\epsilon = \hbar\omega$ фотон должен обладать массой и импульсом. Формула для массы фотона может быть получена из формулы, выражающей взаимосвязь массы и энергии в теории относительности

$$E = mc^2, \quad m = \frac{\hbar\omega}{c^2} \quad (2.3)$$

Согласно теории относительности импульс и энергия частицы, движущейся со скоростью \mathbf{v} , равны

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.4)$$

Но так как фотон движется со скоростью света, то знаменатель обращается в ноль, и получаем что $p = \infty$ и $E = \infty$. Это означает, что никакое тело нельзя разогнать до скорости света. В случае фотона следует считать, что его масса покоя $m_0 = 0$, т.е. в природе не существует покоящихся фотонов. Ясно, что приведенные формулы (2.4) оказываются непригодными, так как имеем неопределенности типа $0/0$. Исключив из (2.4) скорость v , получим соотношение, связывающее импульс и энергию

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Для фотона $m_0 = 0$ и $\varepsilon = \hbar \omega$

$$p = \frac{E}{c}, \quad p = \frac{\hbar \omega}{c} = mc. \quad (2.5)$$

Так как фотон обладает импульсом, то, встречая на пути какое-нибудь препятствие, поток фотонов должен оказывать на это препятствие давление, подобно тому, как молекулы газа оказывают давление на стенки сосуда. Впервые Лебедев экспериментально измерил световое давление и подтвердил существование импульса у фотонов. Однако следует заметить, что в своих исследованиях Лебедев руководствовался не корпускулярной теорией света, а электромагнитной теорией Максвелла, которая тоже приводит к выводу о существовании светового давления. Обе теории дают одну и ту же формулу для вычисления светового давления $P = \frac{I}{c}(1 + \rho)$, $I = n\hbar\omega$ – интенсивность света, ρ – коэффициент отражения света от поверхности тела. Это объясняется тем, что связь между импульсом и энергией фотона идентична связи между энергией и импульсом электромагнитного поля $p = E/c$.

Если ввести волновое число $k = 2\pi/\lambda$, то выражение (2.5) можно переписать в форме

$$p = \frac{\hbar \omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar k, \quad \vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (2.6)$$

Направление импульса совпадает с направлением распространения света, характеризуемым волновым вектором \vec{k} , численно равным волновому числу.

Таким образом, фотон подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновыми его характеристиками – длиной волны или частотой. Корпускулярные свойства фотона не должны заставить нас забыть о том, что такие явления как дифракция и интерференция, могут быть объяснены только на основе волновых представлений.

Следовательно, свет обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм (двойственность): в одних явлениях проявляется его волновая природа, и он ведет себя как электромагнитная волна; в других – проявляется корпускулярная природа света, и он ведет себя как поток фотонов.

3. Эффект Комптона.

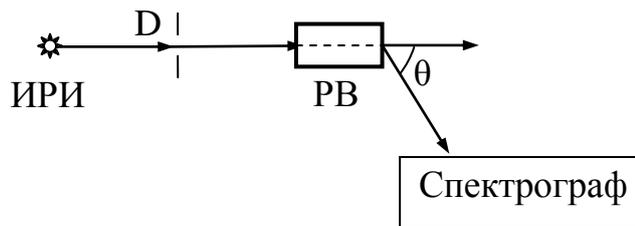
Квантовые свойства света проявляются в эффекте, который обнаружил Комpton в 1923 г., наблюдая рассеяние монохроматического рентгеновского излучения. Схематически опыт Комптона можно изобразить следующим образом

ИРИ – источник рентгеновского излучения

D – фокусирующая диафрагма

PВ - рассеивающее вещество

θ - угол рассеивания



В опыте было установлено, что в рассеянных лучах наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла θ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. С точки зрения классической волновой теории было невозможно объяснить эффект Комптона. Согласно этой теории, рассеяние света есть процесс переизлучения электромагнитных волн электронами. Электроны совершают вынужденные колебания под действием поля электромагнитной волны. Вынужденные колебания происходят на частоте вынуждающей силы. В результате в веществе должны возникать электромагнитные волны той же частоты (или длины волны).

С квантовой точки зрения рассеяние можно рассматривать как процесс упругого соударения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать внешние электроны, энергия связи которых в атоме значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Лекция 3.**СТРОЕНИЕ АТОМА.****1. Явления, подтверждающие сложное строение атома.**

Первоначально высказанная в виде догадки идея об атомном строении вещества по мере развития науки подтверждалась все большим числом опытов и в XIX веке превратилась в общепризнанную теорию. Вплоть до конца XIX века атомы считались вечными неизменными и неделимыми частицами материи, не имеющими внутренней структуры. Однако во второй половине XIX века было обнаружено много таких явлений, которые ставили под сомнение предположение об отсутствии внутренней структуры у атомов. Перечислим основные:

1. Электризация – электрические заряды, как положительные, так и отрицательные, должны входить в состав атомов.
2. Исследование оптических спектров химических элементов – атомы каждого химического элемента дают свое собственное излучение. Из электромагнитной теории света следует, что излучение атомов имеет электромагнитную природу, т.е. должно создаваться тем или иным движением зарядов, входящих в состав атома.
3. Открытая Менделеевым в 1869 г. периодичность свойств химических элементов свидетельствовала о повторяющихся комбинациях электрических зарядов внутри атомов.
4. Законы электролиза, установленные Фарадеем.
5. При опытах с рентгеновскими лучами и по фотоэффекту были обнаружены отрицательные и абсолютно одинаковые частицы, названные в 1891 г. электронами.
6. Открытие Беккерелем в 1896 г. излучения, источником которого являлись урановые руды и природа которого была не ясна. Последующие исследования П. и М. Кюри, Резерфорда показали, что это излучение имеет сложный характер и может быть разделено на лучи трех видов - α , β , γ . α – лучи оказались состоящими из дважды ионизированных атомов гелия, получивших название α -частиц, β -лучи - потоком быстрых электронов (β -частицы), γ -лучи - очень короткими электромагнитными волнами.

2. Спектральные закономерности.

Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию строения атома. Излучение невзаимодействующих атомов состоит из отдельных спектральных линий. Такой спектр испускания атомов называется **линейчатым**. Было замечено, что линии в спектре расположены не беспорядочно, а объединяются в группы или, как их называют, в **серии**. Линии располагаются в определенном порядке. Расстояние между ними закономерно убывает по мере перехода от более длинных волн к более коротким.

В 1885 г. Бальмер обнаружил, что длины волн, соответствующие линиям видимой части спектра атома водорода, могут быть точно представлены в виде

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

где $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – константа, получившая название постоянной Ридберга, работы которого были известны в области спектроскопии. Эта формула получила название формулы Бальмера, а соответствующая серия спектральных линий – серией Бальмера.

Дальнейшие опыты показали, что открытые позже линии водорода, лежащие в ультрафиолетовой (серия Лаймана) и в инфракрасной областях (серия Пашена), укладываются в аналогичные формулы. Обобщенная формула Бальмера включает все линии водородного спектра

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, причем $m > n$. Число n определяет серию: $n = 1$ – серия Лаймана, $n = 2$ – серия Бальмера, $n = 3$ – серия Пашена и т. д. Число m – номер отдельной линии в данной серии. Установленные серийные закономерности, универсальность постоянной Ридберга свидетельствовали о глубоком физическом смысле открытых законов. Трудно было себе представить возможность излучения целого ряда частот таким простым атомом, как атом водорода.

3. Модель атома Томпсона

Для объяснения линейчатого спектра, испускаемого изолированным атомом, следовало бы предположить, что электрон в излучающем

атоме совершает гармонические колебания, которые согласно классическим законам, и обуславливают монохроматическое излучение. Поэтому на основании вида атомных спектров следовало бы предположить такое устройство атома, при котором электроны, входящие в его состав, способны совершать гармонические колебания, т.е. удерживаться около положения равновесия квазиупругой силой вида $F = -kr$, где r – отклонение электрона от положения равновесия.

Первая модель строения атома была предложена Томсоном в 1903 г. Согласно этой модели, атом представляет собой равномерно заряженную положительным электричеством сферу, внутри которой находится электрон. Если заряд электрона равен положительному заряду сферы, то такой атом будет нейтральным, а сила, действующая на электрон при его смещении, подчиняется закону квазиупругой силы. Однако для объяснения спектральных закономерностей модель Томсона оказалась совершенно непригодной. Более того, исходные соображения Томсона относительно характера распределения положительных и отрицательных зарядов в атоме не опирались на какие-либо экспериментальные факты.

Недостатки модели: не подтверждена экспериментальными фактами, не объясняла спектральных закономерностей.

4. Модель атома Резерфорда

Важнейшим шагом вперед явилась попытка непосредственного опытного зондирования внутренних областей атома с целью установления пространственного распределения зарядов в атоме. Такое зондирование осуществил Резерфорд с помощью α – частиц, наблюдая изменение направления их полета (рассеяние) при прохождении через тонкие слои вещества.

Опыты Резерфорда показали, что наряду со случаями отклонения α – частиц на малые углы довольно часто происходят столкновения, вызывающие отклонения на углы вплоть до 180° . Проанализировав результаты опыта, Резерфорд пришел к выводу, что столь сильное отклонение α – частиц возможно только в случае, если внутри атома имеется чрезвычайно сильное электрическое поле. Это поле создается зарядом, связанным с большой массой и сконцентрированным в очень маленьком объеме.

Основываясь на этом выводе, Резерфорд предложил в 1911 г. **ядерную модель атома**: атом представляет собой систему зарядов, в центре которой расположено тяжелое положительное ядро с зарядом Ze , имеющее размеры, не превышающие 10^{-14} м. Вокруг ядра в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м расположены Z электронов, распределенных по всему объему, занимаемому атомом. Почти вся масса атома сосредоточена в ядре. Созданная Резерфордом модель напоминала строение солнечной системы, где вокруг массивного Солнца движутся сравнительно легкие планеты, поэтому такую модель строения атома назвали **планетарной**.

Итак, результаты опытов по рассеянию α – частиц свидетельствуют в пользу ядерной модели Резерфорда. Однако ядерная модель оказалась в противоречии с законами классической механики и электродинамики. Поскольку система неподвижных зарядов не может находиться в устойчивом состоянии – под действием кулоновских сил электроны сразу упали бы на ядро, Резерфорду пришлось отказаться от статической модели атома и предположить, что электроны движутся вокруг ядра, описывая искривленные траектории. Но в этом случае электрон будет двигаться с ускорением, непрерывно излучая электромагнитные волны, согласно классической электродинамике. Процесс излучения сопровождается потерей энергии, так что, в конечном счете, электрон должен упасть на ядро. Такая модель также не объясняла спектральных закономерностей. Электрон, приближаясь к ядру должен двигаться все быстрее, порождая все более короткие электромагнитные волны, в этом случае спектр излучения должен быть сплошным.

Недостатки модели: непрерывная потеря электроном энергии в виде излучения электромагнитных волн; неустойчивость атома; сплошной спектр излучения. В действительности: атом – устойчивая система; излучение имеет линейчатый спектр.

Для объяснения этих противоречий можно было выдвинуть два предположения: либо считать, что предложенная Резерфордом ядерная модель атома не соответствует действительности, либо считать, что законы классической физики имеют ограниченное значение и не могут применяться к движению таких маленьких частиц материи, как электрон.

Заменить ядерную модель атома другой моделью, которая соответствовала бы опытам Резерфорда и не противоречила бы классической физике, не удалось.

5. Постулаты Бора

Выход из затруднения был предложен Бором. Опираясь на идеи квантовой теории Планка, Бор предположил, что и в случае атома Резерфорда непрерывное излучение, требуемое классической электродинамикой, невозможно. Для истолкования линейчатых спектров Бор предположил, что излучение обладает частотой, определяемой из следующего условия

$$\hbar\omega = E_m - E_n,$$

где E_n и E_m – энергии системы до и после излучения.

Исходя из этого закона, можно заключить, что спектры не дают нам картины движения частиц в атоме, как принимается в классической теории излучения, а позволяют судить лишь об изменениях энергии при различных возможных процессах в атоме. Дискретный характер спектральных линий свидетельствует о существовании определенных, дискретных значениях энергии, соответствующих особым состояниям атома. Эти состояния Бор назвал стационарными, ибо предположил, что атом может пребывать в каждом из них определенное время и, покидая его, снова попадает в другое стационарное состояние, изменяя свою энергию на конечную величину.

В 1913 г. Бор сформулировал два постулата:

1. Первый постулат (постулат стационарных состояний) - существуют стационарные состояния атома, находясь в которых он не излучает энергию. Этим стационарным состояниям соответствуют определенные (стационарные) орбиты, по которым движутся электроны.

Правило квантования орбит – из всех орбит электрона, возможных с точки зрения классической механики, осуществляются только те, для которых момент импульса равен величине, кратной постоянной Планка $L_n = m_e v_n r_n = n\hbar$, $n = 1, 2, 3, \dots$ - целое число, m – масса электрона, v – скорость электрона, r – радиус орбиты.

2. Второй постулат (правило частот) – при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один фотон

$$\hbar\omega = E_m - E_n.$$

6. Атом водорода

Рассмотрим электрон, движущийся в поле атомного ядра с зарядом Ze . При $Z = 1$ такая система соответствует атому водорода, при иных Z – водородоподобному атому, т.е. иону, имеющему порядковый номер Z в таблице Менделеева и один электрон. Согласно закону Кулона между двумя точечными зарядами будет действовать сила

$$F_{\kappa} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$$

По закону динамики

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$$

Используя правило квантования орбит и исключая скорость, получим для радиусов допустимых орбит

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Ze^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Радиус первой боровской орбиты атома водорода

$$r_1 = a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро неподвижно) и энергии взаимодействия электрона с ядром – потенциальной энергии

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}; \quad \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r}$$

Подставив сюда выражение для радиуса орбиты, получим

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ - главное квантовое число.

Из формулы следует, что энергетические состояния атома водорода образуют последовательность энергетических уровней, из-

меняющихся в зависимости от числа n . Энергетическое состояние, соответствующее $n = 1$, называется **основным** или **невозбужденным** состоянием. Все состояния $n > 1$ называются **возбужденными**.

При возрастании n энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей $n = \infty$. При этом энергия электрона в атоме равна нулю. Знак минус в формуле показывает, что электрон связан в атоме силой притяжения к ядру. Абсолютное значение энергии является энергией связи электрона в атоме, находящимся в состоянии n . Значение энергии связи $E_n = 0$ соответствует ионизации атома, т.е. отрыву от него электрона. Для основного состояния энергия ионизации атома водорода, рассчитанная по формуле, равна 13,5 эВ.

При переходе атома водорода из состояния m в состояние n , $m > n$, излучается фотон, так как энергия $E_m > E_n$ по модулю

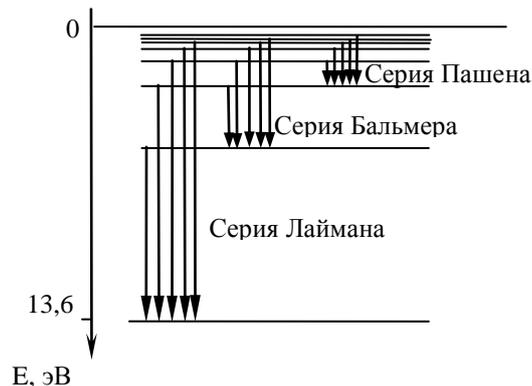
$$\hbar\omega = E_m - E_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$$\omega = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Перепишав это соотношение для $1/\lambda$, получим обобщенную формулу Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{4\pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

Здесь постоянная Ридберга определяется подстановкой численных значений универсальных физических констант и поразительно совпадает с известным из опытов значением этой постоянной. На рисунке приведена схема энергетических уровней атома водорода. Стрелками укажем переходы, соответствующие излучению различных спектральных серий.



Постулаты Бора о существовании стационарных состояний атомов и правило частот нашли свое экспериментальное подтверждение в опытах Франка и Герца в 1913 г. В опытах изучались столкновения электронов с атомами. Первые опыты были поставлены на парах ртути. Электроны, встречающие на своем пути атомы ртути испытывали с ними соударения двух видов. При упругих столкновениях энергия электронов не изменялась, а изменялось лишь направление их движения. Это, хотя и затрудняло попадание электронов на анод, однако не могло служить причиной полного отсутствия анодного тока, который возрастал с увеличением разности потенциалов. При неупругих столкновениях электрон терял свою энергию, передавая ее атому ртути. В соответствии с постулатами Бора атом не может принять энергию в любом количестве, а лишь определенную порцию, переходя при этом в возбужденное состояние. Ближайшим к основному состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. Таким образом, при напряжении 4,86 В должно происходить резкое падение анодного тока, что и наблюдалось в эксперименте. Аналогичная ситуация должна повторяться при напряжениях, кратных 4,86 эВ. Правило частот также подтвердилось на эксперименте. Ртутные пары переходя из возбужденного состояния в основное излучали ультрафиолетовые волны с длиной волны, соответствующей первой резонансной линии в спектре ртути.

Теория Бора сыграла важную роль в создании атомной физики. Особенно велика ее роль в развитии атомной спектроскопии, где огромный экспериментальный материал с помощью теории Бора был систематизирован и сведен к определенным полуэмпирическим закономерностям.

Однако наряду с определенными успехами в теории Бора с самого начала обнаружались существенные недостатки. Теория была внутренне противоречива. Основываясь на механическом соединении классической физики с квантовыми постулатами, теория Бора в ряде проблем привела к существенным трудностям. Наиболее серьезной неудачей в теории Бора явилась абсолютная невозможность с ее помощью создать теорию атома гелия, содержащего помимо ядра два электрона. Постепенно становилось очевидным, что теория Бора представляла собой лишь переходный этап на пути создания последовательной теории

атомных и ядерных явлений. Такой последовательной теорией явилась квантовая (волновая) механика. Она объяснила не только многообразие явлений атомной и ядерной физики, но и физическое содержание самих постулатов Бора.

Лекция 4. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ.

1. Гипотеза де Бройля.

Недостатки в теории Бора свидетельствовали о необходимости пересмотра представлений о природе микрочастиц (электронов, протонов). Развитие теории света привело к пониманию того, что фотон подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновыми его характеристиками – длиной волны или частотой. Следовательно, свет обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм: в одних явлениях проявляется его волновая природа, и он ведет себя как электромагнитная волна; в других – проявляется корпускулярная природа света, и он ведет себя как поток фотонов.

В 1923 г. Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, а имеет универсальное значение. Если по мере возрастания частоты света его волновые свойства все труднее обнаружить, то можно предположить существование еще более коротких волн, чем у γ – излучения, связанных каким-то образом с частицами вещества - электронами, протонами, нейтронами. Допуская, что **частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые**, де Бройль предположил, что если для фотона мы имели энергию $E = \hbar\omega$ и импульс $p = 2\pi\hbar/\lambda$, то **для микрочастицы можно определить соответствующую длину волны $\lambda = 2\pi\hbar/p = 2\pi\hbar/mv$ и частоту $\omega = E/\hbar$.**

2. Экспериментальные подтверждения волновых свойств.

Если электрон обладает волновыми свойствами, то он должен проявлять эти свойства в таких принципиально волновых явлениях как интерференция и дифракция. Напомню из оптики:

Интерференция - явление наложения когерентных волн, при котором происходит их взаимное усиление или ослабление в зависимости от разности фаз.

Условие максимума выполняется при синфазном сложении. Оптическая разность хода при этом равна четному числу полуволен

$$\Delta = 2n \cdot \frac{\lambda}{2} = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Условие минимума – противофазное сложение. Оптическая разность хода равна нечетному числу полуволен

$$\Delta = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Дифракция – явление огибания волнами препятствий и попадания волн в область геометрической тени. Например: дифракция света на дифракционной решетке, т.е. системе из прозрачных и непрозрачных полос.

Для того чтобы явление дифракции было достаточно ярко выражено, длина волны должна быть сравнима с размерами препятствия. В прошлом семестре вы рассматривали дифракцию рентгеновских лучей и знаете, что трудно создать искусственную дифракционную решетку для такого излучения, когда $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$). Дифракцию рентгеновских лучей можно наблюдать при прохождении их через естественную 3-мерную дифракционную решетку – кристалл.

Рассмотрим схему дифракции рентгеновских лучей.

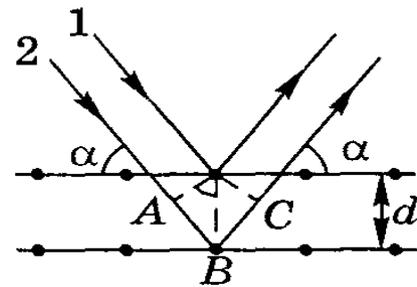
Дифракционные максимумы образуются при отражении лучей от атомных плоскостей кристалла и их когерентном сложении. Условие максимума интерференции - оптическая разность хода

$$ABC = 2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3,$$

d – расстояние между атомными плоскостями, α – угол скольжения.

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

- формула Вульфа - Брэгга для дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке.



3. Экспериментальное подтверждение существования волн де Бройля.

Вернемся к волновым свойствам электронов. Гипотеза де Бройля была экспериментально подтверждена в 1927 г. в опытах Девиссона и

Джермера. Они исследовали отражение электронов от монокристалла никеля.

Рассмотрим принципиальную схему установки. Узкий пучок моноэнергетических электронов разгонялся ускоряющим напряжением $U_{\text{уск}}$ и направлялся на поверхность монокристалла. Отраженные электроны улавливались детектором, соединенным с гальванометром. Интенсивность отраженного пучка оценивалась по силе тока, измеряемой гальванометром. Для электрона, ускоряющегося в электрическом поле, кинетическая энергия



$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad \frac{p^2}{2m} = eU_{\text{уск}}, \quad p = \sqrt{2meU_{\text{уск}}},$$

где e и m – заряд и масса электрона, v – скорость электрона, p – импульс, U – ускоряющее напряжение.

Согласно формуле де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU_{\text{уск}}}}$$

При значении ускоряющей разности потенциалов $U=100$ В получим значение $\lambda \sim 1\text{Å}$. Следовательно, если электроны обладают волновыми свойствами, то они должны испытывать дифракцию на кристалле так же, как и рентгеновское излучение, т.е. в соответствии с формулой Вульфа-Брэгга

$$2d\sin\theta = n\lambda.$$

В одном из опытов, при неизменном фиксированном угле падения электронного пучка на кристалл, изменялось ускоряющее напряжение. Учитывая выражение для длины волны де Бройля, получаем

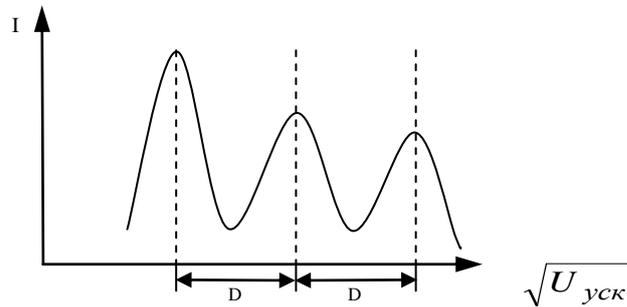
$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{n},$$

$$\sqrt{U_{\text{уск}}} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda\sqrt{2me}} = \frac{2\pi\hbar n}{2d \sin \theta \sqrt{2me}} = \frac{n\pi\hbar}{d \sin \theta \sqrt{2me}} = nD,$$

где D – величина, стоящая множителем при целом числе n , является постоянной в условиях опыта. При значениях ускоряющего напряжения,

удовлетворяющих этому условию, должны наблюдаться максимумы отражения.

По результатам эксперимента был построен график зависимости силы тока I , измеренной гальванометром, от $\sqrt{U_{\text{уск}}}$. Как видно из графика, значения $\sqrt{U_{\text{уск}}}$, соответствующие соседним максимумам отражения, отстоят друг от друга на одинаковое расстояние D . Подстановка реальных числовых данных (значения d и θ) в полученную формулу для D , дало прекрасное согласование с результатами опыта.



Таким образом, идея де Бройля о волновых свойствах частиц и количественное выражение – формула де Бройля, получили блестящее опытное подтверждение.

Убедимся, что гипотеза де Бройля не противоречит понятиям макроскопической физики. Возьмем пылинку массой $m=1\text{мг}$, движущуюся со скоростью $v = 1\text{ мкм/с}$. Соответствующая длина волны де Бройля

$$\lambda = 2\pi\hbar/p = 2\pi\hbar/mv = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-6}} \approx 7 \cdot 10^{-22} \text{ м}$$

т.е. длина волны во много раз меньше размеров самой пылинки. В таких условиях волновые свойства не могут себя проявлять.

Опыты Томпсона и Тартаковского. Пучок электронов пропускаться через поликристаллическую фольгу. Как и в случае рентгеновского излучения, на фотопластинке, расположенной за фольгой, наблюдалась система дифракционных колец. То, что дифракционная картина создается именно электронами, а не вторичным рентгеновским излучением доказывало то, что под действием магнитного поля эта картина искажалась.

Соответствующие опыты по дифракции нейтронов и молекул также полностью подтвердили гипотезу де Бройля. То есть было доказано, что волновые свойства являются универсальным свойством всех частиц.

Опыты с одиночными электронами. Возникает вопрос: наблюдаемые волновые свойства присущи только пучку частиц или отдельным частицам. Чтобы ответить на этот вопрос в 1949 году Фабрикант, Биберман и Сушкин осуществили опыты, в которых применялись столь слабые пучки электронов, что каждый электрон проходил через кристалл как бы поодиночке. Отдельные электроны попадали в различные точки фотопластинки совершенно беспорядочным образом на первый взгляд. Между тем при достаточно длительной экспозиции на фотопластинке возникала дифракционная картина, идентичная картине дифракции от обычного электронного пучка. Так было доказано, что волновыми свойствами обладают и отдельные частицы.

4. Соотношение неопределенностей.

Корпускулярно-волновая двойственность свойств микрочастиц приводит к вопросу о границе применимости понятий классической физики в микромире. В классической механике состояние материальной точки (классической частицы) определяется заданием значений координат, импульса и энергии. В квантовой механике в 1927 г. Гейзенберг установил основополагающий принцип, который называют **принципом неопределенностей**. Количественные соотношения, выражающие этот принцип в конкретных случаях, называют **соотношениями неопределенностей**. Согласно Гейзенбергу, микрочастица не может одновременно иметь точно определенную координату и соответствующую компоненту импульса

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar.$$

Здесь Δx – неопределенность координаты частицы, Δp_x - неопределенность импульса частицы. Из соотношения следует, что если $\Delta x = 0$, т.е. координата определена точно, то импульс частицы совершенно не определен

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{0} \rightarrow \infty.$$

Аналогичные соотношения можно записать для других компонент $\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$, $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$.

Другими словами, классические понятия координаты и импульса применимы к микрочастицам лишь в пределах, устанавливаемых соотношениями Гейзенберга.

Для энергии и времени справедливо соотношение неопределенностей

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Попытаемся определить значение координаты x свободно летящей микрочастицы, поставив на ее пути щель ширины Δx , расположенную перпендикулярно к направлению движения частицы. До прохождения частицы через щель ее составляющая импульса имеет точное значение $p_x = 0$, зато координата x частицы не определена и $\Delta x = \infty$. В момент прохождения частицы через щель неопределенность координаты равна ширине щели, но исчезает определенность импульса

$$\frac{\Delta p_x}{p} = \sin \varphi$$

Вследствие дифракции имеется некоторая вероятность того, что частица будет двигаться в пределах угла 2φ , где φ – угол соответствующий первому дифракционному минимуму $\Delta x \sin \varphi = \lambda$ (условие первого дифракционного минимума при дифракции на одной щели ширины Δx).

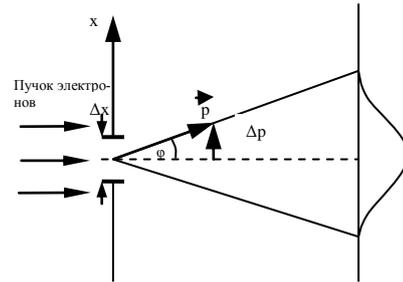
Отсюда

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}; \quad \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{\lambda}{\Delta x};$$

Так как

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p},$$

$$\text{то } \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p\Delta x}; \quad \Delta x \Delta p_x = 2\pi\hbar$$



Эти рассуждения нельзя рассматривать как строгий вывод, но по порядку величины мы получили верное соотношение.

Соотношение неопределенности показывает, что к микрочастице нельзя применять понятие траектории, так как нельзя одновременно точно определить положение частицы в пространстве и направление ее скорости, но с увеличением массы частицы ограничения на возможность применения классических понятий уменьшаются

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{\hbar}{m},$$

то есть чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости, следовательно, с тем большей точностью применимо понятие траектории.

Соотношение неопределенности позволяет объяснить тот факт, почему электрон не может упасть на ядро. Если бы электрон упал на ядро, его координаты и импульс приняли бы определенные (нулевые значения), что несовместимо с принципом неопределенности.

С помощью соотношения неопределенностей можно оценить размеры простейшего атома и минимальную энергию электрона в таком атоме.

Энергия электрона в атоме водорода равна

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Полагая $\Delta r \approx r$ и $\Delta p \approx p$, получим соотношение $pr = \hbar$. Тогда

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$

Найдем значение r , при котором энергия E минимальна, продифференцировав по r и приравняв производную нулю

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 0; \quad r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}.$$

Полученное выражение совпадает с радиусом первой боровской орбиты. Подстановка в формулу для энергии дает энергию основного состояния атома водорода

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}$$

Лекция 5. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА.

1. Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция.

Волны де Бройля имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике. Это не электромагнитные волны, так как их распространение в пространстве не связано с распространением какого-либо электромагнитного поля. Вопрос о природе волн можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды

этих волн. Вместо амплитуды удобнее выбрать интенсивность волны, пропорциональную квадрату модуля амплитуды.

Из опытов по дифракции электронов следует, что в этих экспериментах обнаруживается неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных по различным направлениям. С волновой точки зрения наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Интенсивность волн в данной точке пространства определяет плотность вероятности попадания электронов в эту точку за 1 сек.

Это послужило основанием для своеобразного статистического, вероятностного истолкования волн де Бройля.

Квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке.

Для того чтобы описать распределение вероятности нахождения частицы в данный момент времени в некоторой точке пространства, введем функцию, которая является функцией времени и координат, обозначается греческой буквой Ψ и называется **волновой функцией** или просто **пси-функцией**.

По определению $|\Psi(x)|^2 dx = dp$ - вероятность того, что частица имеет координату в пределах $x, x+dx$.

Если $\Psi = \Psi(x, y, z)$, то $|\Psi(x, y, z)|^2 dx dy dz = |\Psi|^2 dV = dp$ - вероятность того, что частица находится в объеме $dx dy dz$.

Следовательно, вероятность того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна квадрату модуля пси-функции и элементу объема dV .

Физический смысл имеет не сама функция ψ , а квадрат ее модуля $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, где ψ^* - функция, комплексно сопряженная с ψ . Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл **плотности вероятности**, т.е. определяет **вероятность пребывания частицы в данной точке пространства**. Иными словами определяет интенсивность волн де Бройля. Волновая функция является основной характеристикой состояния микрообъектов (элементарных частиц, атомов, молекул).

2. Нестационарное уравнение Шредингера.

Уравнения Ньютона в классической механике позволяют для макроскопических тел решить основную задачу механики – по заданным силам, действующим на тело (или систему тел), и начальным условиям найти для любого момента времени координаты тела и его скорость, т.е. описать движение тела в пространстве и времени.

При постановке аналогичной задачи в квантовой механике необходимо учитывать ограничения на возможность применения к микрочастицам классических понятий координат и импульса. Поскольку состояние микрочастицы в пространстве в данный момент времени задается волновой функцией, а точнее $|\Psi|^2$ - вероятностью нахождения частицы в точке x, y, z в момент t , **основное уравнение квантовой механики является уравнением относительно пси-функции $\Psi(x, y, z, t)$.**

Это уравнение было получено в 1926 г. Шредингером. Как и уравнения движения Ньютона, уравнение Шредингера постулируется, а не выводится. Справедливость этого уравнения доказывается тем, что полученные с его помощью выводы находятся в хорошем согласии с экспериментами.

Уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

здесь m – масса частицы, i – мнимая единица, ∇^2 - оператор Лапласа, результат действия которого на некоторую функцию

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$U(x, y, z, t)$ – в рамках наших задач потенциальная энергия частицы, движущейся в силовом поле. Из уравнения Шредингера следует, что вид пси-функции определяется функцией U , т.е. в конечном счете, характером сил, действующих на частицу.

Уравнение Шредингера дополняется важными условиями, которые накладываются на пси-функцию. Этих условий три:

- 1) функция ψ должна быть конечной, непрерывной и однозначной;
- 2) производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны

3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема, т.е. интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz$ должен быть конечным. В простейших случаях третье условие сводится к условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1$$

Это означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице. Первые два условия – обычные требования, накладываемые на искомое решение дифференциального уравнения.

Поясним, как можно прийти к уравнению Шредингера. Ограничимся для простоты одномерным случаем. Рассмотрим свободно движущуюся частицу ($U=0$). Сопоставим ей, согласно идее де Бройля, плоскую волну

$$\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$

Заменяем

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \quad \text{и} \quad k = \frac{p}{\hbar}$$

и перепишем

$$\Psi = Ae^{-i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{p}{\hbar}x\right)} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

Продифференцировав это выражение один раз по t , а второй раз дважды по x , получим

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \cdot \left(-\frac{i}{\hbar}\right) E = -\frac{i}{\hbar} \Psi E; \quad E = \frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \cdot \left(\frac{i}{\hbar}\right) p = \frac{i}{\hbar} \Psi p; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 p^2 = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 p^2 \Psi$$

$$p^2 = -\frac{1}{\Psi} \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

Энергия и импульс свободной частицы связаны соотношением

$$E = \frac{p^2}{2m}.$$

Подставив в это соотношения выражения для E и p^2

$$\frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{\Psi} \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{2m}; \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Последнее выражение совпадает с уравнением Шредингера при $U=0$.

В случае движения частицы в силовом поле, характеризуемом потенциальной энергией U , энергия E и импульс p связаны соотношением

$$E - U = \frac{p^2}{2m}.$$

Тогда

$$\frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{\Psi} \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{2m} - U; \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Изложенные рассуждения не имеют доказательной силы и не могут рассматриваться как вывод уравнения Шредингера. Их цель – пояснить, каким образом можно прийти к установлению этого уравнения.

3. Стационарное уравнение Шредингера.

Для большого числа физических явлений, например, для описания поведения электрона в атоме, необходимо находить стационарные решения, т.е. решения, независимые от времени. В этом случае будем искать решение уравнения Шредингера в виде произведения двух множителей – один зависит только от координат, другой только от времени

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\varphi(t).$$

Подставим в уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \varphi \nabla^2 \psi + U\varphi\psi = i\hbar\psi \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Разделив правую и левую часть уравнения на $\varphi\psi$, получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi + U = i\hbar \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Поскольку левая часть уравнения есть функция координат, а правая – функция времени. Приравняем обе равные между собой части некоторой постоянной величине E .

$$\text{Для временной части} \quad i\hbar \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = E; \quad \frac{d\varphi}{\varphi} = -\frac{i}{\hbar} E dt$$

Проинтегрировав, получим

$$\ln \varphi = \left(-\frac{i}{\hbar} \right) Et + \ln \varphi_0; \quad \varphi = \varphi_0 e^{-i(E/\hbar)t}.$$

Таким образом, состояние частицы в данный момент времени описывается периодической функцией времени с циклической частотой $\omega = E/\hbar$.

Для координатной

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U = E; \quad \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

Это уравнение называется **стационарным уравнением Шредингера**. Функции ψ , удовлетворяющие уравнению Шредингера при заданной U , называются **собственными функциями**.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения вида уравнения Шредингера имеют решения не при любых значениях E , а лишь при некоторых. Значения, при которых существуют решения, называются **собственными значениями**. Физический смысл величины E — полная энергия частицы.

Совокупность собственных значений называется **спектром величины**. Если эта совокупность образует дискретную последовательность, спектр называется **дискретным**. Если собственные значения образуют непрерывную последовательность, то спектр называют **непрерывным** или **сплошным**. Величина, имеющая дискретный спектр, называется **квантованной**.

В случае дискретного спектра собственные значения и собственные функции можно пронумеровать

$$E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$$

$$\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$$

Если одному собственному значению соответствует несколько собственных функций

$$E_i \rightarrow \Psi_{i1}, \Psi_{i2}, \dots, \Psi_{ik},$$

то состояние с энергией E_i называют **вырожденным**, k — **кратность вырождения**. В противном случае состояние называют **невырожденным**.

В дальнейшем мы будем заниматься отысканием собственных функций и собственных значений для некоторых конкретных задач. Нахождение собственных значений и собственных функций, как правило, пред-

ставляет весьма трудную математическую задачу. Прежде чем рассматривать конкретные задачи атомной физики, решим простейшие модельные задачи.

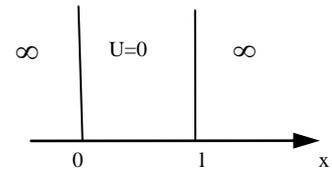
4. Уравнение Шредингера для частицы в потенциальной яме.

Уравнение Шредингера позволяет найти пси-функцию данного состояния и, следовательно, определить вероятность нахождения частицы в различных точках пространства. Для этого надо:

1. записать уравнение Шредингера с учетом конкретного вида потенциальной энергии;
2. решить уравнение Шредингера, т.е. найти собственные функции и собственные значения, удовлетворяющие начальным и граничным условиям.

Пусть частица движется вдоль оси X. При этом движение ограничено отрезком $(0, l)$. В точках $x=0$ и $x=l$ установлены непроницаемые бесконечно высокие стенки. Потенциальная энергия в этом случае имеет вид

$$U = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq l \\ \infty, & x > l \end{cases}$$



Такая зависимость потенциальной энергии от x получила название **потенциальной ямы**.

Запишем стационарное уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

Поскольку пси-функция зависит только от координаты x , то уравнение упрощается следующим образом

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

Внутри потенциальной ямы $U=0$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

За пределы потенциальной ямы частица попасть не может. Поэтому вероятность обнаружения частицы вне ямы равна нулю. Соответственно и пси-функция за пределами ямы равна нулю. Из условия непрерывности следует, что ψ должна быть равна нулю и на границах ямы, т.е. $\psi(0) = \psi(l) = 0$. Это граничное условие, которому должны удовлетворять решения уравнения.

Введем обозначение

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$$

и получим уравнение, хорошо известное из теории колебаний

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$$

Решение такого уравнения имеет вид гармонической функции

$$\psi(x) = A \sin(kx + \alpha)$$

Выбор соответствующих параметров k и α определяется граничными условиями, а именно,

$$\psi(0) = A \sin(0 \cdot k + \alpha) = A \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0;$$

$$\psi(l) = A \sin k \cdot l = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin kl = 0 \quad \Rightarrow \quad kl = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$n = 0$ отпадает, т.к. в этом случае $\psi = 0$ и частица нигде не находится. Следовательно, число k принимает лишь определенные дискретные значения, удовлетворяющие условию $k = \frac{\pi n}{l}$. Отсюда следует очень важный результат. Найдем собственные значения энергии частиц

$$\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \cdot l = \pi n; \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

т.е. энергия электрона в потенциальной яме не произвольна, а принимает дискретные значения, т.е. является **квантованной**. Величина E_n зависит от целого числа n , которое принимает значение от 1 до ∞ и носит название **главного квантового числа**. Квантованные значения энергии называются **энергетическими уровнями**, а квантовое число n определяет номер энергетического уровня. Таким образом, электрон в потенциальной

яме может находиться на определенном энергетическом уровне E_n . Причем минимальное значение энергии, соответствующее первому энергетическому уровню, отлично от нуля

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Определим расстояние между соседними энергетическими уровнями

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n$$

При больших m и l расстояние между уровнями становится мало, и спектр становится квазинепрерывным. Относительное расстояние между уровнями

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} \approx \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty,$$

т. е. спектр становится непрерывен. В этом заключается принцип соответствия Бора: при больших квантовых числах выводы и результаты квантовой механики должны соответствовать классическим результатам.

Вернемся к задаче определения собственных функций. После применения граничных условий имеем

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi n}{l} x$$

Для нахождения коэффициента A воспользуемся условием нормировки

$$\int_0^l |\psi|^2 dx = \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = 1$$

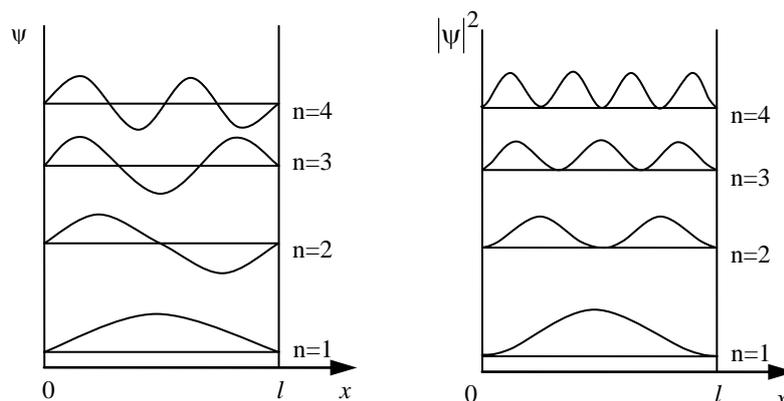
Значение интеграла равно $l/2$

$$A^2 \frac{l}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

Таким образом, собственные функции имеют вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Графики собственных функций имеют вид



Окончательно сформулируем основные выводы:

1. Энергетический спектр частицы в потенциальной яме дискретный – энергия квантуется.
2. Минимальное значение кинетической энергии не может быть равно нулю.
3. Дискретный характер энергетических уровней проявляется при малых m, l и n , при больших m, l, n движение становится классическим.
4. Положения микрочастицы в яме не равновероятны, а определяются собственными функциями, в то время как в случае классической частицы все положения равновероятны.

Лекция 6. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР.

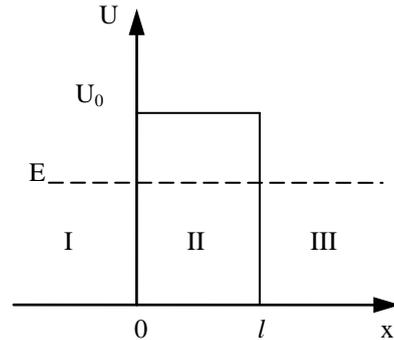
Рассматривая задачу о частице в потенциальной яме, мы считали, что на границах ямы волновая функция становится равной нулю и вероятность обнаружить частицу за пределами ямы также равна нулю. В действительности дело обстоит значительно сложнее и имеется определенная вероятность обнаружить электрон за пределами потенциальной ямы. Этот результат существенно отличается от выводов классической физики. Частица, подчиняющаяся законам классической физики, может выйти из потенциальной ямы только при условии, что ее полная энергия превышает «глубину» потенциальной ямы. Стенки потенциальной ямы представляют для частицы потенциальный барьер, который она не может преодолеть. Для того чтобы частица могла выйти из потенциальной ямы или проник-

нута в нее, согласно классической физике, ей нужно сообщить энергию, большую высоты потенциального барьера.

Квантовая механика приводит к принципиально новому выводу о возможности прохождения частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется **туннельным эффектом**.

Пусть частица, движущаяся по оси x , встречает на своем пути простейший потенциальный барьер прямоугольной формы высотой U_0 и шириной l .

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0, & 0 \leq x \leq l \\ 0, & x > l \end{cases}$$



По классическим законам, если кинетическая энергия частицы больше высоты барьера $E > U_0$, т. е. потенциальной энергии в области II, то частица беспрепятственно проходит эту область. При этом ее кинетическая энергия и скорость уменьшаются над барьером, а затем при $x > l$ снова принимают свое значение. Если $E < U_0$, то частица отражается от барьера и летит в обратную сторону.

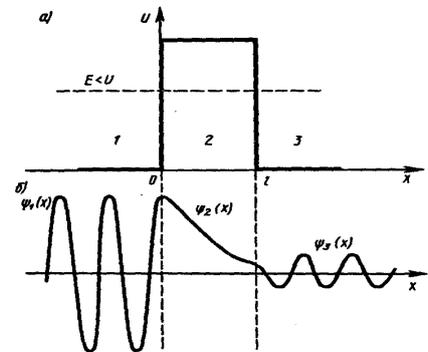
Поведение микрочастицы можно определить, решая уравнение Шредингера. Физический интерес представляет случай, когда полная энергия частицы меньше высоты потенциального барьера $E < U_0$, поскольку в этом случае классическая физика не разрешает проникнуть частице сквозь барьер.

Для областей I и III

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0,$$

для области II

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0$$



Решение уравнения Шредингера в области I имеет вид

$$\psi_1 = A_1 e^{+i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x},$$

в области III

$$\psi_3 = A_3 e^{+i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}.$$

В области II

$$\psi_2 = A_2 e^{+\beta x} + B_2 e^{-\beta x}, \quad \text{где } \beta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}$$

Решение вида $e^{+i\alpha x}$ соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси x , а решение вида $e^{-i\alpha x}$ - волне, распространяющейся в противоположном направлении. Решение вида $e^{+\beta x}$ соответствует возрастающей экспоненте, $e^{-\beta x}$ - убывающей. Характер поведения функций проиллюстрируем рисунком. Видно, волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области III, если барьер не слишком широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с той же длиной волны, но с меньшей амплитудой.

Для нахождения коэффициентов A и B воспользуемся граничными условиями, которым должна удовлетворять ψ - функция. Для того, чтобы пси-функция была непрерывна во всей рассматриваемой области по x , т.е. от $-\infty$ до $+\infty$, должны выполняться условия

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \text{ и } \psi_2(l) = \psi_3(l).$$

Для того, чтобы функция была гладкой

$$\frac{d\psi_1(0)}{dx} = \frac{d\psi_2(0)}{dx}, \quad \frac{d\psi_2(l)}{dx} = \frac{d\psi_3(l)}{dx}.$$

Отношение квадратов модулей амплитуд отраженной и падающей волны

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$$

определяет **вероятность отражения частицы** от потенциального барьера и носит название **коэффициента отражения**.

Отношение квадратов модулей амплитуд прошедшей и падающей волны

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

определяет **вероятность прохождения частицы** через потенциальный барьер и может быть названо **коэффициентом прохождения или коэффициентом прозрачности**. Он определяет отношение плотности потока прошедших частиц к плотности потока частиц падающих.

Коэффициенты связаны между собой соотношением $R + D = 1$.

Дальнейшие расчеты приведут нас к следующему выражению для коэффициента прозрачности

$$D \approx \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} l \right\}.$$

Из полученного выражения следует, что вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер зависит от ширины барьера и массы частицы. С увеличением массы частицы вероятность прохождения уменьшается. На вероятность прохождения также влияет превышение потенциального барьера над энергией частицы, т.е. $U_0 - E$.

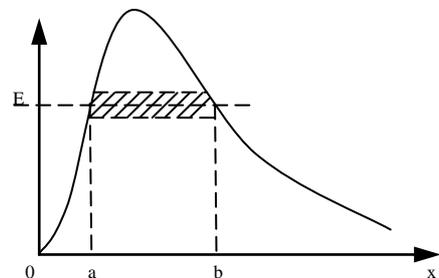
В случае потенциального барьера произвольной формы

$$D \approx \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U_0 - E)} dx \right\}$$

При преодолении потенциального барьера частица как бы проходит через «туннель» в этом барьере, в связи с чем это явление и получило название **туннельного эффекта**.

С классической точки зрения частица, «находящаяся в туннеле», должна обладать отрицательной кинетической энергией ($E < U$). Однако туннельный эффект явление специфически квантовое, не имеющее аналога в классической физике. В квантовой механике деление энергии на кинетическую и потенциальную не имеет смысла, так как противоречит соотношению неопределенности.

Прохождение частиц сквозь потенциальный барьер нашло экспериментальное подтверждение в явлении автоэлектронной эмиссии электронов из металла. Вырывание электронов про-



исходит при напряженностях электрического поля, в сотни раз меньших, чем те которые необходимы для того, чтобы электрон преодолел поверхностную разность потенциалов на границе металл-вакуум и покинул металл. Туннельный эффект играет основную роль в явлениях радиоактивного альфа-распада.

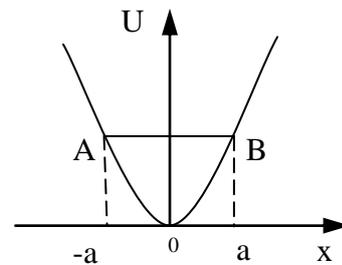
Туннельный эффект уже давно весьма эффективно используется в науке и технике. На нем основан принцип действия многих полупроводниковых приборов (туннельные диоды). Он используется в сверхчувствительных записывающих головках магнитных дисков, сканирующих туннельных микроскопах (1981). В настоящее время пространственная разрешающая способность таких микроскопов ~ 20 нм. Для сравнения, современный оптический микроскоп, конструкция которого была изобретена в 1873 г., имеет разрешающую способность ~ 200 нм.

КВАНТОВЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Линейным гармоническим осциллятором называется частица с массой m , которая движется вдоль некоторой оси под действием квазиупругой силы, пропорциональной отклонению частицы от положения равновесия $F = -kx$. k – коэффициент квазиупругой силы, связанный с массой частицы и собственной циклической частотой ее колебаний $k = m\omega_0^2$.

Потенциальная энергия гармонического осциллятора

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}.$$



Модель гармонического осциллятора имеет большое значение в физике, как в классической (пружинный, физический, математический маятники), так и в квантовой. Например, при объяснении законов теплового излучения черного тела.

С классической точки зрения амплитуда колебаний гармонического осциллятора определяется запасом его полной энергии. В точках максимального отклонения $x = \pm a$, где a – амплитуда колебаний классического осциллятора, кинетическая энергия равна нулю и вся энергия переходит в потенциальную. За пределы области $(-a, +a)$ классический осциллятор

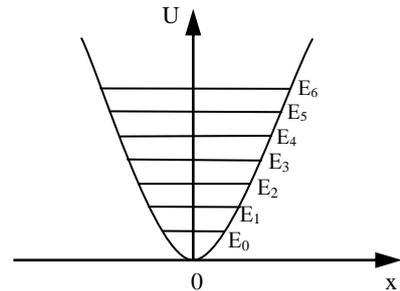
выйти не может, т.е. частица в этом случае находится в потенциальной яме, имеющей форму параболы.

В квантовой механике задача о колебаниях линейного гармонического осциллятора решается с помощью уравнения Шредингера. Для линейного осциллятора оно имеет вид

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \right) \psi = 0$$

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что это уравнение имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при значениях параметра E , удовлетворяющих соотношению

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Получается, что энергия квантового осциллятора может иметь только **дискретные значения**, т.е. **квантуется**. На рисунке представлена схема энергетических уровней гармонического квантового осциллятора. Уровни энергии являются **эквидистантными**, т.е. отстоят друг от друга на одинаковое расстояние. Вычисления для гармонического квантового осциллятора вероятности переходов квантовой системы из одного состояния в другое показали, что для него возможны лишь переходы между соседними уровнями. При таких переходах квантовое число n изменяется на единицу:

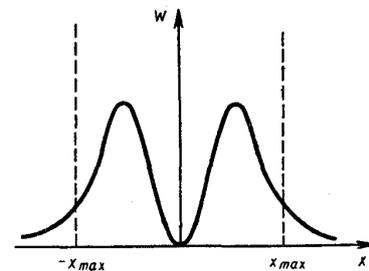
$$\Delta n = \pm 1.$$

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются **правилами отбора**. В случае гармонического осциллятора правило отбора допускает изменение энергии осциллятора только порциями $\hbar\omega$. Этот результат, полученный в квантовой механике, совпадает с предположением, которое пришлось ранее выдвинуть Планку, вопреки законам классической физики, чтобы вычислить испускательную способность абсолютно черного тела.

Еще один важный результат - наименьшее возможное значение энергии равно $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0$. Это значение называется **нулевой энергией**.

Существование нулевой энергии подтверждается экспериментами по изучению рассеяния света кристаллами при сверхнизких температурах. Рассеяние света происходит на тепловых колебаниях, которые совершают атомы, молекулы или ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки. С классической точки зрения интенсивность рассеянного света должна убывать до нуля с понижением температуры до 0 К, так как должны прекратиться тепловые колебания узлов решетки, на которых происходит рассеяние. Опыты показали, что при уменьшении температуры интенсивность рассеянного света стремится к некоторому предельному значению, неубывающему при дальнейшем охлаждении кристалла. То есть при $T \rightarrow 0$ у частиц, расположенных в узлах решетки, сохраняются некоторые нулевые колебания, на которых и происходит рассеяние света. Нулевым колебаниям соответствует нулевая энергия атомных осцилляторов.

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит еще к одному значительному отличию квантового осциллятора от классического. Оказывается, что можно обнаружить частицу за пределами дозированной области $|x| \leq a$. Таким образом, имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной. На рисунке приводится график распределения плотности вероятности обнаружения частицы для состояния $n = 1$. За пределами дозированной интервала полная энергия частицы будет меньше ее потенциальной энергии (следовательно, кинетическая энергия должна быть отрицательной). С подобной ситуацией мы сталкивались при рассмотрении туннельного эффекта.



Лекция 7. АТОМ ВОДОРОДА.

Результаты, достигнутые теорией Бора в решении задачи о значениях энергии электрона в водородоподобной системе, были получены в квантовой механике с помощью решения уравнения Шредингера.

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижного ядра с зарядом Ze и движущегося вокруг него электрона. Потенциальная энергия электрона

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r},$$

где r – расстояние между электроном и ядром. Следовательно, стационарное уравнение Шредингера принимает вид

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0$$

Поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным. Поэтому целесообразно воспользоваться сферической системой координат: r, θ, φ . Это приведет к преобразованию оператора Лапласа

$$\nabla_{x,y,z}^2 \Rightarrow \nabla_{r,\vartheta,\varphi}^2,$$

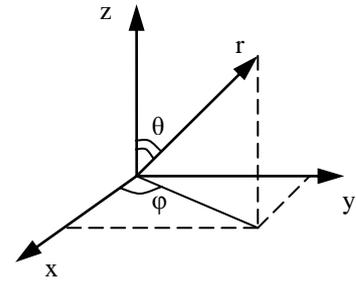
и уравнение Шредингера для атома водорода ($Z = 1$) в сферических координатах примет следующий вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0$$

Решение этого уравнения сложно, громоздко и выходит за рамки нашего курса. Отметим только, что решение уравнения Шредингера для атома водорода является точным решением, и это одно из немногих точных решений.

Процесс нахождения решения, как это мы продемонстрировали на примере решения уравнения Шредингера для частицы в потенциальной яме, связан с нахождением собственных значений и собственных функций. Можно показать, что в данном случае уравнение имеет однозначные, конечные и непрерывные решения

1) при любых $E > 0$, что соответствует свободно движущемуся электрону из ∞ на ∞ , пролетающему вблизи ядра;



2) при $E < 0$, что соответствует электрону, связанному с ядром. Отрицательные значения энергии дискретны и равны

$$E_n = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n=1,2,3,\dots$$

где n - главное квантовое число.

Эти значения получены при строгом решении уравнения Шредингера и полностью совпадают со значениями энергии водородоподобного атома из теории Бора. Однако в данном случае значения энергии получаются как следствие выполнения основных законов квантовой механики, в то время как Бору для получения такого результата пришлось вводить специальные дополнительные предположения – постулаты. Очевиден физический смысл главного квантового числа - это номер энергетического уровня, а не номер боровской орбиты.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга следует, что нельзя точно определить координаты и импульс электрона. Значит, нельзя ввести траекторию движения электрона в атоме. Теперь понятие орбит теряет смысл, их место занимает вероятность нахождения электрона в некотором объеме. Для этого необходимо найти волновую функцию электрона в данном состоянии, т.е. найти такую функцию координат $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$, которая удовлетворяет уравнению Шредингера.

Решение ищется в виде

$$\psi = R_{nl}(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi),$$

где r – расстояние от ядра атома, $R(r)$ – функция, которая зависит только от r или **радиальная волновая функция**. Функция $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ – **угловая волновая функция** зависит только от углов ϑ, φ . Это говорит о том, что радиальное движение электрона и движение электрона вокруг ядра независимы.

Подстановка $\psi = RY$ в уравнение Шредингера приводит к тому, что будут существовать два независимых уравнения – для радиальной части $R(r)$ и для угловой $Y(\vartheta, \varphi)$.

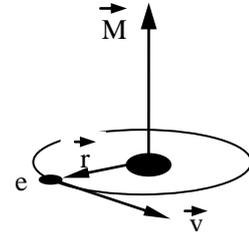
В результате решения уравнений собственные функции содержат три целочисленных параметра – n, l , и m :

n – главное квантовое число, определяет квантование энергии электрона в атоме. $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$

Параметр l носит название **орбитального (или азимутального) квантового числа**. Значение этого параметра определяет квантование момента импульса M_l электрона в атоме при данном значении энергии E_n

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad \vec{M} = [\vec{r} \times \vec{p}]$$

Решения, удовлетворяющие стандартным условиям, получаются лишь при значениях l , не превышающих $n-1$. Следовательно, при данном n квантовое число l может принимать n различных значений $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$.



Так как момент импульса – векторная величина, то он квантуется не только по величине, но и по направлению.

Параметр m носит название **магнитного квантового числа** и определяет квантование проекции момента импульса M_z на произвольную ось Z

$$M_z = \hbar m.$$

При данном l квантовое число m может принимать $2l+1$ различных значений

$$m = -l, -l+1, -l+2, \dots, -1, 0, +1, \dots, l-1, l$$

Следовательно, каждому собственному значению энергии E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций ψ_{nlm} , отличающиеся значениями квантовых чисел l и m . Это означает, что атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Такие состояния мы определили как **вырожденные**. **Кратность вырождения** энергетического уровня, т.е. число различных состояний, соответствующих этому энергетическому уровню, можно вычислить, исходя из возможных значений для l и m , и она равна n^2 .

В атомной физике применяются условные обозначения состояний электрона с различными значениями момента импульса

- $l = 0$ s-состояние
- $l = 1$ p-состояние
- $l = 2$ d-состояние
- $l = 3$ f-состояние и т.д.

В результате возможны следующие состояния:

- | | | |
|---------|---------------|--------------------------------|
| $n = 1$ | $l = 0$ | 1s – состояние |
| $n = 2$ | $l = 0, 1$ | 2s, 2p – состояния |
| $n = 3$ | $l = 0, 1, 2$ | 3s, 3p, 3d – состояния и т. д. |

Составим таблицу состояний для первых трех энергетических уровней.

Уровень энергии E_n	ψ_{nlm}	n	l	m	Состояние
E_1	ψ_{100}	1	0	0	1s
E_2	ψ_{200}	2	0	0	2s
	ψ_{21-1}		1	-1	2p
	ψ_{210}		1	0	2p
	ψ_{21+1}		1	+1	2p
E_3	ψ_{300}	3	0	0	3s
	ψ_{31-1}		1	-1	3p
	ψ_{310}		1	0	3p
	ψ_{31+1}		1	+1	3p
	ψ_{32-2}		2	-2	3d
	ψ_{32-1}		2	-1	3d
	ψ_{320}		2	0	3d
	ψ_{32+1}		2	+1	3d
	ψ_{32+1}		2	+1	3d
	ψ_{32+2}		2	+2	3d

Мы знаем, что испускание и поглощение света происходит при переходах электрона с одного уровня на другой. В квантовой механике доказывается, что для орбитального квантового числа l действует **правило отбора**

$$\Delta l = \pm 1$$

Это значит, что возможны только такие переходы, при которых l изменяется на единицу.

Правило отбора является следствием выполнения закона сохранения момента импульса: фотон, обладая собственным моментом импульса, равным примерно \hbar , при испускании уносит из атома этот момент, а при поглощении привносит.

Пользуясь условными обозначениями состояний электрона, переходы из одного состояния в другое, приводящие к возникновению серии Лаймана, можно записать в виде

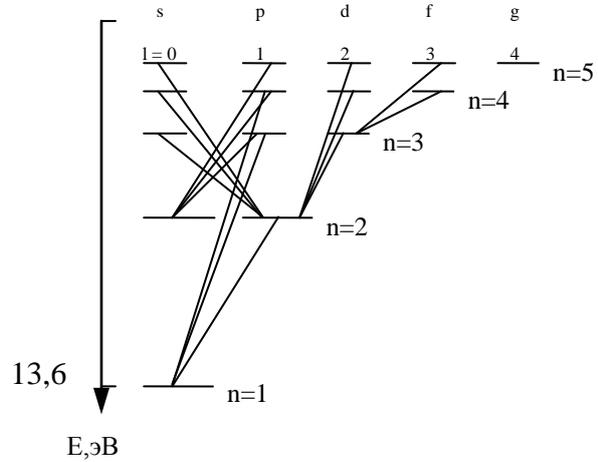
$$np \rightarrow 1s, \quad n = 2, 3, \dots,$$

$$\text{т.е. } 2p \rightarrow 1s, \quad 3p \rightarrow 1s,$$

но запрещен переход $2s \rightarrow 1s$, так как $\Delta l = 0$.

Серии Бальмера соответствуют переходы

$$ns \rightarrow 2p, \quad nd \rightarrow 2p, \quad n = 3, 4, \dots$$



Общий вид волновых функций достаточно сложен.

Рассмотрим для примера волновую функцию основного состояния электрона – $1s$ -состояние, т.е. состояния с минимальной энергией: $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$.

Кратность вырождения $n^2 = 1$, т.е. состояние невырожденное. Так как $l = 0$, то $M = 0$, $M_z = 0$.

Функция Y , представляющая собой собственную функцию оператора квадрата момента импульса для s -состояния (с нулевым моментом импульса) будет постоянной. Это соответствует тому, что движение электрона не зависит от углов θ и φ и будет только радиальным, а пси-функция ψ_{100} (а также все пси-функции вида ψ_{n00}) зависят только от r и будут сферически симметричной.

Решение уравнения Шредингера для s -состояния дает следующий вид пси-функции

$$\psi_{100} = A e^{-r/r_0},$$

где r_0 – радиус первой боровской орбиты, A – нормирующая константа.

Так как от понятия траектории пришлось отказаться, то ввели понятие «электронного облака», плотность распределения которого в каждой точке пропорциональна плотности вероятности местонахождения электрона в этой точке.

Плотность вероятности обнаружить электрон на расстоянии r будет определяться с учетом того, что элемент объема в сферической системе координат

$$dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = r^2 dr d\Omega, \quad d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi,$$

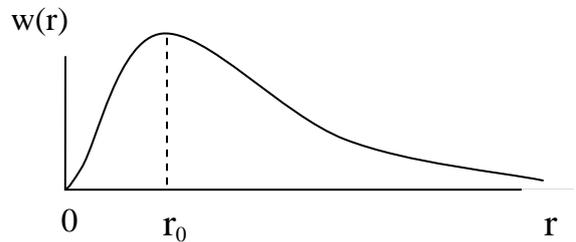
где $d\Omega$ - элемент телесного угла. Проинтегрировав это выражение по полному телесному углу 4π , найдем вероятность того, что электрон окажется в тонком шаровом слое между r и $r + dr$

$$dp = R_{nl}^2 r^2 dr$$

Плотность вероятности нахождения электрона на расстоянии r от ядра определяется величиной

$$w(r) = R_{nl}^2 r^2 = |\Psi_{100}|^2 r^2.$$

Графически распределение плотности вероятности выглядит следующим образом.

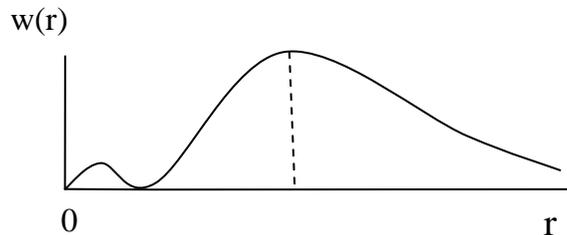


Плотность вероятности $w(r)$ обращается в нуль при $r = 0$ и асимптотически стремится к нулю при $r \rightarrow \infty$. Таким образом, имеется определенная вероятность найти электрон на любом расстоянии от ядра. Мы можем определить расстояние, на котором эта вероятность будет максимальна. Полученный результат покажет, что максимум вероятности будет соответствовать расстоянию от ядра, совпадающему с величиной радиуса первой боровской орбиты. Так как состояние $1s$ характеризуется сферической симметрией, то распределение вероятности представляет собой сферическое облако, а не плоский образ, соответствующий боровской орбите.

Пример для состояния $2s$:

$$n = 2, \quad l = 0, \quad m = 0.$$

Угловое распределение плотности вероятности нахождения электрона в атоме водорода определяется видом угловой функции $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$

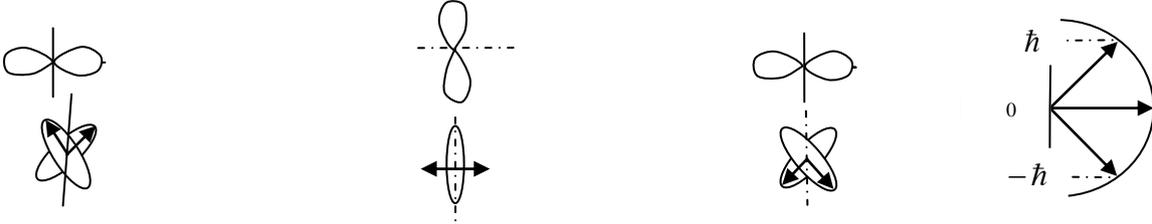


$$1) \text{ в } s\text{-состоянии } (l = 0) \quad Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$2) \text{ в } p\text{-состоянии} \quad (l = 1, \quad m = -1, 0, +1)$$

$$Y_{11} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} \sin \vartheta e^{i\varphi}, Y_{10} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cos \vartheta, Y_{1-1} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} \sin \vartheta e^{-i\varphi}$$

Пространственное квантование момента импульса имеет следующий вид



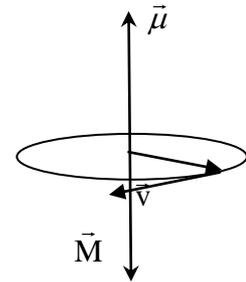
Для получения пространственного образа надо представить себе тело вращения, возникающее путем вращения изображенных фигур вокруг вертикальной оси.

Лекция 8. ОРБИТАЛЬНЫЙ МЕХАНИЧЕСКИЙ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЭЛЕКТРОНА.

Пусть электрон движется со скоростью v по орбите радиуса r . Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, за время t переносится заряд $q = evt$, где e – заряд электрона, v – число оборотов в секунду. Следовательно, движущийся по орбите электрон образует круговой ток силы $I = \frac{dq}{dt} = ev$. Поскольку заряд электрона отрицателен, направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен

$$\mu = IS = ev\pi r^2, \quad v = 2\pi r\nu, \quad \mu = \frac{ev\pi r^2}{2\pi r} = \frac{evr}{2},$$

где v – скорость движения электрона.



Момент обусловлен движением электрона по орбите, вследствие чего его назвали **орбитальным магнитным моментом** электрона. Направление вектора μ образует с направлением тока правовинтовую систему, а с направлением движения электрона – левовинтовую.

Орбитальный механический момент импульса $\vec{M} = m[\vec{r} \cdot \vec{v}]$ образует с направлением движения электрона правовинтовую систему. Следовательно, вектора μ и M ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты и противоположно направлены.

Отношение магнитного момента электрона к ее механическому моменту называется гироманнитным отношением. Получим

$$\frac{\mu}{M} = \frac{evr}{2mvr} = \frac{e}{2m}.$$

По Бору $M = mvr = n\hbar$.

Следовательно,

$$\mu = \frac{e}{2m} M = \frac{e\hbar}{2m} n = n\mu_B,$$

где $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274 \cdot 10^{-24}$ Дж / Тл - магнетон Бора.

Из решения уравнения Шредингера для атома водорода мы получили, что квантование момента импульса по величине отличается от квантования его по Бору и определяется орбитальным квантовым числом l :

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad \text{где } l = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Квантуется также его проекция на некоторую заданную ось z , т.е. момент импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, для которых проекция M_{lz} принимает значения, кратные \hbar : $M_{lz} = m\hbar$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

Таким образом, вектор собственного механического момента может принимать M_l может принимать $2l+1$ ориентацию в пространстве.

СПИН ЭЛЕКТРОНА.

В 1925 году Гаудсмит и Уленбек выдвинули гипотезу о том, что электрон обладает **собственным механическим моментом импульса**, не связанным с движением электрона в пространстве. Этот собственный момент был назван **спином**. Они дали спину наглядное модельное представление: спин – момент импульса, связанный с вращением электрона – заряженного шарика, вокруг своей оси. Однако скоро пришлось отказаться от подобных модельных представлений. Вращение электрона должно было бы происходить с такой угловой скоростью, что линейная скорость на поверхности его сферы в 200 раз превышала бы скорость света; либо размер

электрона должен был превышать размеры атома; либо масса электрона превышала массу протона.

Спин и связанный с ним **собственный (спиновый) магнитный момент** следует считать внутренними свойствами, присущими электрону, подобно тому, как ему присущи заряд и масса. В отличие от орбитального момента спин всегда сохраняется. Спином обладают не только электроны, но и другие элементарные частицы – протоны, нейтроны, фотоны и др., кроме мезонов.

Величина собственного момента импульса электрона определяется по общим законам квантовой механики так называемым **спиновым квантовым числом s**

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{3}, \text{ где } s = \frac{1}{2}.$$

Проекция спина на заданное направление может принимать квантованные значения, отличающиеся друг от друга на \hbar

$$M_{sz} = m_s \hbar \quad m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$$

С собственным механическим моментом связан собственный магнитный момент. Ряд опытных фактов свидетельствовал, что отношение собственных магнитного и механического моментов равно

$$\frac{\mu_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e}$$

Отсюда собственный магнитный момент электрона равен

$$\mu_s = -\frac{e}{m} M_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{s(s+1)} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)} = -\mu_B \sqrt{3},$$

Знак минус указывает на то, что механический и магнитный моменты электрона направлены в противоположные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может иметь следующие значения

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e} M_{sz} = -\frac{e}{m_e} \hbar m_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \mp \mu_B$$

Таким образом, проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения $+\frac{1}{2}\hbar$ и $-\frac{1}{2}\hbar$, а собственного магнитного момента – значения $+\mu_B$ и $-\mu_B$.

В ряд формул входят не сами моменты, а их проекции, поэтому принято говорить, что спин электрона равен одной второй (подразумевается в единицах \hbar), а собственный магнитный момент равен одному магнетону Бора.

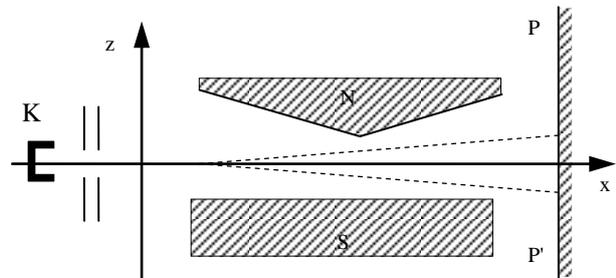
Магнитный момент атома складывается из орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра элементарных частиц). Магнитный момент ядра значительно меньше моментов электронов, поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов.

Посмотрим, каким образом можно было бы непосредственно убедиться в существовании спина и магнитного момента электрона. Очевидно, что для этого необходимо подвергнуть электрон действию внешнего магнитного поля. Наиболее подходящими для этой цели являются атомы водорода и элементов первой группы периодической системы. Невозбужденные состояния этих атомов принадлежат к типу s -состояний, т.е. **орбитальный момент их равен нулю**. Если опыт покажет, что эти атомы все-таки имеют механический и магнитный моменты, то их наличие можно приписать свойствам самого валентного электрона. Такой опыт был поставлен Штерном и Герлахом.

В закрытый сосуд помещали маленькую печку К, куда клали кусочек серебра. При нагревании серебро испарялось, и атомы его вылетали из отверстия печки во всевозможных направлениях с тепловыми скоростями порядка

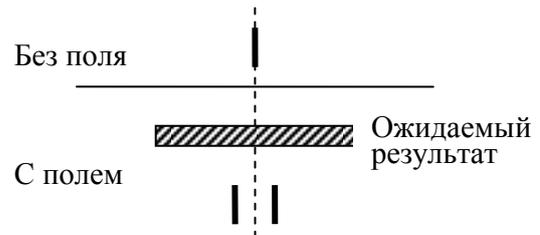
нескольких сот метров в секунду. С помощью нескольких щелей выделяли узкий пучок атомов серебра – атомный луч, который проходил через сильно неоднородное магнитное поле между полюсами электромагнита SN и попадал на пластину PP, где можно было обнаружить след осевших атомов. В неоднородном магнитном поле на атомы пучка должна действовать сила

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial z} \cos \alpha,$$



величина и знак которой зависят от угла α , образуемого вектором $\vec{\mu}$ с направлением поля. При хаотическом распределении моментов атомов по направлениям в пучке имеются частицы, для которых значения α изменяются в пределах от 0 до π . В соответствии с этим предполагалось, что узкий пучок атомов после прохождения между полюсами образует на экране сплошной растянутый след вследствие с различной ориентацией магнитных моментов.

Опыт дал неожиданные результаты. Вместо сплошного растянутого следа получились две отдельные линии, расположенные симметрично относительно следа пучка, полученного в отсутствие поля.



Таким образом, опыт Штерна и Герлаха показал, что углы, под которыми ориентируются магнитные моменты атомов по отношению к магнитному полю, могут иметь только дискретные значения, т.е. проекция магнитного момента на направление поля квантуется.

Опыт, впервые поставленный с серебром, был проделан затем с атомами других веществ. Опыт показал, что в случае водорода, серебра и щелочных металлов возникают две полосы, расположенные симметрично относительно полосы, которая получается в отсутствие поля. Это свидетельствует о том, что при прохождении через поле пучок разбивается на два пучка, одинаково отклоняющиеся в противоположные стороны. То есть **проекция собственного момента импульса электрона может принимать только два значения, одинаковых по величине и противоположных по знаку**. При отсутствии у электрона спина в s-состоянии расщепление пучка не наблюдалось бы, так как орбитальный магнитный момент атома в этом случае равен нулю. Таким образом в опыте было доказано существование спина. Расчет проекции магнитного момента атома на направление поля показал, что он равен численно одному магнетону Бора.

Опыт Штерна и Герлаха наряду с немногими другими принадлежит к числу основных опытов атомной физики, так как он обнаруживает одно из важнейших свойств материи.

ПРИНЦИП ПАУЛИ.

В связи с существованием спина электрона к квантовым числам добавляется квантовое число m_s , которое определяет проекцию спина на заданное направление. Число m_s , по аналогии с m , нужно было бы называть магнитным спиновым числом. Однако такое название обычно редко применяется. Число m_s отличается от спинового квантового числа s только тем, что принимает два значения $\pm 1/2$. Обычно, говоря о **спиновом квантовом числе**, понимают под ним число m_s .

Таким образом, состояние каждого электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами:

главным $n = 1, 2, 3, \dots$

орбитальным $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$

магнитным $m = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$

спиновым $m_s = +1/2, -1/2$

Рассмотрим атом, в котором имеется не один, а несколько электронов. Если такой атом находится в невозбужденном состоянии, то, на первый взгляд, все его электроны должны заполнить уровень с наименьшей энергией. Опыт показывает, что это не так. По мере увеличения порядкового номера атома Z происходит последовательное строго определенное заполнение электронных энергетических уровней атома. Объяснение такого порядка заполнения уровней нашел Паули.

В 1925 Паули установил квантовомеханический закон, называемый **принципом Паули**:

В любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в двух одинаковых стационарных состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел: главного n , орбитального l , магнитного m и спинового m_s .

Применительно к системе электронов в атоме принцип Паули можно записать следующим образом.

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел n, l, m и m_s :

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1.$$

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором трех квантовых чисел n, l и m :

$$Z_2(n, l, m) = 2$$

Эти электроны отличаются лишь ориентацией спинов, т.е. $+1/2\hbar$ или $-1/2\hbar$

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором двух квантовых чисел n и l :

$$Z_3(n, l) = 2(2l+1)$$

Так как при заданном числовом значении момента импульса, он может принимать $2l+1$ различных ориентаций в пространстве.

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа n :

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = [2(n-1)+2]n = 2n^2 .$$

Совокупность электронов, имеющих одинаковые значения квантового числа n , образует **электронный слой**. Слои подразделяются на **оболочки**, отличающиеся значением квантового числа l . В соответствии со значением n слоям дают следующие обозначения:

Значение n	1	2	3	4	5	6	7	...
Обозначение слоя	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	...

Нарисуем таблицу, в которой определим максимальные числа электронов, находящихся в состояниях, характеризуемых данными значениями главного и орбитального квантовых чисел

Слой	Число электронов в состояниях					Максимальное число электронов
	s ($l=0$)	p ($l=1$)	d ($l=2$)	f ($l=3$)	g ($l=4$)	
<i>K</i>	2	-	-	-	-	2
<i>L</i>	2	6	-	-	-	8
<i>M</i>	2	6	10	-	-	18
<i>N</i>	2	6	10	14	-	32
<i>O</i>	2	6	10	14	18	50

Принцип Паули сыграл выдающуюся роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Так, например, удалось теоретически обосновать периодическую систему элементов Менделеева. Без принципа Паули невозможно было бы создать квантовые статистики и современную теорию твердых тел.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ МЕНДЕЛЕЕВА.

В 1869 году Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомных масс.

Если расположить химические элементы в порядке возрастания их атомных масс, то периодически, через правильные промежутки, называемые **периодами**, элементы, оказавшиеся в одном вертикальном ряду (**группе**) обнаруживают сходные физико-химические свойства.

Однако в ряде случаев приходилось отступать от принципа возрастания атомных масс. Менделеев ввел понятие о **порядковом номере** элемента, расположив известные в его время 64 химических элемента в таблицу в порядке возрастания их номера. Часть клеток периодической таблицы оставалась свободной, так как не все элементы были известны к тому времени. Таким образом, Менделееву удалось на основании открытого им закона предсказать ряд новых химических элементов (галлий, скандий, германий и т. д.) и описать их химические свойства. В дальнейшем все эти элементы были открыты и предсказания Менделеева полностью подтвердились.

Физический смысл порядкового номера Z элемента в периодической системе элементов был установлен в ядерной модели Резерфорда: Z совпадает с числом положительных заряженных частиц в ядре, закономерно возрастающим на единицу при переходе от элемента к элементу.

Химические свойства элементов и ряд их физических свойств объясняются поведением внешних, **валентных** электронов атомов этих элементов. Поэтому периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах различных элементов.

Важнейшей задачей физики явилось теоретическое истолкование периодического закона Менделеева и объяснение строения периодической системы.

Теория периодической системы основывается на следующих положениях квантовой механики:

1. **Порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента;**
2. **Состояние электронов в атоме определяется набором их квантовых чисел n , l , m и m_s . Распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума по-**

тенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;

3. Заполнение электронами энергетических состояний в атоме должно происходить в соответствии с принципом Паули.

Порядок заполнения электронных состояний в слоях атомов, а в пределах одного слоя – в оболочках, должен соответствовать последовательности расположения энергетических уровней.

Сначала заполняются состояния с наименьшей возможной энергией, а затем состояния со все более высокой энергией. В пределах одного слоя сначала заполняются состояния с $l = 0$, а затем состояния с большим l , вплоть до $l = n - 1$.

Подобная идеальная система элементов должна была бы иметь строение и длины периодов (т.е. число элементов в одном периоде), соответствующие нашей таблице. Реальная периодическая система элементов отличается от идеальной системы.

Для того чтобы понять причину различия, следует учесть, что каждый электрон находится в поле ядра и в поле всех остальных электронов, взаимодействующих между собой.

Учет взаимодействия между электронами приводит к тому, что для достаточно больших главных квантовых чисел n состояния с большим n и меньшим l могут иметь меньшую энергию, т.е. быть энергетически более выгодными, чем состояния с меньшим n , но большим l . В этом состоит причина отступления в заполнении состояний в реальной периодической системе элементов от заполнения, соответствующего нашей таблице.

Пример. В атоме водорода единственный электрон находится в состоянии $1s$, характеризуемом квантовыми числами $n = 1, l = 0, m = 0$. При этом проекция его спина на направление внешнего поля характеризуется спиновыми числами $m = \pm 1/2$.

В атоме гелия имеется два электрона. Оба электрона этого атома могут находиться в состоянии $1s$, т.е. $n = 1, l = 0, m = 0$. Спины этих электронов ориентированы в противоположных направлениях – для одного из них $m_s = 1/2$, для другого $m_s = -1/2$.

Группа состояний с $n = 1, l = 0, m = 0, m_s = 1/2$ образует заполненный K -слой атома, соответствующий завершению первого периода периодической таблицы Менделеева.

Следующий по порядку атом лития содержит три электрона. Но, по принципу Паули, третий электрон атома лития уже не может разместиться в целиком заполненном K -слое и занимает наинизшее энергетическое состояние в слое с $n = 2$ (L -слой). Таким состоянием является состояние $2s$ ($l = 0, m = 0$). Литием начинается второй период периодической таблицы. Максимальное число электронов в L -слое – 8 (см. таблицу). Четвертый электрон бериллия занимает также состояние $2s$, а пятый электрон бора должен занять энергетически более высокое состояние $2p$ ($n = 2, l = 1$). Далее вплоть до неона ($Z = 10$) заполняется L -слой и завершается второй период.

11-ый электрон натрия ($Z = 11$) размещается уже в M -слое ($n = 3$). Далее вплоть до аргона ($Z = 18$) идет последовательная застройка M -слоя. Она заканчивается заполнением всех состояний оболочки $3p$ у аргона, завершающего третий период.

Пример. 19- электрон калия ($Z = 19$) должен был бы занять состояние $3d$ в M -слое. Однако химические свойства калия, как показывает опыт, аналогичны свойствам Li и Na , у которых валентный электрон находится в s -состоянии. Поэтому и у калия его 19-й валентный электрон должен находиться в s -состоянии. Но это может быть только s -состояние в следующем N -слое ($n = 4$) – состояние $4s$. Таким образом, начиная с калия, при незаполненной $3d$ оболочке M -слоя начинается застройка N -слоя. Это означает, что вследствие взаимодействия между электронами энергия электрона в состоянии $4s$ меньше, чем энергия, которую он имел бы в состоянии $3d$. 20-й элемент также размещается в состоянии $4s$ N -слоя, а начиная с 21-го – скандия, возобновляется заполнение оболочки $3d$ M -слоя.

Из всего вышеизложенного следует, что периодичность химических свойств элементов объясняется повторяемостью электронных конфигураций во внешних электронных оболочках у атомов родственных элементов.

ПОНЯТИЕ О КВАНТОВЫХ СТАТИСТИКАХ БОЗЕ - ЭЙНШТЕЙНА И ФЕРМИ – ДИРАКА.

Свойства систем, состоящих из большого количества частиц (атомов, молекул, электронов, фотонов, фононов и др.), изучает статистическая физика. В зависимости от условий, частицы системы подчиняются законам либо классической, либо квантовой механики. Соответственно различаются классическая и квантовая статистики.

В квантовой механике существует важное положение о неразличимости частиц системы, или **принцип тождественности частиц**.

Состояние системы, состоящей из n тождественных частиц, характеризуется в квантовой механике некоторой полной волновой функцией, зависящей как от координат всех частиц системы (координатные волновые функции), так и от ориентации их спинов (спиновые волновые функции).

Существуют два типа полных волновых функций, описывающих состояние системы частиц, - **симметричные и антисимметричные**. Различие между ними состоит в том, что, если в системе две любые частицы переставить, т.е. поменять местами, то симметричные волновые функции не изменяют своего знака, тогда как антисимметричные изменяют свой знак на противоположный.

Доказывается, что тип полной волновой функции зависит от проекции спинов этих частиц M_{sz} на направление вектора внешнего магнитного поля и не изменяется при любых внешних воздействиях на систему частиц.

Электроны и другие частицы, у которых M_{sz} равно нечетному числу $\pm 1/2\hbar$, называются фермионами или частицами с полуцелым спином. Система тождественных фермионов описывается антисимметричной полной волновой функцией.

Частицы, у которых M_{sz} равно нулю или целому числу $\pm 1/2\hbar$, называются бозонными или частицами с целым спином. Система тождественных бозонов описывается симметричной волновой функцией. К бозонам относятся фотоны.

Принцип Паули выражает особенность поведения системы тождественных фермионов: **в данной системе тождественных фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии.**

Бозоны не подчиняются принципу Паули. Для бозонов характерно то, что вероятность возникновения бозона в состоянии, в котором уже имеется n частиц, пропорциональна n . Таким образом, бозоны любят накапливаться в одном состоянии, в отличие от фермионов.

В соответствии с этим различают две квантовые статистики: **Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.**

Основная задача квантовых статистик состоит в нахождении функции распределения частиц системы по тем или иным параметрам – координатам, импульсам, энергиям и т.п., а также отыскании средних значений этих параметров, характеризующих состояние всей системы частиц.

Функция распределения Бозе-Эйнштейна имеет вид

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} - 1}$$

где $\langle n_i \rangle$ - среднее число частиц, находящихся в состоянии с номером i , E_i - энергия частицы в этом состоянии, μ - так называемый **химический потенциал**, представляющий собой изменение энергии системы, приходящееся на одну частицу. Для систем с переменным числом частиц (к числу которых относятся системы фотонов и фононов) $\mu = 0$. Поэтому для них справедливо распределение вида

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}$$

Функция распределения Ферми-Дирака имеет вид

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} + 1}$$

Для фермионов характерно никогда не занимать состояния, в котором уже находится одна частица.

Лекция 9. ЛАЗЕРЫ. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ЛАЗЕРОВ.

1. Спонтанное и вынужденное излучение. С точки зрения квантовой механики стационарное состояние атома должно сохраняться как угодно долго, если нет внешних причин, вызывающих изменение энергии атома. Однако опыт показывает, что атом, находящийся в возбужденном энергетическом состоянии, сам собой переходит в нормальное, невозбужденное состояние, излучая свет.

Излучение, происходящее в отсутствие внешних причин, изменяющих энергию атома, называется **самопроизвольным** или **спонтанным излучением**.

До сих пор мы рассматривали только **два вида** переходов атомов между энергетическими уровнями: **спонтанные переходы с более высоких уровней на более низкие** и **переходы с более низких уровней на более высокие, происходящие под действием излучения**. Переходы первого вида приводят к спонтанному испусканию атомами фотонов, переходы второго вида обуславливают поглощение излучения веществом.

В 1918 году Эйнштейн обратил внимание на то, что **двух указанных видов излучения недостаточно для объяснения существования состоя-**

ний равновесия между излучением и веществом. Для возможности установления равновесия при произвольной интенсивности падающего излучения **необходимо существование «испускательных» переходов, вероятность которых возрастала бы с увеличением интенсивности излучения.** Возникающее в результате таких переходов излучение называется **вынужденным** или **индуцированным**.

Равновесие между веществом и излучением будет достигнуто при условии, что число атомов N_{nm} , совершающих в единицу времени переход из состояния n в состояние m , будет равно числу атомов N_{mn} , совершающих переход в обратном направлении. Допустим, что $E_n > E_m$. Тогда переходы $m \rightarrow n$ смогут происходить только под воздействием излучения, переходы же $n \rightarrow m$ будут совершаться как вынужденно, так и спонтанно

$$N_{mn} = N_{mn}^{(\text{вынужд})}, \quad N_{nm} = N_{nm}^{(\text{вынужд})} + N_{nm}^{(\text{спонт})}.$$

Условие равновесия имеет вид

$$N_{mn}^{(\text{вынужд})} = N_{nm}^{(\text{вынужд})} + N_{nm}^{(\text{спонт})}$$

Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий испускание излучение возбужденного атома, и вторичный фотон, испущенный атомом.

Вынужденное излучение (вторичные фотоны) обладает важными свойствами. Направление его распространения в точности совпадает с направлением распространения вынуждающего излучения. То же самое относится к частоте, фазе и поляризации вынужденного и вынуждающего излучений. Следовательно, **вынужденное и вынуждающее излучения строго когерентны.** Эта особенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, т.е. лазеров.

Испущенные фотоны, двигаясь в одном направлении и встречая другие возбужденные атомы, стимулируют дальнейшие индуцированные переходы, и число фотонов растет лавинообразно. Однако наряду с вынужденным излучением возможен и конкурирующий процесс — поглощение.

Поэтому для **усиления** падающего излучения необходимо, чтобы **число случаев вынужденного излучения фотонов** (оно пропорционально заселенности возбужденных состояний) **превышало число случаев поглощения фотонов** (оно пропорционально заселенности основных состояний).

В системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение падающего излучения будет преобладать над вынужденным, т. е. падающее излучение при прохождении через вещество будет ослабляться.

Чтобы среда усиливала падающее на нее излучение, необходимо создать неравновесное состояние системы, при котором **число атомов в возбужденных состояниях было бы больше, чем их число в основном состоянии**. Такие состояния называются состояниями с **инверсной населенностью**. Процесс создания неравновесного состояния вещества (перевод системы в состояние с инверсной населенностью) называется **накачкой**. В средах с инверсными состояниями вынужденное излучение может превысить поглощение, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через эти среды будет усиливаться. Эти среды называются **активными**.

Впервые на возможность получения сред, в которых свет может усиливаться за счет вынужденного излучения, указал в 1939 г. российский физик В. А. Фабрикант. Открытие явления усиления электромагнитных волн и изобретенный способ их усиления (В. А. Фабрикант, М. М. Вудынский, Ф. А. Бутаева, 1951) легли в основу квантовой электроники и впоследствии привели к созданию квантовых усилителей и квантовых генераторов света.

2. Оптический квантовый генератор или **лазер** получил свое название от первых букв *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* - усиление света с помощью вынужденного излучения.

Идея качественно нового принципа усиления и генерации электромагнитных волн, примененная в **мазерах** (генераторы и усилители, работающие в сантиметровом диапазоне радиоволн) и **лазерах** принадлежит российским ученым Басову и Прохорову и американскому физика Таунсу, удостоенным Нобелевской премии 1964 г.

Лазер обязательно имеет три основных компонента:

- 1) активную среду, в которой создаются состояния с инверсной населенностью;
- 2) систему накачки (устройство для создания инверсии в активной среде);

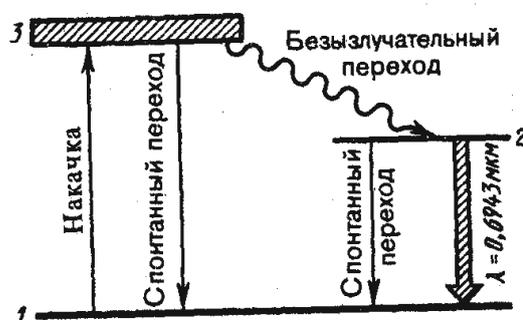
3) оптический резонатор (устройство, формирующее выходящий световой пучок).

Важнейшими из существующих типов лазеров являются **твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные** (в основу такого деления положен тип активной среды). Более точная классификация учитывает также и методы накачки — оптические, тепловые, химические, электроионизационные и др. Кроме того, необходимо принимать во внимание и режим генерации — непрерывный или импульсный.

Первым твердотельным лазером (1960; США), работающим в видимой области спектра (длина волны излучения 694,3 нм), был рубиновый лазер. В нем инверсная населенность уровней осуществляется по трехуровневой схеме, предложенной в 1955 г. Басовым и Прохоровым.

Кристалл рубина представляет собой оксид алюминия Al_2O_3 , в кристаллической решетке которого некоторые из атомов Al замещены трехвалентными ионами Cr^{+3} . Для оптической накачки используется импульсная газоразрядная лампа. При интенсивном облучении рубина светом мощной импульсной лампы атомы хрома переходят с нижнего уровня 1 на уровни широкой полосы 3.

Так как время жизни атомов хрома в возбужденных состояниях мало (меньше 10^{-7} с), то осуществляются либо спонтанные переходы $3 \rightarrow 1$ (они незначительны), либо наиболее вероятные безызлучательные переходы на уровень 2 (он называется метастабильным) с передачей избытка энергии решетке кристалла рубина.



Переход $2 \rightarrow 1$ запрещен правилами отбора, поэтому длительность возбужденного состояния 2 атомов хрома порядка 10^{-3} с, т. е. примерно на четыре порядка больше, чем для состояния 3. Это приводит к накоплению атомов хрома на уровне 2. При достаточной мощности накачки их концентрация на уровне 2 будет гораздо больше, чем на уровне 1, т. е. возникает среда с инверсной населенностью уровня 2.

Каждый фотон, случайно родившийся при спонтанных переходах, в принципе может инициировать (порождать) в активной среде множество

вынужденных переходов $2 \rightarrow 1$, в результате чего появляется лавина вторичных фотонов, являющихся копиями первичных. Таким образом, зарождается лазерная генерация. Однако спонтанные переходы носят случайный характер, и спонтанно рождающиеся фотоны испускаются в разных направлениях. Тем самым в самых разных направлениях распространяются и лавины вторичных фотонов. Следовательно, излучение, состоящее из подобных лавин, не может обладать высокими когерентными свойствами.

Для выделения направления лазерной генерации используется — оптический резонатор. В простейшем случае им служит пара обращенных друг к другу параллельных (или вогнутых) зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом). Как правило, зеркала изготавливают так, что от одного из них излучение полностью отражается, а второе — полупрозрачно. Фотоны, движущиеся под углами к оси кристалла, выходят из активной среды через ее боковую поверхность. Те же из фотонов, которые движутся вдоль оси, многократно отразятся от противоположных торцов, каждый раз вызывая вынужденное испускание вторичных фотонов, которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение, и т. д. Так как фотоны, возникшие при вынужденном излучении, движутся в том же направлении, что и первичные, то поток фотонов, параллельный оси кристалла или кюветы, будет лавинообразно нарастать. Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок огромной яркости. Таким образом, оптический резонатор формирует направленное вдоль оси лазерное излучение с высокими когерентными свойствами.

Первым газовым лазером непрерывного действия (1961) был лазер на смеси атомов неона и гелия. В гелий-неоновом лазере накачка происходит в два этапа: гелий служит носителем энергии возбуждения, а неон дает лазерное излучение. Электроны, образующиеся в разряде, при столкновениях возбуждают атомы гелия, которые переходят в возбужденное состояние. При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона происходит их возбуждение, и они переходят на один из верхних уровней неона, который расположен вблизи соответствующего уровня гелия. Переход атома неона с верхнего уровня 3 на один из нижних уровней 2 приводит к лазерному излучению с длиной волны 632,8 нм.

Лазерное излучение обладает следующими свойствами:

1. Временная и пространственная когерентность.
2. Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м).
3. Большая плотность потока энергии.
4. Очень малое угловое расхождение в пучке.

К.п.д. лазеров колеблется в широких пределах — от 0,01% (для гелий-неонового лазера) до 75% (для лазера на стекле с неодимом), хотя у большинства лазеров к.п.д. составляет 0,1—1%. Создан мощный CO_2 -лазер непрерывного действия, к.п.д. которого 30%

Необычные свойства лазерного излучения находят в настоящее время широкое применение.

Лекция 10. АТОМНОЕ ЯДРО.

Характеристики атомного ядра.

Ядром называется центральная часть атома, в которой сосредоточены практически вся масса атома и его положительный электрический заряд.

Размер ядра. В первом приближении ядро можно считать шаром, радиус которого довольно точно определен и составляет порядка 10^{-14} - 10^{-15} м. Как у всякой квантовой системы у ядра нет четко определенной границы. В эксперименте установлено, что существует внутренняя область и поверхностный слой. Во внутренней области плотность ядерного вещества постоянна, во всех ядрах приблизительно одинакова и равна $\sim 2 \cdot 10^{11}$ кг/м³.

Состав ядра. Ядра всех атомов состоят из двух видов элементарных частиц — **протонов и нейтронов**, которые считаются двумя зарядовыми состояниями одной частицы — **нуклона**. Протон имеет положительный электрический заряд, равный по абсолютной величине заряду электрона, нейтрон не имеет электрического заряда.

Заряд ядра Ze определяется **зарядовым числом Z** , где Z — **атомный номер** или порядковый номер химического элемента в периодической таблице, равный числу протонов в ядре атома, e — заряд протона. Число нуклонов в ядре $A = N + Z$ называется **массовым числом**, N — число нейтронов. Символическое обозначение элемента ${}^A_Z X$. Для всех ядер, кроме

нейтронно-дефицитных ${}^1_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$, число нейтронов в ядре $N \geq Z$. Для легких ядер $N/Z = 1$, для тяжелых - $N/Z \approx 1,6$.

Спин и магнитный момент атомного ядра. Нуклоны в атомных ядрах являются фермионами и имеют спин $\hbar/2$. Ядро атома имеет собственный момент импульса – спин ядра, равный

$$L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где l – внутреннее спиновое квантовое число. Оно принимает целые или полуцелые значения $0, 1/2, 1, 3/2$ и т.д. Ядра с четными A имеют целочисленный спин (в единицах \hbar) и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Ядра с нечетными A имеют полуцелый спин и подчиняются статистике Ферми-Дирака.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которые определяют магнитный момент ядра в целом. Ядерный магнетон, который служит единицей измерения магнитных моментов ядер

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

где e и m_p – заряд и масса протона. Ядерный магнетон в 1836,5 раз меньше магнетона Бора, поэтому магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов. Нейтрон, несмотря на отсутствие заряда обладает отрицательным магнитным моментом. Направление спина нейтрона и его магнитного момента противоположны. Магнитный момент протона положителен и его направление совпадает с направлением спина протона.

Модели атомного ядра. В 1932 году Чедвик, ученик Резерфорда, открыл нейтрон. И одновременно физики разных стран: Иваненко в России, Гейзенберг в Германии, Майоран в Италии - предложили протонно-нейтронную модель ядра. С этого момента возникла наука – ядерная физика.

Попытки построить ядерные модели столкнулись с рядом трудностей, и ни одна из них не может дать исчерпывающего описания ядра. Поэтому приходится пользоваться несколькими моделями, каждая из которых описывает свой круг явлений. Приведем примеры.

Капельная модель основана на сходстве атомного ядра с капелькой жидкости. Установлено, что плотность вещества в разных ядрах практически одинакова, а это свидетельствует о крайне малой сжимаемости ядерного вещества. Столь же малой сжимаемостью обладают жидкости. Силы,

действующие между составными частицами – молекулами в жидкости и нуклонами в ядре, - являются короткодействующими. Капельная модель позволила вывести полуэмпирическую формулу для энергии связи и объяснить в частности процесс деления тяжелых ядер.

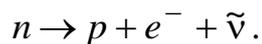
Оболочечная модель. В этой модели нуклоны заполняют дискретные энергетические уровни с учетом принципа Паули, так как являются фермионами. Эти уровни группируются в оболочки, в каждой из которых находится определенное число нуклонов. Полностью заполненная оболочка соответствует особо устойчивым ядрам. Из опыта особо устойчивыми оказались ядра, у которых число протонов, либо нейтронов, либо и то и другое, равно 2,8,20,28,50,82,126. Эти числа получили название магических. В частности, особая устойчивость ядра гелия ${}^4_2\text{He}$ проявляется в том, что это единственная составная частица, испускаемая тяжелыми ядрами при радиоактивном распаде – α -частица. Модель позволила объяснить спины и магнитные моменты ядер, различную устойчивость ядер, периодичность изменений их свойств.

Масса ядра и энергия связи. В ядерной физике принято выражать массу в единицах энергии - эВ, умножив на c^2 .

Масса протона $m_p = 938,28$ МэВ ($m_e = 0,511$ МэВ, т.е. $m_p = 1836m_e$).

Масса нейтрона $m_n = 939,57$ МэВ, т.е. $m_n - m_p = 1,3$ МэВ = $2,5 m_e$.

В свободном состоянии нейтрон нестабилен (радиоактивен) – он самопроизвольно распадается, превращаясь в протон, испуская при этом электрон и еще одну частицу $\tilde{\nu}$ – антинейтрино. Схема распада



Период полураспада, т.е. время, за которое распадается половина первоначального количества нейтронов, ~ 12 мин. Масса антинейтрино равна 0, $m_n - m_p = 1,3$ МэВ = $2,5 m_e$. Следовательно, масса нейтрона больше массы частиц, на которые он распадается, т.е. на $1,5m_e$. Эта разница выделяется в виде кинетической энергии образующихся частиц, согласно связи между массой и энергией $E = mc^2$.

Нуклоны в ядрах находятся в состояниях, существенно отличающихся от их свободных состояний. Между ними существует особое ядерное **сильное взаимодействие** – притяжение, обеспечивающее устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов. **Масса ядра m_n всегда меньше суммы масс входящих в него частиц.** Это обу-

словлено тем, что при объединении нуклонов в ядро выделяется **энергия связи** нуклонов друг с другом.

Энергия невзаимодействующих нуклонов

$$E_n = (Zm_p + Nm_n)c^2 = (Zm_p + (A - Z)m_n)c^2$$

Энергия ядра $E_я = m_я c^2$. Следовательно, **энергия связи**

$$E_{св} = E_n - E_я = c^2 \{ Zm_p + (A - Z)m_n - m_я \}.$$

Она равна работе, которую нужно совершить, чтобы разделить ядро на нуклоны и удалить их на расстояния, где они практически не взаимодействуют друг с другом. Величина

$$\Delta = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я$$

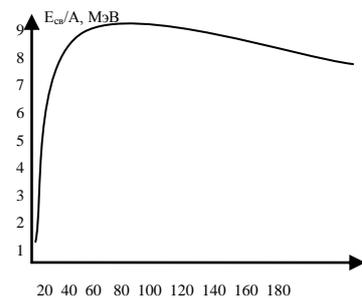
называется **дефектом массы** ядра. Дефект массы связан с энергией связи соотношением

$$\Delta = \frac{E_{св}}{c^2}.$$

Вычисление энергии связи для гелия ${}^4_2\text{He}$ дает величину 28,4 МэВ, что в пересчете на один нуклон даст 7,1 МэВ. Для сравнения, энергия связи электрона в атоме водорода 13,6 эВ, т.е. почти в 10^6 раз меньше. Для других ядер соотношение энергий связи имеет примерно ту же величину.

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, $E_{св}/A$, называется **удельной энергией связи**. Эта величина зависит от массового числа A , вид зависимости представлен на графике. Анализ вида этого графика дает существенную информацию о свойствах ядер. В грубом приближении можно считать, что удельная энергия связи равна примерно 8 МэВ для всех веществ.

Сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами порядка 50-60. С ростом A удельная энергия связи постепенно уменьшается. $Max - 8,7$ МэВ.



Такая зависимость делает энергетически возможными два процесса: 1) деление тяжелых ядер на несколько более легких и 2) слияние (синтез) легких ядер в одно ядро. Оба процесса сопровождаются выделением большого количества энергии.

Например. Деление одного ядра с массовым числом $A = 240$ (удельная энергия связи 7,5 МэВ) на два ядра с массовыми числами $A = 120$

(удельная энергия связи 8,5 МэВ) привело бы к высвобождению энергии $240 \cdot 7,5 - 120 \cdot 2 \cdot 8,5 = 240 (8,5 - 7,5) = 240$ МэВ.

Слияние двух ядер тяжелого водорода ${}^2_1\text{H}$ в ядро гелия ${}^4_2\text{He}$ привело бы к выделению энергии 24 МэВ. Для сравнения при сгорании угля – соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода, выделяется энергия порядка 5 эВ.

Для процесса деления ядру требуется дополнительная энергия – энергия активации. Поэтому в обычных условиях тяжелые ядра не претерпевают спонтанного деления. Процесс деления ядер урана или плутония может происходить за счет энергии, сообщенной тяжелому ядру захваченным дополнительным нейтроном. На этом принципе основано действие атомной бомбы и ядерного реактора.

При слиянии легких ядер они должны подойти друг к другу на весьма близкое расстояние, чему препятствует кулоновское отталкивание. Для того чтобы преодолеть это отталкивание, ядра должны обладать большим запасом кинетической энергии, а это возможно лишь при очень высоких температурах порядка нескольких сот миллионов кельвин. **Процесс синтеза легких ядер называют термоядерной реакцией.** Термоядерные реакции протекают в недрах Солнца и звезд. В земных условиях были осуществлены неуправляемые термоядерные реакции при взрывах водородных бомб. Проблема, стоящая перед учеными – управляемый термоядерный синтез.

Ядерные силы. Ядерное взаимодействие свидетельствует о том, что в ядрах существуют особые ядерные силы, не сводящиеся ни к одному типу сил, известных в классической физике (гравитационных и электромагнитных). Ядерное взаимодействие между нуклонами получило название **сильного взаимодействия**. Перечислим отличительные особенности этих сил.

1. **Ядерные силы являются короткодействующими.** Радиус их действия порядка 10^{-15} м. на меньших расстояниях притяжение сменяется отталкиванием.

2. Они обнаруживают **зарядовую независимость** – притяжение не зависит от зарядового состояния нуклона (протонного или нейтронного).

3. **Ядерные силы обладают насыщенностью**, которая проявляется в том, что нуклон в ядре взаимодействует лишь с ограниченным числом ближайших к нему соседних нуклонов. Насыщение проявляется в том, что

удельная энергия связи нуклонов в ядре при увеличении числа нуклонов не растет, а остается примерно постоянной.

4. **Ядерные силы зависят от ориентаций спинов** взаимодействующих нуклонов. Так, например, нейтрон и протон удерживаются вместе, образуя ядро тяжелого водорода - дейтрона или дейтерия, только в том случае, если их спины параллельны друг другу.

5. **Ядерные силы не являются центральными**, их нельзя представить действующими вдоль одной прямой.

Взаимодействие между заряженными частицами осуществляется через электромагнитное поле. Это поле может быть представлено как совокупность фотонов. Согласно представлениям квантовой электродинамики процесс взаимодействия между двумя заряженными частицами заключается в обмене фотонами. Каждая частица создает вокруг себя поле, непрерывно испуская и поглощая фотоны. Действие поля на другую частицу проявляется в результате поглощения одного из фотонов, испущенных первой частицей. Обмен частицами лежит в основе всех взаимодействий частиц и является фундаментальным квантовым свойством природы.

По современным представлениям, сильное взаимодействие обусловлено тем, что нуклоны виртуально обмениваются частицами, получившими название **мезонов**, а точнее **π -мезонов**. Существование их было предсказано Юкавой в 1935 г. По его оценке эти частицы занимали промежуточное положение между электроном и нуклоном. В 1936 году в космических лучах обнаружили частицу с массой $207m_e$, которую ошибочно назвали **μ -мезон**. Но эта частица слабо взаимодействовала с нуклонами и не могла, следовательно, служить переносчиком взаимодействия между ними.

В 1947 году Пауэлл и Оккиалини открыли в космическом излучении еще один тип мезонов - **π -мезоны**, или пионы, которые оказались носителями ядерных сил, предсказанные Юкавой.

Согласно соотношению неопределенностей энергия-время испущенный π -мезон может существовать только конечное время, которое не больше

$$\tau_{\pi} \approx \frac{\hbar}{m_{\pi}c^2}.$$

По истечении этого времени π -мезон поглощается испустившим его нуклоном. Частицы, посредством которых осуществляется взаимодействие, являются не обычными реальными частицами, а виртуальными. В

квантовой механике **виртуальными** называют частицы, которые не могут быть обнаружены за время их существования.

Расстояние, на которое π -мезон удаляется от нуклона

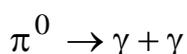
$$l \approx c\tau_{\pi} \approx \frac{\hbar}{m_{\pi}c^2},$$

что равно комптоновской длине волны π -мезона. Если поблизости от нуклона нет других частиц, то все испускаемые нуклоном виртуальные π -мезоны поглощаются этим же нуклоном. В этом случае говорят, что одиночный нуклон всегда окружен так называемой «мезонной шубой». Это облако виртуальных π -мезонов, которые безостановочно испускаются и поглощаются нуклоном, удаляясь от него в среднем на расстояние не более, чем комптоновская длина волны. Когда два нуклона сближаются и их мезонные шубы начинают соприкасаться, создаются условия для обмена виртуальными мезонами - возникает сильное ядерное взаимодействие. Следовательно радиус действия ядерных сил имеет порядок комптоновской длины волны, что позволяет оценить массу π -мезона $m_{\pi} \approx 270m_e$. Зависимость радиуса действия ядерных сил от массы виртуальных частиц – переносчиков взаимодействия - это фундаментальный квантовый закон. Именно этим законом определяется дальнодействие электромагнитных сил, поскольку кванты электромагнитного поля - виртуальные фотоны являются безмассовыми частицами (имеется ввиду масса покоя).

Существуют положительный π^+ , отрицательный π^- и нейтральный π^0 мезоны. Заряд π^+ и π^- -мезонов равен элементарному заряду e , масса $273m_e$, а масса π^0 - мезона $264 m_e$. Спин равен нулю. Все три частицы нестабильны: для π^+ и π^- время жизни $\tau = 2,6 \cdot 10^{-8} c$, для π^0 - мезона – $0,8 \cdot 10^{-16} c$. Подавляющая часть заряженных мезонов распадается по схеме



Очень редко (2,5 распада из миллиона) π – мезон распадается с образованием электрона из π^- - мезона или позитрона e^+ из π^+ -мезона. В среднем 98,8% π^0 -мезонов распадается на два γ -кванта



В результате виртуального процесса

$$\begin{array}{ll}
 p \leftrightarrow n + \pi^+ & p \leftrightarrow p + \pi^0 \\
 n \leftrightarrow p + \pi^- & n \leftrightarrow n + \pi^0
 \end{array}$$

каждый нуклон оказывается окружен облаком виртуальных π -мезонов, образующихся в поле ядерных сил. Поглощение этих мезонов другим нуклоном приводит к сильному взаимодействию между нуклонами: протон испускает виртуальный π^+ - мезон, превращаясь в нейтрон. Мезон поглощается нейтроном, который превращается в протон. Затем процесс идет в обратном направлении. Каждый из взаимодействующих нуклонов часть времени существует в заряженном состоянии, часть – в нейтральном. Это объясняет существование магнитного момента у нейтрона – часть времени он проводит в виртуальном состоянии p^+ и π^- . Орбитальное движение π^- -мезона приводит к возникновению у нейтрона отрицательного магнитного момента.

Виртуальные π -мезоны могут быть превращены при определенных условиях в обычные π -мезоны, существующие независимо от нуклонов. Если нуклону сообщить энергию, эквивалентную массе π -мезона, то виртуальный π -мезон может стать реальным. Такая энергия может быть сообщена при столкновении ускоренных нуклонов (или ядер) достаточно высоких энергий.

До создания мощных ускорителей заряженных частиц единственным источником частиц с энергией, достаточной для образования мезонов, было космическое излучение. Позитрон, μ -мезоны, π -мезоны были обнаружены в составе космических лучей. С появлением ускорителей космические лучи утратили свое исключительное значение при изучении элементарных частиц, но остаются единственным источником частиц высоких энергий.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. - М.: Наука, 1989, Т. 3, 304 с.
2. Савельев И.П. Курс общей физики: В 5-ти т. - М.: ООО «Астрель-АСТ», 2004, 368 с.

3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: Высш. шк. 1989, 607с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк. 2004, 544 с.