РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

при изучении дисциплины «Численные методы в энергомашиностроении»

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины «Численные методы в энергомашиностроении» включает следующие виды работ:

- изучение материала, вынесенного на лекции;
- изучение материала, вынесенного на практические занятия;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение;
- подготовка и выполнение под руководством преподавателя курсовых работ или индивидуальных работ;
- подготовка к экзаменам.

Студенты дневной формы обучения изучают дисциплину «Численные методы в энергомашиностроении» на лекциях и практических занятиях, в 5 семестре выполняют курсовую работу, а также самостоятельно.

Одним из видов самостоятельной практической работы, на которой происходит углубление и закрепление теоретических знаний студентов в интересах их профессиональной подготовки, являются краткий опрос на лекции по пройденной теме, практические занятия и самостоятельная работа.

Данные работы имеют цели:

- углубить и закрепить знание теоретического курса;
- приобрести навыки в анализе результата расчетов и составлении отчетов по ним;
- приобрести первичные навыки организации, планирования и проведения научных исследовательских работ.

Таким образом, самостоятельная работа предназначена не только для овладения каждой дисциплиной, но и для формирования навыков самостоятельной работы вообще, в учебной, научной, профессиональной деятельности, способности принимать на себя ответственность, самостоятельно решить проблему, находить конструктивные решения, выход из кризисной ситуации и т.д.

Самостоятельная работа предусматривает в изучении содержания следующих тем курса «Численные методы в энергомашиностроении» по рекомендуемым учебным пособиям, учебникам и дополнительной литературе (перечень приводится в конце рекомендаций), подготовке к практическим занятиям, к рубежным контролям, к экзамену.

Самостоятельная работа в 5 семестре.

Тема 1,2. Методы расчета на прочность деталей ДВС при нагрузках, переменных во времени. Определения коэффициента запаса прочности при одноосном напряженном состоянии.

Цель и задачи темы – ознакомление с применяемыми в инженерных расчетах методах расчета деталей ДВС при нагрузках, переменных во времени.

При подготовке к изучению этой темы студент должен иметь полные представления о методах определения напряженно-деформированного состояния деталей сложной формы, основные сведения из теории упругости, которые студенты прослушали при изучении курса «Механика материалов и конструкций» в 4 семестре при реализации ОПП бакалавриата.

Эта тема достаточно хорошо проработана и изложена в литературе – в учебниках, учебных пособиях и справочных материалах.

При изучении темы рекомендуется использовать учебные пособия [2, 3] – п.п. 1.1-1.3, 2.1 -2.6, 3.1.. Изложенного материала достаточно для практического решения задач. Если возникает необходимость расширить кругозор по расчету при переменных напряжениях, используемым при расчете прочности сложных конструкций, то рекомендуется использовать работы [1, 5], которые имеются на кафедре.

Для лучшего усвоения материала рекомендуется самостоятельно ответить на контрольные вопросы, которые имеются в учебных пособиях [2,3].

При изучении этой темы студенту необходимо понять следующее.

Детали поршневых двигателей, а также многие детали машин в эксплуатационных условиях подвергаются действию переменных напряжений, многократно изменяющихся во времени. Такие напряжения испытывают, например, коленчатые валы, шатуны, шатунные болты, головки цилиндров двигателей внутреннего сгорания, поршневые штоки паровых машин, валики коробок скоростей, рессоры, клапанные пружины и другие детали. По результатам экспериментальных исследований и анализам многочисленных поломок деталей машин показано, что при переменных нагрузках все материалы, из которых изготавливаются детали, разрушаются при напряжениях значительно меньших, чем при постоянных нагрузках. В большинстве случаев разрушающее напряжение может быть ниже не только предела прочности, но и предела текучести или даже упругости материала.

Предел прочности $\sigma_в$ и предел текучести $\sigma_т$, полученные из статических испытаний, не могут являться характеристиками прочности материала при переменных напряжениях. При расчетах на прочность в машиностроении все большее значение приобретает другая характеристика прочности материала, а именно, **предел усталости**, или **выносливости**, определяемый на основе испытаний материала при переменных напряжениях. Можно отметить, что общепринятый термин **усталость**, введенный более полувека назад, с точки зрения терминологии, по-видимому, не самый удачный, поскольку явление разрушения при переменных напряжениях значительно отличается от биологической усталости. До сих пор не обнаружено появление каких-либо прогрессирующих изменений в свойствах материала в процессе переменного нагружения, а разрушение зачастую может происходить внезапно без заметных признаков его приближения. Кроме того, во время «отдыха», когда на деталь не действует никакая нагрузка, не происходит «залечивание» или исчезновение эффектов предварительного циклического нагружения, т. е. повреждения в процессе усталости **накапливаются** и, как правило, являются необратимыми. Другими словами, появившиеся при циклическом нагружении трещины не только не исчезают, а могут развиваться дальше даже при меньших напряжениях.

Как показывают многочисленные исследования, разрушение при переменных напряжениях начинается с образования в наиболее напряженном сечении детали микротрещин, которые, постепенно развиваясь при нагружении, проникают вглубь поперечного сечения, объединяясь в макротрещины, тем самым все более ослабляя его. Это, в конце концов, приводит к разрушению детали по наиболее ослабленному сечению.

Свойство понижения прочности материала при переменных напряжениях за счет прогрессивно развивающихся микротрещин называется **усталостью материала.** Свойство материала сопротивляться разрушению от усталости называют **выносливостью.**

Усталость охватывает две значительно отличающиеся друг от друга области циклического нагружения и деформирования, в каждой из которых разрушение является, по-видимому, следствием действия различных физических механизмов. Одна из этих областей – циклическое нагружение, при котором во время каждого цикла возникают значительные пластические деформации. Эта область характеризуется большими по величине нагрузками и малыми долговечностями, т. е. небольшим числом циклов до усталостного разрушения. Обычно эта область называется **малоцикловой или деформационной усталостью.**

Другая область – циклическое нагружение, при котором деформация во время каждого цикла в значительной степени упруга. Для этой области характерны малые нагрузки и большие долговечности, т. е. большое число циклов до разрушения. Эта область обычно называется **многоцикловой усталостью**. Малоцикловая усталость обычно ассоциируется с областью, для которой число циклов до разрушения не превышает $10^4 \ldots 10^5$, а много- цикловая усталость с областью, которая характеризуется долговечностью $10^6 \ldots 10^8$ циклов. Под долговечностью понимается число циклов до разрушения образца (или до появления трещины заданных размеров).

Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии проводят на основе схематизированных диаграмм, разработанных на кафедре, что позволяет упростить методику расчета.

Тема3,4. Определения коэффициента запаса прочности при сложном напряженном состоянии. Детерминированные модели усталостной долговечности при стационарном нагружении.

Цель и задачи темы – ознакомление с применяемыми в инженерных расчетах методах расчета деталей ДВС при нагрузках, переменных во времени и сложном напряженном состоянии (например, детали КШМ и ЦПГ)..

Многие детали машин: трансмиссионные и коленчатые валы, клапанные пружины поршневых двигателей и др. испытывают переменные во времени напряжения в условиях сложного напряженного состояния. Для расчета таких деталей необходимо, как и в случае статической нагрузки, создать теорию прочности при переменных напряжениях, которая позволила бы судить о прочности материала, находящегося в сложном напряженном состоянии, на основании опытных данных о его прочности при центральном растяжении-сжатии. Напряжения являются переменными величинами, которые могут меняться во времени по различным законам (различные коэффициенты несимметрии, форма кривой, частота), поэтому в случае сложного напряженного состояния большей частью в течение цикла положение главных площадок в одной и той же точке напряженного тела меняется. Это значительно усложняет расчет, и до сих пор вопрос расчете на прочность при переменной нагрузке в случае сложного напряженного состояния еще нельзя считать окончательно решенным, так как экспериментов, подтверждающих правильность той или иной теории, еще очень мало. Рассмотрим наиболее важный и часто встречающийся случай плоского напряженного состояния – совместное действие изгиба и кручения. В результате многочисленных опытов с малоуглеродистыми и различными легированными сталями и специальными чугунами были установлены следующие зависимости между предельными значениями нормальных и касательных напряжений:

- для сталей

$$\left(\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ra}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1;$$

- для чугунов

$$\left(\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{\sigma_{ra}}{\sigma - 1}\left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{\tau_{ra}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1,$$

где σ_{ra} и τ_{ra} – предельные значения амплитуд нормальных и касательных напряжений; σ_{-1} и τ_{-1} – пределы выносливости при симметричном цикле соответственно при изгибе и кручении.

Приведенная ранее детерминированная модель усталостной долговечности $\sigma_a^{m(\sigma_a,T)}\overline{N} = C(\sigma_a, T)$ распространяется с помощью **принципа эквивалентности** на более сложные элементы конструкции и условия нагружения. В соответствии с принципом эквивалентности приведенная выше зависимость считается справедливой для **эквивалентных напряжений**

$$\sigma_{ae}^{m(\sigma_{ae},T)} = C(\sigma_{ae}, T), \tag{61}$$

где σ_{ae} – эквивалентное напряжение, равное

$$\sigma_{ae} = \frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma}\sigma_{ia} + \psi_\sigma \sigma_{1m}, \tag{62}$$

где K_σ – эффективный коэффициент концентрации напряжений; ε_σ – масштабный коэффициент (влияния абсолютных размеров детали); β_σ – коэффициент поверхностной чувствительности; ψ_σ – коэффициент, учитывающий влияние средних напряжений на предел выносливости (см. п. 2);

$$\sigma_{ia} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + \ldots + 6\tau_{xya}^2 + \ldots}, \tag{63}$$

σ_{ia} – интенсивность амплитуд переменных напряжений цикла $\sigma_{xa}, \sigma_{ya}, \ldots, \tau_{xya}, \tau_{yza}, \ldots$ (вычисленных по известному тензору напряжений); σ_{1m} – наибольшее постоянное напряжение цикла (первое главное напряжение).

Для малопластичных и хрупких материалов следует учесть влияние нормальных переменных напряжений, и тогда эквивалентное напряжение

$$\sigma_{ae} = \frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma}\left[\frac{1}{\sqrt{3}-1}\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right)\sigma_{ia} + \frac{1}{\sqrt{3}-1}\left(\sqrt{3} - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)\sigma_{1a}\right] + \psi_\sigma \sigma_{1m},$$

где σ_{1a} – наибольшая амплитуда нормальных напряжений; σ_{-1}, τ_{-1} – пределы выносливости при изгибе (растяжении-сжатии) и кручении.

При расчете деталей ДВС методом конечных элементов (МКЭ) по известным компонентам тензора напряжений можно определить главные напряжения σ_i (i = 1,2,3) и главные площадки при действии максимальной и минимальной нагрузок, а также найти коэффициент n_σ по формуле (49) для эквивалентных напряжений.

Однако, как отмечает И.А. Биргер [3], модель усталостной долговечности (61) еще не получила в полном объеме экспериментальной проверки и ее можно использовать только для приближенной оценки. Поэтому вопрос о выборе модели усталостной долговечности при сложном напряженном состоянии остается открытым особенно при расчете деталей ДВС численными методами.

Сложность возникает в том, что при таком расчете из анализа выпадает тот очевидный факт, что при действии на деталь максимальных и минимальных нагрузок главные площадки в пространстве будут располагаться по-разному [2, 3], т. е. главные площадки от действия максимальных и минимальных нагрузок располагаются в разных сечениях детали и, как правило, не совпадают. Это означает, что при расчете, например, плоского напряженного состояния таким образом амплитудные σ_a и средние σ_m напряжения фактически вычисляются по максимальным σ_{max}, τ_{max} и минимальным σ_{min}, τ_{min} напряжениям, действующим в разных площадках, или определяются для некоторой усредненной площадки.

Тема 5, 6. Теория напряженного состояния. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжение в наклонных площадках. Главные напряжения.

Цель и задачи темы – ознакомить с исследованием напряженного состояния тела.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 1, пп. 1.7-1.9 предлагается для самостоятельного изучения.

При изучении этой темы необходимо ознакомиться с выводом дифференциальных уравнений равновесия, которые в общем виде могут быть записаны:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}+X=0;\\
&\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}+Y=0;\\
&\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+Z=0.
\end{aligned}\right\}$$

Следовательно, уравнений статики недостаточно и задача механики деформируемого твердого тела по определению напряжений в бесконечно малом объеме является статически неопределимой. Недостающие уравнения можно получить, изучая деформации тела и учитывая его физические свойства в рамках упомянутых выше разделов механики деформируемого твердого тела.

Составляя уравнения равновесия всех сил, действующих на тетраэдр $Oabc$, на оси y и

z, получаем еще два уравнения. Таким образом, приходим к следующим трем уравнениям равновесия элементарного тетраэдра:

$$\left.\begin{aligned} p_{x\nu} &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n, \\ p_{y\nu} &= \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n, \\ p_{z\nu} &= \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n. \end{aligned}\right\}$$

Удовлетворение уравнениям дифференциальным уравнениям равновесия и условиям на поверхности является необходимым и достаточным для равновесия всего тела под действием заданных внешних сил. Действительно, если составляющие напряжений удовлетворяют уравнениям равновесия во всех точках внутри тела, то все точки внутри тела находятся в равновесии. Если составляющие напряжений удовлетворяют уравнениям на поверхности в точках у поверхности тела, то все точки тела у поверхности находятся в равновесии. Если же составляющие напряжений одновременно удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия и условиям на поверхности, то все тело в целом находится в равновесии.

Тема 7, 8. Геометрическая теория деформаций. Уравнения неразрывности деформаций. Обобщенный закон Гука.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 2 и 3, пп. 3.3предлагается для самостоятельного изучения.

При самостоятельном изучении темы необходимо ответить самостоятельно на следующие вопросы.

1. Какова роль уравнений Коши и какие задачи они позволяют решать?
2. Какие правила знаков приняты при определении линейных и угловых деформаций?
3. Как определяется относительная объемная деформация?
4. Объясните физический смысл уравнений совместности деформаций Сен-Венана.
5. Каков энергетический смысл уравнений неразрывности деформаций Сен-Венана?
6. Для чего нужны граничные условия и что они определяют?
7. В каком случае уравнения неразрывности деформаций Сен-Венана выполняются после решения задачи точно?
8. Для чего определяются граничные и начальные условия?
9. Сформулируйте обобщенный закон Гука.
10. Какая связь между модулем сдвига G и модулем упругости E?
11. Что такое модуль объемного расширения?
12. Как определяются коэффициенты Ламе?
13. Сформулируйте обратную форму закона Гука.
14. Чему пропорционально среднее напряжение в окрестности данной точки упругого тела?

15. Что называется упругим потенциалом?
16. Какая связь между удельной потенциальной энергией и составляющими тензора напряжений?

При изучении этого раздела необходимо рассмотреть основные уравнения – шесть основных зависимостей составляющих линейных и угловых деформаций от составляющих перемещения

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x};\\ \varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y};\\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}. \end{aligned}\right\}$$

а также уравнения Гука

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right], \ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G},\\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right], \ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G},\\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right], \ \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \end{aligned}\right\}$$

Тема 9, 10. Основные уравнения теории упругости и способы их решения. Теорема единственности, Методы решения задач теории упругости.

Цель самостоятельного изучения – доказать, что для тела, находящегося в естественном состоянии, решение задачи теории упругости единственно, если справедлив принцип независимости действия сил.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 4, пп. 4.2 и 4.3 предлагается для самостоятельного изучения. При изучении темы необходимо подготовит ответы на следующие вопросы.

1. Сколько неизвестных функций необходимо определить при решении пространственной задачи теории упругости?
2. Является ли с математической точки зрения разрешимой задача определения компонентов перемещения, напряжений и деформаций?
3. Укажите способы решения задач теории упругости.
4. Как решается задача теории упругости в перемещениях?
5. Синтезом каких уравнений являются уравнения Ламе?
6. Укажите план решения задачи теории упругости в перемещениях.
7. В чем суть решения задачи теории упругости в напряжениях?
8. Какая функция является гармонической?
9. Описываются ли гармоническими функциями объемная деформация и первый инвариант тензора напряжений?

Тема 11, 12. Методы решения плоской задачи теории упругости для односвязных областей. Решение плоской задачи в тригонометрических рядах.

Цель самостоятельного изучения – освоить методы решения плоской задачи с помощью, например, полиномов.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 5, пп. 5.1 – 5.4, а для самостоятельного изучения п. 5.4.2..

При изучении темы необходимо найти ответы на следующие вопросы.

1. Что называется плоской деформацией?
2. Какое напряженное состояние называется обобщенным плоским?
3. Как записываются уравнения равновесия в случае обобщенного плоского напряженного состояния?
4. Как выглядит условие неразрывности Сен-Венана в случаях плоского напряженного состояния и плоской деформации?
5. Какой вид приобретает условие неразрывности в случае применения функции напряжений (функции Эри)?
6. Как записать статические условия на границах тела через функцию напряжений?
7. Покажите, что при использовании функции напряжений уравнения равновесия плоской задачи удовлетворяются тождественно.
8. В чем преимущество применения тригонометрических рядов вместо полиномов для функции напряжений φ при решении плоской задачи?

Тема 13, 14. Понятие о методе конечных разностей (метод сеток) для решения плоской задачи. Порядок расчета балки-стенки методом конечных разностей.

Цель самостоятельного изучения – понять численные методы расчета.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 5, пп. 5.4.3, 5.5, 5.6, а для самостоятельного изучения п. 5.7.

При поиске количественного описания физического явления обычно вводят в рассмотрение некоторую систему обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнений с частными производными, справедливую в определенной области, и налагают на эту систему подходящие краевые и начальные условия. На этой стадии математическая модель замкнута, и для практических применений требуется только найти решение для конкретного множества числовых данных. Здесь, однако, возникают основные трудности, так как точному решению существующими математическими методами поддаются лишь уравнения самого простого вида внутри геометрически тривиальных границ. Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами являются одним из немногих примеров, для которых имеются стандартные процедуры решения, но даже здесь при большом числе зависимых переменных встречаются значительные трудности.

Чтобы преодолеть эти трудности и иметь возможность воспользоваться ПЭВМ, необходимо преобразовать задачу к чисто алгебраической форме, включающей только основные арифметические операции. Для достижения этой цели могут быть использованы различные виды дискретизации непрерывной задачи, определенной дифференциальными уравнениями. При этом бесконечное множество чисел, представляющих неизвестную функцию или функции, заменяется конечным числом неизвестных параметров, и для этого процесса, вообще говоря, требуется некоторая форма аппроксимации. Среди различных возможных видов дискретизации одним из простейших является процесс перехода к конечным разностям.

Тема 15, 16. Другие сеточные методы решения плоской задачи теории упругости. Плоская задача теории упругости в полярных координатах.

Цель самостоятельного изучения – рассмотреть решение плоской задачи в полярных координатах.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии [1], глава 6, пп.6.1- 6.7, а для самостоятельного изучения п. 6.8. При самостоятельном изучении необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Что называется простым радиальным напряженным состоянием?
2. Как определяются постоянные интегрирования после решения уравнений равновесия и сплошности для клина, нагруженного продольной силой?
3. В чем смысл задачи Буссинеска?
4. Что такое круг Буссинеска и каковы его свойства?
5. Как записываются функции напряжений для плоской задачи теории упругости в полярных координатах?

Семестр 6

Тема 1 - 4. Изгиб тонких пластинок. Основные понятия и гипотезы. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки. Условие на контуре пластинки. Эллиптическая пластинка. Основные уравнения изгиба круглой пластинки.

Цель самостоятельного изучения – рассмотреть приближенные методы решения деформированного и напряженного состояния пластин.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии основная литература [2], глава 7, а также дополнительная литература [2], а для самостоятельного изучения п. 7.13. При самостоятельном изучении необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Какие дополнительные допущения принимаются в теории тонких пластин?
2. В чем смысл гипотез Кирхгофа для пластинок?

3. Что такое срединная плоскость для пластинки и чему равны в ней линейные и угловые деформации?
4. Как выражаются погонные изгибающие моменты M_x и M_y через перемещения срединной поверхности пластинки?
5. Что называется цилиндрической жесткостью пластинки?
6. Из каких условий получено уравнение Софи Жермен?
7. Какой вид имеют граничные условия для прямоугольной в плане пластинки с шарнирно опертыми краями? И сколько их должно быть?
8. Какой вид имеют граничные условия для прямоугольной в плане пластинки с жестко заделанными краями? И сколько их должно быть?
9. Какой вид имеют граничные условия для прямоугольной в плане пластинки, у которой три края шарнирно опертые, а один – свободный?
10. Как решается задача Навье в случае равномерно распределенного по поверхности давления $q = q_0$?
11. К какому уравнению сводится решение задачи М. Леви? Как отыскать решение этого уравнения?
12. Какой вид имеют граничные условия в случае осесимметричного изгиба круглых пластин?
13. Какие граничные условия нужно записать для кольцевой круглой пластинки?
14. Какая из пластин, свободно опертая или защемленная, будет иметь большие изгибающие моменты при одинаковых размерах и нагрузке?

Кроме того, рекомендуется решить несколько задач из предлагаемых ниже.

1. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y) = C\left(1 - \cos\frac{4\pi x}{a}\right)\left(1 - \cos\frac{4\pi y}{b}\right)$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

2. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y) = C\left(1 - \cos\frac{4\pi x}{a}\right)\left(1 - \cos\frac{4\pi y}{b}\right)$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

3. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(\cos\frac{\pi x}{a} - \cos\frac{3\pi x}{a})(\cos\frac{\pi y}{b} - \cos\frac{3\pi y}{b})$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

4. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(\cos\frac{\pi x}{a} - \cos\frac{3\pi x}{a})(\cos\frac{\pi y}{b} - \cos\frac{3\pi y}{b})$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

5. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(1 - \cos\frac{2\pi x}{a})\sin\frac{\pi y}{b}$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

6. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(1 - \cos\frac{2\pi x}{a})\sin\frac{\pi y}{b}$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

7. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(1 - \cos\frac{2\pi x}{b})\sin\frac{\pi x}{a}$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

8. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(\cos\frac{3\pi x}{a} - \cos\frac{5\pi x}{a})(\cos\frac{\pi y}{b} - \cos\frac{3\pi y}{b})$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

9. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y) = C(1 - \cos\frac{2\pi x}{a})\,(1 - \cos\frac{4\pi y}{b})$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

10. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(1 - \cos\frac{4\pi x}{a})\sin\frac{3\pi y}{b}$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

11. Для прямоугольной пластинки, изгибаемой поперечной нагрузкой, задано уравнение прогибов W(x,y)

$$W(x,y)= C(1 - \cos\frac{4\pi н}{b})\sin\frac{3\pi x}{a}$$

Установить: 1) каким граничным условиям удовлетворяет предложенное для решения W(x,y)? Какой нагрузке оно соответствует.

12.Прямоугольная пластинка OABC изгибается под действием поперечной нагрузки интенсивности q. Задано уравнение W(x,y)

$$W=C(x - a)^2(y - b)y$$

Вычислить , каким граничным кинематическим и статическим условиям это соответствует? Чему ровняется постоянный коэффициент C ?

13. Прямоугольная пластинка OABC изгибается под действием поперечной нагрузки интенсивности q. Задано уравнение W(x,y)

$$W=C(x - a)(y - b)^2x$$

Вычислить , каким граничным кинематическим и статическим условиям это соответствует? Чему ровняется постоянный коэффициент C ?

14. Для прямоугольной пластинки, опертой по четырем углам на жесткие опоры, заданно приближенное выражение для прогибов

$$W(x,y) = C_1\cos\frac{\pi x}{a} + C_2\cos\frac{\pi y}{b}$$

Проверить, удовлетворяется ли статические и кинематические граничные условия

15. Для прямоугольной пластинки, опертой по четырем углам на жесткие опоры, заданно приближенное выражение для прогибов

$$W(x,y) = C_1\cos\frac{3\pi x}{a} + C_2\cos\frac{3\pi y}{b}$$

Проверить, удовлетворяется ли статические и кинематические граничные условия

Тема 5 - 9. Расчет симметрично нагруженных цилиндрических деталей. Расчет прессовых посадок при одинаковой длине сопрягаемых деталей. Скрепление цилиндров. Основные понятия. Расчет скрепленного цилиндра. Расчет вращающихся дисков постоянной толщины.

Цель самостоятельного изучения – освоить расчеты толстостенных цилиндров, подверженных действию внутреннего или внешнего давления. Научиться правильно выбирать допуски при запрессовке деталей.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии основная литература [2], глава 8, а для самостоятельного изучения п. 8.7.

При самостоятельном изучении необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Какой вид напряженно-деформированного состояния возникает при нагружении толстостенной трубы внутренним давлением ?
2. Как учитываются осевые напряжения при нагружении толстостенной трубы внутренним давлением?
3. Чему равно радиальное напряжение на внутреннем радиусе при нагружении толстостенной трубы внутренним давлением?
4. Чему равно радиальное напряжение на внешнем радиусе при нагружении толстостенной трубы внешним давлением?
5. Как определяется контактное давление при прессовой посадке двух сопрягаемых деталей?
6. Как вычисляется эквивалентное напряжение при прессовой посадке двух сопрягаемых деталей?
7. Почему при прессовой посадке двух труб увеличивается прочность внутренней трубы?
8. Какие методы повышают несущую способность толстостенной трубы?

Для выполнения индивидуальных работ студентам выдается по данной теме выдается следующее задание.

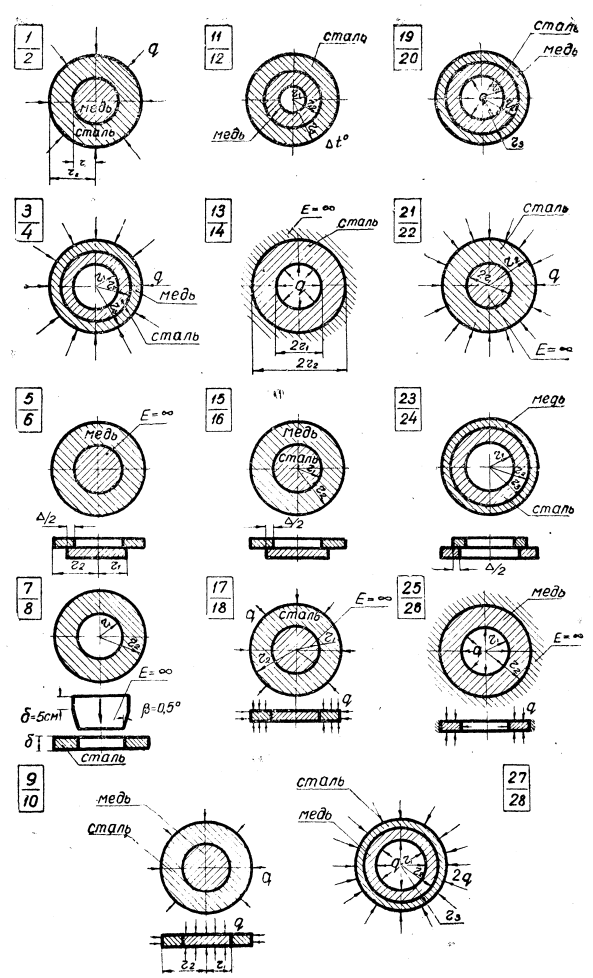
Задание. Определить радиальные и тангенциальные напряжения, возникающие в толстостенных дисках от действия давления q, от нагрева или от прессовой посадки с натягом Δ.

Проверить диск на прочность (материал – сталь 65Г).

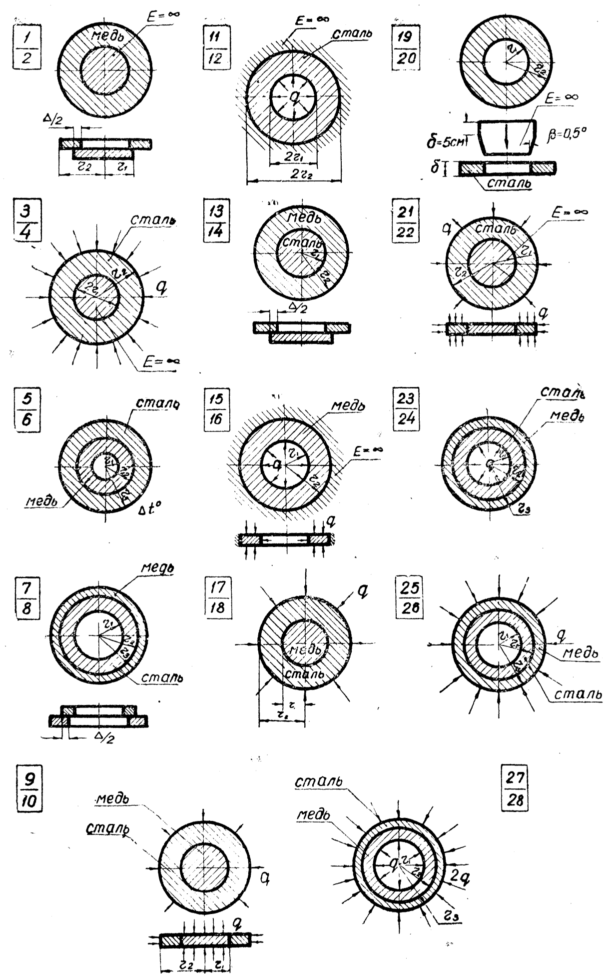
Данные для задачи

Наименование величин	Единица измерения	Варианты									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Радиус r_1	см	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Радиус r_2	см	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Радиус r_3	см	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Давление q	МПа	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Изменение температуры Δt	°C	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Натяг Δ	мм	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55

Вариант 1



Вариант 2



Тема 10 - 15. Метод конечных элементов. Перемещения, деформации и напряжения в конечном элементе. Матрицы жесткости конечного элемента. Конечные элементы сплошной среды. Плоский треугольный элемент. Определение матрицы жесткости для плоского треугольного элемента.

Цель самостоятельного изучения излагаемого на лекциях материала – научиться правильно определять матрицы жесткости плоских элементов.

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии основная литература [2], глава 10, а для самостоятельного изучения п. 10.3.3.

При самостоятельном изучении необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Какой смысл вкладывается в понятие «конечный элемент»?
2. Как в методе конечных элементов учитываются внешние и объемные силы?
3. Каким образом определяется перемещения произвольных точек конечного элемента?
4. Что такое матрица жесткости конечного элемента?
5. Какой физический смысл матрицы жесткости конечного элемента?
6. Как определяются узловые перемещения?
7. Каковы достоинства и недостатки плоского треугольного конечного элемента?
8. В чем смысл совместного прямоугольного конечного элемента?
9. Какие конечные элементы называются изопараметрическими?
10. Что представляет собой матрица Якоби?
11. Что называют якобианом?

Для самостоятельного изучения предлагается следующие индивидуальные задачи.

Даны координаты узловых точек (см. табл.) треугольного конечного элемента, толщина которого равна h^e. На элемент действует равномерно распределенная нагрузка q, направленная перпендикулярно стороне, указанной в колонках 8 и 15 таблицы. Построить аппроксимирующую матрицу $[\alpha]$, матрицу $[\beta]$, а также найти компоненты матрицы жесткости КЭ. При расчете принять μ=0,3, E =2·10^5 МПа. Записать вектор внешних нагрузок и исходное матричное уравнение для определения узловых перемещений.

Исходные данные

№№	Вариант 1							Вариант 2						
п/п	Координаты x и y узловых точек							Координаты x и y узловых точек						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	i		*j*		*m*			*i*		*j*		*m*		
1	*0*	*a*	*0*	*0*	*a*	*0*	*i-j*	*a*	*0*	*0*	*0*	*0*	*a*	*i-j*
2	*0*	*2a*	*a*	*0*	*a*	*a*	*j-m*	*a*	*a*	*a*	*0*	*0*	*2a*	*j-m*
3	*0*	*3a*	*2a*	*0*	*2a*	*a*	*m-l*	*2a*	*a*	*2a*	*0*	*0*	*3a*	*m-l*
4	*a*	*2a*	*a*	*a*	*2a*	*a*	*i-l*	*2a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*2a*	*i-l*
5	*a*	*3a*	*a*	*2a*	*2a*	*2a*	*j-l*	*2a*	*2a*	*a*	*2a*	*a*	*3a*	*j-l*
6	*2a*	*a*	*a*	*0*	*2a*	*0*	*m-j*	*2a*	*0*	*a*	*0*	*2a*	*a*	*m-j*
7	*2a*	*2a*	*2a*	*a*	*3a*	*a*	*i-j*	*3a*	*a*	*2a*	*a*	*2a*	*2a*	*i-j*
8	*2a*	*a*	*2a*	*0*	*3a*	*0*	*i-j*	*3a*	*0*	*2a*	*0*	*2a*	*a*	*i-j*
9	*3a*	*3a*	*3a*	*2a*	*4a*	*2a*	*j-l*	*4a*	*2a*	*3a*	*2a*	*3a*	*3a*	*j-l*
10	*3a*	*2a*	*3a*	*a*	*4a*	*a*	*j-l*	*4a*	*a*	*3a*	*a*	*3a*	*2a*	*j-l*
11	*3a*	*a*	*3a*	*0*	*4a*	*0*	*l-m*	*4a*	*0*	*3a*	*0*	*3a*	*a*	*l-m*
12	*4a*	*3a*	*4a*	*2a*	*5a*	*2a*	*l-m*	*5a*	*2a*	*4a*	*2a*	*4a*	*3a*	*l-m*
13	*4a*	*2a*	*4a*	*a*	*5a*	*a*	*i-m*	*5a*	*a*	*4a*	*a*	*4a*	*2a*	*i-m*
14	*4a*	*a*	*4a*	*0*	*5a*	*0*	*i-m*	*5a*	*0*	*4a*	*0*	*4a*	*a*	*i-m*
15	*4a*	*a*	*5a*	*0*	*5a*	*a*	*l-m*	*5a*	*a*	*5a*	*0*	*4a*	*a*	*l-m*
16	*4a*	*2a*	*5a*	*a*	*5a*	*a*	*l-m*	*5a*	*a*	*5a*	*a*	*4a*	*2a*	*l-m*
17	*4a*	*3a*	*5a*	*2a*	*5a*	*2a*	*l-m*	*5a*	*2a*	*5a*	*2a*	*4a*	*3a*	*l-m*

18	4a	0	5a	0	5a	a	m-i	5a	a	5a	0	4a	0	m-i
19	4a	a	5a	a	5a	2a	j-i	5a	2a	5a	a	4a	a	j-i
20	4a	2a	5a	2a	5a	3a	l-j	5a	3a	5a	2a	4a	2a	l-j
21	2a	a	3a	0	3a	a	j-l	3a	a	3a	0	2a	a	j-l
22	2a	2a	3a	a	3a	2a	m-j	3a	2a	3a	a	2a	2a	m-j
23	2a	3a	3a	2a	3a	3a	m-i	3a	3a	3a	2a	2a	3a	m-i
24	a	a	2a	0	2a	a	i-j	2a	a	2a	0	a	a	i-j
25	a	2a	2a	a	2a	2a	j-l	2a	2a	2a	a	a	2a	j-l
26	a	3a	2a	2a	2a	3a	j-m	2a	3a	2a	2a	a	3a	j-m
27	a	4a	2a	3a	2a	4a	m-l	2a	4a	2a	3a	a	4a	m-l

Тема 16 – 18. Вариационные методы решения задач теории упругости. Метод Рэлея-Ритца. Метод Бубнова-Галеркина.

Цель самостоятельного изучения излагаемого на лекциях материала – научиться правильно пользоваться вариационными методами при решении задач теории упругости

Эта тема достаточно полно рассмотрена в учебном пособии основная литература [2], глава 9, а для самостоятельного изучения п. 9.4.

При самостоятельном изучении необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Что понимается под прямыми вариационными методами?
2. В чем суть метода Рэлея-Ритца?
3. Какие требования предъявляются к аппроксимирующим функциям для перемещений в методе Рэлея-Ритца?
4. В чем приближенность метода Рэлея-Ритца?
5. В чем заключается идея метода Бубнова-Галеркина?
6. Удовлетворяются ли уравнения равновесия при использовании метода Бубнова-Галеркина?
7. Какие требования к выбору аппроксимирующих функций для перемещений предъявляются при применении метода Бубнова-Галеркина?
8. Чем отличается метод Канторовича-Власова от метода Бубнова-Галеркина?
9. К каким уравнениям сводится решение задачи при применении метода Канторовича-Власова?

Для подготовки к экзаменам предлагаются следующие вопросы.

Семестр 5

1.. Основные понятия и гипотезы. Классификация объектов изучения. Основные задачи и модели прочностной надежности. Расчетные схемы. Классификация внешних сил. Статически определимые и статически неопределимые задачи. Модели усталостного разрушения. Запасы прочности при переменных напряжениях при одноосном и сложном напряженном состоянии.

2. Теория напряжений. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на наклонных площадках. Условия на поверхности. Исследование напряженного состояния (НС) в точке тела. Главные напряжения. Инварианты НС.

3. Геометрическая теория деформаций. Составляющие перемещений и деформаций. Зависимость между ними. Объемная деформация. Уравнения сплошности. Граничные условия. Начальные условия.

4. Обобщенный закон Гука. Обратная форма закона Гука. Работа упругих сил. Потенциальная энергия деформации.

5. О решении задач теории упругости. Основные уравнения ТУ и способы их решения. Решения задачи теории упругости в перемещениях. Теорема единственности. Методы решения задачи теории упругости.

6. Плоская задача теории упругости в прямоугольных координатах. Плоская деформация. Обобщенное плоское напряженное состояние. Решение плоской задачи в напряжениях. Функция напряжений. Решение плоской задачи в полиномах. Решение плоской задачи в тригонометрических рядах. Решение с помощью конечных разностей. Выбор функции напряжений при расчете балки-стенки.

Плоская задача теории упругости в полярных координатах. Основные уравнения плоской задачи в полярных координатах. Функция напряжений плоской задачи теории упругости в полярных координатах.

Семестр 6

1. Изгиб тонких пластинок. Основные понятия и гипотезы. Перемещения и деформации в пластинке. Выражения напряжений через усилия. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки. Условия на контуре. Прямоугольная пластинка. Основные уравнения изгиба круглой пластинки.

2. Вариационные методы решения задач теории упругости. Сущность вариационных методов. Метод Ритца-Тимошенко. Метод Бубнова-Галеркина.

3. Метод конечных элементов. Теоретические основы метода. Перемещения, деформации и напряжения в конечном элементе. Матрица жесткости конечного элемента. Учет внеузловой нагрузки. Определение узловых перемещений. Связь метода конечных элементов с методом Ритца-Тимошенко.

4. Конечные элементы сплошной среды. Плоский треугольный элемент. Совместный прямоугольный элемент. Изопараметрический элемент. Численное интегрирование в методе конечных элементов. Осесимметричная задача.

Студенты могут на экзаменах предлагать свои варианты решения задач теории упругости не только разностным или вариационными методами, но и, используя известные программные комплексы, предложить решение методом конечных элементов. Следует отметить, что полученные знания по численному решению дифференциальных уравнений, в том числе в частных производных, студенты могут применить при расчетах, например, в механике жидкости и газа, Так, при расчете давления масла в зазорах подшипников скольжения коленчатых валов поршневых двигателей решение уравнения Рейнольдса, можно проводить, используя разностный метод или метод сеток. Поэтому изучение численных методов расчета прочности не ограничивается только прочностными задачами, но и позволяет решать задачи, которые изучаются в других дисциплинах.

При подготовке к экзаменам студенты дополняют и укрепляют навыки самостоятельной работы, вырабатывают умение отыскивать нужный материал, нужную книгу, что значительно расширяет кругозор знаний. Поэтому при подготовке к экзаменам рекомендуется прочитать те разделы учебных пособий, которые указываются по каждой теме. Учебники и учебные пособия с включением в их состав периодической печати (специализированных журналов) и монографий на русском и иностранном языках могут служить прочной основой подготовки к экзаменам.

а) ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гоц А.Н. Численные методы расчета в энергомашиностроении; учеб. пособие. В 2 ч. Ч.1, 151 с. 2012 г., Владим. гос. ун-т имени А.Г. и Н.Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ.

2. . Гоц А.Н. Численные методы расчета в энергомашиностроении; учеб. пособие. В 2 ч. ч.2, 2013 г., 180 с; Владим. гос. ун-т имени А.Г. и Н.Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ.

2. Гоц А.Н.Расчеты на прочность деталей ДВС при напряжениях, переменных во времени: учебное пособие. – 3-е изд., испр. и доп. – М.:ФОРУМ; инфра-м, 2013. – 208 с.

3. Гоц А.Н. Расчеты на прочность деталей ДВС при напряжениях, переменных во времени: учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. Владим. гос. ун-т имени А.Г. и Н.Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ.2011 – 140 с.

4. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В.. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. М: НТ Пресс, 2006. – 496с.

б) ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Наука. М.:1979.

2. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. Высшая школа. М.: 1970.
3. Методы конечных элементов в механике твердых тел. Под ред.А.С.Сахарова и И.Альтенбаха. Высшая школа. Киев: 1982.
4. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах сторительной механики летательных аппаратов. Высшая школа. М.: 1985.
5. Гоц А.Н. Расчет коленчатого вала. ВлГУ. Владимир: 1999
6. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон.– М.: Наука, 1968. – 660 с.
7. Березин, И. С. Методы вычислений. В 2 т. / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – М.: Физматгиз, 1962. – 640 с.
8. Постнов, В. А. Численные методы расчета судовых конструкций / В.А. Постнов. – Л.: Судостроение, 1977. – 280 с.
9. Зарубин, В.С. Математическое моделирование в технике./ В.С. Зарубин М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 496 с.
10. Отраслевые журналы «Известие вузов. Машиностроение», «Двигателестроение», «Двигатель», «Фундаментальные исследования».
11. Программный комплекс «Diesel RK». Бесплатный удаленный доступ к системе **ДИЗЕЛЬ-РК** http://www.diesel-rk.bmstu.ru/Rus/index.php?page=Vozmojnosti.

Разработал
д.т.н., профессор
кафедры ТД и ЭУ

А.Н.Гоц