

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



\_\_\_\_\_ А.А.Панфилов

« 02 » 10 \_\_\_\_\_ 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**"Математика"**

**Направление подготовки** 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

**Профиль подготовки** «Электроснабжение»

**Уровень высшего образования** Бакалавриат

**Форма обучения** очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	5 / 180	36	54	-	36	экзамен (36)
2	5 / 180	36	72	-	36	экзамен (36)
3	3 / 108	36	36	-	18	экзамен (36)
Итого	13 / 468	108	162	-	90	экзамен (108)

Владимир 2015

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Математика» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Математика» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению 13.03.02 – «Электроэнергетика и электротехника».

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «Математика» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «Математика» обучающимися позволит им

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общекультурными компетенциями (ОК):**

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями (ОПК):**

- способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- 1) Знать: основы линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного исчисления, векторного исчисления, дифференциального исчисления функций одной переменной, а также функций многих переменных, основы интегрального исчисления функций одной переменной, а также функций многих переменных, дифференциальных уравнений, теории рядов. (ОК-7, ОПК-2)
- 2) Уметь: применять теоретические знания при решении математических задач; проводить анализ и обработку экспериментальных данных. (ОК-7, ОПК-2)
- 3) Владеть: основными приемами решения математических задач. (ОПК-2)



#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 часов.

	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	1.1	1	1	2	4			2		2 / 33	
2	1.2		2	4	2			2		2 / 33	
3	1.3-1.4		3	2	4			2		2 / 33	
4	2.1-2.3		4	4	2			2		2 / 33	
5	2.4		5	2	4			2		2 / 33	Рейтинг-
6	3.1		6	4	2			2		2 / 33	контроль №1
7	3.2-3.3		7	2	4			2		2 / 33	
8	3.4-3.5		8	4	2			2		2 / 33	
9	4.1-4.2		9	2	4			2		2 / 33	
10	4.3-4.4		10	4	2			2		2 / 33	Рейтинг-
11	4.5-4.7		11	2	4			2		2 / 33	контроль №2
12	5.1-5.2		12	4	2			2		2 / 33	
13	5.3-5.4		13	2	4			2		2 / 33	
14	5.5-5.6		14	4	2			2		2 / 33	
15	6.1-6.2		15	2	4			2		2 / 33	
16	6.3-6.4		16	4	2			2		2 / 33	
17	6.5-6.6		17	2	4			2		2 / 33	Рейтинг-
18	6.7		18	4	2			2		2 / 33	контроль №3
Всего за 1 семестр				54	54			36		36 / 33	экзамен (36)
19	7.1	2	1	2	4			2		2 / 33	
20	7.3		2	2	4			2		2 / 33	
21	7.4		3	2	4			2		2 / 33	
22	7.5-7.6		4	2	4			2		2 / 33	
23	8.1-8.2		5	2	4			2		2 / 33	
24	8.3		6	2	4			2		2 / 33	Рейтинг-
25	8.4		7	2	4			2		2 / 33	контроль №1
26	8.5-8.6		8	2	4			2		2 / 33	
27	9.1-9.2		9	2	4			2		2 / 33	
28	9.3-9.4		10	2	4			2		2 / 33	
29	9.5		11	2	4			2		2 / 33	
30	9.6-9.7		12	2	4			2		2 / 33	Рейтинг-
31	10.1		13	2	4			2		2 / 33	контроль №2
32	10.2		14	2	4			2		2 / 33	
33	10.3-410.4		15	2	4			2		2 / 33	
34	10.5-10.6		16	2	4			2		2 / 33	
35	10.7-10.8		17	2	4			2		2 / 33	Рейтинг-
36	10.9		18	2	4			2		2 / 33	контроль №3
Всего за 2 семестр				36	72			36		36 / 33	экзамен (36)



37	11.1		1	2	2			1		1 / 25	
38	11.2		2		2			1		1 / 50	
39	11.3		3	2	2			1		1 / 25	
40	11.4		4		2			1		1 / 50	
4ë	11.5		5	2	2			1		1 / 25	
42	11.6		6		2			1		1 / 50	
43	11.7		7	2	2			1		1 / 25	
44	12.1		8		2			1		1 / 50	Рейтинг-
45	12.2	3	9	2	2			1		1 / 25	контроль №1
46	12.3		10		2			1		1 / 25	
47	12.4		11	2	2			1		1 / 50	
48	12.5		12		2			1		1 / 25	
49	12.6		13	2	2			1		1 / 50	Рейтинг-
50	13.1-13.2		14		2			1		1 / 25	контроль №2
51	13.3		15	2	2			1		1 / 50	
52	13.4		16		2			1		1 / 25	
53	13.5		17	2	2			1		1 / 50	Рейтинг-
54	13.6		18		2			1		1 / 25	контроль №3
Всего за 3 семестр			18	36				18		18 / 33	экзамен (36)
Всего за курс			108	162				90		90 / 33	экзамен (108)

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ КУРС

### І семестр.

#### Тема 1. Линейная алгебра.

- 1.1 Определители, их свойства и вычисление.
- 1.2 Матрицы и действия над ними. Матричные уравнения.
- 1.3 Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы.
- 1.4 Методы Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

#### Тема 2. Векторная алгебра.

- 2.1 Векторы и действия над ними. Векторное пространство  $R^3$ , линейная независимость и базис.
- 2.2 Разложение по базису и координаты вектора.
- 2.3 Системы координат на плоскости и в пространстве. Ортогональные базисы.
- 2.4 Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в  $R^3$ .

#### Тема 3. Аналитическая геометрия.

- 3.1 Декартовы и полярные координаты. Множества и линии на плоскости. Замечательные кривые.
- 3.2 Прямая на плоскости, различные способы ее задания. Угол между прямыми, взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.
- 3.3 Плоскость в пространстве, различные уравнения плоскости.
- 3.4 Прямая в пространстве, ее уравнения.
- 3.5 Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

#### Тема 4. Введение в математический анализ.

- 4.1 Действительные числа. Комплексные числа и операции над ними.
- 4.2 Множества и логическая символика. Понятие об отображении множеств, о функции действительного аргумента. График функции.



- 4.3 Элементарные функции. Обратная функция.
- 4.4 Предел числовой последовательности Число « $e$ ». Натуральные логарифмы.
- 4.5 Предел функции, основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.
- 4.6 Понятие о бесконечно малых и больших и бесконечно больших величинах. Сравнение бесконечно малых и таблица эквивалентностей. Вычисление пределов с помощью эквивалентных замен.
- 4.7 Непрерывность функции в точке и на множестве, классификация точек разрыва.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной.

- 5.1 Определение дифференцируемости функции в точке, производной и дифференциала, правила дифференцирования. «Табличные» производные.
- 5.2 Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнения касательной и нормали к графику функции в данной точке.
- 5.3 Дифференцирование сложной функции, обратной функции, логарифмическая производная функции.
- 5.4 Неявные и параметрически заданные функции.
- 5.5 Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.
- 5.6 Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 6. Приложения производной.

- 6.1 Исследование функций с помощью производных. Монотонность, экстремумы функции; интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.
- 6.2 Асимптоты кривой.
- 6.3 Общая схема исследования и построения графика функции.
- 6.4 Дифференциал, его свойства и приближенные вычисления с помощью дифференциала.
- 6.5 Касательная и нормаль к кривой.
- 6.6 Физические приложения производной.
- 6.7 Правило Лопиталю и его применение.

## II семестр.

Тема 7. Функции многих переменных. Дифференциальное исчисление.

- 7.1 Общие понятия и терминология. Топология в  $R^2$  и  $R^3$ . Пределы и непрерывность.
- 7.2 Поверхности в пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 7.3 Частные производные и полный дифференциал функции.
- 7.4 Производные и дифференциалы высших порядков.
- 7.5 Экстремум функции двух независимых переменных.
- 7.6 Задачи на условный экстремум.

Тема 8. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).

- 8.1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства операции интегрирования и ее связь с дифференцированием.
- 8.2 Таблица основных интегралов.
- 8.3 Основные методы интегрирования: внесение под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям.
- 8.4 Интегрирование рациональных функций.
- 8.5 Интегрирование иррациональных выражений.
- 8.6 Интегрирование тригонометрических выражений.

Тема 9. Определенный интеграл и его приложения.

- 9.1 Понятие определённого интеграла и его геометрический смысл.
- 9.2 Свойства определённого интеграла.



9.3 Формула Ньютона-Лейбница.

9.4 Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.

9.5 Расчет длины кривой (в различных системах координат).

9.6 Вычисление объемов и площадей поверхностей тел вращения.

9.7 Решение задач механики и физики.

Тема 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

10.1 Понятие дифференциального уравнения, общего и частного решения. Класс и порядок уравнения. Общий интеграл и интегральные кривые.

10.2 Основные типы уравнений 1-го порядка. Непосредственное интегрирование, разделение переменных, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

10.3 Линейные уравнения. Уравнения Бернулли, подстановка Бернулли.

10.4 Задача Коши и теорема Коши, ее геометрический смысл. Особые решения.

10.5 Линейные уравнения высших порядков. Понятие зависимости функций, определитель Вронского и фундаментальная система решений.

10.6 Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общий принцип решения однородного и неоднородного уравнения.

10.7 Метод поиска частного решения для случая специальной правой части.

10.8 Системы дифференциальных уравнений – основные понятия и термины. Связь с дифференциальными уравнениями  $n$ -го порядка.

10.9 Решение прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений.

### III семестр.

Тема 11. Кратные и криволинейные интегралы.

11.1 Двойной интеграл – определение, свойства и вычисление.

11.2 Замена переменных в двойном интеграле.

11.3 Тройной интеграл: определение, свойства и методы вычисления в декартовых координатах.

11.4 Замена переменных в тройном интеграле.

11.5 Криволинейные интегралы по длине дуги и по координатам.

11.5 Независимость криволинейного интеграла второго рода от контура интегрирования.

11.6 Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

11.7 Приложения кратных и криволинейных интегралов к задачам геометрии и физики.

Тема 12. Элементы теории поля.

12.1 Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.

12.2 Поверхностные интегралы первого и второго рода.

12.3 Векторное поле, его основные характеристики: векторные линии, поток векторного поля, дивергенция, ротор.

12.4 Теорема Остроградского-Гаусса. Теорема Стокса.

12.5 Потенциальные и соленоидальные поля.

Оператор Гамильтона-Якоби, оператор Лапласа.

Тема 13. Основы теории рядов.

13.1 Числовые и функциональные ряды – общие понятия и терминология.

13.2 Признаки сходимости числовых рядов.

13.3 Область сходимости функционального ряда.

13.4 Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

13.5 Степенные ряды, теорема Абеля. Разложение функции в степенные ряды; ряд Тейлора.

13.6 Тригонометрический ряд Фурье, интеграл Фурье. Преобразование Фурье.



## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

### **5.1. Активные и интерактивные формы обучения**

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).  
Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 90 часов (33 %).

### **5.2. Самостоятельная работа студентов**

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

### **5.3. Мультимедийные технологии обучения**

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

### **5.4. Лекции приглашенных специалистов**

В рамках учебного курса «Математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

### **5.5. Рейтинговая система обучения**

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.



**6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ  
УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ  
ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

**6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости**

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчётов.

**I СЕМЕСТР**

**Контрольная работа к рейтинг-контролю №1**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра»

Вариант 1

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x - 2y - 5z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 3x - 2y - 5z = 10 \\ 2x + 3y - 4z = 15 \end{cases}$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \end{cases}$$



**Контрольная работа к рейтинг-контролю №2**  
Контрольная работа №2 «Введение в математический анализ»

Вариант 1

1. Дана числовая последовательность  $\{x_n\}$ , где  $x_n = \frac{3n^3 + 2}{4n^3 - 1}$ . Требуется:

а) исследовать  $\{x_n\}$  на монотонность;

б) найти  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ ;

в) указать натуральное число  $N(\varepsilon)$  такое, начиная с которого  $|x_n - a| < \varepsilon$ .

2. Вычислить предел числовой последовательности:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)})$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$ .

3. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{e^{5x} - 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ .

4. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{(e^{3x} - 1)^2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x / 2)}{1 - \sqrt{x}}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2)^{1/\ln(1+3x^2)}$ .

**Контрольная работа к рейтинг-контролю №3**

Контрольная работа №3 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1.  $y = \sqrt[4]{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}}$ ,  $y'(x) = ?$   $y = \left( \cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ ,  $y'(x) = ?$

2.  $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$ ,  $y'_x = ?$

3.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $y'(x) = ?$

4.  $y = e^{-\cos^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^3}$ ,  $dy = ?$

5. Найти предел, используя правило Лопиталья,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$ .

6. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$  на экстремум.



## II СЕМЕСТР

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №1

Контрольная работа №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1

1. Найти дифференциал второго порядка от функции  $z = \frac{1}{2(x^2 + y^2)}$ .
2. Найти частные производные первого порядка, если  $x + y + z = e^z$ .
3. Вычислить приближенно  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$ .
4. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  в области  $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$ .
6. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  в точке  $M\left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right)$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №2

Контрольная работа №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_{\ln 3}^0 \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3, y = x, y = 2x$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = 4 \cos 4\varphi$ .
4. Найти длину дуги линии  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
5. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$ .
6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4, y = 0, x = 1, x = 4$  вокруг оси  $Ox$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №3

Контрольная работа №3 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
2. Найти общее решение дифференциального уравнения  $dy = (2x - 1) \operatorname{ctg}(y) dx$
3. Найти частное решение дифференциального уравнения  $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3; y(0) = 0$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' \sin x = y \ln y$
5. Найти общее решение дифференциального уравнения  $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
6. Найти частное решение и сделать проверку; пояснить ход решения.  
 $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x, y(0) = y'(0) = 0$

### III СЕМЕСТР

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №1

Контрольная работа №1 «Приложения кратных и криволинейных интегралов к задачам геометрии и физики»

Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$ ; где область D ограничена линиями:  $x=0$ ,  $y=2x/3$ ,  $y = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{6-x^2}$ ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{6-x^2}$ .
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ,  $z = \frac{17}{4} - y^2$ ,  $z = 0$ .
5. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями:  $z = \frac{h}{r} \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = h$  ( $h > 0, r > 0$ ).

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №2

Контрольная работа №2 «Расчёт основных характеристик скалярного и векторного поля»

Вариант 1

1. Найти работу векторного поля  $F = (x+y)^2 i + (x^2 - y^2) j$ , затраченную на перемещение материальной точки от положения  $M(2, 0)$  к положению  $N(0, 3)$  вдоль линии  $L: (x^2/4) + (y^2/9) = 1$ .
2. Найти циркуляцию силового поля  $F = \{(x+y)^2; -(x^2 + y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода – по часовой стрелке.
3. На плоскости XOY даны точки:  $O(0, 0)$ ,  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, -8)$  и  $C(-2, -8)$ . Вычислить работу поля  $F = (x-y) i - (x-2y) j$  при движении от O к C по различным путям: а) вдоль ломаной OAC; б) вдоль ломаной OBC; в) по дуге OC параболы  $y = x^3$ ; г) по отрезку OC. Сравнить полученные результаты и объяснить их совпадение. Сделать рисунок.
4. Убедиться, что поле  $F = (x-y) i - (x-2y) j$  потенциально и найти его потенциал.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №3

Контрольная работа №3 «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1

1. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}$ .
2. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:  $\int_0^{0,5} \frac{\arctg x}{x} dx$  (с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора).
3. Найти первые шесть членов разложения в ряд решения уравнения:  $y'' = x \sin y'$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = \pi/2$ .
4. Разложить в тригонометрический ряд Фурье по косинусам функцию  $f(x) = x \sin x$  в интервале  $(0, \pi)$ .



## ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРС

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Математика» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются студентом самостоятельно во внеаудиторное время, три типовых расчета за семестр.

### I СЕМЕСТР

#### Типовой расчет №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Решить систему уравнений (методом Гаусса, Крамера, матричным методом). Пояснить процесс решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + 3y - z - 2t = 1 \\ 2x + 7y - 4z - 3t = 3 \\ x + 4y - 3z - t = 2 \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы линейных уравнений, указать базис пространства решений, установить размерность пространства, выделить частное решение.

$$\begin{cases} 3x + y - 4z + 2t + p = 0 \\ 2x - 2y - 3z - 7t + 2p = 0; \\ x + 11y + 34t - 5p = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 2y - z - 2t + 2p = 0 \\ x - 3y + z - t - p = 0 \\ 2x + 3y + 2z + t + p = 0 \end{cases}$$

4. Дана информация о векторах:  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$  и  $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$ , а также величину угла между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ . Сделать соответствующий чертеж.

5. Дано:  $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{d}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$ ,  $(\vec{c}, \vec{d}) = \frac{2\pi}{3}$ . Найти величину проекции вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$ . Сделать схематический рисунок.

6. При каком значении  $t$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$   
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?

7. Даны три вершины трапеции:  $A(-1,2)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(2,5)$ . Найти координаты ее четвертой вершины  $D$  и длину средней линии, если известно, что  $AB \parallel CD$  и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.

8. Найти координаты вектора  $\vec{b}$ , компланарного с векторами  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ , перпендикулярного вектору  $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$  и имеющего длину  $2|\vec{a}|$ .

9. Даны вершины треугольника:  $A(7,2)$ ,  $B(1,9)$ ,  $C(-8, -11)$ . Вычислить:

- а) площадь, углы и периметр треугольника  $ABC$ ;  
б) расстояние от точки пересечения медиан до стороны  $AB$ ;  
Сделать рисунок (в системе координат  $XOY$ ).

10. Даны точки  $A(0,4,3)$ ,  $B(4,8,1)$ ,  $C(2,15, -7)$ ,  $D(0,6,4)$ .

Доказать, что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:

- а) объем пирамиды и площадь полной поверхности;  
б) длину высоты пирамиды  $AE$  и координаты ее основания – точки  $E$ ;

## Типовой расчет №2 «Введение в математический анализ».

1. Последовательность  $\{a_n\}$  задана с помощью формулы:  $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$ .

а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;

б) исследовать  $\{a_n\}$  на монотонность;

в) найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$  последовательности;

г) определить, начиная с какого номера  $N$  модуль отклонения членов последовательности от величины  $A$  не превысит 0,01;

д) изобразить поведение  $\{a_n\}$  графически и указать наименьший и наибольший из элементов  $a_n$  (если таковые существуют).

2. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что:  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$

3. Вычислить пределы последовательностей  $\{a_n\}$ , указав характер предела – тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n-5}{4-5n-3n^2}; \quad a_n = \left( \frac{2n-1-3n^2}{4-5n-3n^2} \right)^{1-2n}$$

Вычислить предел функции (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \operatorname{arccotg}(x)}$$

4. Вычислить предел функции и указать тип неопределенности.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 + 4x + 5)(x^2 + x + 1)}{(x+2)(x^4 + 2x^3 + 7x^2 + x - 1)} = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12} = \frac{3}{4}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1} = -\frac{1}{4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

5. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2-x}{2+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

6. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

7. Найти корни уравнения  $f(x) = 0$  (приближенно – с точностью до 0,05) для функции

$$f(x) = (2)^x - x^3 \text{ методом половинного деления.}$$



**Типовой расчет №3 «Производные и исследование функций».**

1. Найти производные функций и указать их область определения.

а)  $y = \frac{5x-6}{\sqrt{x^2+5x-6}}$ ; б)  $y = \left[ 3^{\operatorname{ctg}(1-2x)} + \ln \sin \frac{x}{2} \right]^4$ ;

в)  $y = \log_3 \sqrt{\frac{4x^2+1}{1-8x^3}}$ ; г)  $y = \operatorname{arctg}(2x+1) \ln \cos x$ .

2. Найти дифференциал функции  $y = \left( \cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ .

3. Найти производные 1-го и 2-го порядка функции, заданной параметрическими

уравнениями  $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$ .

4. Найти производную  $y'(x)$  неявной функции  $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$

5. Проверить, удовлетворяет ли функция  $y = \frac{\sin x}{x}$  уравнению  $y + xy' = \cos x + 1$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $\begin{cases} x = \frac{2t+t^2}{1+t^3} \\ y = \frac{2t-t^2}{1+t^3} \end{cases}$  в точке  $t = 2$ .

7. Найти угол между кривыми  $y = \frac{x+1}{x+2}$  и  $y = \frac{x^2+4x+8}{16}$ .

8. Используя правило Лопиталя, найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$ .

9. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2+1}$  и построить ее график.

10. Найти производную 1-го порядка (с помощью логарифмирования):

$$f(x) = (\sin \sqrt{-x}) \operatorname{arccos} \ln 2x$$

11. Вычислить значение производной 1-го порядка в точке  $x_0 = -1$  для функции  $y(x)$ , заданной неявно, с помощью уравнения  $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$  (Значение  $y_0$ , соответствующее данному  $x_0$ , определить из уравнения).

12. Найти производную указанного порядка (с помощью формулы Лейбница) для функции  $y(x) = \frac{\log_4 x}{(x+3)^2}$ ;  $y^{VI} = ?$

13. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции):

а)  $\sin^4 64^\circ$ ; б)  $\sqrt{34}$ ; в)  $\log 13$ ; г)  $\operatorname{arcctg} \sqrt{0,97}$ .

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

14. Составить уравнения касательной и нормали к линии  $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$  заданной параметрически, в точке, соответствующей значению  $t_0 = 0$ .

15. Для функции  $y = (3x-4)e^{-x-2}$  найти экстремумы и точки перегиба.

16. Найти производную указанного порядка

$$y = \frac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y''' = ?$$

## II СЕМЕСТР

### Типовой расчет №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция  $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$ . Вычислить значение величины  $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$  в точке  $(-1, -1, 1)$ .
2. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:  
а)  $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$ ; б)  $\log_{1,98} \cos 44^\circ$ ; в)  $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$ .
3. Функцию  $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$  исследовать на экстремум.
4. Найти наименьшее и наибольшее значение функции  $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$  в области  $D$ , ограниченной линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $x = -1$ ,  $3x + 2y + 1 = 0$ . Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.

### Типовой расчет №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

1. Вычислить неопределенные интегралы.

$$\int \arctg \sqrt{4x-1} dx. \quad \int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx. \quad \int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx. \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx. \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$ .
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = a \sin 2\varphi$ .
5. Найти длину дуги линии  $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
6. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .
7. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  вокруг оси  $Ox$ .

### Типовой расчет №3 «Дифференциальные уравнения».

1. Указать тип дифференциального уравнения и найти общее решение или общий интеграл данного уравнения, кратко прокомментировать процесс решения.

$$y' = 2x(x^2 + y); \quad y^2 + x^2 y = xy; \quad 3yy'' + (y')^2 = 0.$$

2. Определить тип уравнения и решить задачу Коши (найти частное решение).

а)  $y' - y \cos x = \sin 2x$ ,  $y(0) = -1$ ; б)  $2(y^3 - y + xy)dy = dx$ ,  $y(-2) = 0$ ;

3. Указать вид общего решения уравнения  $y'' - 5y' + 4y = f(x)$ , если

а)  $f(x) = 4x$ ; б)  $f(x) = 2xe^{2x}$ ; в)  $f(x) = e^x(x \cos x - \sin x)$ .

4. Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения.

а)  $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ ;

б)  $y^V - y^{IV} = xe^x - 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = y''(0) = -1$ ,  $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$ ;

5. Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:

$$4y'' - 4y' + y = -2 \sin x + x + 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$



### III СЕМЕСТР

#### Типовой расчет №1 «Кратные и криволинейные интегралы».

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$ ; где область  $D$  ограничена линиями:  $x=1$ ,  $y=x^3$ ,  $y=-\sqrt[3]{x}$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y^2 - 4y + x^2 = 0$ ;  $y^2 - 8y + x^2 = 0$ ,  $y = x/\sqrt{3}$ ,  $x = 0$ .
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:  
 $x^2 + y^2 = 4y$ ,  $x^2 + y^2 = 7y$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ .
4. Найти момент инерции относительно оси  $Oz$  однородного тела плотности  $\gamma$ , ограниченного поверхностями:  
 $z = \frac{h}{a^2}(y^2 - x^2)$ ,  $z = 0$ ,  $y = a$ ,  $y = -a$

#### Типовой расчет №2 «Теория поля»

1. Дана функция (скалярное поле)  $f(x, y) = \sqrt{xy} - \sqrt{4-z^2}$  и поверхность  $S$ , заданная уравнением:  $z = x^2 - y^2$ . Определить величину тупого угла между градиентом поля и нормалью к поверхности  $S$ , взятыми в точке  $M(1, 1, 0)$ .
2. Оценить поведение (в смысле убывания - возрастания) скалярного поля  $u = z^2 - 2 \arctg(x - y)$  в направлении вектора  $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .
3. Убедиться, что поле  $F = (x - y)\vec{i} - (x - 2y)\vec{j}$  потенциально и найти его потенциал.
4. Найти циркуляцию силового поля  $F = \{(x + y)^2; -(x^2 + y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода – по часовой стрелке.
5. Найти работу векторного поля  $F = (x + y)^2\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ , затраченную на перемещение материальной точки от положения  $M(1, 0)$  к положению  $N(0, 1)$  вдоль линии  $L: x^2 + y^2 = 1$ .

#### Типовой расчет №3 «Основы теории рядов»

1. Применение основных признаков сходимости для исследования числовых рядов.
2. Расчет сумм числовых рядов.
3. Поиск области сходимости функциональных рядов.
4. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
5. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
6. Применение степенных рядов к вычислению пределов.
7. Приближенное вычисление интегралов с помощью разложения в ряд.
8. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.
9. Применение рядов Фурье в физике. Преобразование Фурье.

Самостоятельная работа студентов также предусматривает изучение и конспектирование научной и учебной, основной и дополнительной литературы (указанной в следующем разделе рабочей программы) в соответствии с кругом вопросов, планируемых программой к освоению.



## 6.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

#### I семестр

##### Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и методы вычисления.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса.
3. Операции над матрицами, их свойства. Обратная матрица.
4. Система линейных уравнений в матричной форме.
5. Решение системы при помощи обратной матрицы.
6. Векторное пространство  $R^3$ . Базис, разложение по базису.
7. Декартова система координат на плоскости и в пространстве
8. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
9. Геометрические векторы, операции над ними.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в  $R^3$  и их приложения.
11. Прямая на плоскости, различные виды уравнений.
12. Угол между двумя прямыми.
13. Расстояние от точки до прямой.
14. Прямая и плоскость в пространстве, различные виды уравнений.
15. Взаимное расположение линейных объектов по отношению друг к другу (углы, расстояние и т.д.).
16. Кривые второго порядка на плоскости.
17. Эллипс, гипербола, парабола.
18. Геометрические характеристики кривых.
19. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
20. Алгебраические операции с комплексными числами.

##### Введение в математический анализ

1. Предел числовой последовательности, свойства пределов.
2. Число  $e$ , натуральные логарифмы.
3. Предел функции, свойства пределов.
4. Предельный переход в неравенствах.
5. Первый замечательный предел.
6. Следствия из 1-го и 2-го замечательных пределов.
7. Бесконечно малые, бесконечно большие величины.
8. Таблица эквивалентных бесконечно малых величин.
9. Непрерывность функции в точке и на множестве.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях.
11. Односторонние пределы, классификация точек разрыва.
12. Непрерывность элементарных функций.

##### Дифференциальное исчисление функций от одной независимой переменной

1. Производные. Свойства производных.
2. Производная сложной и обратной функции.
3. Таблица производных.
4. Геометрические и механические приложения дифференциалов.
5. Производная функции заданной неявно и параметрически.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Локальный экстремум и теорема Ферма.
8. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
9. Исследование на экстремум с помощью производных высших порядков.



10. Наибольшее и наименьшее значение функции.
11. Расположение графика функции относительно касательной (выпуклость, вогнутость).
12. Точки перегиба, необходимый и достаточный признаки.
13. Асимптоты вертикальные и наклонные. Примеры поиска асимптот.
14. Исследование функции. Общая схема построения графика функции.

## II семестр

Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных

1. Элементы топологии трёхмерного пространства (окрестность точки, область, граница области и т.д.).
2. Функция нескольких переменных, график функции.
3. Функции, заданные неявно (уравнением).
4. Предел функции нескольких переменных (свойства).
5. Частные производные функции нескольких переменных, дифференциал.
6. Теорема о равенстве смешанных производных.
7. Производная сложной функции. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
8. Экстремумы. Необходимые условия экстремума.
9. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум.
10. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.

Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

1. Первообразная, общие понятия. Таблица интегралов.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Метод интегрирование по частям (различные функции, интегрируемые этим методом).
4. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
5. Рациональные функции, разложение правильной дроби на простейшие.
6. Интегрирование рациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических выражений.
8. Интегрирование иррациональных выражений.
9. Разбиение отрезка, последовательность разбиения, интегральные суммы.
10. Определённый интеграл, теорема о его существовании.
11. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Геометрические и механические приложения определённого интеграла.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения первого порядка (общий интеграл, общее решение, частное решение, интегральная кривая, постановка задачи Коши).
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
3. Методы интегрирования некоторых типов уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными; однородные уравнения; линейные уравнения и уравнения Бернулли; уравнения в полных дифференциалах.
4. Уравнения высших порядков и методы их решения.
5. Различные типы уравнений, допускающие понижения порядка.
6. Линейные уравнения (общие понятия). Определитель Вронского.
7. Фундаментальная система решений. Структура общего решения неоднородного уравнения, принцип суперпозиции.
8. Метод вариации произвольных постоянных для построения общего решения неоднородного уравнения.
9. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью. Разбор различных случаев построения частного решения.
11. Системы линейных дифференциальных уравнений.



### III семестр

Кратные и криволинейные интегралы; теория поля.

1. Повторный интеграл, его свойства. Вычисление двойного интеграла при помощи повторного (теорема Фубини).
2. Замена переменных в двойном интеграле в общем случае (иллюстрация на
3. примерах).
4. Переход к полярным координатам.
5. Вычисление площади фигуры.
6. Тройной интеграл: определение и свойства.
7. Вычисление тройных интегралов при помощи повторных.
8. Замена переменных, переход к сферическим координатам.
9. Криволинейные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления
10. Формула Грина (примеры).
11. Элементы теории поля: общие понятия.
12. Градиент и производная по направлению.
13. Ротор, дивергенция.
14. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.
15. Поверхностные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления.
16. Поток векторного поля через гладкую ориентированную поверхность.
17. Циркуляция векторного поля вдоль ориентированного контура.
18. Теорема Стокса и её применение.
19. Формула Гаусса-Остроградского (вычисление потока векторного поля).
20. Геометрические и механические приложения интегралов.

Числовые и функциональные ряды.

1. Числовой ряд, основные понятия.
2. Необходимый признак сходимости ряда.
3. Вычисление суммы ряда.
4. Ряды с неотрицательными членами, критерии сходимости.
5. Признаки сравнения.
6. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
7. Абсолютная и условная сходимость.
8. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница и приложение его к приближенным вычислениям суммы ряда.
9. Теорема об абсолютной сходимости.
10. Функциональный ряд, поточечная сходимость.
11. Понятие равномерной сходимости. Теорема о непрерывности суммы.
12. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных рядов.
13. Степенной ряд, теорема Абеля, радиус и интервал сходимости.
14. Равномерная сходимость степенного ряда.
15. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
16. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.
17. Приближенные вычисления при помощи степенных рядов.
18. Приложение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений.
19. Основная тригонометрическая система.
20. Коэффициенты Фурье, ряд Фурье.
21. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
22. Ряды Фурье по косинусам и по синусам.
23. Ряд Фурье в комплексной форме. Преобразование Фурье.
24. Представление функций рядом Фурье.



## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **а) основная литература:**

1. Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г.- 7-е изд., стер.-М. -ФИЗМАТЛИТ, 2014.- (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-09024.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения.. [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Дубровский, С.И. Кадченко - М.: ФЛИНТА, 2015.- ISBN9785976521971. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976521971.html>.
3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392121625.html>.

### **б) дополнительная литература:**

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>
2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 9785392143726  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392143726.html>
3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>.

### **в) интернет-ресурсы:**

1. <http://lib.mexmat.ru/>
2. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/ALGEBRA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html)
3. [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE\\_URAVNENIYA.html](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства;
- оборудование специализированных лабораторий;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты MAPLE, Mathcard, MatLab).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 13.03.02. **Электроэнергетика и электротехника.**

Рабочую программу составил: профессор кафедры АиГ И.Ф. Курбыко

Рецензент: доцент кафедры ФАиП, к.ф.м.н. Дав. Д.И. Данченко

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры  
**«Алгебра и геометрия».**

Протокол № 10/15 от 01.10 2015 года

Заведующий кафедрой: И.И. Дубровин **Н.И. Дубровин.**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 13.03.02. **Электроэнергетика и электротехника.**

Протокол № 2 от 02.10 2015 года

Председатель комиссии С.А. Сбитнев **С.А. Сбитнев**



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год  
Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Институт ИПМФИ  
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой



подпись

Н.И. Дубровин  
инициалы, фамилия

«01» 10. 2015

Основание:  
решение кафедры  
от «01» 10. 2015

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

«Математика»

наименование дисциплины

13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

код и наименование направления подготовки

«Электроснабжение»

наименование профиля подготовки

Бакалавриат

Уровень высшего образования

Владимир, 2015



## ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств (ФОС) для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» разработан в соответствии с рабочей программой, входящей в ОПОП направления подготовки **13.03.02**  
**«Электроэнергетика и электротехника»**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Линейная алгебра	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №1, типовой расчет №1(1 семестр)
2	Векторная алгебра	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №1, типовой расчет №1(1 семестр)
3	Аналитическая геометрия	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №1, типовой расчет №1(1 семестр)
4	Введение в математический анализ	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №2, типовой расчет №2 (1 семестр)
5	Дифференциальное исчисление функций одной независимой переменной	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №3, типовой расчет №3(1 семестр)
6	Приложения производной	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №3, типовой расчет №3(1 семестр)
7	Функции многих переменных. Дифференциальное исчисление	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №1, типовой расчет №1(2 семестр)
8	Интегральное исчисление (неопределенный интеграл)	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №2, типовой расчет №2(2 семестр)
9	Определенный интеграл и его приложения	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №2, типовой расчет №2(2 семестр)
10	Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №3, типовой расчет №3(2 семестр)
11	Кратные и криволинейные интегралы	ОПК-2	Контрольная работа №1, типовой расчет №1(3 семестр)

12	Элементы теории поля	ОК-7, ОПК-2	Контрольная работа №2, типовой расчет №2(3 семестр)
13	Основы теории рядов	ОПК-2	Контрольная работа №3, типовой расчет №3(3 семестр)

Комплект оценочных средств по дисциплине «Математика» предназначен для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы, в том числе рабочей программы дисциплины «Математика», для оценивания результатов обучения: знаний, умений, владений и уровня приобретенных компетенций.

Комплект оценочных средств по дисциплине «Математика» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:

- комплект задач репродуктивного уровня, позволяющих оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, теоремы, определения) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, распознавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;
- типовые расчёты для внеаудиторной работы, позволяющие провести процедуру измерения уровня знаний и умений обучающихся.

2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена

- вопросы и задачи к экзамену;
- билеты для проведения экзамена.

**Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Математика» при освоении образовательной программы по направлению подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».**

<i>ОК-7: способностью к самоорганизации и самообразованию</i>		
<i>ОПК-2: способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</i>		
<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
основы линейной алгебры и аналитической геометрии, векторного исчисления, дифференциального и интегрального исчислений функции одной переменной, а также функций многих переменных, теории рядов дифференциальных уравнений	применять теоретические знания при решении математических задач; проводить анализ и обработку экспериментальных данных	основными приемами решения математических задач



## Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций текущего контроля знаний по учебной дисциплине «Математика»

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» (далее Положение) в рамках изучения дисциплины «Математика» предполагает выполнение контрольных работ и типовых расчетов.

### Регламент проведения мероприятия и оценивания контрольной работы

#### Оценка решения практических задач

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Высшая математика» предполагается выполнение контрольных работ, содержащих по 4 задачи, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

### Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности решения задачи	18 мин.
2.	Внесение исправлений в представленное решение	до 5 мин.
3.	Комментарии преподавателя	до 1 мин.
	Итого (в расчете на одну задачу)	до 23 мин.

### Критерии оценки решения задач контрольной работы

Оценка	Критерии оценивания одной задачи
<b>2,5 балла</b>	задача решена полностью, в представленном решении обоснованно получен правильный ответ.
<b>1,5 балла</b>	задача решена полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена вычислительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений, и, возможно, приведшая к неверному ответу.
<b>1 балл</b>	задача решена частично.
<b>0 баллов</b>	решение неверно или отсутствует.

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИКА»**

**I семестр**

**Контрольная работа к рейтинг-контролю №1 (1 семестр)**

Контрольная работа №1 «Линейная алгебра»

Вариант 1

1. Найти  $f(A)$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ .

2. Решить системы линейных алгебраических уравнений следующими способами: методом Крамера; матричным методом; методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 3x - 2y - 5z = 10 \\ 2x + 3y - 4z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Используя критерий Кронекера – Капелли, исследовать совместность систем линейных уравнений и в случае совместности решить ее методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$



**Контрольная работа к рейтинг-контролю №2 (1 семестр)**  
Контрольная работа №2 «Вычисление пределов»

Вариант 1

1. Дана числовая последовательность  $\{x_n\}$ , где  $x_n = \frac{3n^3 + 2}{4n^3 - 1}$ . Требуется:
  - а) исследовать  $\{x_n\}$  на монотонность; б) найти  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ ;
  - в) указать натуральное число  $N(\varepsilon)$  такое, начиная с которого  $|x_n - a| < \varepsilon$ .
2. Вычислить предел числовой последовательности:
  - а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)})$ ;
  - в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$ .
3. Вычислить пределы функций:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ;
4. Вычислить пределы функций:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{e^{5x} - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$ .

**Контрольная работа к рейтинг-контролю №3 (1 семестр)**

Контрольная работа №3 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1.  $y = \sqrt[4]{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}}$ ,  $y = \left( \cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ ,  
 $y'(x) - ?$ ;  $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$ ,  $y_x' - ?$ ;
2.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $y'(x) - ?$ ;  
 $y = e^{-\cos^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3}$ ,  $dy - ?$
3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  
 $\begin{cases} x = \frac{2t + t^2}{1 + t^3} \\ y = \frac{2t - t^2}{1 + t^3} \end{cases}$  в точке  $t = 2$ .
4. Исследовать функцию  $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$  на экстремум.

## II семестр

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №1 (2 семестр)

Контрольная работа №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1

1. Найти дифференциал второго порядка от функции  $z = \frac{1}{2(x^2 + y^2)}$ .
2. Вычислить приближенно  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$ .
3. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  в точке  $M\left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right)$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №2 (2 семестр)

Контрольная работа №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_{\ln 3}^0 \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$ .
3. Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .
4. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  вокруг оси  $Ox$ .

### Контрольная работа к рейтинг-контролю №3 (2 семестр)

Контрольная работа №3 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1

1. Найти общий интеграл дифференциальных уравнений:  
 $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$   
 $dy = (2x - 1) \operatorname{ctg}(y) dx$ ,  $e^{x+3y} dy = x dx$ .
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  
 $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$ ;  $y(0) = 0$
3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' \sin x = y \ln y$
4. Найти общее решение дифференциальных уравнений:  
а)  $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$   
б)  $y^{iv} - 13y'' + 36y = 0$   
в)  $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$ .



### III семестр

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №1 (3 семестр)

Тема «Приложения кратных и криволинейных интегралов к задачам геометрии и физики»

Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D y^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy$ ; где область  $D$  ограничена линиями:  $x=0$ ,  $y=2x/3$ ,  $y = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{6-x^2}$ ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{6-x^2}$ .
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ,  $z = \frac{17}{4} - y^2$ ,  $z = 0$ .
4. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями:  $z = \frac{h}{r} \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = h$  ( $h > 0, r > 0$ ).

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №2 (3 семестр)

Тема «Расчёт основных характеристик скалярного и векторного поля»

Вариант 1

1. Найти работу векторного поля  $F = (x+y)^2 i + (x^2-y^2) j$ , затраченную на перемещение материальной точки от положения  $M(2, 0)$  к положению  $N(0, 3)$  вдоль линии  $L: (x^2/4) + (y^2/9) = 1$ .
2. Найти циркуляцию силового поля  $F = \{(x+y)^2; -(x^2+y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода – по часовой стрелке.
3. На плоскости  $ХОУ$  даны точки:  $O(0, 0)$ ,  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, -8)$  и  $C(-2, -8)$ . Вычислить работу поля  $F = (x-y) i - (x-2y) j$  при движении от  $O$  к  $C$  по различным путям: а) вдоль ломаной  $OAC$ ; б) вдоль ломаной  $OBC$ ; в) по дуге  $OC$  параболы  $y = x^3$ ; г) по отрезку  $OC$ . Сравнить полученные результаты и объяснить их совпадение. Сделать рисунок.
4. Убедиться, что поле  $F = (x-y) i - (x-2y) j$  потенциально и найти его потенциал.

#### Контрольная работа к рейтинг-контролю №3 (3 семестр)

Тема «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1

1. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}$ .
2. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:  $\int_0^{0.5} \frac{\arctg x}{x} dx$  (с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора).
3. Найти первые шесть членов разложения в ряд решения уравнения:  $y'' = x \sin y'$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = \pi/2$ .
4. Разложить в тригонометрический ряд Фурье по косинусам функцию  $f(x) = x \sin x$  в интервале  $(0, \pi)$ .

### Фонд оценочных средств по самостоятельной работе

#### Регламент проведения и оценивания типовых расчетов

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Математика» предполагается выполнение типовых расчетов, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины. Типовые расчеты выполняются студентом самостоятельно во внеаудиторное время, три типовых расчета за семестр.

#### Критерии оценки выполнения одного типового расчета

Оценка	Критерии оценивания
5 баллов	Все задачи решены полностью, в представленном решении обоснованно получен правильный ответ.
4 баллов	Задачи решены полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена вычислительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений, и, возможно, приведшая к неверному ответу.
1-3 балла	Задачи решены частично.
0 баллов	Типовой расчет отсутствует.

### I семестр

#### Типовой расчет №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (1 семестр)

##### Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена  $f(A) = 2A^2 - 3A + 7E$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ -7 & 3 & -2 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 1 & -4 & -10 \\ 4 & 3 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений: первую систему методом Гаусса, по формулам Крамера и методом обратной матрицы, вторую систему - методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 7y - z = -2 \\ x + 4y + 5z = 3 \\ 2x - y + 3z = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \\ 3x + y - 4z = -10 \end{cases}$$

4. Решить матричное уравнение  $AXB=C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Даны декартовы прямоугольные координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Найти:

- 1) угол  $\alpha$  между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ; 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ;  
3) объем пирамиды; 4) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .



**Типовой расчет №2 «Введение в математический анализ» (1 семестр)**

Вариант 1

1. Последовательность  $\{a_n\}$  задана с помощью формулы:  $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$ .

а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;

б) исследовать  $\{a_n\}$  на монотонность;

в) найти предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$  последовательности;

г) определить, начиная с какого номера  $N$  модуль отклонения членов последовательности от величины  $A$  не превысит 0,01;

д) изобразить поведение  $\{a_n\}$  графически и указать наименьший и наибольший из элементов  $a_n$  (если таковые существуют).

2. Вычислить пределы последовательностей  $\{a_n\}$ , указав характер предела – тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n-5}{4-5n-3n^2}; \quad a_n = \left( \frac{2n-1-3n^2}{4-5n-3n^2} \right)^{1-2n}$$

3. Вычислить предел функции (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3)^{1/x} - (2)^{1/x}}{\pi - \operatorname{arctg}(x)}$$

4. Вычислить предел функции и указать тип неопределенности.

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 + 4x + 5)(x^2 + x + 1)}{(x + 2)(x^4 + 2x^3 + 7x^2 + x - 1)} = 2;$

2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12} = \frac{3}{4}$

3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x + 1} = -\frac{1}{4};$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{x^2} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = 3;$

5)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x} = \frac{\sqrt{7}}{4};$

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 5x - 6}{x^3 + 2x^2 + 7x - 1} = \infty$

5. Дана функция  $y = f(x)$ . Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют;

2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

6. Найти корни уравнения  $f(x) = 0$  (приближенно – с точностью до 0,05) для функции  $f(x) = (2)^x - x^3$  методом половинного деления.

Типовой расчет №3 «Производные и исследование функций» (1 семестр)

Вариант 1

1. Найти производные функций и указать их область определения.

а)  $y = \frac{5x-6}{\sqrt{x^2+5x-6}}$ ;

б)  $y = \left[ 3^{\operatorname{ctg}(1-2x)} + \ln \sin \frac{x}{2} \right]^4$ ;

в)  $y = \operatorname{arctg}(2x+1) \ln \cos x$ .

2. Найти дифференциал функции  $y = \left( \cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ .

3. Найти производную  $y'(x)$  неявной функции, заданной уравнением:

$$\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$$

4. Проверить, удовлетворяет ли функция  $y = \frac{\sin x}{x}$  уравнению  $y + xy' = \cos x + 1$ .

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой

$$\begin{cases} x = \frac{2t+t^2}{1+t^3} \\ y = \frac{2t-t^2}{1+t^3} \end{cases} \text{ в точке } t = 2.$$

6. Используя правило Лопиталя, найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$ .

7. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{2x^3}{x^2+1}; y = (3x-4)e^{-x-2}$$

8. Вычислить значение производной 1-го порядка в точке  $x_0 = -1$  для функции  $y(x)$ , заданной неявно, с помощью уравнения  $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$  (Значение  $y_0$ , соответствующее данному  $x_0$ , определить из уравнения).

9. Найти производную указанного порядка (с помощью формулы Лейбница) для функции  $y(x) = \frac{\log_4 x}{(x+3)^2}$ ;  $y^{VI} = ?$

10. Найти производную указанного порядка (с помощью формулы Лейбница) для функции  $y = (3x-4)e^{-x-2}$ ;  $y^{VI} = ?$ .

11. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции):

а)  $\sin^4 64^\circ$ ; б)  $\sqrt[3]{34}$ ; в)  $\log 13$ ; г)  $\operatorname{arctg} \sqrt{0,97}$ .

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

12. Составить уравнения касательной и нормали к линии

$$\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}, \text{ заданной параметрически, в точке, соответствующей значению } t_0 = 0.$$

13. Для функции  $y = (3x-4)e^{-x-2}$  найти экстремумы и точки перегиба.

14. Найти угол между кривыми  $y = \frac{x+1}{x+2}$  и  $y = \frac{x^2+4x+6}{16}$ .



## II СЕМЕСТР

### Типовой расчет №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

- Дана функция  $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$ . Вычислить значение величины  $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$  в точке  $(-1, -1, 1)$ .
- Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
  - $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$ ; б)  $\log_{1,98} \cos 44^\circ$ ; в)  $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$ .
- Функцию  $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$  исследовать на экстремум.
- Найти наименьшее и наибольшее значение функции  $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$  в области  $D$ , ограниченной линиями  $y = 4 - x^2$ ,  $x = -1$ ,  $3x + 2y + 1 = 0$ . Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.

### Типовой расчет №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

- Вычислить неопределенные интегралы.

$$\int \arctg \sqrt{4x-1} dx, \quad \int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$$

- Вычислить определенные интегралы.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx, \quad \int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx, \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx, \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = 2x$ .
- Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах  $r = a \sin 2\varphi$ .
- Найти длину дуги линии  $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
- Найти длину дуги  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .
- Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $xy = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  вокруг оси  $Ox$ .

### Типовой расчет №3 «Дифференциальные уравнения».

- Указать тип дифференциального уравнения и найти общее решение или общий интеграл данного уравнения, кратко прокомментировать процесс решения.  
 $y' = 2x(x^2 + y)$ ;  $y^2 + x^2y = xy$ ;  $3yy'' + (y')^2 = 0$ .
- Определить тип уравнения и решить задачу Коши (найти частное решение).  
 а)  $y' - y \cos x = \sin 2x$ ,  $y(0) = -1$ ; б)  $2(y^3 - y + xy) dy = dx$ ,  $y(-2) = 0$ ;
- Указать вид общего решения уравнения  $y'' - 5y' + 4y = f(x)$ , если  
 а)  $f(x) = 4x$ ; б)  $f(x) = 2xe^{2x}$ ; в)  $f(x) = e^x(x \cos x - \sin x)$ .
- Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения.  
 а)  $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ ;  
 б)  $y^{IV} - y^{IV} = xe^x - 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = y''(0) = -1$ ,  $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$ ;  
 в)  $4y'' - 4y' + y = -2 \sin x + x + 2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .

### III СЕМЕСТР

#### Типовой расчет №1 «Кратные и криволинейные интегралы».

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$ ; где область  $D$  ограничена линиями:  $x=1$ ,  $y=x^3$ ,  $y=-\sqrt[3]{x}$ .
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y^2 - 4y + x^2 = 0$ ;  $y^2 - 8y + x^2 = 0$ ,  $y = x/\sqrt{3}$ ,  $x = 0$ .
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:  
 $x^2 + y^2 = 4y$ ,  $x^2 + y^2 = 7y$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ .
4. Найти момент инерции относительно оси  $Oz$  однородного тела плотности  $\gamma$ , ограниченного поверхностями:  
 $z = \frac{h}{a^2}(y^2 - x^2)$ ,  $z = 0$ ,  $y = a$ ,  $y = -a$

#### Типовой расчет №2 «Теория поля»

1. Дана функция (скалярное поле)  $f(x, y) = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}$  и поверхность  $S$ , заданная уравнением:  $z = x^2 - y^2$ . Определить величину тупого угла между градиентом поля и нормалью к поверхности  $S$ , взятыми в точке  $M(1, 1, 0)$ .
2. Оценить поведение (в смысле убывания - возрастания) скалярного поля  $u = z^2 - 2 \operatorname{arctg}(x - y)$  в направлении вектора  $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  в точке  $M(1, 2, -1)$ .
3. Убедиться, что поле  $F = (x - y)\vec{i} - (x - 2y)\vec{j}$  потенциально и найти его потенциал.
4. Найти циркуляцию силового поля  $F = \{(x + y)^2; -(x^2 + y^2)\}$  вдоль контура  $\Gamma$ , являющегося периметром треугольника с вершинами  $A(-3, -2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 4)$ . Применить два способа: непосредственное интегрирование и формула Грина. Направление обхода - по часовой стрелке.
5. Найти работу векторного поля  $F = (x + y)^2\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ , затраченную на перемещение материальной точки от положения  $M(1, 0)$  к положению  $N(0, 1)$  вдоль линии  $L: x^2 + y^2 = 1$ .

#### Типовой расчет №3 «Основы теории рядов»

1. Исследовать сходимость числовых рядов:  
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-5}{4-5n+3n^2}$ ;  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln(n+1)}$ ;  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$
2. Найти область сходимости степенных рядов:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}$ ;  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2}$ ;  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
3. Вычислить интеграл (с точностью до 0,001)  $\int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$  с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора.
4. Разложить в тригонометрический ряд Фурье функцию  $f(x) = |4x - 3|$  в интервале  $(-3; 3)$ .
5. Разложить в тригонометрический ряд Фурье по синусам функцию  $f(x) = 4x^3$  в интервале  $(0, \pi)$ .



**Общее распределение баллов текущего контроля по видам учебных работ для студентов (в соответствии с Положением)**

Рейтинг-контроль 1	Контрольная работа (4 задачи)	10 баллов
Рейтинг-контроль 2	Контрольная работа (4 задачи)	10 баллов
Рейтинг-контроль 3	Контрольная работа (4 задачи)	15 баллов
Посещение занятий студентом		5 баллов
Дополнительные баллы (бонусы)		5 баллов
Выполнение семестрового плана самостоятельной работы (типовой расчет)		15 баллов

**Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций промежуточной аттестации знаний по учебной дисциплине «Математика» на экзамене**

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (экзамен) проводится в экзаменационную сессию. Экзамен проводится по билетам, содержащим не менее 2-х вопросов и не менее одной задачи. Студент пишет ответы на вопросы и задания экзаменационного билета на листах белой бумаги формата А4, на каждом из которых должны быть указаны: фамилия, имя, отчество студента; шифр студенческой группы; дата проведения экзамена; номер экзаменационного билета. Листы ответов должны быть подписаны и студентом и экзаменатором после получения студентом экзаменационного билета.

Максимальное количество баллов, которое студент может получить на экзамене, в соответствии с Положением составляет 40 баллов.

<b>Оценка в баллах</b>	<b>Оценка за ответ на экзамене</b>	<b>Критерии оценивания компетенций</b>
30-40 баллов	«Отлично»	Студент глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, правильно обосновывает принятое решение, подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.
20-29 баллов	«Хорошо»	Студент показывает твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, допуская некоторые неточности; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.
	«Удовлетвори	Студент показывает знания только основного материала, но не



10-19 баллов	тельно»	усвоил его детали, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, в целом, не препятствует усвоению последующему программному материалу, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена на минимально допустимом уровне.
Менее 10 баллов	«Неудовлетворительно»	Студент не знает значительной части программного материала (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы), допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»**

**I семестр**

**Вопросы к экзамену и задачи**

**Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

1. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и методы вычисления.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса.
3. Операции над матрицами, их свойства. Обратная матрица. Система линейных уравнений в матричной форме. Решение системы при помощи обратной матрицы.
4. Векторное пространство  $R^3$ . Базис, разложение по базису. Декартова система координат на плоскости и в пространстве. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
5. Геометрические векторы, операции над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их приложения.
6. Прямая на плоскости, различные виды уравнений. Угол между двумя прямыми, расстояние от точки до прямой.
7. Прямая и плоскость в пространстве, различные виды уравнений.
8. Взаимное расположение линейных объектов по отношению друг к другу.
9. Кривые второго порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола; геометрические характеристики кривых.
10. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Алгебраические операции с комплексными числами.

**Введение в математический анализ**

1. Предел числовой последовательности, свойства пределов. Число  $e$ , натуральные логарифмы.
2. Предел функции, свойства пределов, предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Следствия из 1-го и 2-го замечательных пределов.
3. Бесконечно малые, бесконечно большие величины. Таблица эквивалентных бесконечно малых величин.



4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Основные теоремы о непрерывных функциях. Односторонние пределы, классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций.
5. Дифференциальное исчисление функций от одной независимой переменной
6. Производные. Свойства производных. Производная сложной и обратной функции. Таблица производных.
7. Геометрические и механические приложения дифференциалов. Производная функции заданной неявно и параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Локальный экстремум и теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
9. Правило Лопиталя. Исследование роста логарифмов, степеней и экспонент при помощи правила Лопиталя.
10. Определение монотонности функции. Первый достаточный признак экстремума. Исследование на экстремум с помощью производных высших порядков. Наибольшее и наименьшее значение функции.
11. Расположение графика функции относительно касательной (выпуклость, вогнутость функции). Точки перегиба, необходимый и достаточный признаки.
12. Асимптоты вертикальные и наклонные. Примеры поиска асимптот.

### II семестр

Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных.

1. Элементы топологии трёхмерного пространства (окрестность точки, область, граница области и т.д.). Функция нескольких переменных, график функции. Функции, заданные неявно.
2. Предел функции нескольких переменных (свойства). Частные производные функции нескольких переменных, дифференциал. Теорема о равенстве смешанных производных. Производная сложной функции. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
3. Экстремумы. Необходимые условия экстремума, достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.

Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

1. Первообразная, общие понятия. Таблица производных. Простейшие приемы интегрирования (замена переменных, внесение под знак дифференциала).
2. Метод интегрирование по частям (различные функции, интегрируемые этим методом). Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
3. Рациональные функции, разложение правильной дроби на простейшие.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических выражений.
6. Интегрирование иррациональных выражений.
7. Определённый интеграл, теорема о его существовании.
8. Свойства определённого интеграла. Теорема о среднем.
9. Геометрические (длина дуги, площадь, объём) и механические приложения определённого интеграла.

Обыкновенные дифференциальные уравнения



1. Дифференциальные уравнения первого порядка (общий интеграл, общее решение, частное решение, интегральная кривая, постановка задачи Коши). Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
2. Методы интегрирования некоторых типов уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными; однородные уравнения; линейные уравнения и уравнения Бернулли; уравнения в полных дифференциалах.
3. Уравнения высших порядков (общие понятия, интегральная кривая, начальное условие и задача Коши, общее решение, частное решение) Различные типы уравнений, допускающие понижения порядка.
4. Линейные уравнения (общие понятия). Определитель Вронского системы решений однородного уравнения (теорема об определителе Вронского). Фундаментальная система решений. Структура общего решения неоднородного уравнения.
5. Метод вариации произвольных постоянных для построения общего решения неоднородного уравнения.
6. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Построение фундаментальной системы решений.
7. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью. Разбор различных случаев построения частного решения.
8. Системы линейных дифференциальных уравнений.

### III семестр

Кратные и криволинейные интегралы; теория поля.

1. Повторный интеграл, его свойства. Вычисление двойного интеграла при помощи повторного (теорема Фубини).
2. Замена переменных в двойном интеграле в общем случае (иллюстрация на
3. примерах).
4. Переход к полярным координатам.
5. Вычисление площади фигуры.
6. Тройной интеграл: определение и свойства.
7. Вычисление тройных интегралов при помощи повторных.
8. Замена переменных, переход к сферическим координатам.
9. Криволинейные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления
10. Формула Грина (примеры).
11. Элементы теории поля: общие понятия.
12. Градиент и производная по направлению.
13. Ротор, дивергенция.
14. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.
15. Поверхностные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления.
16. Поток векторного поля через гладкую ориентированную поверхность.
17. Циркуляция векторного поля вдоль ориентированного контура.
18. Теорема Стокса и её применение.
19. Формула Гаусса-Остроградского (вычисление потока векторного поля).
20. Геометрические и механические приложения интегралов.

Числовые и функциональные ряды.

1. Числовой ряд, основные понятия.
2. Необходимый признак сходимости ряда.
3. Вычисление суммы ряда.



4. Ряды с неотрицательными членами, критерии сходимости.
5. Признаки сравнения.
6. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
7. Абсолютная и условная сходимость.
8. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница и приложение его к приближенным вычислениям суммы ряда.
9. Теорема об абсолютной сходимости..
10. Функциональный ряд, поточечная сходимость.
11. Понятие равномерной сходимости. Теорема о непрерывности суммы.
12. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных рядов.
13. Степенной ряд, теорема Абеля, радиус и интервал сходимости.
14. Равномерная сходимость степенного ряда.
15. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
16. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.
17. Приближенные вычисления при помощи степенных рядов.
18. Приложение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений.
19. Основная тригонометрическая система.
20. Коэффициенты Фурье, ряд Фурье.
21. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
22. Ряды Фурье по косинусам и по синусам.
23. Ряд Фурье в комплексной форме. Преобразование Фурье.
24. Представление функций рядом Фурье.

## Образцы экзаменационных задач

### I семестр

Раздел «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера, матричным методом.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решите матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

4. Даны вершины треугольника ABC: A(-3,-2), B(14,4), C(6,8). Найти: а) уравнение стороны AB; б) уравнение высоты CH; в) уравнение медианы AM; г) точку пересечения медианы AM и высоты CH; д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB; е) площадь треугольника ABC.
5. Даны четыре точки A(3,1,4), B(-1,6,4), D(0,4,1). Составить уравнения: а) плоскости ABC; б) прямой AB; в) прямой DM, перпендикулярной к плоскости ABC; г) прямой DN, параллельной прямой AB; д) вычислить синус угла между прямой AD и плоскостью ABC.

Раздел «Введение в математический анализ».

1. Исходя из определения предела последовательности, доказать, что:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-4}{n+6} = 1$
2. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что:  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$
3. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 5x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2-x}{2+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ .

Раздел «Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной».

1. Составить уравнение нормали и касательной к кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$y = x/(x^2 + 1), \quad x_0 = -2.$$

2. Найти дифференциал функции

$$y = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right).$$

3. Найти производные следующих функций:

$$y = \frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}.$$

$$y = \frac{1}{m\sqrt{ab}} \operatorname{arctg} \left( e^{mx} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \right).$$

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1-e^{2x}}.$$

$$y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2+1}{x^2+4}.$$

$$y = -\frac{1}{4} \arcsin \frac{5+3 \operatorname{ch} x}{3+5 \operatorname{ch} x}.$$

4. Найти производную указанного порядка.

$$y = \frac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y''' = ?$$

## II семестр

Раздел «Функции нескольких переменных».

1. Дана функция  $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{y}{x}$ . Вычислить значение величины  $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$  в точке  $(-1, -1, 1)$ .

2. Дана функция (скалярное поле)  $f(x, y) = \sqrt{xy} - \sqrt{4-z^2}$  и поверхность  $S$ , заданная уравнением:  $z = x^2 - y^2$ . Определить величину тупого угла между градиентом поля и нормалью к поверхности  $S$  в точке  $M(1, 1, 0)$ .

3. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:

а)  $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$ ; б)  $\log_{1,98} \cos 44^\circ$ ;

в)  $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \operatorname{arctg} 0,03}$ .

4. Функцию  $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$  исследовать на экстремум.

5. Найти наименьшее и наибольшее значение функции

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + 3 \text{ в области } D, \text{ ограниченной линиями:}$$

$$y = 4 - x^2, \quad x = -1, \quad 3x + 2y + 1 = 0.$$



## Раздел «Неопределенный интеграл»

1. Вычислить неопределенные интегралы (найти первообразные!); указать метод решения и сделать проверку полученного ответа дифференцированием:

а)  $\int \operatorname{arccotg} \sqrt{x} dx$ ;      б)  $\int \frac{2-x^4}{x^3+8} dx$ ;      в)  $\int \frac{1}{5+\sqrt[3]{1-x}} dx$ ;  
г)  $\int \frac{1+3x}{\sqrt{2+x-x^2}} dx$ ;      д)  $\int \frac{\sin x}{\cos x - \operatorname{ctg} x} dx$ ;      е)  $\int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

## Раздел «Приложения интегралов».

*Примечание:* во всех задачах необходимо сделать рисунок.

### I. Геометрия.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^2 - 3x$ ,  $3x + y - 4 = 0$ ,  $y = 0$ .

б)  $y = \sqrt{6-x^2}$ ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{6-x^2}$ ,  $x \leq 0$ ;    в)  $xy = 1$ ,  $y = \ln \frac{x}{7}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 7$ .

2. Найти площадь, ограниченную астроидой:  $x = 4 \sin^3 t$ ,  $y = 2\sqrt{3} \cos^3 t$ .

3. Вычислить длину дуги линии:

а)  $y = \frac{1}{3}[x(3-x)\sqrt{x}]$  (между точками ее пересечения с осью  $OX$ );

б)  $x(t) = t^2$ ,  $y(t) = t(1/3 - t^2)$  (длину петли линии);

4. Рассчитать объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями:  $3y = 14x - 3x^2 - 5$ ,  $x + y = 3$ ,  $x - y^2 = 3$ .

а) вокруг оси  $OX$ ;    б) вокруг оси  $OY$ .

### II. Физика.

1. Два объекта движутся вдоль одной прямой со скоростями:  $v_1 = 3t^2 + 2t$ ,  $v_2 = 8t + 10$ . Предполагая, что они стартуют из одной точки, найти, когда они снова окажутся вместе. Какой путь пройдет к этому моменту каждый из них?

2. Для сжатия пружины на 4 см необходимо совершить работу в 25 Дж. На сколько см можно растянуть пружину, совершив работу в 81 Дж?

3. Шлюз имеет форму полукруга радиуса 10 м. Найти силу давления воды на шлюз, если его диаметр находится на 1 м выше уровня поверхности воды.

## Раздел «Дифференциальные уравнения».

1. Определить тип дифференциального уравнения и найти общее решение, кратко прокомментировать процесс решения. Указать возможные «потери» решений.

а)  $y' = 2x(x^2 + y)$ ;    б)  $y^2 + x^2y = xy$ ;    в)  $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$ .

2. Определить тип уравнения и решить задачу Коши (найти частное решение). Сделать проверку и пояснить процесс решения.

а)  $y' - y \cos x = \sin 2x$ ,  $y(0) = -1$ ;    б)  $2(y^3 - y + xy)dy = dx$ ,  $y(-2) = 0$ ;

в)  $x^4 y''' + 2x^3 y'' = 1$ ,  $y(1) = \frac{1}{2}$ ,  $y'(1) = \frac{1}{2}$ ,  $y''(1) = -1$ .

3. Указать вид общего решения уравнения  $y'' - 5y' + 4y = f(x)$ , если

а)  $f(x) = 4x$ ;    б)  $f(x) = 2xe^{2x}$ ;    в)  $f(x) = e^x(x \cos x - \sin x)$ .

4. Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:

а)  $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ ;

б)  $y^V - y^{IV} = xe^x - 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = y''(0) = -1$ ,  $y'''(0) = y^{IV}(0) = 0$ .

### III семестр

Задачи по теме "Кратные и криволинейные интегралы".

1. Вычисление двойных интегралов в прямоугольных координатах.
2. Замена переменной в двойном интеграле.
3. Методы вычисления тройных интегралов в прямоугольных, цилиндрических, сферических координатах.
4. Приложения кратных интегралов к задачам геометрии и механики.
5. Вычисление криволинейных интегралов I-го и II-го рода.
6. Применение формулы Грина для вычисления криволинейного интеграла II-го рода; вычисление площади плоской фигуры.

Задачи по теме "Элементы теории поля".

7. Скалярное поле: вычисление производной по направлению и градиента.
8. Методы вычисления поверхностных интегралов первого и второго рода.
9. Расчет характеристик векторного поля: векторных линий, дивергенции, ротора.
10. Вычисление работы в потенциальном поле.
11. Применение теоремы Остроградского-Гаусса для расчета потока векторного поля.
12. Вычисление циркуляции векторного поля согласно теореме Стокса.
13. Приложения теории поля для решения физических задач.

Типы задач по теме "Основы теории рядов".

14. Применение основных признаков сходимости для исследования числовых рядов.
15. Расчет сумм числовых рядов.
16. Поиск области сходимости функциональных рядов.
17. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
18. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
19. Применение степенных рядов к вычислению пределов.
20. Приближенное вычисление интегралов с помощью разложения в ряд.
21. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.
22. Применение рядов Фурье в физике. Преобразование Фурье.



**Министерство образования и науки Российской Федерации**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«Владимирский государственный университет**

**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**

**(ВлГУ)**

2013 / 2014 учебный год

Кафедра « Алгебра и геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

По дисциплине Математика

для студентов 1 курса (1 семестр)

Специальность / направление «Электроэнергетика и электротехника»

1. Определители 2-го и 3-го порядка, их свойства и методы вычисления.
2. Определение дифференцируемости функции в точке, определение производной и дифференциала, основные правила дифференцирования.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

4. Даны три вершины трапеции:  $A(-1,2)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(2,5)$ . Найти координаты ее четвертой вершины  $D$  и длину средней линии, если известно, что  $AB \parallel CD$  и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.

5. Вычислить предел числовой последовательности:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)^2 - (n-4)^2}{2n^2 + n + 5}$ .

6. Найти дифференциал первого порядка функции  $y = \arcsin \sqrt{x} - \sqrt{x-x^2}$ .

7. Исследовать функцию  $y = 5x \cdot e^{4x}$  на экстремум.

Лектор

Курбыко И.Ф.

Зав. кафедрой

Дубровин Н.И.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**

2013 / 2014 учебный год

Кафедра « Алгебра и геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

По дисциплине Математика

для студентов 1 курса (2 семестр)

Специальность / направление «Электроэнергетика и электротехника»

1. Простейшие приемы интегрирования: замена переменных, внесение под знак дифференциала.
2. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Найти длину дуги кривой  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y - x^2 - 3x$ ,  $3x + y - 4 = 0$ ,  $y = 0$ .
5. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
6. Решить дифференциальное уравнение первого порядка:  
 $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$
7. Решить неоднородное дифференциальное уравнение:

$$y'' + y' - 2y = 8 \sin 2x.$$

Лектор

Курбыко И.Ф.

Зав. кафедрой

Дубровин Н.И.



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

2014 / 2015 учебный год

Кафедра « Алгебра и геометрия»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

По дисциплине Математика

для студентов 2 курса (3 семестр)

Специальность / направление «Электроэнергетика и электротехника»

1. Методы вычисления тройных интегралов в цилиндрических координатах.
2. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
3. Найти длину дуги кривой  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = x^2 - 3x$ ,  $3x + y - 4 = 0$ ,  $y = 0$ .
5. Найти область сходимости степенных рядов:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}$ ;  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
6. Дана функция (скалярное поле)  $f(x, y) = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}$  и поверхность  $S$ , заданная уравнением:  $z = x^2 - y^2$ . Определить величину тупого угла между градиентом поля и нормалью к поверхности  $S$ , взятыми в точке  $M(1, 1, 0)$ .

Лектор

Курбыко И.Ф.

Зав. кафедрой

Дубровин Н.И.

Максимальная сумма баллов, набираемая студентом по дисциплине «Математика» в течение семестра равна 100.

Оценка в баллах	Оценка по шкале	Обоснование	Уровень сформированности компетенций
91 - 100	«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	<b>Высокий уровень</b>
74-90	«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	<b>Продвинутый уровень</b>
61-73	«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.	<b>Пороговый уровень</b>
Менее 60	«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки	Компетенции не сформированы