

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт машиностроения и автомобильного транспорта

Кафедра тепловых двигателей и энергетических установок

Журавлев Сергей Александрович

«Использование метода конечных элементов в
энергомашиностроении»

Конспект лекций
по дисциплине «Использование метода конечных элементов в
энергомашиностроении» для студентов ВлГУ,
обучающихся по направлению 13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

Владимир - 2015 г.

Лекционные занятия являются формой группового, теоретического обучения на основе заранее подготовленного материала, охватывающего основные темы изучаемого курса. Во время проведения занятий студенты получают информацию о ключевых понятиях, лежащих в основе изучаемого материала. Благодаря непосредственному взаимодействию с преподавателем во время занятий у студентов есть возможность углубленного изучения тем и вопросов, понимание которых вызывает определенные затруднения. Информация о научных и практических работах, посвященных теме лекции, дает дополнительную возможность углубленного самостоятельного изучения излагаемого материала.

Темы лекций

Тема1. Введение. Использование метода конечных элементов (МКЭ) в инженерных расчетах. Современные программные комплексы МКЭ.

Тема2. Перемещения, деформации и напряжения. Закон Гука. Типы анализов, проводимых в SolidWorks Simulation (SWS). Общая последовательность подготовки конечно-элементной модели и проведения расчета.

Тема3. Плоская и трехмерная постановка задачи.

Тема4. Типы конечных элементов, используемых в программе SWS.

Тема5. Задание физико-механических свойств материалов в программе.

Тема6. Кинематические и статические граничные условия (ГУ). Соединения. Граничные условия теплообмена. Учет в конечноэлементной модели симметрии детали и приложенных нагрузок.

Тема7. Настройка решателя и запуск процесса вычисления. Команды просмотра результатов расчета. Определение коэффициента запаса прочности.

Тема1. Введение. Использование метода конечных элементов (МКЭ) в инженерных расчетах. Современные программные комплексы МКЭ.

Основной вид расчетов, которые выполняются в энергомашиностроении - это расчеты деталей на прочность. Также существуют задачи на определение собственных частот и форм колебаний деталей, например, при расчете демпфера крутильных колебаний коленчатого вала, на определение температуры деталей. Целью расчетов на прочность является определение напряжений в деталях двигателя от действия рабочих нагрузок - силовых и тепловых. Источником силовых нагрузок являются давление газов в цилиндре и силы инерции движущихся частей. Источником тепловых нагрузок - неравномерный нагрев деталей.

В двигателях внутреннего сгорания на прочность рассчитывают все основные детали - поршень, шатун, поршневой палец, коленчатый вал, блок цилиндров, выпускной коллектор и т.д.

Расчет деталей можно проводить аналитически - с помощью формул из курса сопротивления материалов - например, расчет на изгиб и кручение валов, на растяжение, сжатие и изгиб стержней и т.д. (например, КП по «Конструированию ДВС»), либо с помощью численных методов, одним из которых является метод конечных элементов (МКЭ). Численные методы применяют для деталей сложной формы, для которых невозможно найти напряжения аналитически.

Обратимся к компьютерным программам, используемым в машиностроении – САПР (средства автоматизированного проектирования). Терминология:

CAD системы – (computer-aided design) – программы для проектирования, т.е. создания деталей, сборок, оформления КД (конструкторской документации). Сейчас подавляющее большинство CAD систем – 3-х мерные.

CAE системы – (computer-aided engineering) – программы для расчетов в основном численными методами и в основном методом МКЭ.

CAM системы - (computer-aided machining) – приложения для автоматической генерации управляющего кода для станков с ЧПУ (для выполнения механообработки деталей). За основу берется 3-х мерная геометрия, подготовленная в какой-либо CAD системе. Часто CAM система является частью CAD системы.

Современная тенденция развития компьютерных программ в области машиностроения – объединение всех 3-х компонентов в одну оболочку - CAD/CAM/CAE системы.

В дальнейшем речь пойдет о CAE системах.

Непосредственно перед проведением расчета с использованием метода конечных элементов (МКЭ) необходимо построить трехмерную модель детали (или 3D модель) в какой-либо CAD системе.

Что такое 3D модель из каких элементов она состоит?

Существуют следующие основные геометрические элементы (основные понятия в геометрии) – точка, линия, поверхность, объемное тело.

- точка – не имеет ни объема, ни площади;
- линия – совокупность точек - не имеет объема, но имеет длину;
- поверхность – совокупность точек - не имеет толщины и объема, но имеет площадь, т.е. длину и ширину;
- объемное тело – имеет объем и площадь поверхности.

Линия может быть прямая или кривая. Прямая линия бесконечной длины называется осью.

Поверхность может быть плоской или криволинейной, а также замкнутой или разомкнутой.

В CAD программах можно строить точки, линии, поверхности, всевозможные плоские контуры, основное же назначение – это построение объемных тел (или твердых тел), поэтому построение 3D моделей называется объемным или твердотельным моделированием.

В реальности, все физические величины изменяются непрерывно – изменение температуры в нагретом теле, изменение напряжений в детали под действием сил и т.д.

Основная идея метода конечных элементов (МКЭ) состоит в том, что любая непрерывная величина (температура, давление, перемещение, напряжение в объеме детали) аппроксимируется дискретной величиной (или заменяется приближенной дискретной величиной), т.е. поле непрерывной величины – заменяется полем дискретной величины. В МКЭ поле дискретной величины представляет собой множество кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей, т.е. конечном количестве элементов - отсюда и название метода.

КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНАЯ ФУНКЦИЯ [sectionally, piecewise continuous function] — функция, непрерывная во всех точках отрезка, на котором она определена, за исключением конечного числа точек (называемых точками разрыва 1-го рода). [Если оба односторонних предела существуют и конечны, но хотя бы один из них отличен от значения функции в данной точке, то такую точку называют точкой разрыва первого рода.] или Точка x_0 называется точкой разрыва функции $f(x)$, если $f(x)$ не определена в точке x_0 или не является непрерывной в этой точке. Точка x_0 называется точкой разрыва

1- го рода, если в этой точке функция $f(x)$ имеет конечные, но не равные друг другу левый и правый пределы.

$$\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$$

Для выполнения условий этого определения не требуется, чтобы функция была определена в точке $x = x_0$, достаточно того, что она определена слева и справа от нее.

Из определения можно сделать вывод, что в точке разрыва 1 – го рода функция может иметь только конечный скачок.

Алгоритм построения дискретной модели изучаемой непрерывной величины заключается в следующем:

Первый шаг – это создание сетки конечных элементов (КЭ), заполняющей весь объем детали. Вся деталь разбивается на большое количество элементарных объемов определенной формы (тетраэдр, шестигранник). Таким образом, деталь заменяется совокупностью конечных элементов или, иначе говоря, пространственная форма (или объем) детали аппроксимируется набором конечных элементов. Иначе говоря – непрерывная область пространства заменяется набором (совокупностью) дискретных областей (конечных элементов) – это называется дискретизация пространства. Предполагается, что элементы связаны между собой в узловых точках, расположенных на их границах. Неизвестными являются перемещения этих узловых точек.

Второй шаг – в соответствии с заданными нагрузкам и закреплениями детали находятся значения искомой величины (например, напряжений) в узлах конечных элементов.

Третий шаг - непрерывную величину (например, напряжение) аппроксимируют в пределах каждого элемента полиномом, коэффициенты которого рассчитывают на основании значений этой величины в узлах. Каждый элемент аппроксимируют своим полиномом, а коэффициенты полиномов подбирают таким образом, чтобы значения величины (напряжения) на границе соседних элементов были как можно ближе.

Вся расчетная деталь разбивается на большое число элементов и в соответствии с заданными граничными условиями (нагрузки и закрепления) находятся напряжения, деформации и перемещения в каждой точке модели, т.е. получают распределение интересующей величины (температуры, напряжений, деформаций, перемещений и др.) в детали.

Сегодня все расчеты на прочность методом конечных элементов проводят с использованием компьютерных программ – САЕ программы, которые условно можно

разделить по областям применения – для инженерных расчетов и для исследовательских задач.

- для инженерных расчетов используют такие программы как Pro/Mechanica (модуль программы Pro/Engineer), SolidWorks Simulation (модуль программы Solid Works) и ANSYS Workbench (поддерживает связь с программой Pro/Engineer, т.е. позволяет автоматически переводить геометрию модели в модуль расчета). С их помощью можно выполнять несложные расчеты на прочность.

Преимущества	Недостатки
<p>1. Встроены в программы 3-х мерного моделирования, что позволяет быстро готовить расчетную модель. Также благодаря этому в некоторых из них есть возможность выполнять автоматическую оптимизацию детали, например, задавая размеры детали, которые можно изменять в установленных пределах, программа подберет такие их значения, чтобы обеспечить минимальную массу детали, но так чтобы максимальные напряжения не превышали заданной величины.</p> <p>2. Имеют интуитивно понятный интерфейс.</p>	<p>1. Ограничен набор типов конечных элементов.</p> <p>2. Ограничен набор моделей поведения материала.</p> <p>3. Нет возможности решать многодисциплинарные задачи, например, одновременно прочность и движение жидкости.</p>

Несмотря на ограниченность возможностей перечисленных программ, их тем не менее достаточно для задач, которые встают перед инженером-конструктором – расчет на прочность валов, корпусных деталей различной сложности, кронштейнов крепления и т.д. Такие программы хорошо подойдут для выполнения расчетов в исследовательских разделах дипломных и магистерских работ.

- для более серьезных исследовательских задач - ANSYS, ABAQUS, MSC NASTRAN и т.д. Позволяют выполнять расчеты на прочность повышенной сложности.

Преимущества	Недостатки
<p>1. Имеют большое количество типов конечных элементов (КЭ)</p> <p>2. Имеют большое количество</p>	<p>1. Подготовка модели для расчета занимает много времени.</p> <p>2. Не всегда понятный интерфейс,</p>

моделей поведения материалов (с упрочнением, с разрушением и т.д.).	сложный для освоения.
3. Позволяют решать многодисциплинарные задачи.	
4. Позволяют решать сложные задачи с динамическим нагружением и большими деформациями (удар).	

Деление расчетных программ на эти категории достаточно условно, т.к. в настоящее время, программы для инженерных расчетов (приложения к различным CAD системам) все более увеличивают свой функционал, например, в ANSYS Workbench есть возможность рассчитывать сложные динамические задачи с большими деформациями материала, например, падение на жесткое основание сварной рамы, в результате можно увидеть весь процесс деформирования.

В данном курсе вы будем изучать программу для инженерных расчетов SolidWorks Simulation, которая является приложением программы Solid Works.

Тема2. Перемещения, деформации и напряжения. Закон Гука. Типы анализов, проводимых в SolidWorks Simulation (SWS). Общая последовательность подготовки конечно-элементной модели и проведения расчета.

1. Перемещения, деформации и напряжения. Закон Гука.

В расчетах на прочность методом конечных элементов (с помощью CAE программ), основными понятиями, с которыми мы столкнемся, будут - перемещения, деформации и напряжения. У каждой точки модели в результате расчета можно посмотреть перемещение, деформацию и напряжение.

Перемещение (u) - измеряются в единицах длины - м, мм, и т.д. В результате расчета детали на прочность методом конечных элементов, каждая точка детали имеет определенное перемещение. Все эти перемещения вызваны силами и ограничениями, действующими на деталь. Перемещения вдоль осей X, Y и Z – u , v , w соответственно.

Деформация - абсолютная (ΔL) измеряется в единицах длины (м, мм) и относительная (ϵ) измеряется в долях, иногда бывает в %.

Абсолютная деформация $\Delta L = L - L_0$, L - конечная длина (м, мм и т.д.), L_0 - начальная длина (м, мм и т.д.).

Относительная деформация растяжения сжатия (нормальная) - $\epsilon = \Delta L / L_0$.

Напряжение (σ) ($\text{Па} = \text{Н/м}^2$) - отношение силы F , действующей на стержень к площади S стержня.

Закон Гука устанавливает связь между напряжениями и деформациями. В упрощенном виде: $\sigma = E \cdot \varepsilon$, здесь E - коэффициент пропорциональности, называемый модуль упругости или модуль Юнга, является свойством материала. [Нарисовать поясняющий график.]

Коэффициент Пуассона (μ , но бывает, обозначается ν) также является свойством материала. Если обозначить продольную деформацию стержня ε_x , возникающую от продольной силы F_x , а поперечную ε_y , то: $\mu = \varepsilon_y / \varepsilon_x$.

2. Основные типы анализов, проводимых в SW. Общая последовательность подготовки КЭ модели и проведения расчета:

- статический линейный анализ на прочность («static»):

Используется для вычисления перемещений, деформаций, напряжений и сил реакций от закреплений в зависимости от приложенной нагрузки.

Анализ статический, поскольку предполагается, что все нагрузки прикладываются очень медленно, пока не достигнут своего заданного значения, после этого нагрузка остается постоянной. Из этого допущения следует, что влиянием сил инерции и демпфированием (демпфирование – это необратимый процесс поглощения энергии объемом материала, эта энергия может идти на нагрев или разрушение) пренебрегают из-за малых ускорений и скоростей перемещения элементов детали.

Анализ линейный, поскольку предполагается, что:

зависимость перемещений от приложенных нагрузок – линейная, т.е. при увеличении нагрузки в 2 раза перемещения, а также деформации и напряжения увеличатся вдвое. При этом все материалы предполагаются линейными (зависимость напряжений от деформаций – линейная) – в свойствах материала задается модуль упругости, причем постоянный;

перемещения, вызванные приложенными нагрузками достаточно малы, что позволяет не учитывать изменение жесткости детали (конструкции) в результате нагружения;

граничные условия не изменяются в результате приложения нагрузки (в первую очередь условия контакта), а также приложенные нагрузки постоянны как по величине, так и направлению, т.е. не меняют направления из-за деформации детали.

Использование опции «большие перемещения» в настройках свойств расчета позволяет использовать линейный тип анализа, если в конструкции возникают большие перемещения. Понятие «большие» в данном случае достаточно условное, но для задач

расчета деталей, используемых в машиностроении можно принять, что большие перемещения это более 1 мм.

- нелинейный анализ:

В этом типе анализа учитывается нелинейное поведение материала и рассчитываемой конструкции. Используется в тех случаях, когда допущения о линейности некорректны:

- нелинейное поведение материала – когда напряжения достигают или превышают предел текучести;

- условия контакта (для элементов сборки) меняются в процессе расчета, т.е. выход из контакта или наоборот – появление соприкосновения элементов;

- приложенные нагрузки вызывают большие перемещения (не деформации, а именно перемещения, деформации могут быть и небольшими), при этом направление действия сил может существенно изменяться;

В статическом нелинейном анализе не учитываются динамические эффекты, такие как инерция деталей и демпфирование.

Демпфирование колебаний - подавление колебаний механических, электрических и др. систем. Демпфирование может осуществляться за счёт увеличения затухания, для чего на системе устанавливаются демпферы (например, поршни, движущиеся в вязкой среде). Демпфирование уменьшает амплитуду колебаний в системе.

- анализ собственных колебаний («частота»):

Этот анализ позволяет исследовать резонансные частоты и формы колебаний детали.

- линейная динамика:

С помощью этого типа анализа рассчитывают перемещения, деформации и напряжения в деталях от нагрузки, изменяющейся во времени, либо от нагрузки, изменяющейся по гармоническому закону с определенной частотой. Для проведения этого типа анализа используются результаты анализа на собственные колебания. При этом учитывается инерция детали и эффект демпфирования.

В этом типе анализа, как и в линейном статическом анализе:

- свойства материала задаются как линейные;

- не учитывается изменение жесткости конструкции в процессе нагружения;

- не учитывается изменение граничных условий и направления действия нагрузки в результате деформирования детали.

- тепловой анализ:

С помощью этого типа анализа рассчитывают распределение температуры в объеме детали в зависимости от тепловых нагрузок. Здесь можно смоделировать все три типа теплообмена – теплопроводность, конвекцию и излучение.

В первую очередь, мы будем рассматривать наиболее часто используемый статический линейный анализ на прочность, целью которого является расчет напряжений в детали от действующих нагрузок и определение коэффициента запаса прочности.

Общая последовательность подготовки конечноэлементной модели и проведения расчета следующая (суть ее одна всех CAE программ):

1. Построение геометрии детали в программе Solid Works, либо в любой другой программе трехмерного моделирования с сохранением в нейтральном формате - IGES (.igs), STEP (.stp) или др.

2. Создание «упражнения» (study) в модуле КЭ расчета CW с выбором типа проводимого анализа.

3. Задание свойств материала для детали (для деталей в случае анализа сборки).

4. Задание граничных условий (нагрузок и закреплений).

5. Задание условий контакта в случае анализа сборки из нескольких компонентов.

6. Создание сетки КЭ.

7. Запуск анализа.

8. Анализ зон с максимальными напряжениями, а также мест с концентраторами напряжений - определение максимальных напряжений в этих местах. При необходимости перестроение сетки КЭ с уменьшением величины элементов в местах с максимальными напряжениями и в зонах с концентраторами напряжений, а затем повторный запуск анализа.

9. Расчет коэффициент запаса прочности детали.

Тема3. Плоская и трехмерная постановка задачи.

1. Плоская и трехмерная постановка задачи.

Статический линейный анализ деталей на прочность можно выполнять в плоской, осесимметричной и трехмерной постановке.

- 2.1 Плоская задача.

Плоская задача - это идеализация, т.е. в реальности такой вид напряженного состояния в чистом виде не встречается. Тем, не менее, в некоторых случаях этим отличием можно пренебречь, в целях уменьшения времени расчета (за счет уменьшения количества КЭ).

Плоская задача может быть 2-х типов - плоское напряженное состояние (ПНС) и плоская деформация (ПД).

Плоское напряженное состояние (ПНС) (Plane Stress) - возникает в тонкой пластинке, которая по торцевым сторонам нагружена силами, параллельными ее основаниям, и равномерно распределенными по толщине (рис.1).

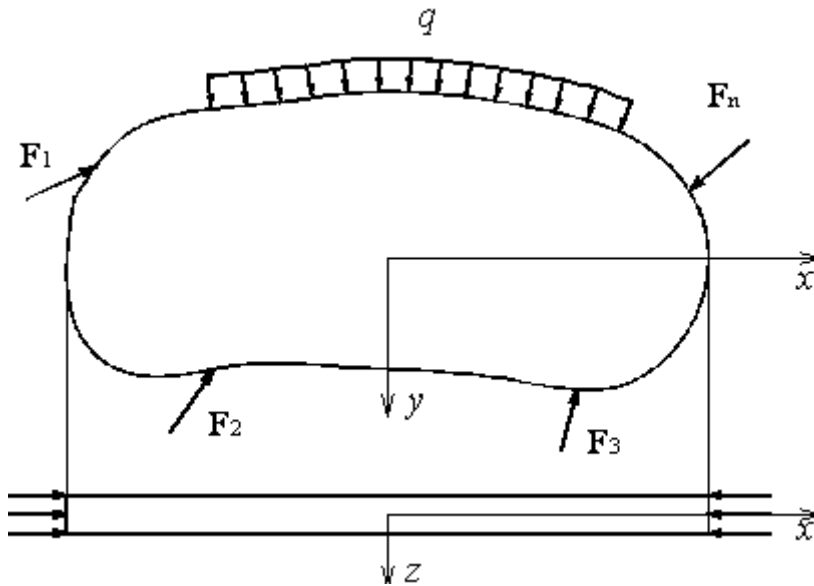


Рис.1. Пластинка в условиях плоского напряженного состояния

Тензор напряжений однозначно определяет напряженное состояние в любой точке

детали и представляет собой матрицу:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}.$$

В случае ПНС напряжения $\sigma_x, \tau_{yx}, \tau_{xz}$ на основаниях пластинки равны нулю. Так как пластинка тонкая, то эти напряжения равны нулю и по всему объему пластинки, а остальные компоненты тензора напряжений ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) не зависят от z и являются функциями только двух переменных — x и y .

Рассмотрим обобщенный закон Гука для объемного напряженного состояния:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0$$

Если приравнять σ_z нулю, то из третьего выражения следует, что

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\mu(\sigma_x + \sigma_y)] \neq 0.$$

На практике ПНС в чистом виде не реализуется никогда. Величина σ_z отлична от нуля возле отверстий, около любых геометрических элементов на контуре детали, а также в зонах закрепления. Однако, именно это упрощение (ПНС) используется для расчета плоских деталей, изготовленных из листового материала, при их нагружении в плоскости. При этом толщина детали должна быть достаточно мала (не более 1/10) по сравнению как с размерами детали в плоскости, так и с размерами отверстий в детали.

Плоская деформация (ПД) (Plane Strain) имеет место, если перемещения происходят только параллельно плоскости ХУ:

$$W = 0; \quad U = U(x, y); \quad V = V(x, y) \quad (3.1)$$

Здесь U, V и W - перемещения в направлениях x, y и z соответственно.

Такие перемещения происходят в длинном цилиндрическом или призматическом теле при действии нагрузки, перпендикулярной продольной оси и постоянной вдоль нее. Этой расчетной схеме соответствуют задачи о цилиндрических катках, тоннелях, подпорных стенках, плотинах и т.п. (рис.2). Это допущение позволяет вместо рассмотрения всей области, занятой телом, ограничиться рассмотрением его элемента, выделенного двумя поперечными сечениями, расстояние между которыми равно единице.

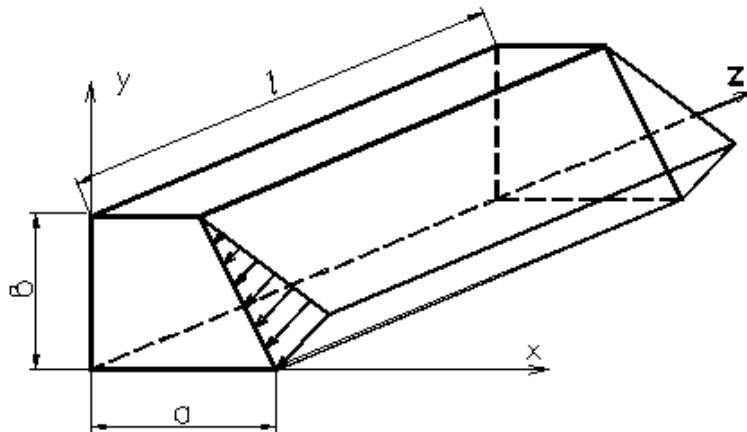


Рис.2. Плоская деформация

Если продольной осью является ось Z, то в перечисленных случаях деформация возникает только в плоскости ХУ:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z = 0; \quad \gamma_{yz} = 0; \quad \gamma_{zx} = 0; \\ \varepsilon_x = \varepsilon_x(x, y); \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y(x, y); \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}(x, y) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Из-за отсутствия деформации ε_z , нормальные напряжения σ_z будут ненулевыми, что следует из формулы обобщенного закона Гука:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.3)$$

При использовании плоской деформации толщина детали должна быть существенно больше как размеров в поперечном сечении, так и размеров любого отверстия.

Несмотря на то, что в программе SW отсутствует специальный тип КЭ для плоских задач, можно обойтись имеющимися в программе инструментами:

- моделирование ПНС может осуществляться с применением 2-х мерных конечных элементов типа «оболочка» при этом, условие $\sigma_z = 0$ соблюдается точно.

- ПД моделируется тонкой пластиной с использованием 3-х мерных КЭ. При этом на 2-х противоположных плоских гранях задается условие равенства 0 перемещений в перпендикулярном направлении. Толщину пластины подбирают такой, чтобы после построения сетки КЭ, в поперечном направлении был только один слой элементов, в противном случае (если их будет больше) точность расчетов не изменится, но размерность задачи (пропорциональна количеству КЭ) существенно возрастет, а, следовательно, увеличится и время расчета.

2.2 Трехмерная постановка.

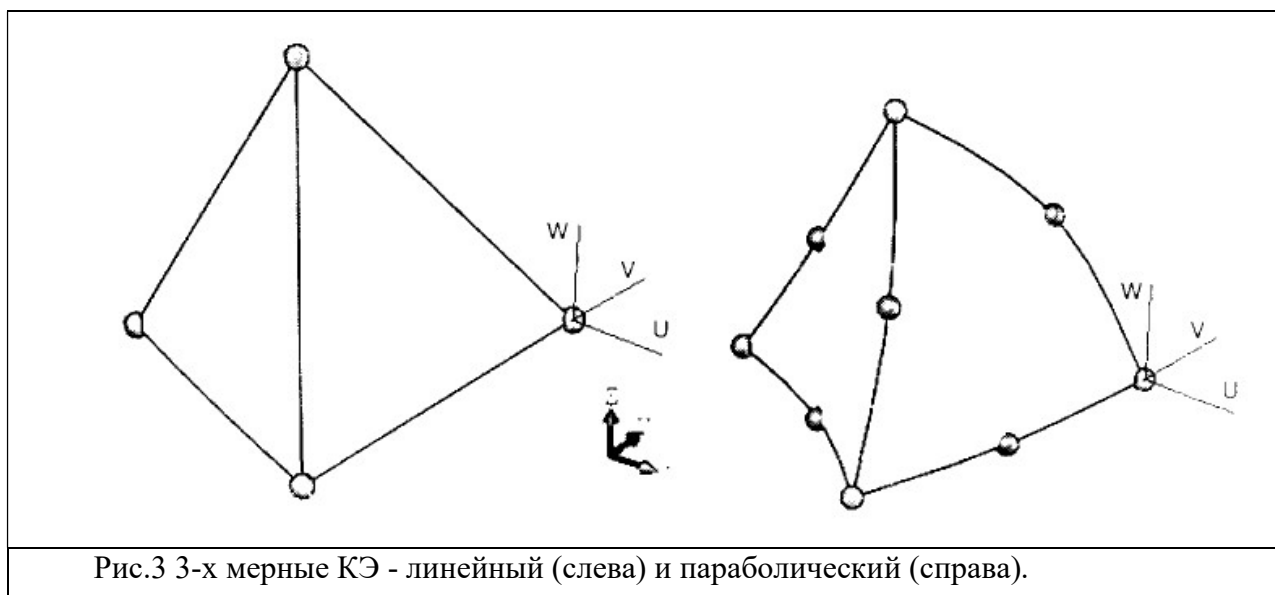
В трехмерной задаче в общем случае все 6 компонентов тензора напряжений не равны нулю.

Тема4. Типы конечных элементов, используемых в программе SWS.

КЭ модель детали в трехмерной постановке может состоять из 3-х мерных элементов (объемных), либо 2-х мерных элементов (оболочечных элементов).

Типы конечных элементов, используемых в программе SW					
3-х мерные		2-х мерные			
Линейные	Параболические	Линейные		Параболические	
		Толстостенные	Тонкостенные	Толстостенные	Тонкостенные

2.1 3-х мерные элементы



В СВ 3-х мерные элементы представляют собой тетраэдры и бывают двух типов - линейные и параболические (см. рис.3). Каждый узел 3-х мерного элемента имеет три степени свободы - перемещения вдоль осей X, Y и Z.

Линейные элементы:

- имеют по одному узлу в каждой вершине;
- имеют линейную аппроксимацию перемещений в пределах объема элемента - Draft quality mesh, («грубая сетка») при этом деформации и напряжения постоянны во всем объеме элемента;

Параболические элементы:

- имеют по одному узлу в каждой вершине и плюс к этому по одному узлу посередине каждого ребра;
- имеют параболическую аппроксимацию перемещений в пределах объема элемента
- High quality mesh, (т.е. «качественная сетка») в этом случае деформации и напряжения линейно изменяются внутри элемента.

Выбор одного из этих типов элементов осуществляется в параметрах сетки.

Линейные и параболические элементы	
Линейные элементы	Параболические элементы
Время расчета минимальное	Время расчета максимальное
Не точно описывают геометрию (при заданном количестве элементов)	Более точно описывают геометрию (при заданном количестве элементов)
Не точно описывают напряженное состояние в местах с концентраторами	Более точно описывают напряженное состояние в местах с концентраторами

напряжений (при заданном количестве элементов)	напряжений (при заданном количестве элементов)
Рекомендуется применять:	
1. При проведении предварительных расчетов в целях экономии времени. 2. При расчете нелинейных задач.	1. При проведении окончательных расчетов в линейной постановке.

При использовании линейных элементов:

- время расчета минимальное;
- для точного описания геометрии и точного результата расчета напряжений необходимо большое количество элементов;

2.2 2-х мерные элементы

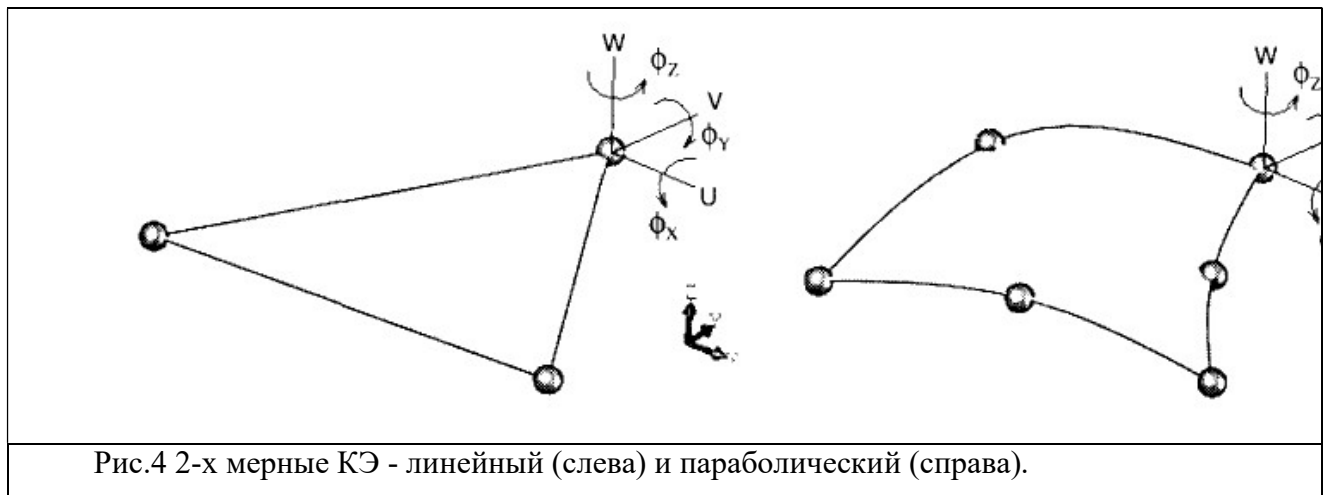


Рис.4 2-х мерные КЭ - линейный (слева) и параболический (справа).

Оболочочные элементы представляют собой треугольники и, также как и объемные, могут иметь линейную аппроксимацию перемещений - Draft quality mesh («грубая сетка») и параболическую - High quality mesh («качественная сетка»). Соответствующие настройки находятся в параметрах сетки.

В отличие от объемных, узлы оболочочных КЭ обладают шестью степенями свободы: тремя перемещениями (по X, Y и Z) и тремя углами поворота (вокруг осей X, Y и Z).

Поверхностная модель с использованием 2-х мерных КЭ рассчитывается по теории оболочек. Под оболочкой понимается тело, одно из измерений которого (толщина) значительно меньше двух других. Геометрическое место точек, равноотстоящих от обеих поверхностей оболочки, носит название срединной поверхности. Если срединная поверхность оболочки является плоскостью, то такую оболочку называют пластиной.

Есть два варианта расчета с использованием оболочочных элементов:

- расчет оболочек как тонкостенных, если толщина детали составляет менее 5% относительно остальных ее размеров. В этом случае предполагается, что возникающие от нагрузки напряжения постоянны по толщине детали, т.е. изгибающие моменты отсутствуют. По-другому, теория оболочек, построенная на этом предположении, называется безмоментной.

- расчет оболочек следует проводить как толстостенных, если толщина оболочки составляет более 5% относительно остальных ее размеров, а также, если оболочка имеет резкий переход и жесткие защемления, нагружена сосредоточенной силой и моментами. В этом случае, в местах закреплений оболочки, резких изменений формы, и в местах действия сосредоточенных сил и моментов возникают напряжения, обусловленные изгибом. Теория оболочек, учитывающая неравномерность распределения напряжений по толщине оболочек и, следовательно, наличие изгибающих моментов, называется моментной теорией оболочек.

Тип оболочки (тонкостенный или толстостенный) выбирается при создании анализа (упражнения).

Тема 5. Задание физико-механических свойств материалов в программе.

Рассмотрим задание свойств материалов для статического линейного анализа. В этом случае все материалы должны быть заданы как линейные.

Характеристики материалов могут задаваться двумя способами. Суть первого в том, что материал создается посредством «Редактора свойств материала», а далее назначается деталям. Второй путь - непосредственный ввод физико-механических свойств для отдельной детали. В обоих случаях необходимо вызывать функцию «Материал». Если эта функция активируется правой кнопкой мыши по папке «Детали» для сборки, то открывается доступ к команде «Применить материал ко всем», т.е. ко всем компонентам будет присвоен одинаковый материал. Если щелкнуть правой кнопкой по соответствующей детали или оболочке (группе деталей или оболочек, выделенных при удержании клавиши Ctrl), то материал назначается только этим компонентам. Если в режиме анализа детали (но не сборки) для сплошных элементов (для которых используются 3-х мерные КЭ) может быть назначен только один материал, то в случае с оболочечной деталью каждой грани может соответствовать свой собственный материал. Т.е. фактически рассматривается «сварная» листовая конструкция разной толщины с различными материалами листов.

При исследовании сборок наиболее рациональная методика - предварительное наполнение библиотеки материалов для их последующего использования.

Выбор материала из библиотеки осуществляется в левой части диалогового окна «Материал» - называется «Выбор источника материала».

Материалы в SW могут быть изотропными, либо анизотропными. В SW доступна для моделирования только один тип анизотропии – ортогональная анизотропия.

Диалоговое окно «Материал» -> Вкладка «Свойства» (здесь вносятся все свойства материалов необходимые для статического линейного анализа):

1. Тип модели – «Линейный упругий изотропный», или «Линейный упругий ортотропный».

Изотропия или изотропность (от изо... - одинаковый, подобный и tropos - направление), свойство тела или среды, состоящее в том, что их физические свойства в любом направлении проявляются количественно одинаково. Изотропия обычно характерна для жидкостей, газов и некоторых твердых тел.

Изотропные материалы характеризуются следующими величинами:

- EX (Elasticity modules) – модуль упругости;
- NUXY (Poisson's ratio) – коэффициент Пуассона;
- GXY (Shear modules) – модуль сдвига;
- DENS (Mass Density) – плотность;
- SIGXT (Tensile Strength) – предел прочности при растяжении;
- SIGXC (Compressive Strength) – предел прочности при сжатии;
- SIGYLD (Yield Stress) – предел текучести;
- ALPX (Coeff. of thermal expansion) – коэффициент температурного расширения;
- KX (Thermal conductivity) – коэффициент теплопроводности;
- C(Cp) (Specific Heat) – удельная теплоемкость.

Несмотря на то, что для изотропного материала присутствуют все три характеристики упругости - E, G и μ , значимыми являются только модуль упругости при растяжении-сжатии E и коэффициент Пуассона μ . Модуль сдвига G при этом вычисляется системой, а введенная в поле величина игнорируется. Величина модуля упругости должна быть больше 0, а коэффициент Пуассона должен принимать значение от 0 до 0,5. Программа SW не предназначена для расчета несжимаемых материалов, когда $\mu \rightarrow 0,5$, максимально допустимое значение μ составляет 0,49. Таким образом, характеристиками, которые необходимо задать для статического анализа являются E и μ . Плотность материала необходимо задавать в случае присутствия гравитационных нагрузок. Линейный коэффициент теплового расширения необходимо задавать в случае задания температуры в качестве граничного условия. Коэффициент теплопроводности и теплоемкость необходимы в тепловом анализе.

Анизотропия или анизотропность (от греческого *anisos* - неравный и *tropos* - направление), характеристика физического тела, состоящая в том, что различные его свойства (например, механические, электрические, магнитные) в разных направлениях проявляются количественно неодинаково. Анизотропия характерна для многих монокристаллических объектов.

Ортогональный — [греч. *orthogōnios*] расположенный под прямым углом, перпендикулярный. У ортотропного материала существует три направления, вдоль которых его свойства постоянны и эти направления образуют друг с другом прямые углы, т.е. параллельны осям координат X , Y и Z (рис.).

Анизотропные материалы характеризуются системой координат, в осях которой задаются свойства и собственно величинами параметров:

- E_X, E_Y, E_Z – модули упругости в направлениях x, y, z ;
- $\nu_{XY}, \nu_{YZ}, \nu_{XZ}$ – коэффициенты Пуассона в соответствующих плоскостях. Физический смысл этих величин следующий. Если задана деформация (например, растяжения) прямоугольного объема, в направлении x действует ϵ_x , а в остальных направлениях усилия отсутствуют, причем деформации не стеснены и в направлении y деформация (соответственно, сжатия) составила ϵ_y , то $\nu_{XY} = \epsilon_y / \epsilon_x$. В некоторых случаях в справочниках представлены коэффициенты $\nu_{YX}, \nu_{ZY}, \nu_{ZX}$. Они связаны с величинами, используемыми в программе, соотношениями вида $E_X \times \nu_{YX} = E_Y \times \nu_{XY}$. Следует учитывать, что иногда в литературе, в частности отечественной, коэффициент ν_{XY} рассчитывается по формуле $\nu_{XY} = \epsilon_y / \epsilon_x$. Тогда $E_X \times \nu_{XY} = E_Y \times \nu_{YX}$. Это может быть источником ошибок при подстановке величин из справочника без проверки;
- G_{XY}, G_{YZ}, G_{XZ} – модули сдвига;
- $DENS$ – плотность;
- $SIGXT$ – предел прочности при растяжении;
- $SIGXC$ – предел прочности при сжатии;
- $SIGYLD$ – предел текучести;
- $\alpha_{PX}, \alpha_{PY}, \alpha_{PZ}$ – коэффициенты температурного расширения в направлениях x, y, z ;
- K_X, K_Y, K_Z – коэффициенты теплопроводности в направлениях x, y, z ;
- $C(Cp)$ – удельная теплоемкость.

2. Единицы – СИ, Английская, либо Метрическая.

Диалоговое окно «Материал» -> Вкладка «Таблицы и кривые»

Для статического линейного анализа на этой вкладке можно задать зависимость свойств материала (E , μ и др.) от температуры.

Редактирование и сохранение свойств материала.

Наиболее удобно добавлять и редактировать материал (если такого нет в библиотеке) следующим образом:

- выбирается материал из библиотеки (наиболее близкий по свойствам);

- когда его свойства появились в правой нижней части окна, в разделе «Выбрать источник материала» нужно выбрать пункт «Определенный пользователем», при этом становятся доступны для редактирования значения параметров упругости;
- после редактирования свойств новый материал можно сохранить в библиотеке.

Тема 6. Кинематические и статические граничные условия (ГУ). Соединения. Граничные условия теплообмена. Учет в конечноэлементной модели симметрии детали и приложенных нагрузок.

Граничные условия, применительно к расчетным программам МКЭ, - это совокупность статических и кинематических факторов непосредственно на границе тела или ее составляющих частях - гранях, ребрах, вершинах. Это понятие включает в себя все внешние воздействия, влияющие на состояние тела (в том числе тепловые, гравитационные), а для сборок еще и условия взаимодействия деталей, например, эффект трения.

Следует учитывать, что за редким исключением (например - нормальное к грани давление, которое может быть вызвано действием жидкости или газа), практически все эти факторы в значительной степени идеализированы. Например, если на поверхности некоторой грани задается величина постоянного перемещения, то предполагается абсолютная жесткость объекта его вызывающего. В связи с этим, следует помнить, что кинематические ГУ - это потенциальные источники погрешностей. Чтобы их избежать не следует принимать за результат расчета напряжения в местах приложения кинематических ГУ, т.е. корректно будут определены напряжения в местах достаточно удаленных от них.

Не имеют однозначного аналога нагрузки, приложенные на линии (к ребрам пространственных объектов) и в точке (к вершинам).

По физической природе действующих факторов граничные условия в задачах механики делятся на две основные группы: кинематические и статические (ограничения и нагрузки).

Кинематические ГУ - это заданные на границах или в объеме тела перемещения (углы поворота), которые могут иметь характер ограничения подвижности (равняться нулю в одном или нескольких направлениях), либо иметь заданные значения (отличные от нуля).

Статические ГУ - нагрузки, приложенные как сосредоточенные или распределенные усилия, а также в других формах, сводимых, в конечном счете, к этим двум.

Можно выделить ряд задач, где неявно вводятся линейные или объемные деформации. В SW это задача термоупругости, где исходной информацией (граничным условием) является распределение температур в объеме тела при известных коэффициентах линейного температурного расширения.

Все граничные условия в задаче теории упругости (за исключением температуры) имеют векторный характер, т.е. характеризуются величиной и направлением. Направление может определяться как относительно объекта, к которому приложено ГУ, так и управляться параметром «Справочная геометрия», в роли которой могут выступать система координат, плоскость или ось.

Степень адекватности при выборе граничных условий имеет не меньшее значение для точности моделирования, чем качество сетки конечных элементов. Используемый математический аппарат в программе SW - традиционный и практически не изменяется в новых версиях. В то же время большая часть улучшений, определяющих работоспособность продукта, связана с уточнением и расширением номенклатуры граничных условий и их комбинаций, которые могут быть с приемлемым качеством смоделированы программой. Это, в частности, касается проблем механики, поскольку задача теплопроводности (в постановке без реального учета движения сред) не характеризуется разнообразием ситуаций.

Отличительной особенностью SW является то, что граничные условия могут задаваться исключительно в привязке к объектам геометрии (вершины, ребра, грани). Определение их в узлах или непосредственно на гранях конечных элементов невозможно. Поэтому, если в области модели, где уже были назначены граничные условия, добавились новые элементы (грани, ребра), то к этим новым элементам необходимо будет назначить требуемые граничные условия. Если же изменились только размеры элементов, а новые геометрические объекты не появились, то граничные условия автоматически будут приведены в соответствие с геометрией. Следует внимательно контролировать случаи изменения ориентации граней: например, если задана нагрузка, перпендикулярная грани, а ориентация последней изменилась, то, очевидно, изменится и направление усилий.

1. Кинематические и статические граничные условия.

2.1 Кинематические ГУ (закрепления)

Добавить новое кинематическое граничное условие можно нажатием правой клавиши мыши на пункте «Крепления». Диалоговое окно задания закреплений имеет 2 вкладки – «тип» и «разделить».

На вкладке «разделить» можно создать регион для приложения ГУ на целикомой поверхности, если ограничение необходимо назначить не на всей поверхности, а на какой-

то ее части. Деталь может быть образована следующими целиковыми поверхностями (области, которые подсвечиваются при указании на них курсором) – плоская поверхность, боковая поверхность цилиндра, торцевая поверхность цилиндра, сферическая поверхность, конусная поверхность, поверхности, образованные радиусами скругления. Например, чтобы задать закрепление на части боковой поверхности цилиндра, нужно воспользоваться операцией «разделить».

На вкладке «тип» (сверху вниз) расположены:

- пример закрепления детали, который будет реализован при назначении данного типа ГУ;
- область с опциями по данному типу закрепления, здесь же окно для выбора геометрических элементов для которых назначается данное ГУ (слева от него значок, показывающий, какие элементы геометрии могут быть выбраны для назначения данного ГУ – вершины, кромки, грани);
- дополнительные опции настройки ГУ;
- настройки отображения данного ГУ в окне модели.

В зависимости от типа кинематические граничные условия могут задаваться на гранях, ребрах и вершинах.

В программе доступны следующие типы закреплений:

Основные типы кинематических ГУ			
Тип закрепления	Ограниченные степени свободы для сплошных тел	Ограниченные степени свободы для оболочек	Объекты для приложения нагрузки
- зафиксированная геометрия	- Поступательные перемещения в 3-х направлениях	- Поступательные перемещения в 3-х направлениях - Вращательные перемещения в 3 направлениях	Вершины, ребра, грани
- зафиксированная геометрия	- Поступательные перемещения в 3-х направлениях	- Поступательные перемещения в 3-х направлениях	Вершины, ребра, грани
- ролик/ползун	- Поступательное перемещение в направлении перпендикулярном выбранной грани	- Поступательное перемещение в направлении перпендикулярном выбранной грани	Грани
- зафиксированный шарнир	- Радиальные и осевые перемещения выбранной	- Радиальные и осевые перемещения выбранной	Цилиндрическая грань

	цилиндрической грани	цилиндрической грани	
<p>- расширенные крепления;</p> <p>- симметрия;</p>	<p>- Поступательное перемещение в направлении перпендикулярном выбранной грани</p>	<p>- Поступательное перемещение в направлении перпендикулярном выбранной грани</p> <p>- Вращательное перемещение в 2-х направлениях перпендикулярных выбранной грани</p>	Плоские грани
<p>- круговая симметрия;</p>	<p>- Приравняются перемещения узлов, имеющих одинаковые относительные координаты на гранях, образующих сектор.</p>		<p>Попарно одинаковые плоские грани, образующие сектор.</p> <p>РИС,</p>
<p>- использовать справочную геометрию;</p>	<p>- Фиксируются степени свободы выбранных геометрических объектов относительно выбранной справочной геометрии, в качестве которой могут служить – плоскости, оси, а также грани и кромки детали.</p>		Грани, кромки, вершины
<p>- на плоских гранях;</p>	<p>- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>декартовой</u> системе координат, связанной с выбранной гранью</p>	<p>- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>декартовой</u> системе координат, связанной с выбранной гранью</p> <p>- Вращательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>декартовой</u> системе координат, связанной с выбранной гранью</p>	Плоские грани

- на цилиндрических гранях;	- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>цилиндрической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью	- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>цилиндрической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью - Вращательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>цилиндрической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью	Цилиндрические грани
<u>Единственный способ назначения граничных условий для деталей в шарнире вращения (при расчете их вне сборок). Радиальное перемещение приравнивается нулю; остальные свободны. Если имитируется закрепление детали в шарнире относительно вращения, то фиксируется также окружное перемещение.</u>			
- на сферических гранях.	- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>сферической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью	- Поступательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>сферической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью - Вращательные перемещения в любых из 3-х направлений в <u>сферической</u> системе координат, связанной с выбранной гранью	Сферические грани
<u>Единственный способ назначения граничных условий для деталей в сферическом шарнире (при расчете их вне сборок). Радиальное перемещение приравнивается нулю; остальные свободны.</u>			
- упругое основание	Степени свободы не ограничиваются полностью — обеспечивается только сопротивление при движении выбранных граней в процессе деформирования модели.		Грани

	Это сопротивление задается в виде удельной ($(\text{Н/м}) / \text{м}^2$), либо абсолютной жесткости (Н/м) в нормальном и касательном направлении по отношению к выбранной грани.	
- основание подшипника	С помощью этого ГУ имитируется закрепление вала в подшипниках. При выборе опции «жестко» - ограничиваются осевое и радиальное перемещения грани (возможен только поворот вокруг оси). При выборе опции «свободно» - осевое и радиальное перемещения происходят с сопротивлением, величина которого задается в виде жесткости опоры (в Н/м) в радиальном и осевом направлениях. При выборе опции «разрешить самовыравнивание» - становится возможным поворот опор при изгибе вала.	Цилиндрические грани
- болт	Моделируется соединение деталей в сборке с помощью болтов и винтов, а также крепление детали к виртуальному основанию с помощью фундаментных болтов. Указывается диаметр стержня болта, внешний диаметр гайки и материал болта. В этих соединениях может задаваться предварительная затяжка в виде осевой силы, стягивающей детали, либо в виде крутящего момента на ключе.	Кромки отверстий.
- пружина	С помощью этого соединения моделируется наличие пружин в модели – растяжения/сжатия, чистого растяжения, чистого сжатия. Задается жесткость пружины и сила предварительного сжатия (растяжения).	Пара плоских граней. Пара цилиндрических граней. Пара точек или вершин.
Для сборок		
- Жестко	Жесткое соединение выбранных граней. Если выбранные грани отстоят друг от друга, то они будут сдвинуты до контакта, а их перемещения в процессе нагружения будут равны.	Грани
- Связать	Выбранные точки будут соединены жестким стержнем с шарнирами на концах, т.е. в процессе нагружения расстояние между точками будет оставаться постоянным, но грани, которым они принадлежат, могут свободно поворачиваться друг относительно друга.	Точки или вершины.

- Точечные сварные швы	С помощью этого соединения моделируются точечные сварные швы между деталями сборки. Указываются соединяемые грани, точки, показывающие месторасположения сварки, и диаметр пятна сварки.	Грани, точки.
------------------------	---	---------------

Следует помнить о том, что возле всех кинематических ГУ (за исключением закреплений, моделирующих симметрию) рассчитанные напряжения будут завышенными.

2.1 Статические ГУ (нагрузки)

Добавить новое статическое граничное условие можно нажатием правой клавиши мыши на пункте «Внешние нагрузки».

Статические граничные условия - это усилия. Они могут быть:

- сосредоточенными, т.е. иметь размерность силы (Н);
- распределенными по кромке, т.е. иметь размерность силы на длину (Н/м);
- распределенными по поверхности, т.е. иметь размерность силы на площадь ($\text{Н/м}^2 = \text{Па}$).

Па).

К последнему типу относится давление - это распределенная нагрузка, нормальная к поверхности.

К любой поверхности детали может быть приложена как сила, так и давление. Величина приложенной силы делится на количество узлов конечных элементов, лежащих на выбранной поверхности и эта величина прикладывается к каждому узлу. В случае приложения давления сила вычисляется в соответствие с площадью выбранной поверхности, поэтому при увеличении размеров поверхности в результате редактирования модели, пропорционально возрастет и равнодействующая сила.

Основные типы статических ГУ			
Тип нагрузки	Объект приложения	Справочная геометрия	Вводимая величина
Сила	Грани, ребра, вершины.	Выбранный объект, либо система координат.	Величина силы
Момент	Грани	Оси, кромки, цилиндрические грани	Величина момента
Давление			

	<p>Заданная величина силы и давления прикладывается к каждой выбранной грани по нормали, либо в выбранном направлении. Сила, момент и давление могут быть постоянны на всей грани, либо изменяться в зависимости от координат X и Y справочной системы координат при выборе опции «неравномерное распределение».</p> <p>Закон изменения - параболический вида:</p> $f(x, y) = Value (A + Bx + Cy + Dxy + Ex^2 + Fy^2)$ <p>Координаты в формуле измеряются в метрах (а в модели обычно в мм).</p> <p>Value – задаваемая величина силы, момента или давления.</p> <p>Необходимо ввести константы: A, B, C, D, E, F.</p>		
Рабочая нагрузка	Цилиндрические грани	Система координат	Компоненты силы в направлении X и Y выбранной системы координат.
	<p>Моделирует воздействие на вал (отверстие) виртуальной ответной части отверстия (вала). Прикладывается нагрузка распределенная по синусоиде. Задается полная величина нагрузки.</p>		

Тепловая нагрузка. Задается температура отдельных деталей. Температура по умолчанию (для остальных деталей в сборке) задается в свойствах расчета. (вызывается нажатием правой клавиши мыши на названии расчета)

В качестве тепловой нагрузки может быть заданы результаты расчета распределения температуры из «Термического анализа». Делается это в «Свойствах» расчета на вкладке «Эффекты потока/Тепловые эффекты». Для этого нужно поставить галочку «Температуры для термического исследования», а также обеспечить одинаковую сетку КЭ в обоих расчетах (термическом и прочностном анализе).

Расчет на прочность с использованием тепловой нагрузки будет корректным, если заданы температурные коэффициенты линейного расширения в свойствах материала деталей.

Граничные условия на удалении. Суть их в том, что на объекте задаются граничные условия, которые имитируют воздействие на него других деталей. При этом известны не усилия или перемещения, которые приложены непосредственно к анализируемой детали (сборке), а те, которые действуют на отсутствующий объект в заданных его точках. Как правило, причина исключения объекта - стремление сократить размерность (количество КЭ) задачи, одновременно игнорируя искажения, которые вносят упрощение.

Граничные условия контакта компонентов в сборке. В процессе расчета сборки возможно соприкосновение деталей, а также их выход из контакта. Эти случаи могут быть

смоделированы в программе SW. При работе со сборкой нужно задать правило взаимодействия отдельных компонентов между собой. Для этого необходимо задать «глобальный контакт» в разделе «Соединения» (в дереве модели нажать правой клавишей мыши на папке «Соединения») – этот тип контакта присваивается всем граням деталей, находящимся в соприкосновении. Для того чтобы установить условие взаимодействия для выбранной пары граней, принадлежащих разным деталям, нужно воспользоваться функцией «Набор контактов». Функция «Контакт компонентов» позволяет определить режим взаимодействия его граней со всеми другими деталями.

В программе доступны следующие способы взаимодействия деталей (для «Глобального контакта», «Набора контактов» и «Контакта компонентов»):

1. «Связанные» (зазор отсутствует) – выбранные грани соединяются и перемещаются в процессе нагружения вместе (грани склеиваются). В случае «Глобального контакта» программа найдет все грани расстояние между которыми меньше среднего размера их элементов, и объединит (склеит) их.

2. «Свободные» (без взаимосвязи) – выбранные грани могут свободно проходить друг сквозь друга.

3. «Нет проникновения» - грани могут соприкасаться друг с другом и выходить из контакта, но не могут проникать друг сквозь друга. При выборе этого типа взаимодействия можно задать коэффициент трения. Описывает реальное поведение деталей.

Для расчета поршня достаточно назначить глобальный контакт «Нет проникновения».

Дополнительные способы взаимодействия деталей в сборке для опции «Набор контактов»:

1. «Горячая посадка» - выбирается пара граней, принадлежащих двум пересекающимся деталям. В начале расчета эти поверхности перемещаются на один уровень, моделируя тем самым посадку с натягом.

2. Виртуальная стенка – аналогично граничному условию «Упругое основание» (см. таблицу)

Инерционные нагрузки. Учет действия на модель ускорения (линейного и углового) осуществляется благодаря назначению граничных условий *Гравитационная нагрузка* и *Центробежная сила*.

Тип нагрузки	Объект приложения	Справочная геометрия	Вводимые величины
Гравитационная	Объект (деталь или	Плоскость	Величины

нагрузка (линейное ускорение)	сборка) в целом		компонентов ускорения в направлениях по нормали к плоскости и вдоль плоскости
	Ускорение задается его компонентами в трех направления относительно выбранной плоскости.		
Центробежная сила	Объект в целом	Ось	Угловая скорость и угловое ускорение относительно выбранной оси

Расчет с использованием инерционных нагрузок будет выполнен корректно, если задана плотность деталей в окне назначения материала.

Инерционные нагрузки задаются для всей модели (для всех компонентов сборки). Если для некоторых деталей по условиям задачи не требуется приложения инерционных нагрузок, то для этих деталей нужно назначить нулевую плотность в окне задания материала.

Общие замечания по назначению граничных условий

Типовую неадекватность представляет собой назначение граничных условий, порождающих особенности - теоретически бесконечные напряжения. Это, как правило, задание кинематических граничных условий (ограничение, либо задание перемещений) в вершинах или на ребрах для трехмерной задачи, либо в вершине для поверхностной модели. Также ситуация, когда перемещение ограничено на участке грани. В окрестности линии раздела напряжения стремятся к бесконечности.

При назначении статических ГУ особенности возникают в случае приложения силы в точке, либо на линии.

При задании расчета необходимо либо избегать этих ситуаций, либо не принимать во внимание величины напряжений в этих областях для оценки прочности конструкции.

3. «Термический анализ». Граничные условия теплообмена.

Термический расчет предназначен для моделирования эффектов теплопередачи внутри деталей, сборок, а также между конструкцией и окружающей средой. При разности температур контактирующих тел (детали, окружающая их жидкая среда),

происходит перенос энергии от тела с большей температурой к менее нагретому телу, а внутри детали от более нагретых областей к менее нагретым.

В отличие от прочностного расчета, граничных условий теплопроводности гораздо меньше. Единственным результатом расчета задачи теплопроводности в «Термическом анализе» является распределение температуры в детали (в сборке) в зависимости от условий теплообмена и заданных тепловых потоков. Не путать граничные условия теплообмена в «термическом анализе» с граничным условием «Тепловая нагрузка» в прочностном анализе, где результатом расчета являются - напряжения и деформации, возникающие из-за разности температур деталей.

Существует три возможных способа передачи тепла - теплопроводность, конвекция и излучение:

1. Теплопроводность - перенос энергии от более нагретых участков тела к менее нагретым в результате теплового движения и взаимодействия составляющих его частиц.

Процесс передачи тепла посредством теплопроводности описывается **законом Фурье** - в установившемся режиме количество переносимой энергии, определяемое как плотность теплового потока (Вт/м^2), пропорционально градиенту температуры:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T$$

Знак минус показывает, что тепловой поток направлен в сторону противоположную вектору $\text{grad}T = dT/dx$, т.е. в сторону уменьшения температуры. (**Объяснить что такое градиент температуры**)

Коэффициент пропорциональности в этой формуле называют коэффициентом теплопроводности. Закон Фурье применим для описания теплопроводности газов, жидкостей и твердых тел.

В интегральной форме закон Фурье может быть записан в виде:

$$Q = \lambda \cdot \frac{S \cdot \Delta T}{h}$$

- «Тепловой поток, передаваемый сквозь тепло, пропорционален

разности температур на границах тела и площади поперечного сечения и обратно пропорционален длине тела» .

2. Конвекция - явление переноса теплоты в жидкостях или газах путем перемешивания самого вещества (как вынужденно, так и самопроизвольно), самопроизвольная конвекция происходит из-за разности плотностей холодной и нагретой жидкости (газа). Теплообмен за счет конвекции может происходить и внутри жидкости, однако в дальнейшем, мы будем говорить о конвективном теплообмене между жидкостью и твердой стенкой.

Процесс передачи тепла посредством конвекции описывается законом Ньютона-Рихмана - тепловой поток Q (Вт) от стенки к жидкости пропорционален поверхности теплообмена S (м^2) и разности температур стенки и жидкости ($T_c - T_{ж}$):

$$Q = \alpha \cdot S \cdot (T_c - T_{ж})$$

Коэффициент пропорциональности α называется коэффициентом теплоотдачи. Главная трудность расчета заключается в определении α , зависящего от ряда факторов: физических свойств жидкости (плотности, вязкости, теплоемкости, теплопроводности), формы и размеров поверхности, природы возникновения движения среды, скорости движения.

3. Излучение (**тепловое**) — это обмен энергией между телами посредством электромагнитных волн. При этом не требуется промежуточной среды (теплоносителя), а передача энергии возможна и в вакууме.

Процесс передачи тепла посредством излучения описывается законом Стефана-Больцмана - мощность излучения тела (Вт) прямопропорциональна площади поверхности и четвертой степени температуры тела:

$$P = S \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_0^4 - T_m^4),$$

Где S - площадь поверхности (м^2), ε - степень черноты (для всех тел < 1 , для абсолютно черного тела $= 1$), T_0 - температура окружающей среды, T_m - температура поверхности тела, коэффициент пропорциональности $\sigma = 5,6704 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ - постоянная Стефана-Больцмана.

Все эти способы теплоотдачи могут быть реализованы в термическом анализе.

Тепловые нагрузки, будучи скалярными величинами, не привязаны к системе координат, т.к. не имеют направления. Основная проблема - ясное понимание физики процесса, а также тщательный подбор экспериментальных констант, характеризующих материалы и их взаимодействие с окружающей средой.

Граничные условия теплообмена разделяют на следующие три вида:

1. Граничные условия первого рода

Считается известной температура каждой точки поверхности в каждый момент времени

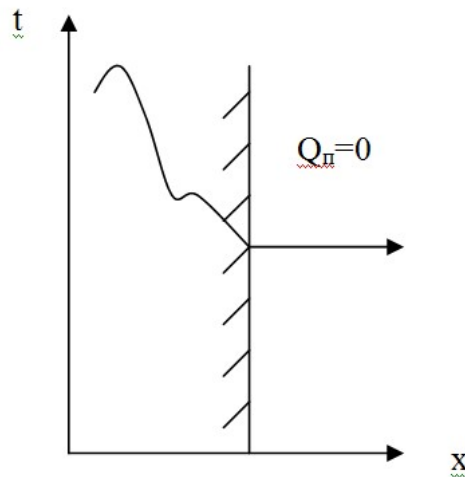
$$t_{п} = f(x_{п}, y_{п}, z_{п}, \tau)$$

($t_{п}$ -обычно константа)

2. Граничные условия второго рода

Считается известным тепловой поток в каждой точке поверхности в каждый момент времени

$$Q_{п} = f(x_{п}, y_{п}, z_{п}, \tau)$$



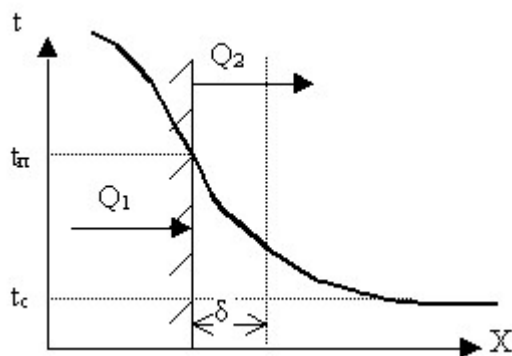
3. *Граничные условия третьего рода* (условия радиационной конвекции)

Считаются известными коэффициенты теплоотдачи

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_l$$

α_k – конвективная составляющая, рассчитанная из уравнения теплоотдачи

α_l – лучистая составляющая, определенная из закона Стефана-Больцмана



При отсутствии источника теплоты на границе условие теплообмена имеет вид:

$$Q_1 = Q_2$$

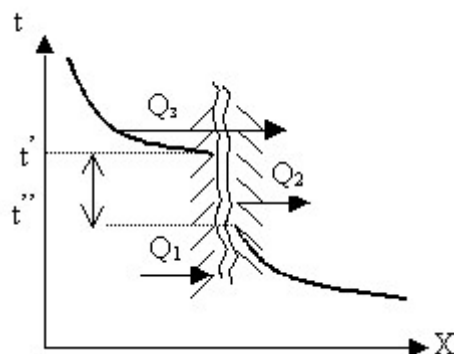
4. *условия четвертого рода (контактные) – теплообмен на границе контакта двух твердых тел.*

t' –поверхностная температура в первом теле

t'' –поверхностная температура во втором теле

Δt - температурный скачок в области контакта двух твердых тел

δ_3 толщина контактного слоя, представляющая собой физическую или химическую неоднородность границы



на границе возникает термическое сопротивление контакта

$$R_t \left[\frac{m^2 \cdot K}{Bm} \right] = \frac{\delta_3}{\lambda_3} > 0 \quad R_t = \frac{1}{\alpha}$$

λ_3 - коэффициент теплопроводности материалов в зазоре

В случае идеального контакта $R_t=0 \Rightarrow \delta_t=0$

При отсутствии источника теплоты $Q_1=Q_2=Q_3$

Граничные условия (нагрузки) для задачи теплопроводности в *SWS* могут быть заданы следующим образом:

1. Заданная температура (**Граничные условия 1 рода**) - задается температура на гранях, кромках и вершинах модели;

2. Тепловой поток (**Граничные условия 1 рода**):

- тепловой поток - задается величина удельного теплового потока в Вт/м² на выбранной поверхности;

- тепловая мощность – задается величина количества теплоты, передаваемая за единицу времени к выбранной поверхности (т.е. тепловой поток в Дж/с=Вт);

3. Конвекция (**Граничные условия 3 рода**) - задается коэффициент теплоотдачи на поверхности детали и температура жидкости вблизи поверхности. Коэффициент теплоотдачи зависит от режима движения жидкости (ламинарный или турбулентный) и определяется в основном скоростью движения жидкости вблизи стенки, а также свойствами жидкости (плотность, вязкость). Наиболее точно коэффициент теплоотдачи определяется экспериментальными методами, но может быть определен и расчетным путем в программах численного моделирования течения жидкости и газа, например, программа *Flow Works*, которая является приложением к программе *Solid Works*. Экспериментальные значения коэффициентов теплоотдачи для некоторых простых случаев (движение жидкости в трубе, движение жидкости вдоль стенки, обтекание жидкости тел различной формы – шар, цилиндр и т.д.) могут быть найдены в различных справочниках (справочник гидравлических сопротивлений), либо в специальной литературе.

- излучение – задается температура окружающей среды и коэффициент излучения тела.

4. Теплообмен на границе контакта двух тел (**Граничные условия 4 рода**) - тепловое контактное сопротивление - позволяет воспроизводить эффект изменения теплопроводящих свойств в зоне соединения деталей (в сборке). Он может быть обусловлен наличием клеевой прослойки, тонкой пленки между деталями, или же

неплотным контактом. Применение этого инструмента позволяет уточнить расчет и уменьшить размерность задачи.

Для термического анализа необходимо задавать коэффициент теплопроводности в свойствах материала. При этом материал может быть анизотропным или изотропным (ортотропным). Для анизотропного материала величина коэффициента теплопроводности не зависит от направления, т.е. постоянна вдоль осей X, Y и Z, а для ортотропного материала задаются 3 коэффициента теплопроводности - в направлении X, Y и Z.

Тема7. Настройка решателя и запуск процесса вычисления. Команды просмотра результатов расчета. Определение коэффициента запаса прочности.

Настройка решателя и запуск процесса вычисления.

Существуют 2 принципиально различных метода решения задачи МКЭ - прямой метод и итерационный. В программе SW при настройке свойств расчета можно выбрать три алгоритма решения системы линейных уравнений описывающей задачу - один из них прямой и два итерационных, т.е. всего три типа решателя:

- прямой метод (*Direct Spare*). Этот метод наиболее устойчив с точки зрения вычислительного процесса. Его следует применять в наиболее сложных для решения задачах:

- если кинематические граничные условия приводят к тому, что порождается «почти» кинематически подвижная сборка, т.е. возможны большие перемещения компонентов (например, когда в сборке присутствуют подвижные шарниры и т.д.);
- в задачах с учетом трения;
- при расчете тонкостенных 3-х мерных деталей;
- при использовании материала с высокой степенью анизотропии;
- при использовании материала, близкого к несжимаемому (коэффициент Пуассона $\rightarrow 0,5$);
- если в сборке присутствуют материалы, которые существенно различаются по жесткости.

Все эти случаи - потенциальные источники неудач итерационных методов. Недостаток прямого метода - требует в полтора/два раза больше памяти, чем при использовании итерационных решателей.

- итерационный компактный решатель (FFEPlus). Итерационный метод с компактной схемой хранения информации. Обладает минимальными затратами памяти, и поэтому более быстрый, чем прямой решатель. Хотя задачи для сборок с учетом трения быстрее

решаются прямым методом. Этот решатель следует использовать по умолчанию. Если решение не удалось получить в связи с расходимостью процесса, стоит попытаться применить прямой решатель «*Direct Spare*».

Выбор типа решателя осуществляется в свойствах расчета (Нажать правой клавишей мыши на названии расчета и выбрать пункт «Свойства»).

После того как заданы свойства материалов, назначены граничные условия и условия взаимодействия деталей в сборке, а также создана сетка конечных элементов и настроены свойства решателя, можно запустить расчет. Для запуска расчета нужно нажать правой клавишей мыши на названии анализа и в открывшемся меню выбрать пункт «Выполнить».

Команды просмотра результатов расчета.

После завершения расчета становятся доступны для просмотра (в основной системе координат модели) следующие основные результаты:

- напряжения (нормальные - σ_x , σ_y , σ_z ; касательные - ...) в узлах, а также в элементах (значения, рассчитанные для точек интегрирования внутри элемента);
- деформации (нормальные - ...; сдвига - ...) в узлах и в элементах;
- перемещения узлов и элементов.

Основной способ визуального представления результатов расчета - это эпюры с заливкой цветом, построенные в объеме деталей.

Могут быть настроены следующие параметры эпюр - максимальная и минимальная отображаемая цветом величина, цветовая схема, указатели минимального и максимального значения на эпюре, и т.д. (настраиваются в окне «Параметры графика» - нажать правую клавишу мыши на названии отображаемого результата, например «Напряжения» и т.д.)

Для эпюры можно выбрать масштаб отображения деформированной формы деталей.

Анимация - проигрывание на экране процесса нагружения по шагам.

Для эпюры можно построить сечение по какой-либо плоскости, чтобы посмотреть распределение напряжения (деформаций и т.д.) внутри детали.

Для анализа результатов на поверхностях, кромках и вершинах может быть использован инструмент «Выбранный список» или «Зондирование» (нажать правую клавишу мыши на названии отображаемого результата). После выбора интересующего геометрического элемента (поверхность, кромка или вершина) нужно нажать кнопку «Обновить». В нижнем окне можно появляются среднее, максимальное и минимальное значение для выбранных элементов.

Также есть возможность построить эпюры распределения запаса прочности в деталях по выбранному критерию.

Определение коэффициента запаса прочности.

В результате расчета имеется 6 компонентов напряжений (для 3-х мерной задачи) в каждой точке детали. Однако сравнивать результат расчета можно только с одной величиной напряжения, характеризующей свойства материала - предел прочности, предел текучести или предел выносливости. С какой величиной именно зависит от типа нагружения, свойств материала и требований к исследуемой конструкции (выбор остается за расчетчиком). Для того, чтобы свести все 6 компонентов тензора напряжений к одной величине и сравнить ее с пределом прочности (либо текучести и т.д.) существуют различные теории прочности по которым вычисляется критерии прочности - величина в виде напряжения, иногда называемая эквивалентное напряжение.

Зная все компоненты тензора напряжений можно рассчитать любой критерий прочности, но построить эпюру можно только для 4-х критериев прочности, доступных в программе CW:

- максимальных эквивалентных напряжений по Мизесу (*von Mises*);
- максимальный касательных напряжений (*Maximum Shear Stress*);
- Мора-Кулона (*Mohr-Coulomb*);
- максимальный нормальный напряжений (*Maximum Normal Stress*).

Критерий Мизеса (критерий энергии формоизменения) определяет момент исчерпания несущей способности сравнением величины эквивалентного напряжения с пределом текучести материала. Эквивалентное напряжение в точке тела рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{\text{von Mises}} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}.$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения. При этом эквивалентное напряжение не зависит от ориентации площадки, на которой оно действует, то есть является инвариантным.

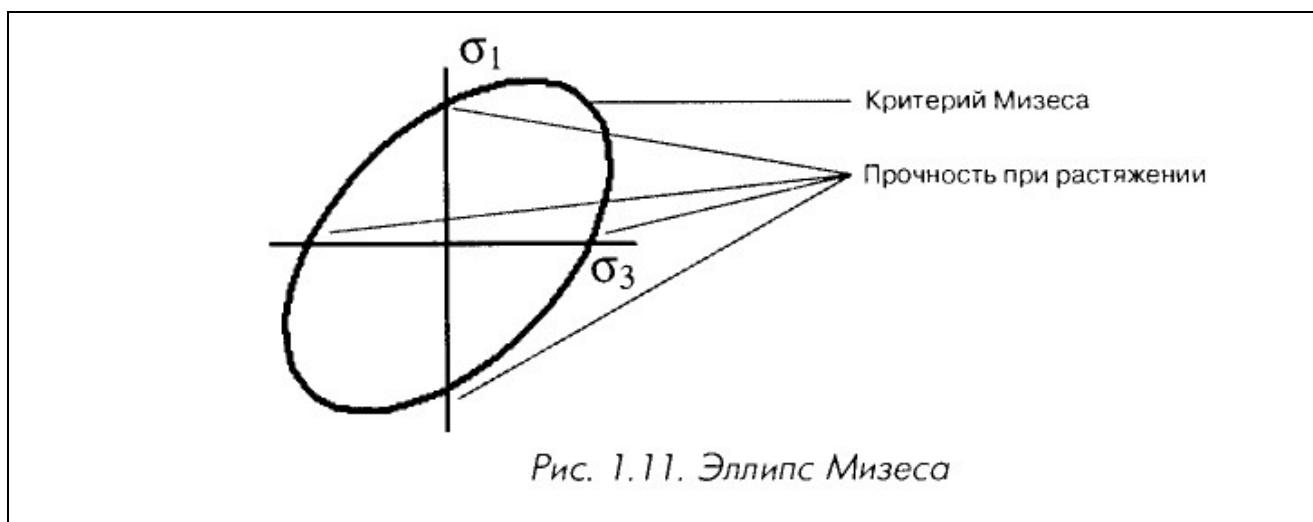
Критерий Мизеса применяется для изотропных материалов, имеющих вязкий характер разрушения (пояснить). К ним относятся большинство металлов, а также некоторые пластмассы. В пространстве поверхность прочности по критерию Мизеса описывается прямым цилиндром ось которого совпадает с пространственной диагональю, проходящей в положительном октанте системы координат главных напряжений. Из этого следует, что при равномерном всестороннем растяжении прочность материала по данному

критерию бесконечна, что не соответствует физическому смыслу задачи. Поэтому, условие прочности Мизеса должно быть дополнено еще одним условием:

$$\sigma_1 < \sigma_B$$

Таким образом, за эквивалентное напряжение Мизеса следует принимать большую из величин σ_1 или $\sigma_{\text{von Mises}}$.

Сечение поверхности прочности любой из плоскостей, соответствующих нулевому значению одного из главных напряжений, является эллипс, проходящий через точки – пределы прочности материала. Если это плоскость $\sigma_2 = 0$, то имеет место картинка, показанная на рис. 1.



Коэффициент запаса прочности (Factor of Safety – FOS) вычисляется как отношение величины прочности (предела текучести, предела прочности и т.д.) к максимальному эквивалентному напряжению в пределах детали:

$$\text{Коэффициент запаса} = \sigma_{\text{limit}} / \sigma_{\text{von Mises}}$$

Кроме этого в программе отображаются так называемые безразмерные напряжения (Non dimensional stress):

$$\text{Безразмерные напряжения} = 1 / \text{Коэффициент запаса}$$

Критерий максимальных касательных напряжений (также известный также как критерий Треска) заключается в сравнении величины максимального касательного напряжения в данной точке:

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$$

относительно некоторой величины, задаваемой пользователем. Программа вычисляет τ_{max} автоматически на основе величин компонент напряжений. Поверхность прочности представляет собой прямую правильную шестигранную призму, ось которой совпадает с диагональю положительного октанта системы координат главных напряжений.

При чистом растяжении-сжатии оценки прочности по Мизесу и по максимальным касательным напряжениям совпадают. При чистом сдвиге прочность по Мизесу больше примерно на 15%. Сечение плоскостью $\sigma_2 = 0$ представляет собой шестиугольник, вписанный в эллипс Мизеса.

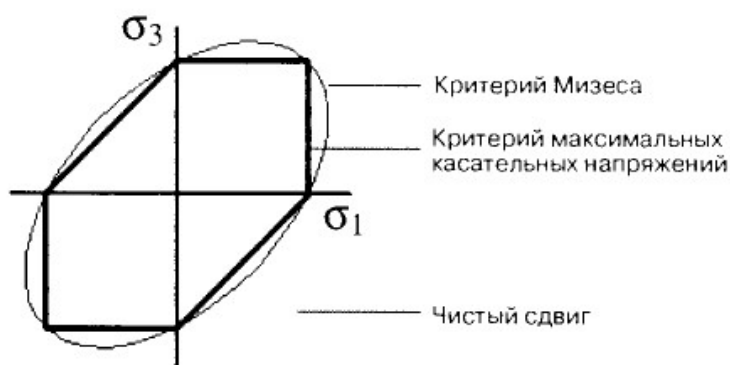


Рис. 1.12. Критерий максимальных касательных напряжений для плоского напряженного состояния

Коэффициент запаса прочности по этому критерию вычисляется как отношение величины прочности к удвоенному максимальному (в пределах детали) касательному напряжению:

$$\text{Коэффициент запаса} = 1/2 \sigma_{lim} / \tau_{max}$$

Величина $1/2$ используется исходя из предположения, что для хрупких материалов прочность при растяжении в два раза больше прочности при чистом сдвиге.

Критерий Мора-Кулона – используется для хрупких материалов, которые по разному сопротивляются растяжению и сжатию, например, чугун. Поскольку хрупкие материалы не имеют на кривой деформирования выраженного участка текучести, то величина предела текучести не участвует в расчете. В свойствах материала следует задавать эту величину =0.

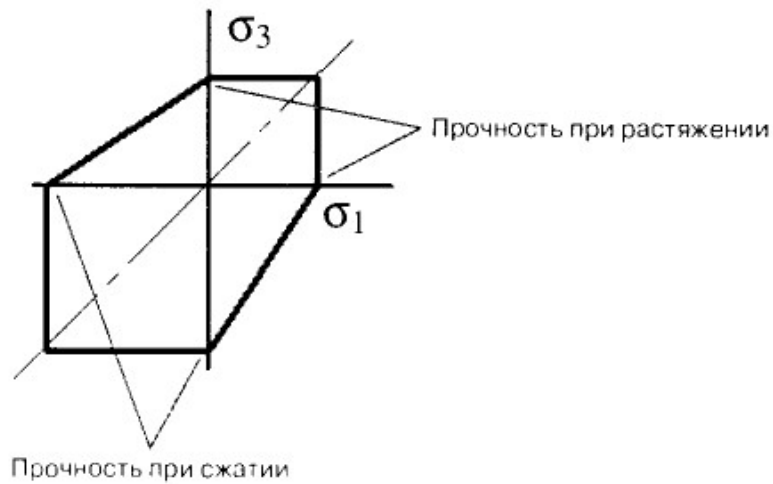


Рис. 13 Критерий Мора-Кулона для плоского напряженного состояния

Коэффициент запаса зависит от 1-го и 3-го главных напряжений:

$$\begin{array}{ll}
 \sigma_1 > 0; \sigma_3 < 0 & \text{Коэффициент запаса} = (\sigma_1 / \sigma_{\text{tensile limit}} + \sigma_3 / \sigma_{\text{compressive limit}})^{-1}; \\
 \sigma_1 > 0; \sigma_3 > 0 & \text{Коэффициент запаса} = \sigma_{\text{tensile limit}} / \sigma_1; \\
 \sigma_1 < 0; \sigma_3 < 0 & \text{Коэффициент запаса} = \sigma_{\text{compressive limit}} / |\sigma_1|.
 \end{array}$$

Критерий максимальных нормальных напряжений предназначен для хрупких материалов, которые одинаково сопротивляются растяжению и сжатию. Но это условие редко соблюдается в чистом виде – например, дефекты в виде трещин сильнее ослабляют материалы при растяжении, чем при сжатии. Поэтому, данный критерий нужно использовать с максимальной осторожностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А.А., Собачкин А.А., Одинцов Е.В., Харитонов А.И., Пономарев Н.Б. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 800 с.: ил.
2. Алямовский А.А. SolidWorks Simulation. Как решать практические задачи. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. - 448 с.: ил.
3. Алямовский А.А. Инженерные расчеты в SolidWorks Simulation. М.: ДМК Пресс, 2010. 464 с., ил.
4. Алямовский А.А. SolidWorks/CosmosWorks Инженерные анализ методом конечных элементов М.: ДМК Пресс, 2004. - 432 с., ил.
5. Расчет на прочность деталей машин: Справочник/ И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иоселевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.: ил.
6. Петров В.Б. Расчет деталей двигателей внутреннего сгорания методом конечных элементов // Методические указания к практическим занятиям., Ч.2 – Владимир: ВлГУ. – 1999,– 40с.
7. Петров В.Б. Расчет деталей двигателей внутреннего сгорания методом конечных элементов / Петров В.Б., Иванченко А.Б. // Методические указания к практическим занятиям, Ч.2 – Владимир: ВлГУ. – 2001. – 64 с.