

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)**

Кафедра электротехники и электроэнергетики

Методические указания к практическим работам  
по дисциплине “Вероятностные и статистические задачи  
электрообеспечения”.

Составитель  
Д.П. Андрианов

Владимир 2015

УДК 621.314

Методические указания к практическим работам по дисциплине «Вероятностные и статистические задачи электроснабжения». / Владим. гос. ун-т: Сост.: Д.П. Андрианов. Владимир. 2015. -21с.

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Вероятностные и статистические задачи электроснабжения» для подготовки бакалавров по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

Изложены указания к решению типовых задач теории вероятности и математической статистики применительно к электроснабжению с помощью пакета MathCad. Предназначены для студентов дневной и заочной форм обучения.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Владимирского государственного университета

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры приборостроения и  
информационно-измерительной техники  
Владимирского государственного университета  
Долгов Г.Ф.

## 1. Введение

Будущему специалисту по электроэнергетике необходимы знания основ математического моделирования технических систем.

Целью и основной задачей настоящей работы является закрепление теоретического материала дисциплины «Вероятностные и статистические задачи электроснабжения» и получение навыков по использованию прикладных математических методов, применяемых для анализа параметров режимов электроснабжения с учетом их случайного характера.

Методические указания содержат четыре задания:

- статистическая обработка одномерной выборки;
- изучение законов вероятностного распределения;
- регрессионный анализ;
- расчет схемы распределительной сети с учетом вероятностного характера нагрузки.

Расчеты проводятся в современном математическом пакете MathCad 14.0. Для всех заданий приведены листинги примеров решения задач.

## 2. Требования к отчету по проделанной работе

Отчет оформляется в виде файла, сжатого в архиваторе Zip. Имя файла должно включать:

номер задания, номер варианта, фамилия студента, номер группы.

Пример имени файла отчета:

01-01-Иванов-ЭЭ-511.zip.

Отчет составляется в формате MathCad Document.

Листинг текста программы должен содержать краткие комментарии, поясняющие суть вычислений.

Пример оформления отчета:

| Статистическая обработка одномерной выборки                         |      |      |      |      |      |       |       |     |
|---|------|------|------|------|------|-------|-------|-----|
| $A := \text{READPRN}("d:\5\0\w01.txt")$ считывание выборки из файла |      |      |      |      |      |       |       |     |
| $\text{cols}(A) = 50$ столбцов                                      |      |      |      |      |      |       |       |     |
| $\text{rows}(A) = 1$ строк  |      |      |      |      |      |       |       |     |
| выборка A объемом $n = 50$  |      |      |      |      |      |       |       |     |
| A =   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7   |
| 0   | 9.04 | 9.83 | 12.7 | 8.47 | 8.21 | 12.73 | 10.05 | ... |
| $B := A^T$ транспонирование вектора-строки в вектор-столбец         |      |      |      |      |      |       |       |     |
| $B := \text{sort}(B)$ сортировка вектора-столба                     |      |      |      |      |      |       |       |     |
| $C := B^T$ транспонирование вектора-столбца в вектор-строку         |      |      |      |      |      |       |       |     |
| вариационный ряд  |      |      |      |      |      |       |       |     |
| C =   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7   |
| 0   | 3    | 5.17 | 5.22 | 5.39 | 5.89 | 6.04  | 6.39  | ... |

### 3. Общие замечания по применению вероятностных функций MathCad.

#### 3.1. Организация вычислений в пакете MathCad.

При обычном запуске MathCad на мониторе появляется окно Mathcad Tips, в котором отображаются советы и рекомендации начинающим пользователям. Данное окно убирается щелчком мыши по кнопке Close.

Рабочее окно MathCad содержит 6 зон:

- строка заголовка – имя системы, текущего документа;
- строка меню – пункты меню с различными командами;
- панель инструментов – быстрое исполнение важных команд;
- панель форматирования – обработка текста/ формул в документах;
- панель палитр математических знаков;
- рабочая зона (зона расчета).

Строка меню содержит ряд кнопок, осуществляющих вызов общеупотребительных функций пакета (file, edit, view, window, help).

Панель инструментов содержит группы кнопок, дублирующих наиболее важные команды меню (new, open, save, print).

Панель форматирования содержит типовые средства управления шрифтами (style, font, size, align).

Панель палитр математических знаков содержит окна с наборами кнопок, обеспечивающих вывод:

Calculator – цифр, арифметических действий, элементарных функций;

Graph – графиков;

Vector and Matrix – матриц и последовательностей;

Evaluation – команд математических действий;

Calculus – элементов высшей математики;

Boolean – логических действий;

Programming – команд программирования;

Greek Symbol – греческих символов;

Symbolic keyword – настроек параметров вычислений.

Для решения типовых задач рассматриваемой дисциплины достаточным будет использование палитр Calculator, Graph, Vector and Matrix, Calculus, Boolean, Greek Symbol.

Справочная система Help дает возможность получать справки по контексту, индексному каталогу и ключевому слову.

Обращение к всплывающему списку Resources позволяет получить доступ к шаблонам по решению типовых математических задач.

### 3.2. Использование MathCad для решения вероятностных задач.

Использование математического пакета MathCad существенно упрощает решение типовых вероятностных задач, так как в пакете имеется большой набор встроенных специализированных функций расчета общеупотребительных характеристик вероятностного и статистического анализа. Пользователь освобожден от программирования алгоритмов расчетов, решение задачи сводится к корректному вводу исходных данных и организации получения решения.

MathCAD имеет развитый аппарат работы с задачами математической статистики. С одной стороны, имеется большое количество встроенных специальных функций, позволяющих рассчитывать плотности вероятности и другие основные характеристики основных законов распределения случайных величин. Наряду с этим, в MathCAD запрограммировано соответствующее количество генераторов псевдослучайных чисел для каждого закона распределения. Имеется возможность строить гистограммы и рассчитывать статистические характеристики выборок случайных чисел и случайных процессов, таких как средние, дисперсии, корреляции и т. п. При этом случайные последовательности могут создаваться генераторами случайных чисел или вводиться пользователем из файлов.

В MathCAD имеется ряд встроенных функций, задающих используемые в математической статистике законы распределения. Они вычисляют как значение плотности вероятности различных распределений по значению случайной величины  $x$ , так и некоторые сопутствующие функции. Все они, по сути, являются либо встроенными аналитическими зависимостями, либо специальными функциями. Большой интерес представляет наличие генераторов случайных чисел, создающих выборку псевдослучайных данных с соответствующим законом распределения.

## 4. Практическое занятие 1. Статистическая обработка одномерной выборки.

Цель: Освоение методики статистической обработки одномерной выборки.

План проведения занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Пример решения типовой задачи.
3. Задания.
4. Контрольные вопросы.

### 4.1. Краткие теоретические сведения.

**Вариационный ряд** – выборка, упорядоченная по неубыванию своих элементов.

**Полигон частот** – ломаная, звенья которой соединяют середины горизонтальных отрезков, ограничивающих гистограмму частот сверху.

**Эмпирическая функция распределения** – приближенное представление функции распределения генеральной совокупности.

**Гистограммой** называется график, аппроксимирующий по случайным данным плотность их распределения. При построении гистограммы область значений случайной величины  $(a,b)$  разбивается на некоторое количество  $n$  сегментов, а затем подсчитывается процент попадания данных в каждый сегмент. Гистограмма частот представляет собой ступенчатую фигуру из прямоугольников с основаниями из частичных интервалов и высотой из плотности частоты.

Создание гистограммы в MathCad.

1. Таблица данных представляется в виде одномерного вектора.
2. Объявляется переменная (H), которой присваивается функция гистограммы.  
В функцию гистограммы передаются 2 аргумента:
  - количество столбцов гистограммы ( $\Delta$ ),
  - имя обрабатываемого массива (A).
$$H := \text{histogram}(\Delta, A)$$
3. Из меню Graph вызывается X-Y plot, присваиваются параметры осей:
  - вертикальная –  $H^{<1>}$
  - горизонтальная –  $H^{<0>}$ .
4. Меняется форма графика. Тип линии графика устанавливается “solidbar”.

### 4.2.Образец решения.

Образец варианта обработки одномерной выборки с построением вариационного ряда, полигона, гистограммы частот и эмпирической функции распределения приведен в листинге исполняемого модуля MathCad на рис. 4.1. Исходные данные считываются из файла, путь к которому прописывается в операторе READPRN.

### Статистическая обработка одномерной выборки

$\underline{A} := \text{READPRN}("d:\5\0\w01.txt")$  считывание выборки из файла  
 $\text{cols}(A) = 50$  столбцов

$\text{rows}(A) = 1$  строк

выборка A объемом  $n = 50$

| A = | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7   |
|-----|------|------|------|------|------|-------|-------|-----|
| 0   | 9.04 | 9.83 | 12.7 | 8.47 | 8.21 | 12.73 | 10.05 | ... |

$B := A^T$  транспонирование вектора-строки в вектор-столбец

$B := \text{sort}(B)$  сортировка вектора-столба

$\underline{C} := B^T$  транспонирование вектора-столбца в вектор-строку

вариационный ряд

| C = | 0 | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7   |
|-----|---|------|------|------|------|------|------|-----|
| 0   | 3 | 5.17 | 5.22 | 5.39 | 5.89 | 6.04 | 6.39 | ... |

$\text{min}(C) = 3$  минимум

$\text{max}(C) = 17$  максимум

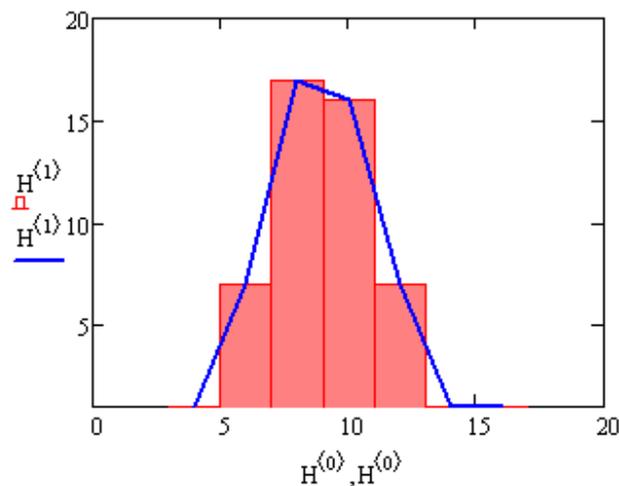
$w := \text{max}(C) - \text{min}(C) = 14$  размах

$\Delta := 7$  количество разрядов (частей)

$\underline{H} := \text{histogram}(\Delta, A)$  гистограмма

|     |    |    |
|-----|----|----|
| H = | 4  | 1  |
|     | 6  | 7  |
|     | 8  | 17 |
|     | 10 | 16 |
|     | 12 | 7  |
|     | 14 | 1  |
|     | 16 | 1  |

гистограмма и полигон частот



$C_s := \sum_{i=0}^6 H_{i,1} = 50$  накопленная частота

$i := 0..6$   $\underline{H}_{a,1} := \frac{H_{i,1}}{C_s}$  вычисление гистограммы относительных частот

|     |    |      |
|-----|----|------|
| H = | 4  | 0.02 |
|     | 6  | 0.14 |
|     | 8  | 0.34 |
|     | 10 | 0.32 |
|     | 12 | 0.14 |
|     | 14 | 0.02 |
|     | 16 | 0.02 |

$x := 0, 0.1..20$

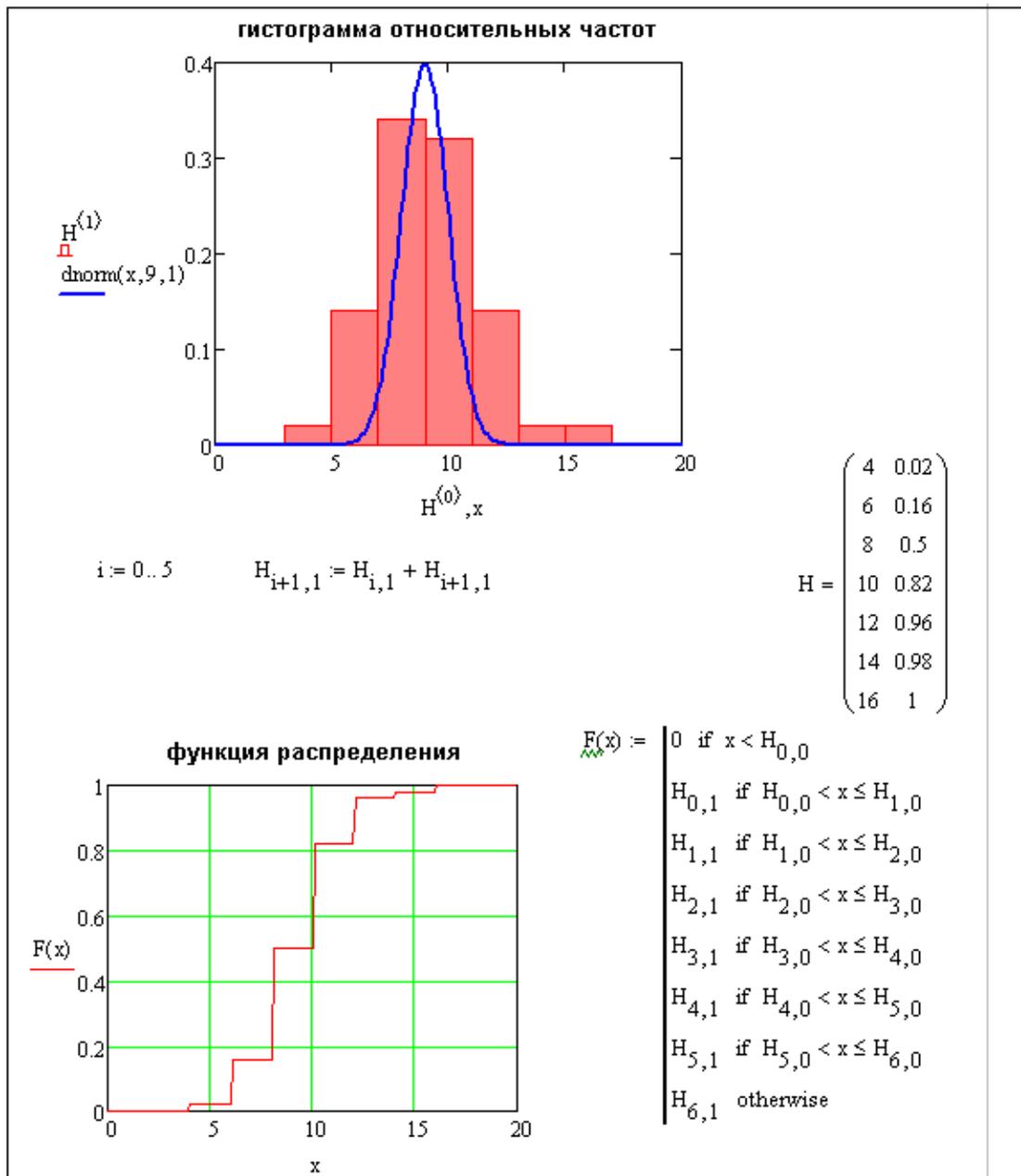


Рис. 4.1. Образец листинга выполняемого модуля MathCad для первой практики.

### 4.3 Задания.

Дано: одномерная выборка объемом  $n = 50$ .

Задание:

1. Построить вариационный ряд, определить минимум, максимум, размах выборки.
2. Построить полигон и гистограмму частот.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Построить эмпирическую функцию распределения.

Варианты одномерных выборок представлены в таблице 4.1.

Табл. 4.1

| № вар. | Выборка  |
|--------|--|
| 1      | 534,527,518,536,502,508,521,529,511,514,523,516,534,508,500,533,542,504,504,525,509,504,516,519,508,478,497,516,537,536,513,510,505,514,548,521,503,537,543,518,519,537,517,525,518,515,504,554,511,531. |

|    |  |
|----|--|
| 2  | 531,521,520,502,545,555,519,536,570,531,546,528,547,544,559,538,545,539,536,575,552,556,550,538,553,567,563,585,565,586,570,593,637,576,623,599,576,573,563,599,580,609,594,601,608,583,632,608,608,635. |
| 3  | 622,571,607,617,599,602,587,584,619,595,560,555,590,611,581,549,562,552,574,555,574,584,570,572,538,546,568,553,507,526,533,554,513,547,539,520,508,509,539,529,519,537,533,512,548,502,492,491,475,518. |
| 4  | 526,503,522,516,502,542,515,564,507,509,535,536,533,511,520,526,539,527,516,511,546,497,504,521,529,502,531,539,543,506,530,529,556,534,515,543,511,521,522,535,534,503,530,538,555,504,523,533,531,508. |
| 5  | 528,524,542,539,527,557,524,501,537,549,545,502,561,565,571,556,541,549,567,564,579,566,562,564,564,591,584,592,570,612,572,590,589,604,567,579,571,607,583,585,607,640,639,621,599,607,612,640,628,655. |
| 6  | 619,601,598,608,627,601,577,589,607,573,608,582,582,567,616,594,599,562,591,575,585,553,574,571,568,574,547,534,567,538,527,537,557,540,543,553,548,538,597,536,489,516,540,536,545,529,500,508,511,531. |
| 7  | 551,541,499,449,523,471,523,525,481,497,548,469,473,551,514,501,525,511,547,497,525,480,494,483,514,473,488,508,474,507,506,495,491,512,522,485,492,487,488,555,518,530,526,533,504,532,477,500,545,485. |
| 8  | 505,501,521,523,504,538,521,542,528,536,545,546,548,563,541,584,537,538,557,544,556,540,577,595,561,572,577,546,576,593,582,621,578,597,600,585,622,608,571,616,570,601,608,590,612,605,659,610,627,638. |
| 9  | 576,604,634,621,593,623,591,616,596,614,608,597,605,599,579,593,597,611,580,589,575,592,555,601,564,578,559,569,571,576,554,557,567,570,541,532,550,548,553,519,543,558,550,546,521,519,538,510,498,528. |
| 10 | 466,483,497,508,518,550,512,547,522,491,493,531,515,482,528,552,555,545,542,532,508,484,533,475,525,539,496,514,487,480,519,540,480,541,506,502,539,488,480,510,453,520,565,509,481,450,518,492,502,505. |
| 11 | 529,564,533,520,568,564,556,554,517,555,554,536,524,559,520,565,551,569,546,530,572,559,548,560,585,584,563,563,569,568,584,598,583,568,610,549,600,576,599,635,578,614,628,628,617,624,628,588,645,626. |
| 12 | 630,601,632,637,604,584,601,629,596,606,575,583,553,608,593,573,571,596,579,594,594,598,574,562,569,595,564,584,582,548,569,546,568,564,556,569,507,509,524,567,529,521,557,512,515,531,539,497,549,526. |
| 13 | 475,467,503,468,476,507,452,480,537,432,486,500,519,541,531,449,449,496,491,476,452,492,499,479,534,545,488,441,502,492,499,459,487,462,436,474,514,504,458,463,504,540,498,508,519,460,504,517,502,533. |
| 14 | 553,494,522,535,539,534,519,463,501,535,491,559,572,512,556,526,563,533,556,513,550,533,535,563,567,585,540,564,557,593,604,575,606,559,625,594,595,639,576,625,603,572,597,640,577,616,604,631,556,629. |
| 15 | 630,653,614,612,641,643,612,619,629,620,562,618,641,578,592,589,586,616,586,586,616,569,602,563,537,547,582,572,553,524,543,526,584,593,529,582,551,575,539,532,510,545,505,495,532,501,494,521,543,562. |
| 16 | 504,531,468,519,478,502,507,544,510,485,505,498,486,477,468,504,567,470,499,511,495,495,512,491,524,552,478,538,518,507,479,497,503,532,568,451,472,502,535,454,557,492,504,503,520,480,546,519,508,545. |
| 17 | 461,558,535,511,567,569,547,552,557,563,531,537,548,583,531,584,507,576,563,569,547,581,583,589,563,618,546,550,552,609,565,571,607,599,543,594,581,587,548,579,555,656,635,650,607,626,618,597,590,627. |
| 18 | 628,639,656,620,636,640,565,638,612,569,570,614,590,616,571,608,558,593,556,590,563,575,586,590,578,573,563,608,568,566,552,568,528,536,567,532,594,531,549,500,560,538,485,530,552,543,490,539,488,546. |
| 19 | 460,486,511,488,539,497,481,542,485,455,516,509,487,523,470,507,535,509,457,458,486,570,501,552,466,482,485,521,465,469,526,499,495,503,484,480,508,490,525,509,451,455,490,498,539,531,520,437,500,527. |
| 20 | 532,528,501,535,531,445,495,534,523,535,532,553,498,525,617,588,519,558,577,541,553,548,610,573,574,597,567,622,615,612,555,610,599,541,578,587,650,582,569,630,582,615,585,647,667,603,597,598,612,609. |

Примечание: В загрузочном файле данные записываются в одну строку, числа отделяются друг от друга пробелом. Формат загрузочного файла «.txt».

#### 4.4 Контрольные вопросы.

1. В чем заключается отличие гистограммы от полигона частот?
2. В чем заключается отличие гистограммы от функции распределения?
3. В чем заключается отличие полигона частот от функции распределения?
4. В чем заключается отличие гистограммы относительных частот от полигона частот?
5. В чем заключается отличие гистограммы относительных частот от функции распределения?
6. В чем заключается отличие гистограммы относительных частот от простой гистограммы?
7. В чем заключается отличие выборочной совокупности от генеральной совокупности?
8. Как осуществляется группировка исходных данных?
9. Как образуется группированный статистический ряд?
10. В чем заключается отличие вариационного от статистического ряда?

## 5. Практическое занятие 2.

### Изучение законов вероятностного распределения

Цель: Изучение законов вероятностного распределения.

План проведения занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Пример решения типовой задачи.
3. Задания.
4. Контрольные вопросы.

#### 5.1. Краткие теоретические сведения.

Существуют два основных вида распределений:

1. Дискретное распределение — случайная величина принимает дискретные, т.е. отдельные, определенные, значения, как в случае с подбрасыванием монеты или броском игральной кости.
2. Непрерывное распределение — случайная величина может принимать любое значение в определенном интервале.

Плотностью вероятности  $P(X)$  непрерывной случайной величины  $X$  называется производная ее функции распределения

$$p(x) = F'(x)$$

Функцией распределения случайной величины  $X$  называется функция  $F(X)$ , выражающая для каждого  $X$  вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение, меньшее  $x$

$$F(X) = P(X < x)$$

**Равномерное распределение** - непрерывная случайная величина  $\xi$ , принимающая значения на отрезке  $[a, b]$ , распределена равномерно на  $[a, b]$ , если ее плотность распределения  $p_\xi(x)$  и функция распределения  $F_x(x)$  имеют соответственно вид:

$$p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ 0, & x \notin [a, b], \\ \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \end{cases} \quad F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b, \\ 1, & x > b. \end{cases} \quad M\xi = \frac{a+b}{2}, \quad D\xi = \frac{(b-a)^2}{12}$$

**Нормальное распределение** – случайная величина  $\xi$  нормально распределена с параметрами  $a$  и  $\sigma$ ,  $\sigma > 0$ , если ее плотность распределения  $p_\xi(x)$  и функция распределения  $F_\xi(x)$  имеют соответственно вид:

$$p_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2}, \quad F_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}} dz$$

**Распределение  $\chi^2$  (хи – квадрат)** – распределение случайной величины

$$X = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2.$$

где случайные величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимы и имеют одно распределение  $N(0,1)$ . При этом число слагаемых, т.е.  $n$ , называется "числом степеней свободы" распределения хи-квадрат. Плотность вероятности

$$p_{\chi^2}(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) 2^{\frac{n}{2}}} z^{\frac{n-2}{2}} e^{-\frac{z}{2}}, & z > 0, \end{cases}$$

Здесь  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz$  - гамма-функция Эйлера.

**Распределение t Стьюдента** – распределение случайной величины

$$T = \frac{U \sqrt{n}}{\sqrt{X}}$$

где случайные величины U и X независимы, U имеет распределение стандартное нормальное распределение N(0,1), а X – распределение хи-квадрат с n степенями свободы (n - "число степеней свободы" распределения Стьюдента). Плотность вероятности

$$p_{T_n}(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

**Распределение Фишера** – распределение случайной величины

$$F = \frac{\frac{1}{k_1} X_1}{\frac{1}{k_2} X_2}$$

где случайные величины X<sub>1</sub> и X<sub>2</sub> независимы и имеют распределения хи-квадрат с числом степеней свободы k<sub>1</sub> и k<sub>2</sub>. Пара (k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>) – пара "чисел степеней свободы" распределения Фишера: – k<sub>1</sub> число степеней свободы числителя, k<sub>2</sub> – число степеней свободы знаменателя. Плотность вероятности

$$p_{F_{n,m}}(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{n}{2}} \frac{x^{\frac{n-2}{2}}}{\left(1 + \frac{nx}{m}\right)^{-\frac{m+n}{2}}}$$

Случайные величины  $\chi_n^2$  и  $\chi_m^2$  независимы и имеют распределение  $\chi^2$  с n и m степенями свободы.

**Логарифмически нормальное распределение** – распределение случайной величины, если случайная величина Y = lg X имеет нормальное распределение. Тогда Z = ln X = 2,3026 · Y также имеет нормальное распределение N(a<sub>1</sub>, 1), где lnX – натуральный логарифм X.

$$f(x; a_1, \sigma_1) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi} x} \exp\left[-\frac{(\ln x - a_1)^2}{2\sigma_1^2}\right], & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

**Экспоненциальное распределение** – распределение случайной величины, если случайная величина X определяется зависимостью

$$F(x; \lambda) = P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

где λ – масштабный параметр.

**Распределение Вейбулла-Гнеденко** - распределение случайной величины, если случайная величина X определяется зависимостью

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp[-\lambda_0 x^k], & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Плотность распределения Вейбулла-Гнеденко

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{b}{a} \left( \frac{x-c}{a} \right)^{b-1} \exp \left[ - \left( \frac{x-c}{a} \right)^b \right], & x \geq c, \\ 0, & x < c. \end{cases}$$

где  $a > 0$  – параметр масштаба,  $b > 0$  – параметр формы,  $c$  – параметр сдвига.

**Гамма-распределение** имеет плотность

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(a)} (x-c)^{a-1} b^{-a} \exp \left[ - \frac{x-c}{b} \right], & x \geq c, \\ 0, & x < c, \end{cases}$$

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx.$$

где «гамма-функция»

**Стандартное гамма-распределение** – гамма-распределение при  $b = 1$  и  $c = 0$ .

$$f(x; a) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

**Биномиальное распределение** – дискретное распределение. Вероятность  $P$  для  $x$  случаев в испытании из  $n$  попыток;  $p$  — вероятность элементарного процесса

$$P(x, n, p) = \frac{n!}{x! \cdot (n-x)!} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

**Гипергеометрическое распределение** - вероятность принятия случайной величиной  $Y$  значения  $y$

$$P(Y = y | N, D, n) = \frac{\binom{D}{y} \binom{N-D}{n-y}}{\binom{N}{n}},$$

где  $D$  - число объектов, обладающих признаком  $A$ , в рассматриваемой совокупности объема  $N$ . При этом  $y$  принимает значения от  $\max\{0, n - (N - D)\}$  до  $\min\{n, D\}$ , при прочих  $y$  вероятность равна 0. Гипергеометрическое распределение определяется тремя параметрами - объемом генеральной совокупности  $N$ , числом объектов  $D$  в ней, обладающих рассматриваемым признаком  $A$ , и объемом выборки  $n$ .

**Распределение Пуассона.**

$$P(x, X) = \frac{X^x}{x!} \cdot e^{-X} \quad \sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$$

**Логистическое распределение**

Функция распределения и функция плотности вероятностей:

$$F_{\xi}(x) = \frac{1}{1 + \exp \left( - \frac{x - \alpha}{\beta} \right)}$$

$$p_{\xi}(x) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\exp \left( - \frac{x - \alpha}{\beta} \right)}{\left( 1 + \exp \left( - \frac{x - \alpha}{\beta} \right) \right)^2}$$

$\alpha$  и  $\beta$  - параметры распределения.

Числовые статистические характеристики рядов случайных данных

Таблица 5.1.

| №  | функция          | примечание   |
|----|------------------|--|
| 1  | mean(x)          | выборочное среднее значение  |
| 2  | median(x)        | выборочная <i>медиана</i> - значение аргумента, которое делит гистограмму плотности вероятностей на две равные части           |
| 3  | var(x)           | выборочная <i>дисперсия</i>  |
| 4  | stdev(x)         | среднеквадратичное (или "стандартное") отклонение  |
| 5  | max(x), min(x)   | максимальное и минимальное значения выборки  |
| 6  | mode(x)          | наиболее часто встречающееся значение выборки  |
| 7  | Var(x), Stdev(x) | выборочная дисперсия и среднеквадратичное отклонение в другой нормировке: x - вектор (или матрица) с выборкой случайных данных |
| 8  | corr(x)          | коэффициент корреляции двух выборок  |
| 9  | cvar(x)          | ковариация двух выборок  |
| 10 | kurt(x)          | коэффициент эксцесса выборки случайных данных x  |
| 11 | skew(x)          | коэффициент асимметрии выборки случайных данных x  |
| 12 | gmean(x)         | геометрическое среднее выборки случайных чисел   |
| 13 | hmean(x)         | гармоническое среднее выборки случайных чисел  |

Таблица 5.2

| №  | распределение             | функция                     | примечание  |
|----|---------------------------|-----------------------------|---|
| 1  | нормальное                | norm(x, $\mu$ , $\sigma$ )  | $\mu$ - среднее значение, $\sigma > 0$ - среднеквадратичное отклонение  |
| 2  | равномерное               | unif(x, a, b)               | $a < b$ - границы интервала   |
| 3  | биномиальное              | binom(k, n, p)              | n - целый параметр, $0 < k < n$ и $0 < p < 1$ - параметр, равный вероятности успеха единичного испытания                  |
| 4  | Коши                      | cauchy(x, i, s)             | i - параметр разложения, $s > 0$ - параметр масштаба  |
| 5  | $\chi^2$ ("хи-квадрат")   | chisq(x, d)                 | d > 0 - число степеней свободы  |
| 6  | экспоненциальное          | exp(x, r)                   | r > 0 - показатель экспоненты   |
| 7  | Фишера                    | F(x, d1, d2)                | d1, d2 > 0 - числа степеней свободы   |
| 8  | гамма                     | gamma(x, s)                 | s > 0 - параметр формы  |
| 9  | геометрическое            | geom(k, p)                  | $0 < p < 1$ - параметр, равный вероятности успеха единичного испытания  |
| 10 | гипергеометрическое       | hypergeom(k, a, b, n)       | a, b, n - целые параметры   |
| 11 | логарифмически нормальное | lnorm(x, $\mu$ , $\sigma$ ) | $\mu$ - натуральный логарифм математического ожидания, $\sigma > 0$ - натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения |
| 12 | логистическое             | logis(x, i, s)              | i - математическое ожидание, $s > 0$ - параметр масштаба  |
| 13 | бета                      | beta(x, s1, s2)             | s1, s2 > 0 - параметры, $0 < x < 1$   |
| 14 | Пуассона                  | pois(k, X)                  | X > 0 - параметр  |
| 15 | Стьюдента                 | t(x, d)                     | d > 0 - число степеней свободы  |
| 16 | Вейбулла                  | weibull(x, s)               | s > 0 - параметр  |

## 5.2. Образец решения.

Для равномерного закона распределения графики плотности вероятности, функции распределения, квантиля распределения и случайных числа приведены в листинге модуля MathCad на рис. 5.1

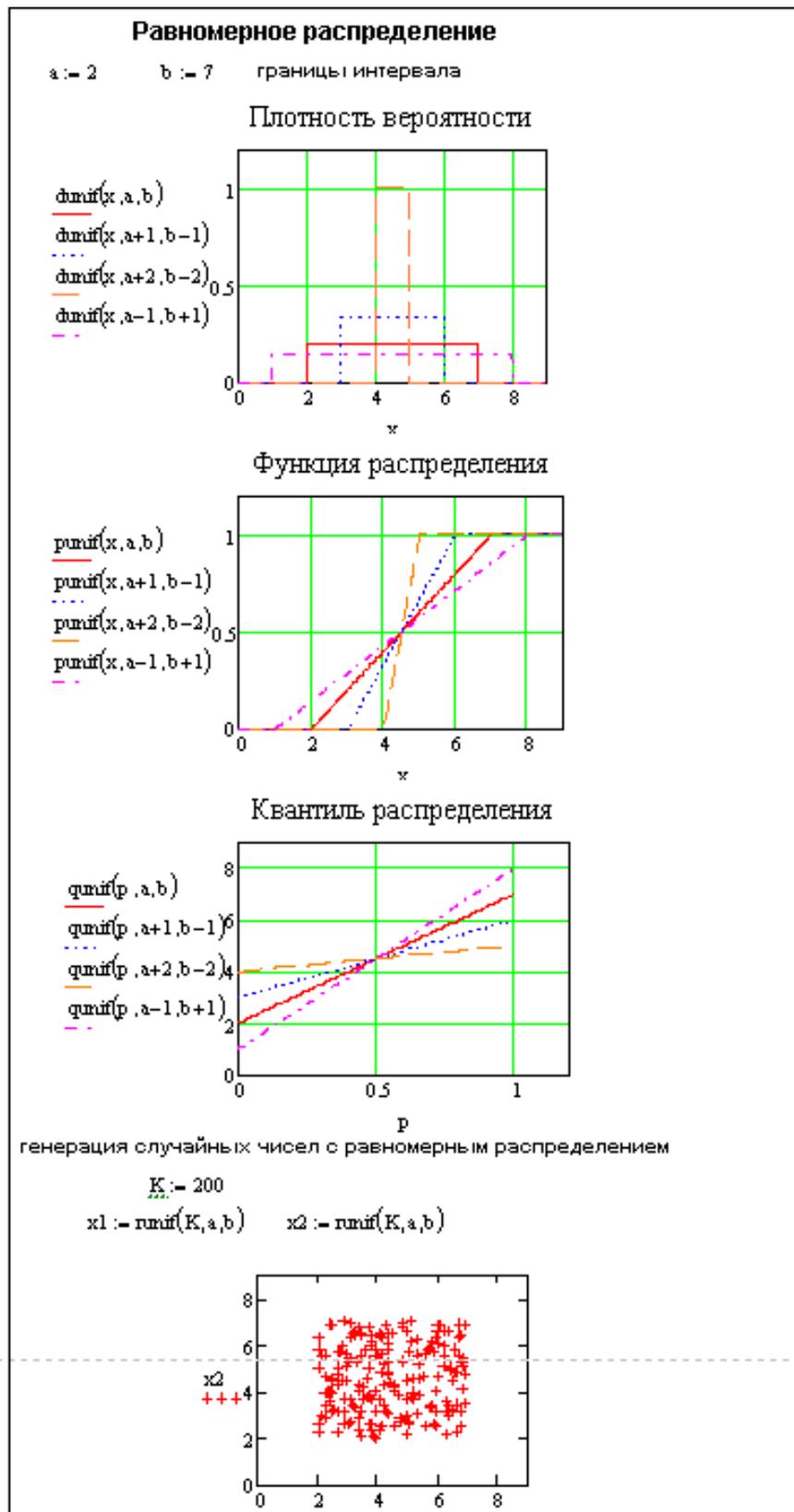


Рис. 5.1. Образец листинга выполняемого модуля MathCad для второй практики.

Качество приближения законов распределения оценивается с помощью функции качества (остаточная дисперсия).

При сравнении биномиального и нормального распределений функция качества и оценка качества приближения приведены на рис.5.2.

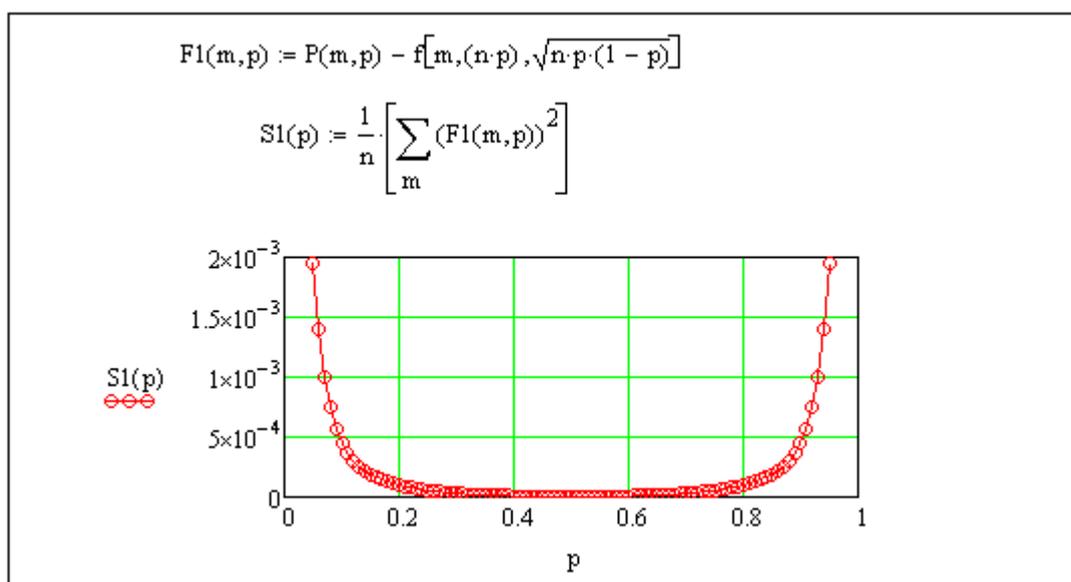


Рис. 5.1. Образец листинга выполняемого модуля MathCad для второй практики

### 5.3. Задания.

Для указанного преподавателем закона распределения построить графики плотности вероятности, функции распределения, квантиля распределения; сгенерировать случайные числа и отобразить их графически.

Подобрать параметры плотности распределения, при которых расхождения графиков минимальны, для вариантов, указанных преподавателем. Оценить качество приближения функций распределения:

1. Нормального, логистического и распределения Стьюдента;
2. Распределений Фишера и Вейбулла
3. Биномиального и распределения Пуассона.

### 5.4. Контрольные вопросы.

1. Какое распределение называется биномиальным?
2. Как определяется распределение Пуассона?
3. Что понимается под числом степеней свободы в хи-квадрат распределении?
4. Какое распределение называется нормальным?
5. Как найти математическое ожидание случайной величины, распределенной по закону Пуассона?
6. Как вычислить дисперсию случайной величины, распределенной по закону Пуассона?
7. Какое распределение называется логистическим?
8. Как соотносятся между собой законы распределения биномиальный и Пуассона?
9. Как определить остаточную дисперсию для логистического и нормального распределений?
10. Что понимается под качеством приближения законов распределения?

## 6. Практическое занятие 3. Регрессионный анализ.

Цель: Освоение методики регрессионного анализа.

План проведения занятия:

- 1 Краткие теоретические сведения.
- 2 Пример решения типовой задачи.
- 3 Задания.
- 4 Контрольные вопросы.

### 6.1. Краткие теоретические сведения.

Регрессионный анализ - способ моделирования измеряемых данных и исследования их параметров. Данные состоят из пар значений зависимой переменной (переменной отклика) и независимой переменной (объясняющей переменной). Регрессионная модель есть функция независимой переменной и характеристик с добавленной случайной переменной

Пользуясь способами корреляционно-регрессионного анализа, аналитики определяют тесноту связей характеристик при помощи коэффициента корреляции. При всем этом обнаруживаются связи, разные по силе (сильные, слабые, умеренные и др.) и разные по направлению (прямые, обратные). Если связи окажутся существенными, то целесообразно будет отыскать их математическое выражение в виде регрессионной модели и оценить статистическую значимость модели.

Регрессионный анализ именуют *главным* способом современной математической статистики для выявления неявных и завуалированных связей между данными наблюдений.

Постановка задачи регрессионного анализа:

Имеется совокупность результатов наблюдений. В ней один столбец соответствует показателю, для которого нужно установить многофункциональную зависимость с параметрами объекта и среды, представленными остальными столбцами. Требуется: установить количественную связь между показателем и факторами. Задача регрессионного анализа понимается как задача выявления многофункциональной зависимости  $y = f(x_2, x_3, \dots, x_n)$ , которая лучшим образом описывает имеющиеся экспериментальные данные.

Допущения:

- количество наблюдений довольно для проявления статистических закономерностей относительно причин и их взаимосвязей;
- обрабатываемые данные содержат некие ошибки (помехи), обусловленные погрешностями измерений, воздействием неучтенных случайных причин;
- матрица результатов наблюдений является единственной информацией об изучаемом объекте, имеющейся в распоряжении до исследования.

Функция  $f(x_2, x_3, \dots, x_n)$ , описывающая зависимость показателя от характеристик, именуется уравнением (функцией) регрессии.

### 6.2. Образец решения.

регрессионная зависимость  
в виде многочлена третьей степени

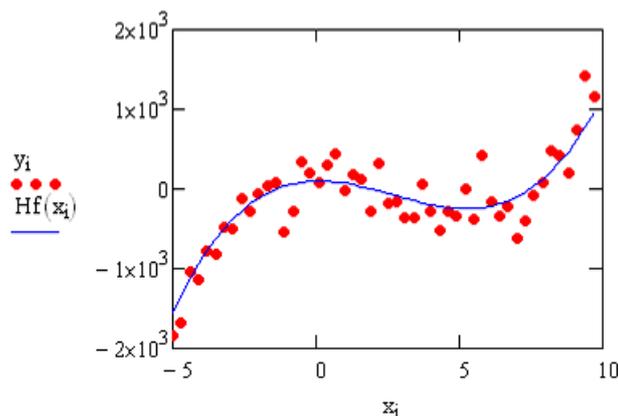
$$b_0 := 100 \quad b_1 := 6 \quad b_2 := -40 \quad b_3 := 5$$

$$\text{Hf}(x) := b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 \quad aL := -5 \quad aR := 10$$

$$\text{NN} := 50 \quad h := \frac{aR - aL}{\text{NN}} = 0.3 \quad i := 0.. \text{NN} - 1 \quad x_i := aL + i \cdot h$$

$$ss := 200 \quad w(x, y) := \sin(2 \cdot \pi \cdot x) \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(y)}$$

$$y_i := \text{Hf}(x_i) + ss \cdot w(\text{rnd}(1), \text{rnd}(1))$$



независимая выборка для оценки дисперсии  
при фиксированном значении независимой переменной

вспомогательная выборка

$$nn := \text{round}\left(\frac{\text{NN}}{2}\right) = 25 \quad u := 0.. nn - 1$$

$$V_{uu} := \text{Hf}(0) + ss \cdot w(\text{rnd}(1), \text{rnd}(1))$$

независимая оценка дисперсии

$$sN := \text{Stdev}(V) = 205.339$$

матрица регрессоров

$$F_{uu,0} := 1 \quad F_{i,1} := (x_i) \quad F_{i,2} := (x_i)^2 \quad F_{i,3} := (x_i)^3 \quad F_{i,4} := (x_i)^4$$

информационная матрица

$$G_m := F^T \cdot F$$

$$G_m = \begin{pmatrix} 50 & 117.5 & 1.213 \times 10^3 & 7.256 \times 10^3 & 6.417 \times 10^4 \\ 117.5 & 1.213 \times 10^3 & 7.256 \times 10^3 & 6.417 \times 10^4 & 4.965 \times 10^5 \\ 1.213 \times 10^3 & 7.256 \times 10^3 & 6.417 \times 10^4 & 4.965 \times 10^5 & 4.322 \times 10^6 \\ 7.256 \times 10^3 & 6.417 \times 10^4 & 4.965 \times 10^5 & 4.322 \times 10^6 & 3.664 \times 10^7 \\ 6.417 \times 10^4 & 4.965 \times 10^5 & 4.322 \times 10^6 & 3.664 \times 10^7 & 3.233 \times 10^8 \end{pmatrix}$$

матрица ошибок

$$C_m := G_m^{-1}$$

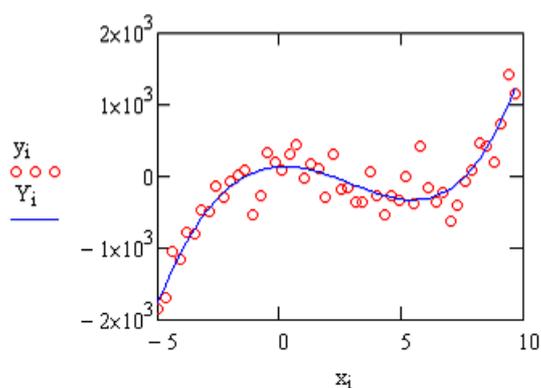
$$C_m = \begin{pmatrix} 0.06 & -1.585 \times 10^{-3} & -3.433 \times 10^{-3} & 2.136 \times 10^{-4} & 1.213 \times 10^{-5} \\ -1.585 \times 10^{-3} & 0.015 & -6.475 \times 10^{-4} & -6.555 \times 10^{-4} & 6.071 \times 10^{-5} \\ -3.433 \times 10^{-3} & -6.475 \times 10^{-4} & 3.953 \times 10^{-4} & 1.424 \times 10^{-5} & -5.223 \times 10^{-6} \\ 2.136 \times 10^{-4} & -6.555 \times 10^{-4} & 1.424 \times 10^{-5} & 3.572 \times 10^{-5} & -3.274 \times 10^{-6} \\ 1.213 \times 10^{-5} & 6.071 \times 10^{-5} & -5.223 \times 10^{-6} & -3.274 \times 10^{-6} & 3.483 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

оценка параметров

$$B := C_m \cdot F^T \cdot y = \begin{pmatrix} 136.504 \\ 18.883 \\ -49.82 \\ 4.983 \\ 0.121 \end{pmatrix}$$

предсказанные значения

$$Y := F \cdot B$$



статистический анализ регрессионной модели

число параметров модели  $k := \text{rows}(B) = 5$

средние  $y_{\text{midl}} := \text{mean}(y) = -149.148$   $Y_{\text{midl}} := \text{mean}(Y) = -149.148$

остатки  $\text{ost}_i := y_i - Y_i$

остаточная сумма квадратов  $Q_{\text{ost}} := \sum_i (\text{ost}_i)^2 = 2.693 \times 10^6$

число степеней свободы  $r := NN - k = 45$

остаточная дисперсия  $d := \frac{Q_{\text{ost}}}{r} = 5.983 \times 10^4$

сумма квадратов по уравнению регрессии

$$QR := \sum_i (Y_i - Y_{midl})^2 = 1.396 \times 10^7$$

дисперсия, обусловленная регрессией

$$DR := \frac{QR}{k-1} = 3.49 \times 10^6$$

полная сумма квадратов

$$Q := \sum_i (y_i - y_{midl})^2 = 1.665 \times 10^7$$

проверка

$$QR + Q_{ost} = 1.665 \times 10^7$$


---

проверка адекватности модели

независимая оценка дисперсии  $sN^2 = 4.216 \times 10^4$

дисперсионное отношение Фишера  $F := \frac{d}{sN^2} = 1.419$

$$L := \text{if}\left(F > 1, F, \frac{1}{F}\right) = 1.419$$

критическая точка  $F_c := \text{qF}(0.95, NN - k, nn - 1) = 1.876$

функция принятия решения

$$f := \text{if}(L \leq F_c, \text{"ADEQU"}, \text{"NO-ADEQU"}) = \text{"ADEQU"}$$

Рис. 6.1. Образец листинга выполняемого модуля MathCad для третьей практики.

### 6.3 Задания

**Дано:** коэффициенты полинома третьей степени.

**Задание:**

- смоделировать регрессионную зависимость в виде многочлена третьей степени
- смоделировать независимую выборку для оценки дисперсии при фиксированном значении независимой переменной
- оценить параметры полиномиальной модели методом наименьших квадратов
- проверить гипотезу об адекватности модели с помощью критерия Фишера
- провести статистический анализ регрессионной модели.

Варианты заданий приведены в Таблице 6.1.

Таблица 6.1

| № | $B_0$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 120   | 8     | -20   | 8     |
| 2 | 110   | 9     | -30   | 10    |
| 3 | 140   | 12    | -40   | 5     |

|    |     |    |     |    |
|----|-----|----|-----|----|
| 4  | 150 | 10 | -30 | 12 |
| 5  | 100 | 5  | -40 | 8  |
| 6  | 110 | 15 | -30 | 2  |
| 7  | 120 | 25 | -10 | 4  |
| 8  | 140 | 10 | -20 | 5  |
| 9  | 130 | 6  | -30 | 10 |
| 10 | 105 | 6  | -20 | 9  |
| 11 | 112 | 14 | -35 | 5  |
| 12 | 102 | 8  | -42 | 6  |
| 13 | 112 | 12 | -40 | 5  |
| 14 | 120 | 24 | -20 | 4  |
| 15 | 122 | 8  | -36 | 4  |
| 16 | 133 | 7  | -32 | 5  |
| 17 | 140 | 12 | -30 | 7  |
| 18 | 102 | 7  | -40 | 11 |
| 19 | 105 | 8  | -30 | 10 |
| 20 | 112 | 4  | -26 | 5  |

#### 6.4. Контрольные вопросы

1. Написать уравнение, описывающее линейную регрессию.
2. Написать уравнение, описывающее экспоненциальную регрессию.
3. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов?
4. В чем заключается сущность регрессионного анализа?
5. Привести пример регрессии, нелинейной по оцениваемым параметрам.
6. Что понимается под «коридором рассеяния»?
7. Что такое поле корреляций?
8. В чем состоит отличие регрессионных функций от функций интерполяции?
9. В чем заключается общая задача статистического исследования?
10. Что понимается под парной регрессией?

## 7. Практическое занятие 4.

### Расчет схемы распределительной сети с учетом вероятностного характера нагрузки.

Цель: Освоение методики регрессионного анализа.

План проведения занятия:

- 5 Краткие теоретические сведения.
- 6 Пример решения типовой задачи.
- 7 Задания.
- 8 Контрольные вопросы.

#### 7.1. Краткие теоретические сведения.

Модель полного сопротивления (Рис. 7.1) соответствует отдаваемой в сеть мощности, причем регулированию подлежит одно напряжение, а потребители распределены по всей сети.

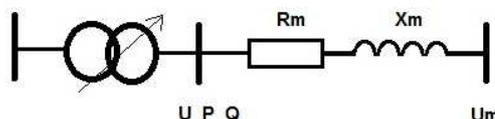


Рис. 7.1. Модель полного сопротивления схемы электроснабжения

Схема позволяет регулировать напряжение только в характеристической (воспроизводящей) точке отходящей сети, местоположение которой определяется исходя из оптимальности относительно нагрузок.

Для расчета электрической сети достаточно знать статистическое распределение напряжения в характеристической точке – фиктивное напряжение  $U_f$ . Нагрузки могут быть определены с помощью годовых энергий  $W_i$ , потребляемых всем множеством нагрузок, сгруппированных вокруг каждой точки.

$$U_f(t) := \frac{\sum_{i=1}^n [W_i \cdot U_i(t)]}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

Относительное отклонение фиктивного напряжения  $V_f$

$$V_f := \frac{U_f - U_{ном}}{U_{ном}}$$

Регулятор должен поддерживать фиксированное напряжение  $U_m$

$$U_m := U - \frac{PR_m - QX_m}{U_{ном}}$$

где  $R_m$  и  $X_m$  – активное и реактивное сопротивление,  
 $P$  и  $Q$  – активная и реактивная мощности полной нагрузки сети,  
 $U$  – напряжение на шинах подстанции, питающей сеть.

С учетом параметра для настройки системы регулирования  $U_0$ :

$$U_m = U_{ном} + U_0$$

имеем выражение для напряжения на шинах подстанции

$$U = U_{ном} + U_0 + \frac{PR_m + QX_m}{U_{ном}}$$

$$V = \frac{U - U_{ном}}{U_{ном}} = \frac{U - U_{ном}}{U_{ном}} + \frac{PR_m + QX_m}{U_{ном}^2}$$

P, Q, V – величины случайные, которые можно определить с помощью математических ожиданий, среднеквадратических отклонений и коэффициентов корреляции.

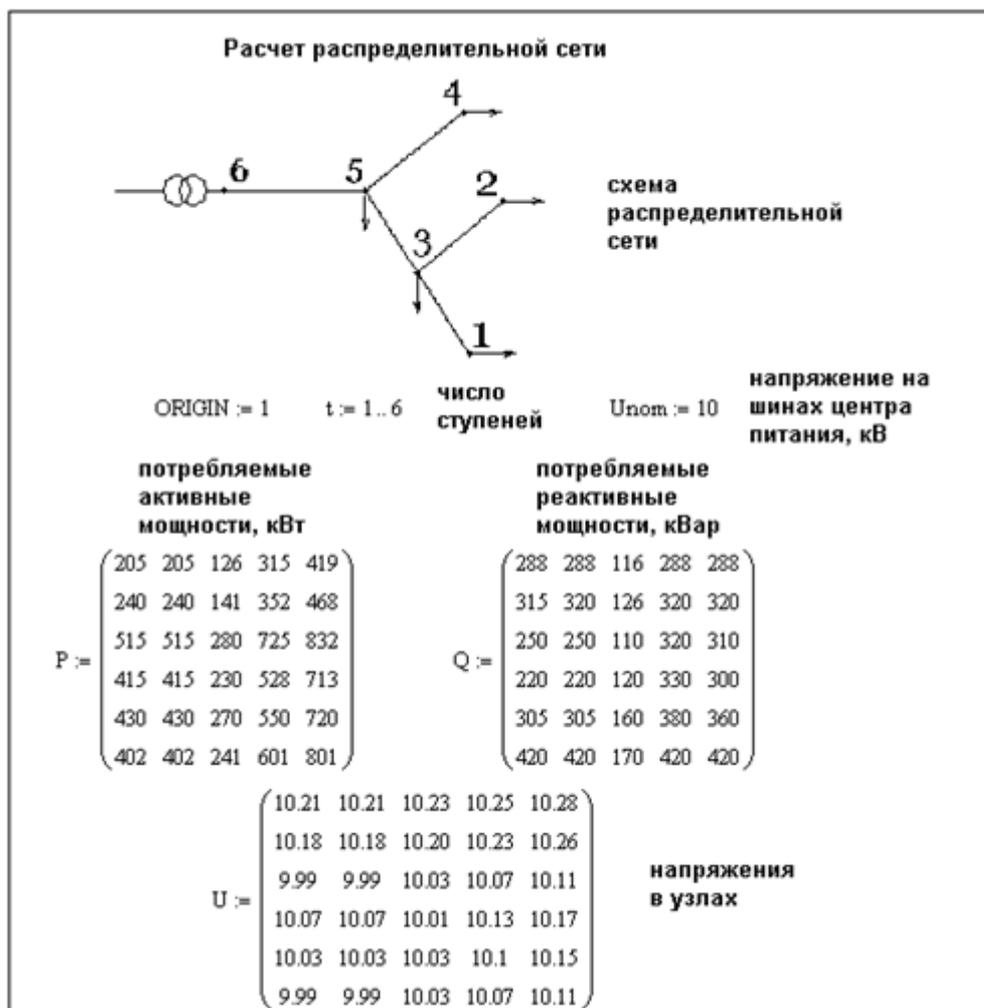
Регулирование напряжения оптимально, если параметры R<sub>m</sub>, X<sub>m</sub> и V<sub>0</sub> обеспечивают минимальное среднеквадратическое отклонение V<sub>f</sub>

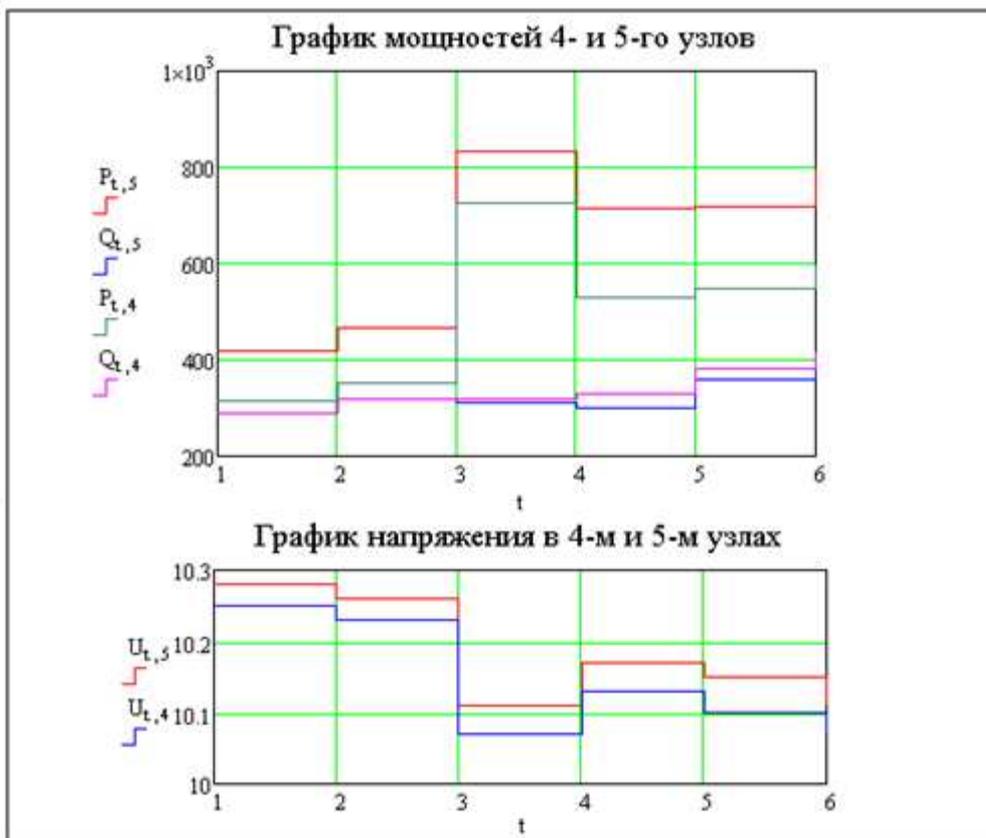
$$V_f := V_0 + \frac{PR_m + QX_m}{U_{ном}^2} - \frac{U - U_f}{U_{ном}}$$

Регулирование напряжения заключается в поддержании на шинах подстанции напряжения

$$U := U_{ном} + U_{ном} V_0 + \frac{PR_m + QX_m}{U_{ном}}$$

### 7.2. Образец решения.





### Суммарный график нагрузки сети

$n := 1..6$

$$P_{s_n} := \sum_{i=1}^5 P_{n,i} \quad P_s = \begin{pmatrix} 1.27 \times 10^3 \\ 1.441 \times 10^3 \\ 2.867 \times 10^3 \\ 2.301 \times 10^3 \\ 2.4 \times 10^3 \\ 2.447 \times 10^3 \end{pmatrix} \quad Q_{s_n} := \sum_{i=1}^5 Q_{n,i} \quad Q_s = \begin{pmatrix} 1.268 \times 10^3 \\ 1.401 \times 10^3 \\ 1.24 \times 10^3 \\ 1.19 \times 10^3 \\ 1.51 \times 10^3 \\ 1.85 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

### Суточное потребление энергии в каждом узле

$$W1 := 4 \sum_{i=1}^6 P_{i,1} = 8.828 \times 10^3 \quad W2 := 4 \sum_{i=1}^6 P_{i,2} = 8.828 \times 10^3$$

$$W3 := 4 \sum_{i=1}^6 P_{i,3} = 5.152 \times 10^3 \quad W4 := 4 \sum_{i=1}^6 P_{i,4} = 1.228 \times 10^4$$

$$W5 := 4 \sum_{i=1}^6 P_{i,5} = 1.581 \times 10^4$$

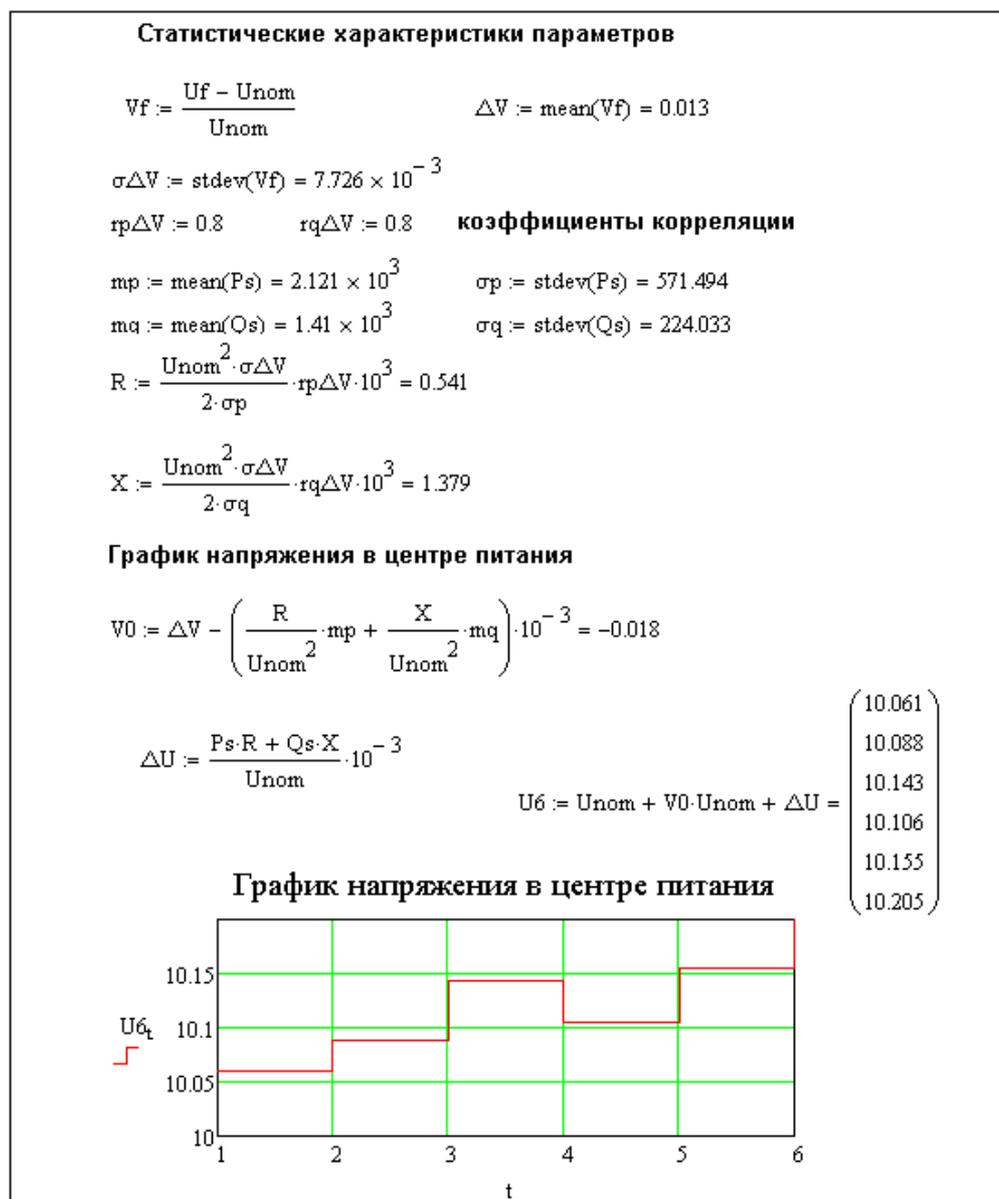
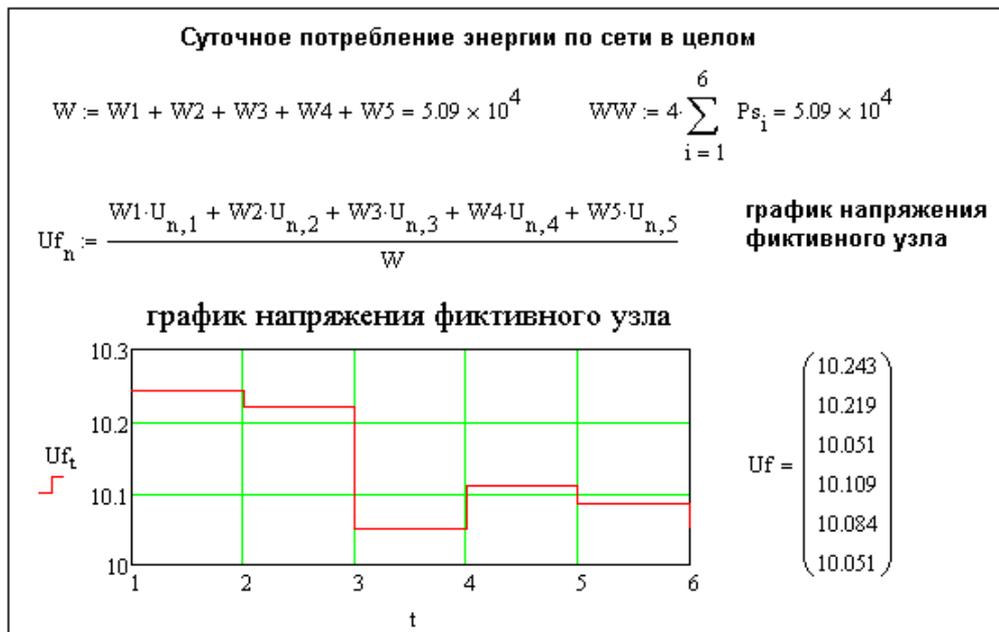


Рис. 7.2. Образец листинга выполняемого модуля MathCad для четвертой практики.

### 7.3 Задания.

**Дано:** Схема распределительной сети.

Временные графики напряжений, активной и реактивной мощностей в узлах сети.

**Определить:** график напряжения в центре питания, который должна поддерживать система регулирования.

**Порядок выполнения.**

Рассчитать суммарный график нагрузки сети.

Рассчитать суточное потребление энергии в каждом узле нагрузки и по всей сети.

Рассчитать график напряжения фиктивного узла.

Рассчитать статистические характеристики параметров модели.

Определить сопротивления модели и параметр настройки.

Построить график напряжения в центре питания.

Варианты заданий представлены в таблице 7.1.

Таблица 7.1

| № | P, кВт              | Q, кВар             | U, кВ                         |
|---|---------------------|---------------------|-------------------------------|
| 1 | 215 217 134 327 435 | 278 276 108 276 272 | 10.22 10.22 10.26 10.3 10.36  |
|   | 255 254 156 364 478 | 300 306 111 308 310 | 10.26 10.26 10.2 10.26 10.32  |
|   | 535 537 300 749 852 | 230 228 90 296 290  | 10 10 10.06 10.14 10.12       |
|   | 430 427 244 548 723 | 205 208 106 310 290 | 10.14 10.14 10.02 10.16 10.24 |
|   | 440 438 276 562 729 | 295 297 154 368 351 | 10.06 10.06 10.06 10.1 10.2   |
|   | 402 404 245 601 809 | 420 418 166 420 412 | 10 10 10.06 10.14 10.12       |
| 2 | 225 229 142 339 451 | 268 264 100 264 256 | 10.23 10.23 10.29 10.35 10.44 |
|   | 270 268 171 376 488 | 285 292 96 296 300  | 10.34 10.34 10.2 10.29 10.38  |
|   | 555 559 320 773 872 | 210 206 70 272 270  | 10.01 10.01 10.09 10.21 10.13 |
|   | 445 439 258 568 733 | 190 196 92 290 280  | 10.21 10.21 10.03 10.19 10.31 |
|   | 450 446 282 574 738 | 285 289 148 356 342 | 10.09 10.09 10.09 10.1 10.25  |
|   | 402 406 249 601 817 | 420 416 162 420 404 | 10.01 10.01 10.09 10.21 10.13 |
| 3 | 235 241 150 351 467 | 258 252 92 252 240  | 10.24 10.24 10.32 10.4 10.52  |
|   | 285 282 186 388 498 | 270 278 81 284 290  | 10.42 10.42 10.2 10.32 10.44  |
|   | 575 581 340 797 892 | 190 184 50 248 250  | 10.02 10.02 10.12 10.28 10.14 |
|   | 460 451 272 588 743 | 175 184 78 270 270  | 10.28 10.28 10.04 10.22 10.38 |
|   | 460 454 288 586 747 | 275 281 142 344 333 | 10.12 10.12 10.12 10.1 10.3   |
|   | 402 408 253 601 825 | 420 414 158 420 396 | 10.02 10.02 10.12 10.28 10.14 |
| 4 | 245 253 158 363 483 | 248 240 84 240 224  | 10.25 10.25 10.35 10.45 10.6  |
|   | 300 296 201 400 508 | 255 264 66 272 280  | 10.5 10.5 10.2 10.35 10.5     |
|   | 595 603 360 821 912 | 170 162 30 224 230  | 10.03 10.03 10.15 10.35 10.15 |
|   | 475 463 286 608 753 | 160 172 64 250 260  | 10.35 10.35 10.05 10.25 10.45 |
|   | 470 462 294 598 756 | 265 273 136 332 324 | 10.15 10.15 10.15 10.1 10.35  |
|   | 402 410 257 601 833 | 420 412 154 420 388 | 10.03 10.03 10.15 10.35 10.15 |
| 5 | 255 265 166 375 499 | 238 228 76 228 208  | 10.26 10.26 10.38 10.5 10.68  |
|   | 315 310 216 412 518 | 240 250 51 260 270  | 10.58 10.58 10.2 10.38 10.56  |
|   | 615 625 380 845 932 | 150 140 10 200 210  | 10.04 10.04 10.18 10.42 10.16 |
|   | 490 475 300 628 763 | 145 160 50 230 250  | 10.42 10.42 10.06 10.28 10.52 |
|   | 480 470 300 610 765 | 255 265 130 320 315 | 10.18 10.18 10.18 10.1 10.4   |
|   | 402 412 261 601 841 | 420 410 150 420 380 | 10.04 10.04 10.18 10.42 10.16 |
| 6 | 265 277 174 387 515 | 228 216 68 216 192  | 10.27 10.27 10.41 10.55 10.76 |
|   | 330 324 231 424 528 | 225 236 36 248 260  | 10.66 10.66 10.2 10.41 10.62  |
|   | 635 647 400 869 952 | 130 118 10 176 190  | 10.05 10.05 10.21 10.49 10.17 |
|   | 505 487 314 648 773 | 130 148 36 210 240  | 10.49 10.49 10.07 10.31 10.59 |
|   | 490 478 306 622 774 | 245 257 124 308 306 | 10.21 10.21 10.21 10.1 10.45  |
|   | 402 414 265 601 849 | 420 408 146 420 372 | 10.05 10.05 10.21 10.49 10.17 |
| 7 | 195 193 118 303 403 | 298 300 124 300 304 | 10.2 10.2 10.2 10.2 10.2      |
|   | 225 226 126 340 458 | 330 334 141 332 330 | 10.1 10.1 10.2 10.2 10.2      |
|   | 495 493 260 701 812 | 270 272 130 344 330 | 9.98 9.98 10 10 10.1          |
|   | 400 403 216 508 703 | 235 232 134 350 310 | 10 10 10 10.1 10.1            |
|   | 420 422 264 538 711 | 315 313 166 392 369 | 10 10 10 10.1 10.1            |
|   | 402 400 237 601 793 | 420 422 174 420 428 | 9.98 9.98 10 10 10.1          |
| 8 | 185 181 110 291 387 | 308 312 132 312 320 | 10.19 10.19 10.17 10.15 10.12 |
|   | 210 212 111 328 448 | 345 348 156 344 340 | 10.02 10.02 10.2 10.17 10.14  |
|   | 475 471 240 677 792 | 290 294 150 368 350 | 9.97 9.97 9.97 9.93 10.09     |

|    |  |  |   |
|----|--|--|---|
|    | 385 391 202 488 693<br>410 414 258 526 702<br>402 398 233 601 785  | 250 244 148 370 320<br>325 321 172 404 378<br>420 424 178 420 436  | 9.93 9.93 9.99 10.07 10.03<br>9.97 9.97 9.97 10.1 10.05<br>9.97 9.97 9.97 9.93 10.09  |
| 9  | 175 169 102 279 371<br>195 198 96 316 438<br>455 449 220 653 772<br>370 379 188 468 683<br>400 406 252 514 693<br>402 396 229 601 777  | 318 324 140 324 336<br>360 362 171 356 350<br>310 316 170 392 370<br>265 256 162 390 330<br>335 329 178 416 387<br>420 426 182 420 444 | 10.18 10.18 10.14 10.1 10.04<br>9.94 9.94 10.2 10.14 10.08<br>9.96 9.96 9.94 9.86 10.08<br>9.86 9.86 9.98 10.04 9.96<br>9.94 9.94 9.94 10.1 10<br>9.96 9.96 9.94 9.86 10.08                     |
| 10 | 205 205 126 315 419<br>240 240 141 352 468<br>515 515 280 725 832<br>415 415 230 528 713<br>430 430 270 550 720<br>402 402 241 601 801 | 288 288 116 288 288<br>315 320 126 320 320<br>250 250 110 320 310<br>220 220 120 330 300<br>305 305 160 380 360<br>420 420 170 420 420 | 10.21 10.21 10.23 10.25 10.28<br>10.18 10.18 10.20 10.23 10.26<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11<br>10.07 10.07 10.01 10.13 10.17<br>10.03 10.03 10.03 10.1 10.15<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11   |
| 11 | 210 211 130 321 427<br>247 247 148 358 473<br>525 260 290 737 842<br>422 421 237 538 718<br>435 434 273 567 245<br>402 403 243 601 805 | 283 282 112 282 280<br>307 313 118 314 315<br>240 239 100 308 300<br>212 214 113 320 295<br>300 301 157 374 355<br>420 419 168 420 416 | 10.21 10.21 10.24 10.27 10.32<br>10.22 10.22 10.2 10.24 10.29<br>9.995 9.995 10.04 10.10 10.11<br>10.10 10.10 10.01 10.14 10.20<br>10.04 10.04 10.04 10.1 10.17<br>9.99 9.995 10.04 10.10 10.11 |
| 12 | 211 212 130 322 428<br>249 248 150 359 474<br>527 528 292 739 844<br>424 422 238 540 719<br>436 434 273 557 725<br>402 403 243 601 805 | 282 280 111 280 278<br>306 311 117 312 314<br>238 236 98 305 298<br>211 212 111 318 294<br>299 300 156 372 354<br>420 418 167 420 415  | 10.21 10.21 10.24 10.28 10.32<br>10.22 10.22 10.2 10.24 10.29<br>9.99 9.996 10.04 10.11 10.11<br>10.11 10.11 10.01 10.14 10.21<br>10.04 10.04 10.04 10.1 10.18<br>9.99 9.996 10.04 10.11 10.11  |
| 13 | 213 214 132 324 431<br>252 251 153 361 476<br>531 532 296 744 848<br>427 424 241 544 721<br>438 436 274 559 727<br>402 403 244 601 807 | 280 278 109 278 275<br>303 308 114 310 312<br>234 232 94 300 294<br>208 210 108 314 292<br>297 298 155 370 352<br>420 418 166 420 413  | 10.21 10.21 10.25 10.29 10.34<br>10.24 10.24 10.2 10.25 10.30<br>9.99 9.998 10.05 10.12 10.11<br>10.12 10.12 10.01 10.15 10.22<br>10.05 10.05 10.05 10.1 10.19<br>9.99 9.99 10.0 10.12 10.11    |
| 14 | 205 205 126 315 419<br>240 240 141 352 468<br>515 515 280 725 832<br>415 415 230 528 713<br>430 430 270 550 720<br>402 402 241 601 801 | 288 288 116 288 288<br>315 320 126 320 320<br>250 250 110 320 310<br>220 220 120 330 300<br>305 305 160 380 360<br>420 420 170 420 420 | 10.21 10.21 10.23 10.25 10.28<br>10.18 10.18 10.20 10.23 10.26<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11<br>10.07 10.07 10.01 10.13 10.17<br>10.03 10.03 10.03 10.1 10.15<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11   |
| 15 | 197 195 119 305 406<br>228 228 129 342 460<br>499 497 264 705 816<br>403 405 218 512 705<br>422 423 265 540 712<br>402 400 237 601 794 | 296 297 122 297 300<br>327 331 138 329 328<br>266 267 126 339 326<br>232 229 131 346 308<br>313 311 164 389 367<br>420 421 173 420 426 | 10.20 10.20 10.20 10.21 10.21<br>10.11 10.11 10.2 10.20 10.21<br>9.98 9.98 10.00 10.01 10.10<br>10.01 10.01 10.00 10.10 10.11<br>10.00 10.00 10.00 10.1 10.11<br>9.98 9.98 10.00 10.01 10.10    |
| 16 | 201 200 122 310 412<br>234 234 135 347 464<br>507 506 272 715 824<br>409 410 224 520 709<br>426 426 267 545 716<br>402 401 239 601 797 | 292 292 119 292 294<br>321 325 132 324 324<br>258 258 118 329 318<br>226 224 125 338 304<br>309 308 162 384 363<br>420 420 171 420 423 | 10.20 10.20 10.21 10.23 10.24<br>10.14 10.14 10.2 10.21 10.23<br>9.98 9.98 10.01 10.04 10.10<br>10.04 10.04 10.00 10.11 10.14<br>10.01 10.01 10.01 10.1 10.13<br>9.98 9.98 10.01 10.04 10.10    |
| 17 | 205 205 126 315 419<br>240 240 141 352 468<br>515 515 280 725 832<br>415 415 230 528 713<br>430 430 270 550 720<br>402 402 241 601 801 | 288 288 116 288 288<br>315 320 126 320 320<br>250 250 110 320 310<br>220 220 120 330 300<br>305 305 160 380 360<br>420 420 170 420 420 | 10.21 10.21 10.23 10.25 10.28<br>10.18 10.18 10.20 10.23 10.26<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11<br>10.07 10.07 10.01 10.13 10.17<br>10.03 10.03 10.03 10.1 10.15<br>9.99 9.99 10.03 10.07 10.11   |
| 18 | 204 203 125 313 417<br>238 238 139 350 467<br>513 512 278 722 830<br>413 413 228 526 712<br>429 429 269 548 719<br>402 401 240 601 800 | 289 289 116 289 289<br>316 321 127 321 321<br>252 252 112 322 312<br>221 221 121 332 301<br>306 305 160 381 360<br>420 420 170 420 420 | 10.20 10.20 10.22 10.24 10.27<br>10.17 10.17 10.2 10.22 10.25<br>9.98 9.98 10.02 10.06 10.10<br>10.06 10.06 10.00 10.12 10.16<br>10.02 10.02 10.02 10.1 10.14<br>9.98 9.98 10.02 10.06 10.10    |
| 19 | 217 219 135 329 438  | 276 273 106 273 268  | 10.22 10.22 10.26 10.31 10.37   |

|    |                     |                     |                               |
|----|---------------------|---------------------|-------------------------------|
|    | 258 256 159 366 480 | 297 303 108 305 308 | 10.27 10.27 10.2 10.26 10.33  |
|    | 539 541 304 753 856 | 226 223 86 291 286  | 10.00 10.00 10.06 10.15 10.12 |
|    | 433 429 246 552 725 | 202 205 103 306 288 | 10.15 10.15 10.02 10.16 10.25 |
|    | 442 439 277 564 730 | 293 295 152 365 349 | 10.06 10.06 10.06 10.1 10.21  |
|    | 402 404 245 601 810 | 420 417 165 420 410 | 10.00 10.00 10.06 10.15 10.12 |
| 20 | 220 223 138 333 443 | 273 270 104 270 264 | 10.22 10.22 10.27 10.32 10.4  |
|    | 262 261 163 370 483 | 292 299 103 302 305 | 10.3 10.3 10.2 10.27 10.35    |
|    | 545 548 310 761 862 | 220 217 80 284 280  | 10.00 10.00 10.07 10.17 10.12 |
|    | 437 543 325 558 728 | 197 202 99 300 285  | 10.17 10.17 10.02 10.17 10.27 |
|    | 445 442 279 568 733 | 290 293 151 362 346 | 10.07 10.07 10.07 10.1 10.22  |
|    | 402 405 247 601 813 | 420 417 164 420 408 | 10.00 10.00 10.07 10.17 10.12 |

#### 7.4 Контрольные вопросы.

1. Как формулируется условие оптимальности регулирования напряжения с точки зрения статистических характеристик?
2. Что понимается под характеристической точкой?
3. Что понимается под фиктивным напряжением?
4. Какие величины принимает коэффициент корреляции для нагрузок с различной природой?
5. Каким образом выбирается положение характеристической точки?
6. По какому принципу ведется регулирование напряжения на понижающих подстанциях?
7. Зависят ли друг от друга напряжения в распределительных и питающих сетях?
8. Меняется ли положение характеристической точки при изменении нагрузок ?
9. Как на практике определяется фиктивное напряжение?
10. Что характеризует относительное отклонение фиктивного напряжения?

## 8. Список использованных источников

1. Балдин К. В., Башлыков В. Н, Рукосуев А. В.. Теория вероятностей и мат. статистика: Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев - М.: Дашков и К°, 2014.
2. Монсик В. Б., Скрынников А. А.. Вероятность и статистика: учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. - М.: БИНОМ, 2013.
3. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лаб. практикум.: уч. пособие / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012.
4. Высшая математика. Теория вероятностей, мат. статистика, случайные процессы.: уч. пособие/ Крупин В.Г. и др. - М.: Изд. дом МЭИ, 2013.
5. Королев В.Т. Математика и информатика. МАТНСАД. - М.: РГУП, 2015.
6. Матюнина Ю.В., Кудрин Б.И., Жилин Б.В. Электроснабжение потребителей и режимы: учебное пособие. - М. : Изд. дом МЭИ, 2013.
7. Галанов Ю.И. Лабораторный практикум по математической статистике. Сборник программ в среде MathCad. – Томск: Изд. Томского политехн. ун-та. 2010 г.
8. Лыкин А.В. Режимы электроэнергетических систем. – Новосибирск: Изд. Новосиб. гос. техн. ун-та. 2000.

## 9. Оглавление

|   |    |
|---|----|
| 1. Введение .....   | 3  |
| 2. Требования к отчету по проделанной работе .....  | 4  |
| 3. Общие замечания по применению вероятностных функций MathCad.. . . .  | 5  |
| 4. Практическое занятие 1. Статистическая обработка одномерной выборки. .   | 7  |
| 5. Практическое занятие 2. Изучение законов вероятностного распределения. .<br>.....                                  | 12 |
| 6. Практическое занятие 3. Регрессионный анализ. ....   | 18 |
| 7. Практическое занятие 4. Расчет схемы распределительной сети с учетом<br>вероятностного характера нагрузки. . . . . | 23 |
| 8. Список использованных источников. ....   | 30 |
| 9. Оглавление .....   | 30 |