

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)**

Институт инновационных технологий
Кафедра «Технология машиностроения»

Конспект лекций

по дисциплине

«ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению
13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»

Составитель:
доцент кафедры ТМС Беляев Б.А.

Владимир 2015

Конспект лекций по дисциплине «Техническая механика» для студентов ВлГУ, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

Настоящий конспект лекций составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО и ОПОП направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», рабочей программы дисциплины «Техническая механика». В качестве рекомендаций для организации эффективной работы студентов использованы методические пособия ведущих ВУЗов России.

Рекомендации предназначены для студентов очной и заочной форм обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседании
кафедры ТМС
Протокол № 2/1 от 02.10.2015 г.
Рукописный фонд кафедры ТМС ВлГУ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предложенное издание состоит из трёх разделов. Первый раздел посвящён основам сопротивления материалов – науке о прочности, жёсткости и надёжности элементов инженерных конструкций. Основные понятия сопротивления материалов опираются на законы и теоремы общей механики. В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, где наиболее существенными являются свойства деформируемых тел, а законы движения тела как жёсткого целого в ряде случаев являются попросту несущественными. Сопротивление материалов имеет целью создать практически приемлемые простые приёмы расчёта типичных, наиболее часто встречающихся элементов конструкций. Во втором разделе рассматриваются общие вопросы теории механизмов и машин (ТММ) – строение, кинематика и динамика механизмов и машин, синтеза различных механизмов. Из названия этого раздела следует, что основными понятиями ТММ являются понятия машины, а основу любой машины составляют механизмы. Третий раздел, посвященный деталям машин, включает методы, правила и нормы проектирования деталей общего назначения из заданных условий работы, обеспечения оптимальных форм и размеров, выбора необходимых материалов, степени точности, качества поверхностей и технологии изготовления деталей. Все детали и узлы общего назначения разделены на три группы: соединительные детали и соединения – разъёмные и неразъёмные; передачи вращательного движения – зубчатые, червячные, цепные и другие; детали и узлы, обслуживающие передачи – валы.

ВВЕДЕНИЕ

Механика – одна из древнейших наук. Она развивалась по мере накопления человечеством знаний об окружающем мире, своевременно отвечая на многочисленные запросы практики. В древности не существовало деления науки по отраслям, поэтому механика, как и философия, естествознание, являлась составной частью учения о природе и обществе. И только в IV в. до н.э. началось отделение частных наук от общего естествознания.

Архимеда (ок. 287 – 212 гг. до н.э.) заслуженно считают основоположником механики; он получил точное решение задач о равновесии сил, приложенных к рычагу.

Леонардо да Винчи (1452 – 1519) сделал большой вклад в развитие механики, в частности, ввёл понятие момента сил.

Такие великие учёные, как Николай Коперник (1473 – 1543), И. Кеплер (1571 – 1630), Галилео Галилей (1564 – 1642), Исаак Ньютон (1643 – 1727), Роберт Гук (1635 – 1703) внесли большой вклад в дальнейшее развитие механики.

По инициативе Петра I была образована Российская академия наук. Большое влияние на развитие механики оказали труды академика М.В. Ломоносова (1711 – 1765). Академик Леонардо Эйлер (1707 – 1783), который более 30 лет проработал в Российской академии наук, заложил основы сопротивления материалов.

В России теория механизмов и машин зародилась в середине XIX в. Основателем её по праву является великий русский учёный академик П. Л. Чебышев. Целый ряд выдающихся работ в области динамики механизмов написан «отцом русской авиации» профессором Н. Е. Жуковским. Известны также работы других русских ученых: профессора И. А. Вышнеградского в области автоматического регулирования; профессора Н. И. Мерцалова в области теории пространственных механизмов; профессора Л. В. Ассура в области структуры и образования механизмов; академика И. И. Артоболевского в общей теории механизмов и машин.

РАЗДЕЛ 1

ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Понятия, допущения и определения

Основные понятия, принимаемые в сопротивлении материалов:

Прочность – это способность конструкции выдерживать заданную нагрузку не разрушаясь.

Жесткость – способность конструкции к деформированию в соответствии с заданным нормативным регламентом.

Деформирование – свойство конструкции изменять свои геометрические размеры и форму под действием внешних сил.

Устойчивость – свойство конструкции сохранять при действии внешних сил заданную форму равновесия.

Надёжность – свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в определенных нормативных пределах в течение требуемого промежутка времени.

Ресурс – допустимый срок службы изделия. Указывается в виде общего времени наработки или числа циклов нагружения конструкции.

Отказ – нарушение работоспособности конструкции.

Опираясь на вышесказанное, можно дать определение прочностной надёжности.

Прочностной надёжностью называется отсутствие отказов, связанных с разрушением или недопустимыми деформациями элементов конструкции.

На рис. 1 приведена структура модели прочностной надёжности. Она включает известные модели или ограничения, которые априорно

накладываются на свойства материалов, геометрию, формы изделия, способы нагружения, а также модель разрушения.

Инженерные модели сплошной среды рассматривают материал как сплошное и однородное тело, наделённое свойством однородности структуры. Модель материала наделяется свойствами упругости, пластичности и ползучести.

Упругостью называется свойство тела восстанавливать свою форму после снятия внешних нагрузок.

Пластичностью называется свойство тела сохранять после прекращения действия нагрузки или частично полученную при нагружении, деформацию.

Ползучестью называется свойство тела увеличивать деформацию при постоянных внешних нагрузках.

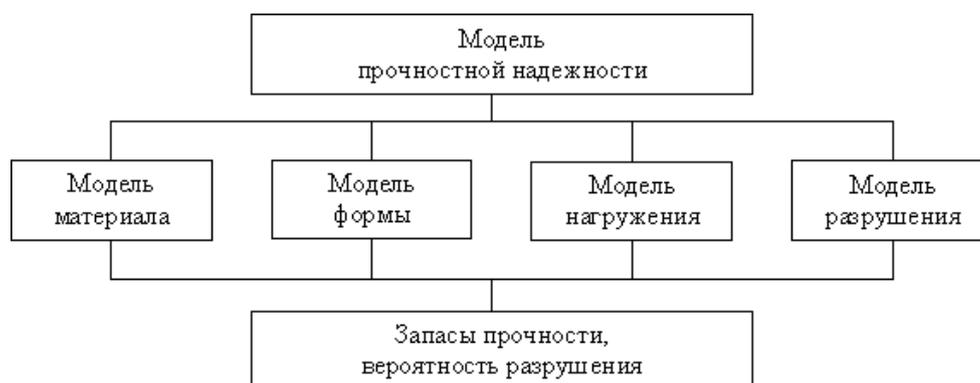


Рис. 1. Структура модели прочностной надежности элементов конструкций

В процессе построения расчётной схемы конструкции элементы реального объекта заменяются их упрощёнными моделями. Основными моделями формы в моделях прочностной надёжности являются (рис. 2):

1. Брус – тело, у которого один из размеров много больше двух других (длинное, тонкое, в общем случае криволинейное тело). Геометрически брус может быть образован путем перемещения плоской фигуры вдоль некоторой кривой. Брус может иметь как постоянное, так и переменное поперечное сечение.
2. Стержень – прямолинейный брус.
3. Балка – стержень, работающий на изгиб.

4. Оболочка – тело, у которого один размер во много раз меньше двух других размеров.

5. Пластина – частный случай оболочки, у которой срединная поверхность является плоскостью.

6. Массивное тело – тело, у которого все три измерения имеют один порядок.

Модели нагружения содержат схематизацию внешних нагрузок по величине, характеру распределения (сосредоточенная или распределенная сила или момент), а также воздействию внешних полей и сред.

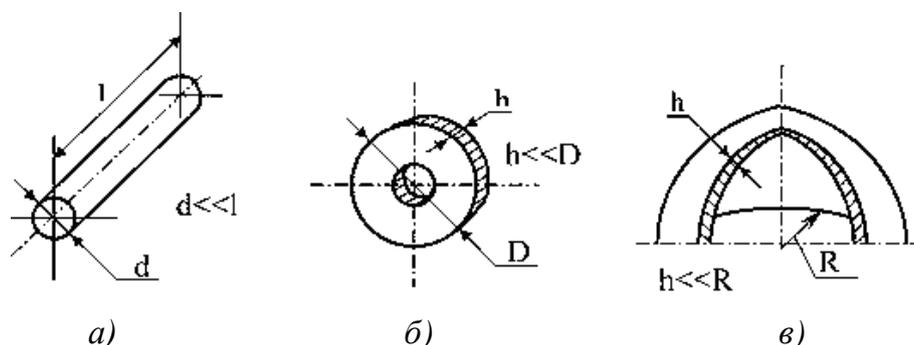


Рис. 2. Основные формы в моделях: а – стержень; б – пластина; в – оболочка

Упрощающие гипотезы, которые используются в сопротивлении материалов.

1. Гипотеза сплошности, однородности и изотропности материалов. В сопротивлении материалов принято рассматривать все материалы как однородную сплошную среду независимо от их микроструктуры.

Материал считается:

а) сплошным, если в теле нет разрывов;

б) однородным, если его свойства во всех точках одинаковы.

Хотя в действительности реальный материал, как правило, неоднороден (уже в силу его молекулярного строения), тем не менее, указанная особенность не является существенной, поскольку в сопротивлении материалов рассматриваются конструкции, размеры которых существенно превышают не только межатомные расстояния, но и размеры кристаллических зерен;

в) изотропным, если его свойства во всех направлениях одинаковы. Отдельно взятый кристалл материала анизотропен, но так как в объеме реального тела содержится бесконечно большое количество хаотично расположенных кристаллов, принимается, что материал изотропен.

2. Материал конструкции обладает свойством идеальной упругости, т. е. способностью полностью восстанавливать первоначальную форму и размеры тела после устранения причин, вызвавших его деформацию. Эта предпосылка справедлива лишь при напряжениях, не превышающих для данного материала величины, называемой *пределом упругости*. При напряжениях, превышающих предел упругости, в материале возникают пластические (остаточные) деформации, не исчезающие после снятия нагрузки, или упругопластические, частично исчезающие.

3. Справедлив *закон Гука*. Перемещения точек тела пропорциональны приложенным нагрузкам. Деформации пропорциональны напряжениям.

4. Гипотеза малости деформаций.

Для всякого твёрдого тела деформации малы по сравнению с размерами тела. При составлении уравнений равновесия тела изменением размеров тела вследствие деформации можно пренебречь.

5. Принцип независимости действия сил. Результат действия на тело системы сил не зависит от порядка приложения нагрузок и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности.

6. Гипотеза плоских сечений, введенная швейцарским учёным Д. Бернулли, гласящая, что плоские сечения до деформации остаются плоскими и после деформации. Её называют *гипотезой Бернулли*. Эта гипотеза относится только к длинным и тонким стержням и используется при выводе большинства формул для расчёта брусьев.

7. Гипотеза отсутствия боковых давлений. Волокна друг на друга не давят. Считается, что нормальные напряжения σ действуют только вдоль продольной оси стержня и не действуют в поперечных направлениях. Эта гипотеза относится только к длинным и тонким стержням.

1.2. Внешние силы и их классификация

Внешние силы, действующие на элемент конструкции, подразделяются на 3 группы:

1. *Сосредоточенные силы*, действующие на небольших участках поверхности детали (например, давление шарика шарикоподшипника на вал, давление колеса на рельсы и т.п.).

2. *Распределённые силы* приложены к значительным участкам поверхности (например, давление пара в паропроводе, трубопроводе, котле, давление воздуха на крыло самолета и т.д.).

3. *Объёмные, или массовые, силы* приложены к каждой частице материала (например, силы тяжести, силы инерции).

После обоснованного выбора моделей формы, материала, нагружения переходят к непосредственной оценке надёжности с помощью моделей разрушения. Модели разрушения представляют собой уравнения, связывающие параметры работоспособности элемента конструкции в момент разрушения с параметрами, обеспечивающими прочность. Эти уравнения (условия) называют условиями прочности. Обычно рассматриваются в зависимости от условий нагружения четыре модели разрушения:

- 1) статического;
- 2) длительно статического;
- 3) малоциклового статического;
- 4) усталостного.

При малом числе циклов ($N < 10^2$) развиваются значительные пластические деформации (статическое разрушение), при большом числе циклов ($N > 10^5$) пластические деформации отсутствуют (усталостное разрушение). В промежуточной области ($10^2 < N < 10^5$) разрушение носит смешанный характер (малоцикловое разрушение). Если на элемент конструкции действует высокая температура (для алюминиевых сплавов свыше 200 °С, для стальных сплавов свыше 400 °С, для жаропрочных сплавов свыше 600 °С), то в этом случае рассматривается так называемая длительная прочность материала.

Таким образом, сопротивление материалов зависит не только от величин действующего усилия, но и от длительности самого воздействия.

2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ. ЗАКОН ГУКА

2.1. Основные понятия

Твёрдым телом в механике называется неизменяемая система материальных точек, т.е. такая идеализированная система, при любых движениях которой взаимные расстояния между материальными точками системы остаются неизменными (материальные точки – достаточно малые макроскопические частицы).

Силы притяжения и отталкивания обуславливают механическую прочность твердых тел, т.е. их способность противодействовать изменению формы и объёма. Растяжению тел препятствуют силы межатомного притяжения, а сжатию – силы отталкивания.

Недеформируемых тел в природе не существует.

Деформация – изменение формы или объёма тела под действием внешних сил. Деформация может быть упругая или неупругая.

Упругая деформация – деформация, при которой после прекращения действия силы размеры и форма тела восстанавливаются.

Виды деформаций:

1. Линейная:

а) растяжение (тросы подъемных кранов, буксирные тросы);

б) сжатие (колонны, стены, фундаменты зданий).

2. Сдвиг (заклёпки, болты, шпильки, заклёпки, ...).

3. Кручение (завинчивание гаек, работа валов машин и т.п.).

4. Изгиб – деформация растяжения или сжатия, различная в разных частях тела.

2.2. Удлинение стержня и закон Гука

Рассмотрим однородный стержень с одним концом, жёстко заделанным, и другим – свободным, к которому приложена центральная продольная сила P (рис. 3).

До нагружения стержня его длина равнялась l , после нагружения она стала равной $l + \Delta l$ (см. рис. 3). Величину Δl называют *абсо-*

лотной деформацией стержня.

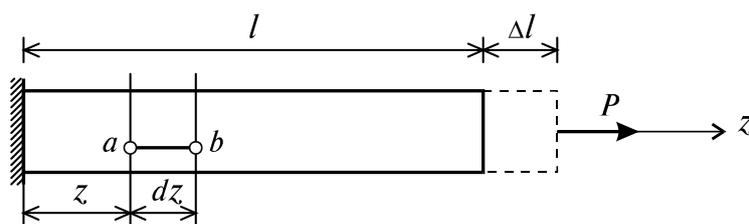


Рис. 3. Нагруженный стержень

Отношение абсолютной деформации Δl к первоначальной длине образца l называют **относительной деформацией**: $\varepsilon = \Delta l/l$.

Если же по длине стержня возникает неоднородное напряженное состояние, то для определения его абсолютного удлинения необходимо рассмотреть бесконечно малый элемент длиной dz (см. рис. 3).

При растяжении он увеличит свою длину на величину dz и его деформация составит $\varepsilon = \Delta dz/dz$.

В пределах малых деформаций при простом растяжении или сжатии **закон Гука** записывается в следующем виде: **механическое напряжение прямо пропорционально модулю относительной деформации**: $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется **модулем продольной упругости** (модулем Юнга). Физический смысл: модуль Юнга численно равен такому нормальному напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в 2 раза (если бы для такой большой деформации выполнялся закон Гука). В СИ модуль Юнга выражают в паскалях ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

2.3. Диаграмма растяжения–сжатия

На рис. 4 представлена диаграмма растяжения–сжатия, в которой $\sigma_{\text{п}}$ – **предел пропорциональности** (максимальное напряжение, при котором деформация еще остаётся упругой и выполняется закон Гука); $\sigma_{\text{уп}}$ – **предел упругости** (максимальное напряжение, при котором ещё не возникают заметные остаточные деформации и материал еще

сохраняет упругие свойства); σ_T – *предел текучести* (напряжение, при котором материал "течёт"); $\sigma_{пч}$ – *предел прочности* (наибольшее

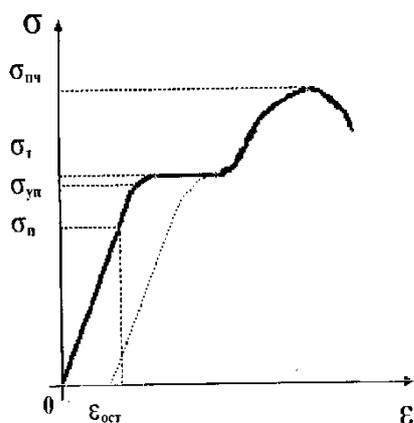


Рис. 4. Диаграмма растяжения-сжатия

напряжение, которое способен выдержать образец без разрушения); $\epsilon_{ост}$ – *остаточная деформация*.

Коэффициент безопасности (предел прочности) – отношение предела пропорциональности данного материала к максимальному напряжению, которое будет испытывать деталь конструкции в работе:

$$n = \sigma_q / \sigma.$$

В зависимости от необходимой надёжности различных деталей и конструкций коэффициент безопасности выбирают в пределах от 2 до 10.

2.4. Метод сечений для определения внутренних усилий

Деформации рассматриваемого тела (элементов конструкции) возникают от приложения внешней силы. При этом изменяются расстояния между частицами тела, что, в свою очередь, приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия, которые определяются универсальным *методом сечений* (или *методом разреза*).

Внешние усилия (нагрузки) – это количественная мера взаимодействия двух различных тел, к которым относятся и реакции в связях. *Внутренние усилия* – это количественная мера взаимодействия двух частей одного тела, расположенных по разные стороны сечения и вызванных действием внешних усилий. Внутренние усилия возникают непосредственно в деформируемом теле.

На рис. 5 приведена расчётная схема бруса с произвольной комбинацией внешней нагрузки, образующей равновесную систему сил:

$$\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}, P_n\} = 0.$$

Мысленное разрезание бруса на две части произвольным сечением А приводит к условиям равновесия каждой из двух отсеченных частей.

Здесь $\{S^I\}$ и $\{S^{II}\}$ – внутренние усилия, возникающие соответственно в левой и правой отсечённых частях вследствие действия внешних усилий.

При составлении мысленно отсечённых частей, условие равновесия тела обеспечивается соотношением

$$\{P_1, P_2, \dots, [S^I, S^{II}], \dots, P_{n-1}, P_n\} = 0.$$

Используя общую методологию теоремы Пуансо о приведении произвольной системы сил к заданному центру и выбрав за полюс приведения центр масс сечения A^I точку C^I , систему внутренних усилий для левой части $\{S^I\}$ сводим к главному вектору R^I и главному моменту L_0^I внутренних усилий.

Аналогично делается для правой отсечённой части, где положение центра масс сечения A^{II} определяется точкой C^{II} :

$$\{S^I\} \sim \{R^I, L_0^I\}; \{S^{II}\} \sim \{R^{II}, L_0^{II}\}.$$

Здесь в соответствии с аксиомой статики имеют место следующие соотношения: $R^I = -R^{II}$, $L_0^I = -L_0^{II}$.

Главный вектор и главный момент системы внутренних усилий, возникающие в левой условно отсечённой части бруса, равны по величине и противоположны по направлению главному вектору и главному моменту системы внутренних усилий, возникающих в правой условно отсечённой части.

2.5. Теории прочности

Виды сложного сопротивления

Под сложным сопротивлением подразумевают различные комбинации ранее рассмотренных простых напряжённых состояний брусьев (растяжения, сжатия, сдвига, кручения и изгиба).

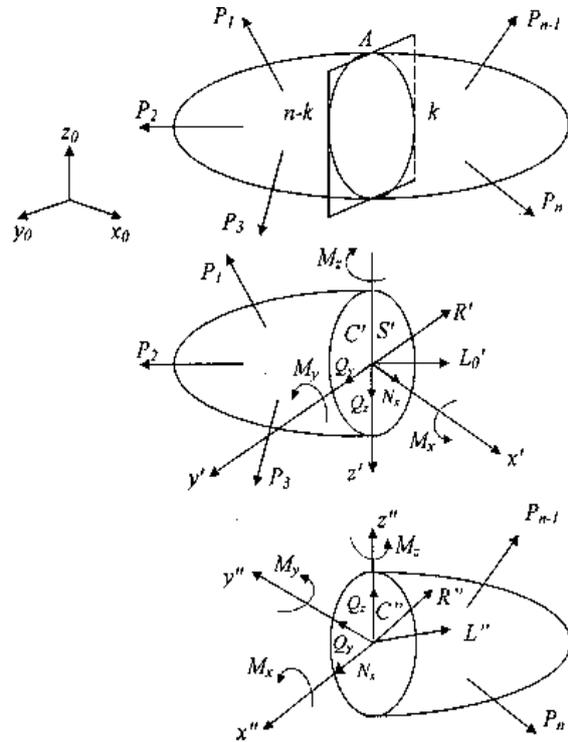


Рис. 5. Метод сечений. Сверху вниз: упругое тело, левая отсечённая часть, правая отсечённая часть

В общем случае нагружения бруса (рис. 6) в поперечных сечениях могут действовать шесть компонентов внутренних сил: N , Q_y , Q_z , M_y , M_z , $M_{кр}$, связанных с четырьмя простыми деформациями стержня – растяжением (сжатием), сдвигом, кручением и изгибом.

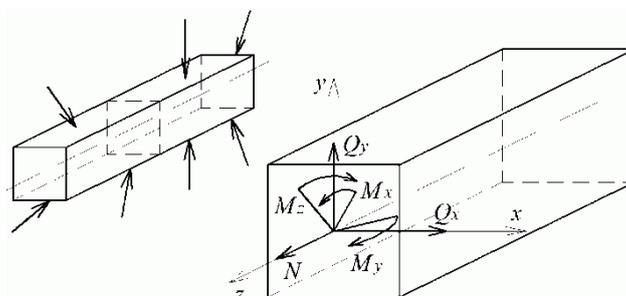


Рис. 6. Общий случай нагружения бруса

Совместное действие указанных усилий приводит к напряженному состоянию, которое можно получить суммированием напряженных состояний, вызванных каждым видом простого нагружения в отдельности.

Принцип суммирования действия сил применим во всех случаях, когда деформации малы и подчиняются закону Гука.

На практике одновременное действие всех силовых факторов встречается редко. Чаще приходится иметь дело с различными комбинациями этих сил.

Задачи теории прочности

Важнейшей задачей инженерного расчёта является оценка прочности детали по известному напряженному состоянию. Наиболее просто эта задача решается для простых видов деформации, в частности для одноосных напряженных состояний, так как в этом случае значения предельных (опасных) напряжений легко установить экспериментально. Под *опасными* понимают напряжения, соответствующие началу разрушения (при хрупком состоянии материала) или появлению остаточных деформаций (в случае пластического состояния материала). Испытания образцов из данного материала на простое растяжение или сжатие позволяют без особых трудностей определить значения опасных напряжений: $\sigma^0 = \sigma_T$ или $\sigma^0 = \sigma_B$.

По опасным напряжениям устанавливают допускаемые напряжения при растяжении $[\sigma_+]$ или $[\sigma_-]$ при сжатии, обеспечивая коэффициент запаса против наступления предельного состояния.

Таким образом, условие прочности для одноосного напряжённого состояния (рис. 7, а) имеет вид:

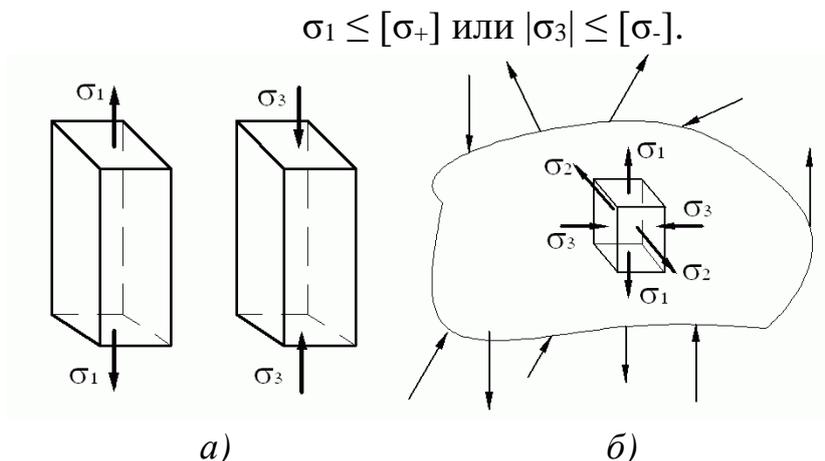


Рис. 7. Напряженное состояние: а – одноосное; б – сложное

Рассмотрим теперь вопрос о прочности материала при сложном напряженном состоянии, когда в точках детали два или все три главных напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 , не равны нулю (рис. 7, б).

В этих случаях для одного и того же материала опасное состояние может иметь место при различных предельных значениях главных напряжений σ_1^0 , σ_2^0 , σ_3^0 в зависимости от соотношений между ними. Экспериментально установить предельные величины главных напряжений очень сложно не только из-за трудности постановки опытов, но и из-за большого объёма испытаний.

Другой путь решения задачи заключается в установлении *критерия прочности* (критерия предельного напряжённо-деформированного состояния). Для этого вводят гипотезу о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора: нарушение прочности материала при любом напряжённом состоянии наступит только тогда, когда величина данного фактора достигнет некоторого предельного значения. Предельное значение фактора, определяющего прочность, находят на основании простых легко осуществимых опытов на растяжение. Иногда пользуются также результатами опытов на кручение.

Таким образом, введение критерия прочности позволяет сопоставить данное сложное напряжённое состояние с простым, например, с одноосным растяжением и установить при этом такое эквивалентное (расчётное) напряжение, которое в обоих случаях даёт одинаковый коэффициент запаса.

Под коэффициентом запаса в общем случае напряжённого состояния понимают число n , показывающее, во сколько раз нужно одновременно увеличить все компоненты напряженного состояния σ_1 , σ_2 , σ_3 , чтобы оно стало предельным: $\sigma_1^0 = n \sigma_1$; $\sigma_2^0 = n \sigma_2$; $\sigma_3^0 = n \sigma_3$.

Выбранная указанным образом гипотеза называется *механической теорией прочности*.

Классические теории прочности

Первая теория прочности – критерий наибольших нормальных напряжений. Согласно этой теории преимущественное влияние на прочность оказывает величина наибольшего нормального напряжения. Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряжённого состояния наступает тогда, когда наибольшее нормальное напряжение достигает опасного значения σ^0 . Последнее устанавливается при простом растяжении или сжатии на образцах из данного материала.

Условие нарушения прочности при сложном напряжённом состоянии имеет вид: $\sigma_1 = \sigma^0_+$; $\sigma_3 = \sigma^0_-$.

Условие прочности с коэффициентом запаса n : $\sigma_1 \leq [\sigma_+]$ или $\sigma_3 \leq [\sigma_-]$, где $[\sigma] = \sigma^0/n$. Таким образом, критерий наибольших нормальных напряжений из трёх главных напряжений учитывает лишь одно – наибольшее, полагая, что два других не влияют на прочность.

Опытная проверка показывает, что эта теория прочности не отражает условий перехода материала в пластическое состояние и даёт при некоторых напряжённых состояниях удовлетворительные результаты лишь для весьма хрупких материалов (например, для инструментальной стали).

Вторая теория прочности – критерий наибольших линейных деформаций. Согласно этой теории в качестве критерия прочно-

сти принимают наибольшую по абсолютной величине линейную деформацию. Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряженного состояния наступает тогда, когда наибольшая линейная деформация ε_{\max} достигает своего опасного значения ε^0 . Последнее определяется при простом растяжении или сжатии образцов из данного материала.

Таким образом, условие разрушения материала следующее: $\varepsilon_{\max} = \varepsilon^0$, а условие прочности: $\varepsilon_{\max} \leq [\varepsilon] = \varepsilon^0/n$.

Используя обобщённый закон Гука, можно выразить условие прочности в напряжениях. Пусть наибольшее относительное удлинение будет ε_1 , тогда: $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = 1/E [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)]$.

При простом растяжении, приняв в качестве допускаемого напряжение $[\sigma]$, наибольшее относительное удлинение $[\varepsilon] = [\sigma]/E$. Условие прочности можно представить в виде $\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$.

Как видно из условия прочности, в этой теории с допускаемым напряжением нужно сравнивать не то или другое главное напряжение, а их комбинацию. Эквивалентное напряжение в этом случае

$$\varepsilon_{\text{экв}} = \sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3).$$

Опытная проверка этой теории указывает на согласующиеся в ряде случаев результаты лишь для хрупкого состояния материала (например, для легированного чугуна и высокопрочных сталей после низкого отпуска).

Третья теория прочности – критерий наибольших касательных напряжений. Здесь в качестве критерия прочности принята величина наибольшего касательного напряжения. Согласно этой теории предполагается, что предельное состояние в общем случае наступает тогда, когда наибольшее касательное напряжение τ_{\max} достигает опасного значения τ^0 . Последнее определяется при достижении предельного состояния в случае простого растяжения.

Условие разрушения имеет вид $\tau_{\max} = \tau^0$, а условие прочности –

$$\tau_{\max} \leq [\tau].$$

Условия разрушения и прочности, можно выразить через главные напряжения: $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$.

Таким образом, эквивалентным напряжением по третьей теории

является разность алгебраически наибольшего и наименьшего главных напряжений: $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3$.

Третья теория прочности, в общем, хорошо подтверждается опытами для материалов, одинаково работающих на растяжение и сжатие. Недостаток её заключается в том, что она не учитывает среднего по величине главного напряжения σ_2 , которое, как показывают опыты, оказывает также некоторое, хотя во многих случаях и незначительное, влияние на прочность материала.

Критерий наибольших касательных напряжений обычно рассматривается как условие начала образования пластических (остаточных) деформаций. Таким образом, в качестве критерия, определяющего наступление текучести материала, можно принять величину наибольшего касательного напряжения. Условие текучести достаточно удовлетворительно описывает начало пластической деформации для многих металлов и сплавов: $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T$.

Четвёртая теория прочности – критерий удельной потенциальной энергии формоизменения. В качестве критерия прочности принимают количество удельной потенциальной энергии формоизменения, накопленной деформированным элементом.

Согласно этой теории опасное состояние (текучесть) в общем случае напряжённого состояния наступает тогда, когда удельная потенциальная энергия формоизменения достигает своего предельного значения. Последнее можно легко определить при простом растяжении в момент текучести.

Условие наступления текучести: $u_{\text{ф}} = [u_{\text{ф}}]_T$.

Условие прочности: $u_{\text{ф}} \leq [u_{\text{ф}}]$.

Предполагая, что закон Гука справедлив вплоть до наступления предельного состояния, можно потенциальную энергию формоизменения в общем случае напряжённого состояния записать в виде

$$u_{\text{ф}} = 1 + \mu/3E [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)].$$

Эквивалентное напряжение прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{0,5 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}.$$

Опыты хорошо подтверждают четвёртую теорию для пластичных материалов, одинаково работающих на растяжение и на сжатие.

Появление в материале малых пластических деформаций четвертой теорией определяется более точно, чем третьей.

Пятая теория прочности (критерий Мора) основана на предположении, что прочность материалов в общем случае напряжённого состояния зависит главным образом от величины и знака наибольшего σ_1 и наименьшего σ_3 главных напряжений. Среднее по величине главное напряжение лишь незначительно влияет на прочность. Любое напряженное состояние можно изобразить одним кругом Мора, построенным на главных напряжениях σ_1 и σ_3 .

Если при данных σ_1 и σ_3 прочность материала нарушается, то круг, построенный на этих напряжениях, называется *предельным*.

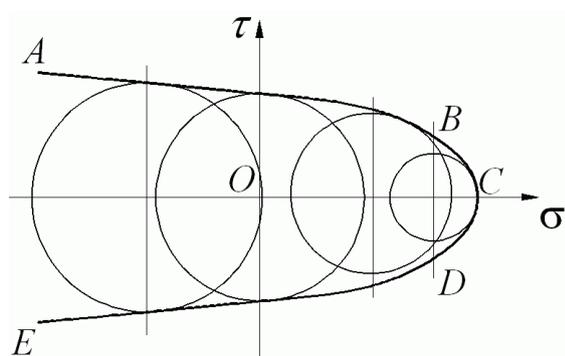


Рис. 8. Круги Мора

Меняя соотношение между главными напряжениями, для данного материала получится семейство предельных окружностей (рис. 8). Опыты показывают, что по мере перехода из области растяжения в область сжатия сопротивление разрушению увеличивается. Этому соответствует увеличение диаметров предельных окружностей по мере движения влево.

Точка C соответствует всестороннему равномерному растяжению. Так как при равномерном всестороннем сжатии материал способен, не разрушаясь, выдержать очень большие напряжения, то огибающая слева остается незамкнутой. При наличии предельной огибающей рассчитать прочность весьма просто. По найденным в опасной точке детали значениям главных напряжений σ_1 и σ_3 строят круг. Прочность будет обеспечена, если он целиком ляжет внутри огибающей. Будем увеличивать пропорционально величины главных напряжений до тех пор, пока круг, изображающий данное напряжённое состояние, не коснётся предельных огибающих. Отношение радиусов полученного таким образом предельного круга и начального определит коэффициент запаса.

Понятие о новых теориях прочности

Недостатки рассмотренных теорий, а также появление новых

материалов явились стимулом для разработки новых теорий прочности. Большинство из них основано на выборе такой формы предельной поверхности, при которой можно наиболее полно учесть особенности сопротивления данного класса материалов в условиях сложного напряженного состояния.

Теория Ягна, в которой он предложил предельную поверхность принять в виде полинома второй степени, симметричного по отношению ко всем трём главным напряжениям:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + a(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + b(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = c = 6[\tau]^2,$$

где постоянные a , b и c для данного изотропного материала должны определяться из опытов на одноосное растяжение и сжатие, а также на чистый сдвиг.

Теория Ю.И. Ягна позволяет учесть неодинаковое сопротивление материала растяжению и сжатию, а также сопротивление материала сдвигу. При определённых соотношениях между введёнными постоянными a , b и c можно получить ряд энергетических критериев, в том числе и критерий удельной потенциальной энергии формоизменения.

По теории Писаренко и Лебедева наступление предельного состояния обусловлено способностью материала оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям.

Например, предложен критерий в следующей линейной форме:

$$\tau_{\text{окт}} + m_1 \sigma_1 \leq m_2.$$

Константы m_1 и m_2 материала можно выразить через предельные напряжения при одноосном растяжении σ_+^0 и сжатии σ_-^0 .

Экспериментальная проверка теории показала, что критерий хорошо согласуется с результатами испытаний широкого класса конструкционных материалов.

Критерий Я.Б. Фридмана – диаграммы механического состояния. Влияние типа напряжённого состояния на характер нарушения прочности материалов приближенно можно учесть при помощи диаграммы механического состояния, которая состоит из двух диаграмм (рис. 9) – собственно диаграммы механического состояния (слева) и кривой деформации в координатах $\tau_{\text{макс}} - \gamma_{\text{макс}}$. При построе-

нии диаграммы по оси ординат откладывают наибольшее касательное напряжение τ_{\max} , а по оси абсцисс – наибольшее эквивалентное растягивающее напряжение по второй теории прочности $\sigma_{\text{экв}}$. На диаграмму наносят предельные линии, соответствующие пределу текучести τ_T при сдвиге, сопротивлению срезу τ_K и сопротивлению отрыву $S_{\text{от}}$. Отклонение линии сопротивления отрыву вправо выше предела текучести соответствует возрастанию сопротивления отрыву с появлением остаточных деформаций.

Для характеристики типа напряжённого состояния вводят коэффициент «мягкости», представляющий собой отношение наибольшего касательного напряжения в точке к наибольшему эквивалентному растягивающему напряжению: $\alpha = \tau_{\max} / \sigma_{\text{экв}}$.

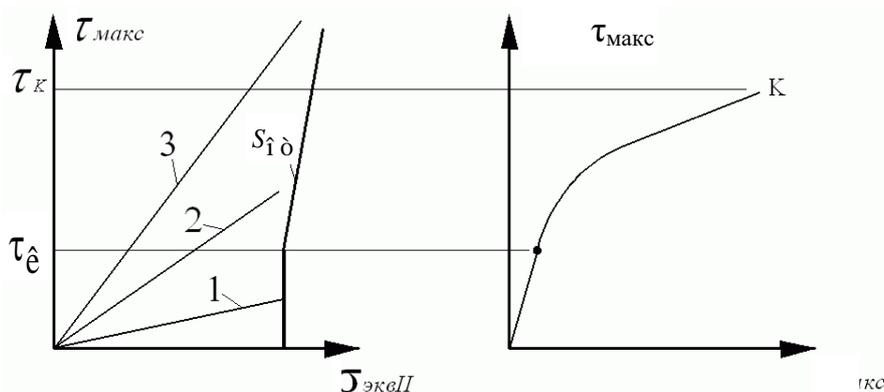


Рис. 9. Диаграмма механического состояния

Рассматривая лучи, отвечающие различным типам напряжённого состояния материала, можно приблизительно установить вид разрушения и выбрать, таким образом, подходящую теорию прочности. Например, луч 1 на диаграмме пересекает раньше всего линию сопротивления отрыву. Следовательно, материал разрушится путём отрыва без предшествующей пластической деформации. Луч 2 пересекает сначала линию текучести, а затем линию сопротивления отрыву. Следовательно, при данном напряженном состоянии разрушение произойдёт путём отрыва, но с предшествующей пластической деформацией. Для напряжённого состояния, соответствующего лучу 3, после пластической деформации разрушение произойдёт путём среза.

В тех случаях, когда лучи, изображающие то или иное сложное напряжённое состояние, пересекают, прежде всего, линию сопротивления отрыву, расчёт прочности следует производить по теории Мора, второй или первой теориям прочности. Если же вначале лучи пересекают линию предела текучести, то расчёт прочности надлежит проводить по третьей или четвёртой теориям прочности.

Таким образом, диаграммы механического состояния с известным приближением отражают зависимость формы разрушения от вида напряжённого состояния. Приблизённость построения заключается в том, что предел текучести и сопротивление разрушению непостоянны. Лучи, изображающие напряжённые состояния, прямы лишь до достижения предела текучести.

2.6. Напряжение (полное, нормальное и касательное)

Напряжение – это интенсивность внутренних сил (рис.10).

Связь напряжения с внутренними силовыми факторами:
 $N = \int \sigma dA$, $Q_y = \int \tau_y dA$, $Q_z = \int \tau_z dA$, $M_x =$
 $T = \int (\tau_{zy} \tau_{yz}) dA$, $M_y = \int \sigma_z dA$, $M_z = \int \sigma_y dA$,
 где N – продольная сила, вызывающая напряжение стержня; Q_y, Q_z – поперечные силы, вызывающие сдвиг; M_x – крутящий момент; M_y, M_z – изгибающие моменты.

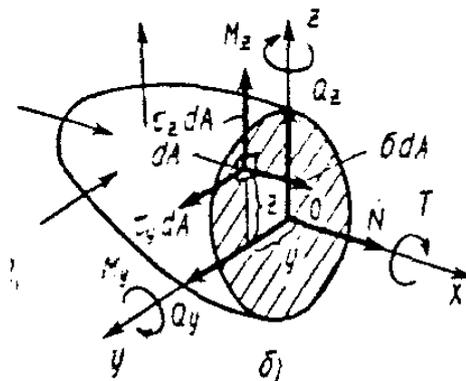


Рис. 10. Напряжения

Если на тело действует сила, значит, оно деформируется.

2.7. Коэффициент запаса прочности

В результате расчёта какой-либо конструкции нужно получить ответ на вопрос, удовлетворяет или нет конструкция тем требованиям прочности и жёсткости, которые к ней предъявляются. Для этого необходимо, прежде всего, сформулировать те принципы, которые должны быть положены в основу оценки условий достаточной проч-

ности и жёсткости.

Методы расчёта конструкций выбираются в зависимости от условий работы конструкций и требований, которые к ней предъявляются. Так, наиболее распространённым методом расчёта деталей машин на прочность является *расчёт по допускаемым напряжениям*.

В основу этого метода положено предположение, что определяющим параметром надёжности конструкции является напряжение или, точнее, напряжённое состояние в точке.

Расчёт выполняется в следующем порядке.

На основании анализа напряжённого состояния конструкции выявляется та точка сооружения, где возникают наибольшие расчётные (рабочие) напряжения $\sigma_{\text{макс}}$. Расчётная величина напряжений сопоставляется с предельно допустимой величиной напряжений $\sigma_{\text{пред}}$ для данного материала, полученной на основе предварительных лабораторных испытаний. Чтобы не нарушилась прочность элемента, рабочие напряжения в любой его точке должны быть меньше предельных.

Для особо ответственных конструкций, для которых требуется не допускать возникновения пластических деформаций, за величину $\sigma_{\text{пред}}$ принимается $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_y$. В тех случаях, когда допустимо возникновение пластических деформаций, как правило, принимается $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T$. Для хрупких материалов, а в некоторых случаях и умеренно пластических материалов принимается $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_B$.

Для надёжной работы элемента нельзя допустить, чтобы рабочие (расчётные) напряжения в наиболее напряженной точке были близки к предельным, нужно обеспечить *запас прочности*.

Отношение предельного напряжения для материала, из которого изготовлен элемент конструкции, к максимальному рабочему напряжению называют *коэффициентом запаса прочности*:

$$n = \sigma_{\text{пред}} / \sigma_{\text{макс}} .$$

Выбор коэффициента запаса прочности – один из основных и наиболее ответственных этапов расчёта на прочность. При заниженном коэффициенте запаса прочности снижается надёжность работы детали,

повышается опасность её разрушения при эксплуатации. При завышении запаса прочности увеличиваются масса и стоимость детали.

При назначении коэффициента запаса прочности учитывают, насколько точно можно для проектируемой детали определить рабочее и предельное напряжения. Рабочие напряжения нельзя определить абсолютно точно, так как фактические действующие на элемент конструкции нагрузки могут существенно отличаться от используемых в расчёте.

В каждой отрасли машиностроения существуют нормы на допускаемые запасы прочности, основанные на большом опыте расчёта деталей и их эксплуатации. Определяемые по нормам коэффициенты запаса прочности называют *нормативными*.

Прочность элемента конструкции считают обеспеченной, если расчётный коэффициент запаса не меньше допускаемого: $n = \sigma_{\text{пред}} / \sigma_{\text{макс}} \geq [n]$. Это равенство называют *условием прочности*.

Если установлен допускаемый коэффициент запаса прочности и для выбранного материала известно предельное напряжение, определяют максимальное напряжение, которое можно допустить для надёжной работы элемента конструкции. Такое напряжение называют *допускаемым*: $[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n]$.

Часто величина допускаемого напряжения берётся из таблиц, составленных на основе действующих норм.

В практических расчётах считают, что прочность элемента конструкции обеспечена, если возникающие в нём максимальные напряжения не превышают допускаемых. Условие прочности имеет вид: $\sigma_{\text{макс}} \leq [\sigma]$.

Если материал имеет различные предельные напряжения при растяжении и сжатии, то допускаемое напряжение обозначают соответственно $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$.

Чтобы уточнить, какое напряжение принято в качестве предельного (предел текучести σ_T или прочности σ_B), иногда в обозначения расчётных и допускаемых коэффициентов запаса прочности вводят соответствующие индексы: n_T ; $[n_T]$; n_B ; $[n_B]$.

Указанный метод не является единственным. Например, на

практике в некоторых случаях используется метод расчёта конструкций по *разрушающим нагрузкам*. В этом методе путём расчёта определяется предельная нагрузка, которую может выдержать конструкция, не разрушаясь и не изменяя существенно свою форму. Предельная (разрушающая) нагрузка сопоставляется с проектной нагрузкой, и на этом основании делается вывод о несущей способности конструкции в эксплуатационных условиях.

Условие прочности можно представить в виде: $P_{\max} \leq [P] = P_{\text{пред}}/n$, где n – коэффициент запаса прочности, принимаемый таким же, как и в методе допускаемых напряжений.

При определении разрушающей нагрузки для конструкций из пластичного материала применяется схематизированная диаграмма напряжений – *диаграмма Прандтля* (рис. 11). Схематизация

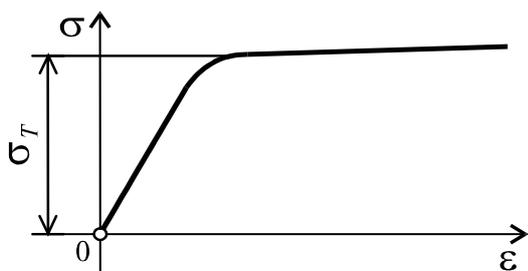


Рис. 11. Диаграмма Прандтля

диаграммы заключается в предположении, что материал на начальном этапе деформирования находится в упругой стадии вплоть до предела текучести, а затем он обладает неограниченной площадкой текучести. Материал, работающий по такой диаграмме, называется *идеально упруго-пластическим*. Такая схематизированная диаграмма деформирования в большей степени соответствует действительной диаграмме деформирования материала, имеющего ярко выраженную площадку текучести, т.е. пластичным материалам.

Если необходимо добиться наименьших изменений формы конструкции, то производится расчёт по *допускаемым перемещениям*. Это не исключает и одновременной проверки системы на прочность по напряжениям.

В случае расчёта конструкции по допускаемым перемещениям необходимо удовлетворять условию $\delta_{\max} \leq [\delta]$, где δ_{\max} и $[\delta]$ – максимальное и допускаемое значения перемещения.

3. СДВИГ

3.1. Деформации при сдвиге

Если на брус действуют две равные силы P , весьма близко расположенные друг к другу, перпендикулярные оси бруса и направленные в противоположные стороны, то при достаточной величине сил происходит срез (рис. 12).

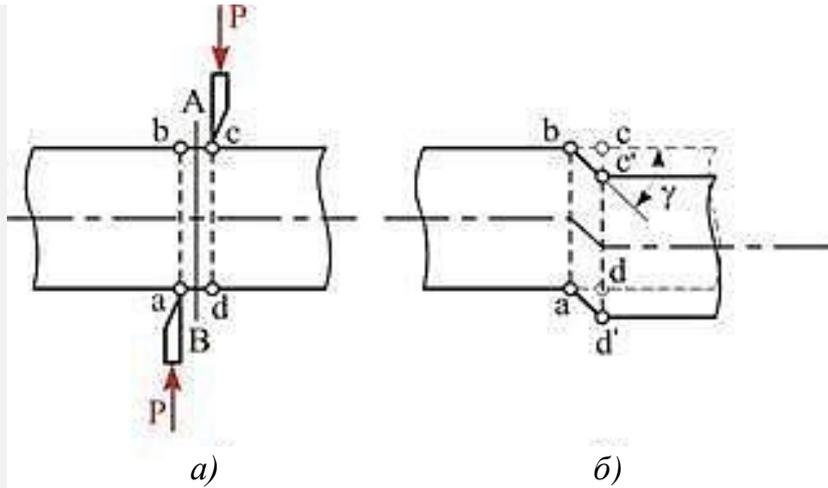


Рис. 12. Срез бруса под действием двух сил:
а – сдвиг до среза; б – сдвиг во время среза

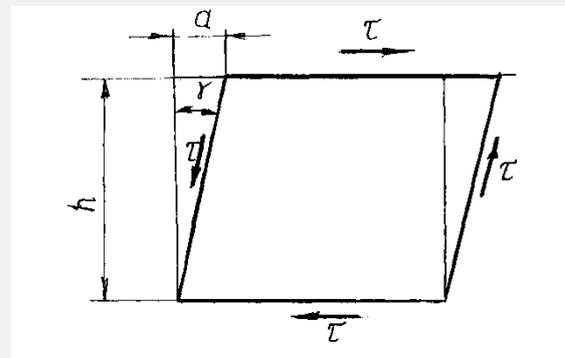


Рис. 13. Схема сдвига: α – абсолютный сдвиг; γ – угол, на который изменяются прямые углы элемента, называют относительным сдвигом ($\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \alpha/h$)

Правая часть тела отделяется от левой по некоторому сечению AB (рис. 12, а). Деформация, предшествующая срезу, которая заключается в перекашивании прямых углов элементарного параллелепипеда, называется *сдвигом*. Сдвиг происходит в параллелепипеде, т.е. когда прямоугольник $abcd$ превращается в параллелограмм $abc'd'$. Величина cc' , на которую сечение cd сдвинулось относительно соседнего сечения ab , называется *абсолютным сдвигом*

(рис. 12, б). Угол γ , на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называется *относительным сдвигом*.

При расчёте ряда элементов конструкций встречается частный случай плоского напряженного состояния, когда на четырёх гранях прямоугольного элемента действуют только касательные напряжения, и он превращается в ромб (рис. 13). Такое напряженное состояние называется *чистым сдвигом*. Закон Гука при сдвиге: $\tau = \gamma G$, где $G = E / [2(1 + \mu)] \approx 0,4E$ – модуль сдвига, или модуль упругости (способность материала сопротивляться деформациям при сдвиге; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона (для металлов $\mu = 0,25 - 0,42$)).

3.2. Расчёт конструкций на сдвиг

Многие детали (склеенные, сварные, ...) подвержены сдвигу под действием растягивающих сил F (рис. 14).

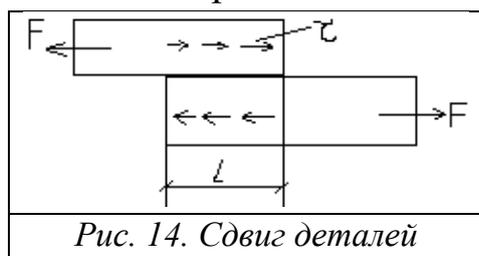


Рис. 14. Сдвиг деталей

Условие прочности заданного соединения $\tau = F/\delta l \leq [\tau]$, где δ – толщина детали; l – длина контактной площади; $[\tau]$ – допускаемое напряжение на срез: $[\tau] = (0,5...0,6) [\sigma_p]$ для пластичных материалов; $[\tau] = (0,7...1,0) [\sigma_p]$ для хрупких материалов.

4. ИЗГИБ

4.1. Классификация изгибов

Изгиб – вид деформации, когда под действием внешних сил в поперечном сечении стержня (бруса) возникают изгибающие моменты.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, то такой изгиб называется *прямым чистым изгибом*.

При прямом чистом изгибе в поперечном сечении стержня возникает только один силовой фактор – изгибающий момент M_x (рис. 15). Так как $Q_y = dM_x/dz = 0$, то $M_x = \text{const}$ и чистый прямой изгиб мо-

жет быть реализован при загрузении стержня парами сил, приложенными в торцевых сечениях стержня. Изгибающий момент M_x равен сумме моментов внутренних сил относительно оси ox : $M_x = \int \sigma_y dF$.

Сформулируем предпосылки теории чистого прямого изгиба призматического стержня. Для этого проанализируем деформации модели стержня из низкомодульного материала, на боковой поверхности которого нанесена сетка продольных и поперечных рисок (рис.16). Поперечные риски при изгибе стержня парами сил, приложенными в торцевых сечениях, остаются прямыми и перпендикулярными к искривленным продольным рискам, это позволяет сделать вывод о выполнении *закона плоских сечений*.

Замеряя изменение расстояний между продольными рисками, приходим к выводу о справедливости гипотезы о ненадавливании продольных волокон $\sigma_x = \sigma_y = 0$.

Ортогональность продольных и поперечных рисок до и после деформирования (как отражение действия закона плоских сечений) указывает также на отсутствие сдвигов, касательных напряжений в поперечных и продольных сечениях стержня.

Таким образом, чистый прямой изгиб призматического стержня сводится к одноосному растяжению или сжатию продольных волокон напряжениями σ . При этом нижние волокна находятся в зоне растяжения, а верхние – в зоне сжатия (на рис. 16). Эти зоны разделены нейтральным слоем ($n - n$), не меняющим своей длины, напряжения в котором равны нулю.

Формула для нормальных напряжений $\sigma = - (M_x/J_x) y$ была впервые получена Ш. Кулоном в 1773 г. Для согласования знаков изгибающего момента M_x и нормальных напряжений σ в правой части формулы ставится знак минус, так как при $M_x > 0$ нормальные напряжения σ при $y > 0$ оказываются сжимающими. Однако в практических

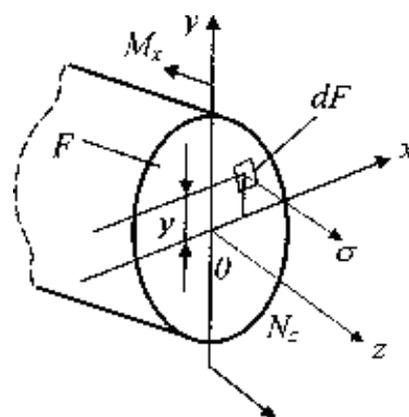


Рис. 15. Связь внутреннего усилия и напряжения

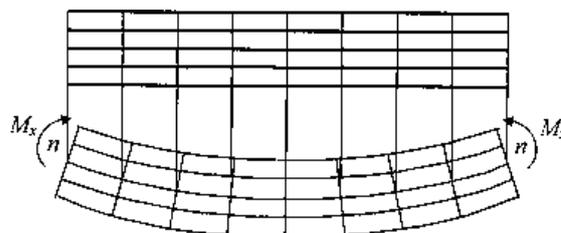


Рис.16. Модель чистого изгиба

расчётах удобнее, не придерживаясь формального правила знаков, определять напряжения по модулю, а знак ставить по смыслу. Нормальные напряжения при чистом изгибе призматического стержня являются линейной функцией координаты y и достигают наибольших значений в волокнах, наиболее удалённых от нейтральной оси (рис. 17): $\sigma_{\max} = M_x/W_x$.

Здесь введена геометрическая характеристика $W_x = J_x/y_{\max}$, измеряемая в кубических метрах и получившая название *момента сопротивления при изгибе*. Поскольку при заданном M_x напряжения σ_{\max} тем меньше, чем больше W_x , момент сопротивления является *геометрической характеристикой прочности поперечного сечения при изгибе*.

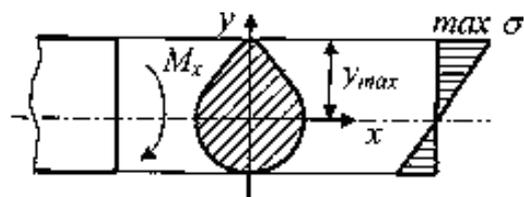


Рис. 17. Распределение нормальных напряжений

Поскольку при заданном M_x напряжения σ_{\max} тем меньше, чем больше W_x , момент сопротивления является *геометрической характеристикой прочности поперечного сечения при изгибе*.

Приведём примеры вычисления моментов сопротивления для простейших форм поперечных сечений.

Для прямоугольного поперечного сечения $J_x = bh^3/12$, $y_{\max} = h/2$ и $W_x = J_x/y_{\max} = bh^2/6$ (рис. 18, а).

Для круга $J_x = \pi d^4/64$, $y_{\max} = d/2$ и $W_x = \pi d^3/32$ (рис. 18, б).

Для кругового кольцевого сечения (рис. 18, в) $J_x = [\pi D^4/64](1 - \beta^4)$, $\beta = d/D$, $y_{\max} = D/2$ и $W_x = [\pi D^3/32](1 - \beta^4)$ (рис. 18, в).

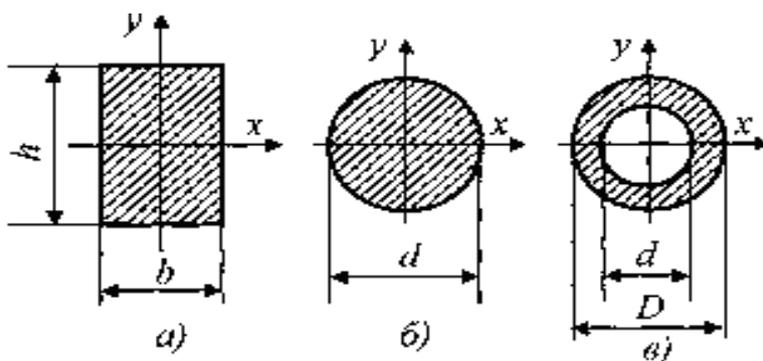


Рис. 18. Конфигурации поперечных сечений бруса

Максимальные нормальные напряжения в сечении с изгибающим моментом M_x : $\sigma_{\max} = M_x/W_x$.

Этой формулой удобно пользоваться для расчёта балок пластичного материала в упругой области, одинаково работающего на

растяжение и сжатие. Поскольку знак напряжения в этом случае не имеет значения, напряжения вычисляются по модулю, и условие прочности при изгибе балки в форме призматического стержня получает вид $|\sigma_{\max}| + M_{x \max}/W_{x \max} \leq [\sigma]$, где $M_{x \max}$ – максимальное значение изгибающего момента (определяется по его эпюре), $[\sigma]$ – допускаемое напряжение на простое растяжение (сжатие).

Если в поперечных сечениях стержня наряду с изгибающими моментами действуют и поперечные силы, изгиб называется *прямым поперечным изгибом*.

При прямом поперечном изгибе в сечениях стержня возникают изгибающий момент M_x и поперечная сила Q_y (рис. 19), которые связаны с нормальными σ и касательными напряжениями τ_{yz} : $M_x = \int_F \sigma_y dF$, $Q_y = \int_F \tau_{yz} dF$.

Выведенная в случае чистого изгиба стержня формула для прямого поперечного изгиба, вообще говоря, неприменима, поскольку из-за сдвигов, вызываемых касательными напряжениями τ_{yz} , происходит деформация поперечных сечений (отклонение от закона плоских сечений). Однако для балок с высотой сечения $h < 1/4$ (рис. 20) погрешность невелика и её применяют для определения нормальных напряжений поперечного изгиба как приближенную.

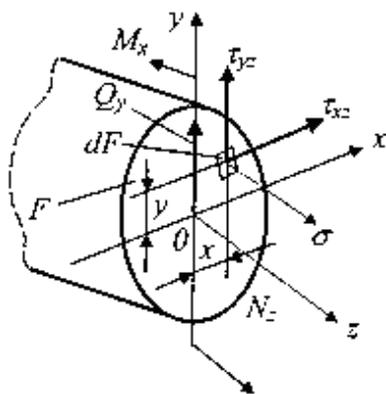


Рис. 19. Связь усилий и напряжений

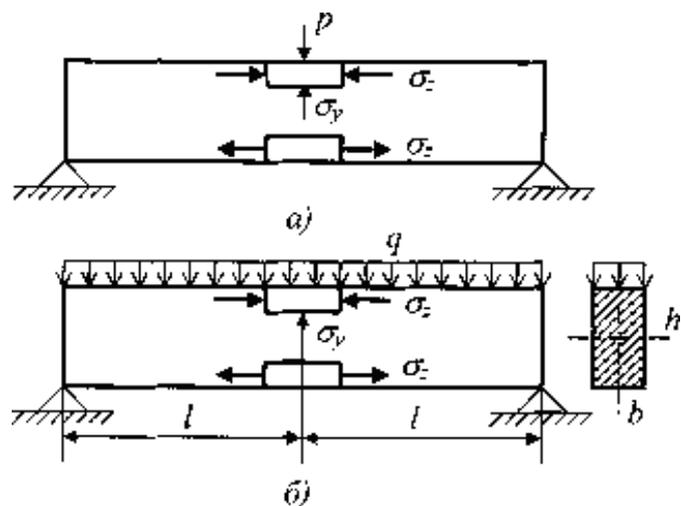


Рис. 20. Модели прямого поперечного изгиба:
а – сосредоточенная сила;
б – распределённая сила

При поперечном изгибе наблюдаются отклонения от этой гипотезы:

а) в местах приложения сосредоточенных сил. Под сосредоточенной силой напряжения поперечного взаимодействия могут быть достаточно велики и во много раз превышать продольные напряжения σ_z , убывая при этом в соответствии с *принципом Сен-Венана* по мере удаления от точки приложения силы;

б) в местах приложения распределённых нагрузок. Так, в случае, приведённом на рис. 20, б, напряжения от давления на верхние волокна балки $\sigma_y = -g/b$. Сравнивая их с продольными напряжениями σ_z , имеющими порядок $\sigma_{z \max} = (q/b)/(l/h)^2$, приходим к выводу, что напряжения $\sigma_y \ll \sigma_z$ при условии, что $h^2 \ll l^2$, так как $\sigma_y / \sigma_z \approx (h/l)^2 \ll 1$.

Формула для касательных напряжений при нормальном поперечном изгибе призматического стержня, которая называется *формулой Журавского*: $\tau = Q_y S_x / J_x b_y$.

В этой формуле b_y – ширина сечения в том месте, где определяются касательные напряжения, а статический момент может быть вычислен как для верхней части так и для нижней (статические моменты этих частей сечения относительно его центральной оси ox отличаются только знаком, так как статический момент всего сечения равен нулю).

4.2. Рациональные формы поперечных сечений при изгибе

Наиболее рациональным следует признать сечение, обладающее минимальной площадью при заданной нагрузке (изгибающем моменте) на балку. В этом случае расход материала на изготовление балки будет минимальным.

Для получения балки минимальной материалоемкости нужно стремиться к тому, чтобы по возможности наибольший объём материала работал при напряжениях, равных допускаемым или близким к ним. Прежде всего, рациональное сечение балки при изгибе должно удовлетворять *условию равнопрочности растянутой и сжатой зон балки*. Иными словами, необходимо, чтобы наибольшие напряжения растяжения и наибольшие напряжения сжатия одновременно дости-

гали допускаемых напряжений $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$.

Поэтому для балки из пластичного материала, одинаково работающего на растяжение и сжатие $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$, условие равнопрочности выполняется для сечений, симметричных относительно нейтральной оси. К таким сечениям относится, например, прямоугольное сечение (рис. 21, а), при котором обеспечено условие равенства $\sigma_{p \max} = \sigma_{c \max}$. Однако в этом случае материал, равномерно распределённый по высоте сечения, плохо используется в зоне нейтральной оси. Чтобы получить более рациональное сечение, необходимо возможно большую часть материала переместить в зоны, максимально удалённые от нейтральной оси.

Таким образом, приходим к рациональному для пластичного материала сечению в форме *симметричного двутавра* (рис. 21, б), у которого возможно большая часть материала сосредоточена на полках (горизонтальных массивных листах), соединённых стенкой (вертикальным листом), толщина которой (δ) назначается из условий прочности стенки по касательным напряжениям, а также из соображений ее устойчивости.

К двутавровому сечению близко по критерию рациональности так называемое *коробчатое сечение* (рис. 21, в).

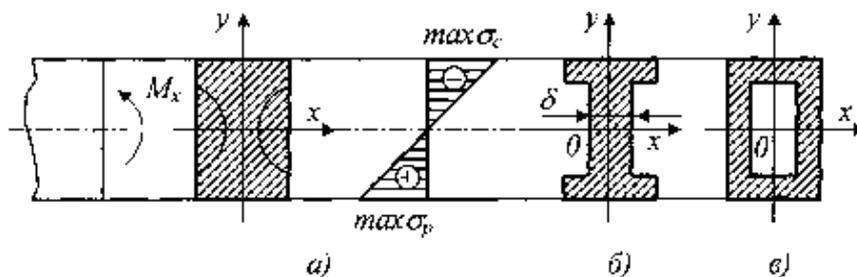


Рис. 21. Распределение нормальных напряжений в симметричных сечениях

Идея рациональности поперечного сечения стержней при изгибе реализована в стандартных тонкостенных профилях, получивших широкое распространение в строительстве, машиностроении. Широко распространены профили, показанные на рис. 22. Если все нагрузки, вызывающие изгиб, действуют в одной плоскости, не совпадающей ни с одной из главных плоскостей, то изгиб называется *косым* (рис. 23).

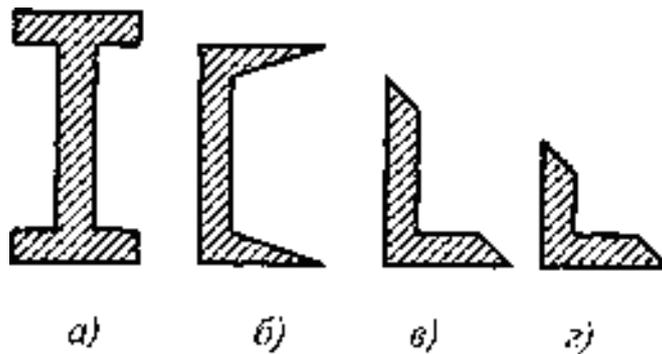


Рис. 22. Используемые профили сечений: а – двутавр; б – швеллер; в – неравнобокий уголок; г – равнобокий уголок

В случае как неплоского, так и косоугольного изгиба наиболее удобно приводить изгиб к двум плоским изгибам. Для этого нагрузки, действующие в произвольных продольных силовых плоскостях, нужно разложить на составляющие, расположенные в главных плоскостях xu и xz , где оси y и z – главные оси инерции сечения.

Таким образом, схема нагружения бруса при косом изгибе может быть представлена так, как показано на рис. 23.

При косом изгибе в поперечных сечениях бруса в общем случае возникают четыре внутренних силовых фактора: Q_z , Q_y , M_z и M_y . Проводя расчёт на прочность при косом изгибе, обычно пренебрегают влиянием касательных напряжений.

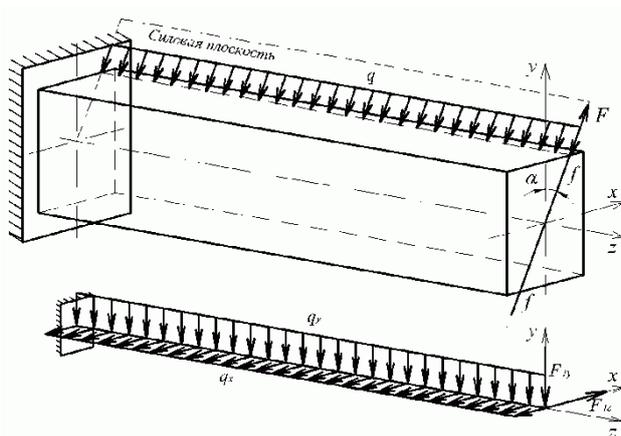


Рис. 23. Косой изгиб

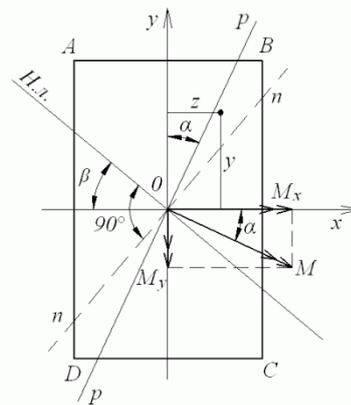


Рис. 24. Поперечное сечение бруса при косом изгибе

В случае косоугольного изгиба (рис. 24) изгибающие моменты M_z и M_y связаны зависимостями: $M_z = M \cos \alpha$; $M_y = M \sin \alpha$, где M – изгибаю-

щий момент в данном сечении в силовой плоскости $p - p$.

Нормальное напряжение в точке сечения $\sigma = M_y \cos\alpha/J_z + M_z \cos\alpha/J_y$.

4.3. Опоры балок и опорные реакции

Для передачи нагрузок стержень должен быть зафиксирован относительно корпуса с помощью опор – устройств, воспринимающих внешние силы.

Различают 3 основных вида опор:

1) жёсткое защемление (заделка) исключает осевые, угловые смещения и воспринимает осевые силы и моментную нагрузку (рис. 25, а);

2) шарнирно–неподвижная опора допускает поворот вокруг оси и не воспринимает момент (рис. 25, б);

3) шарнирно–подвижная опора не допускает смещение стержня только в направлении одной из осей и передает нагрузку вдоль этой силы (рис. 25, в).

Под действием внешних нагрузок в местах закрепления стержня возникает опорная реакция R_y , которую находят из условий равновесия: $\sum x = 0, \sum y = 0, \sum z = 0$.

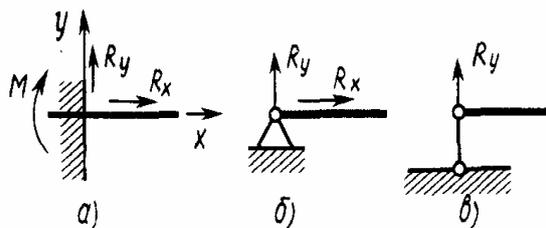


Рис. 25. Основные виды опор

Анализ внутренних сил начинается после определения реакции.

4.4. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Внутренние силы являются одним из факторов, определяющих появляющиеся в строительном элементе напряжения, а следовательно, и его прочность. Поэтому при подборе сечения конкретной балки необходимо знать, какие в ней действуют внутренние силы и каково их значение. Для решения этой задачи применяют *метод сечений*. Разрежем балку (рис. 26, а) на расстоянии z от левой опоры, отбросим правую часть и заменим её действие на левую часть внутренними силами. Любую систему сил на плоскости можно заменить одной силой, приложенной в произвольно выбранной точке, и парой сил. Заменим отброшенную правую часть силой Q , приложенной в сечении, и парой сил с моментом M (рис. 26, б).

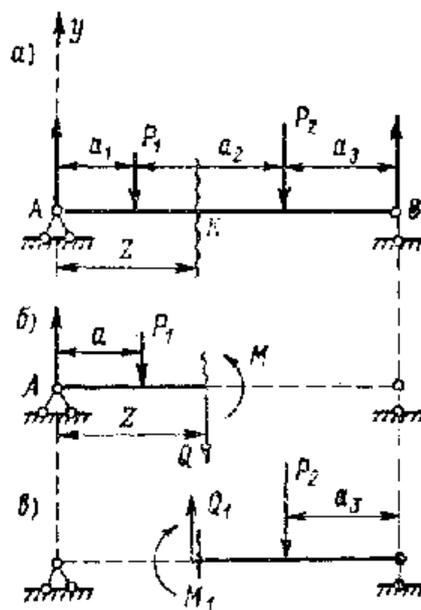


Рис. 26. Схема к определению изгибающих моментов и поперечных сил

Из условия равновесия левой части балки $\sum y = 0$; $A - P_1 - Q = 0$, откуда $Q = A - P_1$.

Сила Q численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих по одну сторону от сечения. Сила Q характеризует стремление левой части балки сдвинуть правую часть вверх (или вниз) и называется поперечной, или перерезывающей, силой.

В более общем случае нагружения балки, если внешние силы направлены под углом к продольной оси балки, при вычислении Q берётся сумма их проекций на ось y .

Сумма моментов относительно точки K , через которую проходит сечение: $\sum M_k = 0$; $Az - P_1(z - a_1) - M = 0$, откуда $M = Az - P_1(z - a_1)$.

Таким образом, изгибающий момент M в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения относительно той точки продольной оси балки, через которую проходит рассматриваемое сечение. Момент M выражает стремление левой части балки повернуть правую часть вокруг центра сечения. Изгибающий момент и поперечную силу можно определить так же, рассматривая не левую, а

правую часть балки.

Правило для определения знаков изгибающего момента и поперечной силы: изгибающий момент считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз; если сумма проекций внешних сил дает составляющую, направленную вертикально вверх, то Q – положительна (рис. 27).

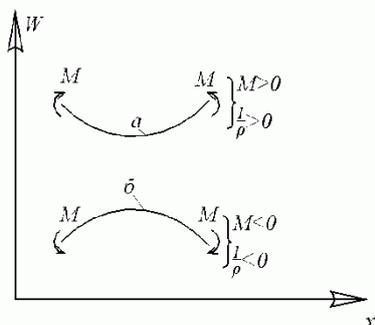


Рис. 27. Правило знаков

Для того чтобы произвести расчёт балки на изгиб, необходимо знать максимальные значения M и Q , а так как они зависят от положения на балке сечения, для которого они рассчитываются, то возникает необходимость выяснения закона изменения изгибающего момента и поперечной силы по длине балки.

С этой целью обычно строят эпюры M и Q .

Ось абсцисс эпюры M проводят параллельно оси балки. Для ряда сечений вычисляют значения изгибающих моментов и откладывают их в масштабе по перпендикуляру к оси; полученные точки соединяют. При этом положительные значения M откладываются вниз от оси. Аналогично строят эпюру Q , откладывая положительные значения поперечной силы вверх по оси, а отрицательные – вниз. При расчёте и построении эпюр рекомендуется придерживаться следующего порядка:

- 1) определяют опорные реакции балки;
- 2) разбивают балку на участки, приняв в качестве границ участков точки приложения сосредоточенных сил или начало и конец участков, нагруженных распределенной нагрузкой;
- 3) в пределах каждого участка проводят сечение, нормальное оси балки;
- 4) для каждого сечения составляют формулу изгибающего момента и поперечной силы в соответствии с правилами нахождения этих величин, сформулированными в начале настоящего раздела;
- 5) подсчитывают значения M и Q на границах всех участков;
- 6) если окажется, что на каком-либо участке изменение искомо-

го параметра происходит нелинейно, то, исходя из общеизвестных правил высшей математики, находят местоположение максимума функции и его значение;

7) строят эпюры.

4.5. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки

В большинстве случаев практического расчёта деталей, работающих на изгиб, необходимо также производить *расчёт на жёсткость*. Под расчётом на жёсткость понимается оценка упругой податливости балки под действием приложенных нагрузок и подбор таких размеров поперечного сечения, при которых перемещения не будут превышать установленных нормами пределов. Для выполнения такого расчёта необходимо научиться вычислять перемещения точек балки под действием любой внешней нагрузки, что необходимо также для расчёта статически неопределимых балок.

Рассмотрим деформацию балки при плоском изгибе. Ось балки под действием нагрузки, расположенной в одной из главных плоскостей инерции (в плоскости xoy), искривляется в той же плоскости, а поперечные сечения поворачиваются и одновременно получают поступательные перемещения (рис. 28).

Искривлённая ось балки называется *изогнутой осью*, или *упругой линией*. На рис. 28 и 29 упругая линия изображена тонкой кривой линией.

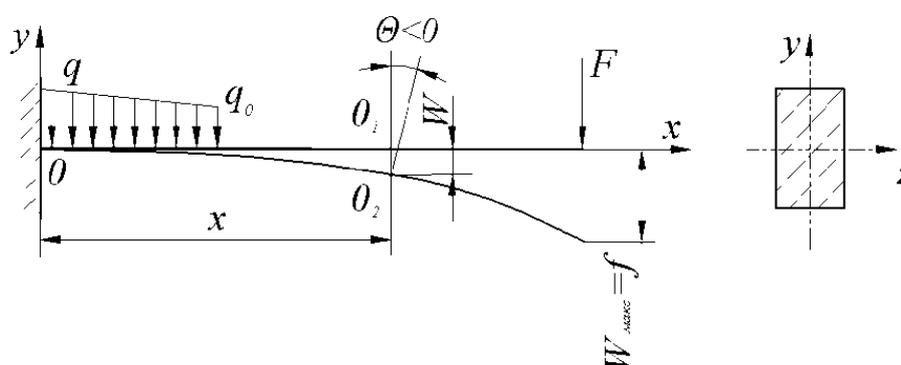


Рис. 28. Прогиб при плоском изгибе

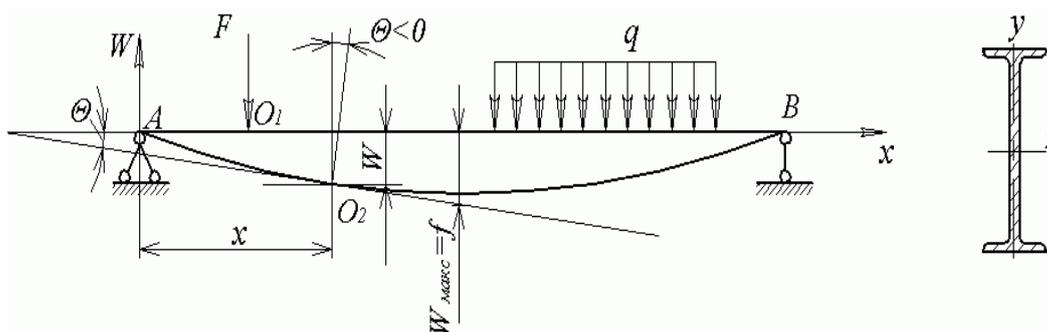


Рис. 29. Угол поворота при изгибе

Перемещение центра тяжести сечения по направлению, перпендикулярному оси балки, называется *прогибом* балки в данном сечении и обозначается буквой W . На рис. 28 и 29 центр тяжести произвольного сечения, взятого на расстоянии x от начала координат, переместился по вертикали из точки O_1 в точку O_2 на расстояние O_1O_2 . Это перемещение и является прогибом балки $W(x)$ в сечении с абсциссой x . Наибольший прогиб называется *стрелой прогиба* и обозначается буквой f . Угол θ , на который каждое сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению, называется *углом поворота* сечения. Угол поворота также может быть определён как угол между касательной к упругой линии и осью x (см. рис. 29).

Длина изогнутой оси, принадлежащей нейтральному слою, при искривлении бруса не изменяется, следовательно, при этом происходит смещение её точек также и в направлении оси x (перемещение O_1O_3 на рис. 30). Однако в большинстве случаев смещения W настолько малы, что ими можно пренебречь. Оси координат всегда располагают следующим образом: начало координат помещают на левом конце балки, ось x направляют по оси балки вправо, а ось W – вверх.

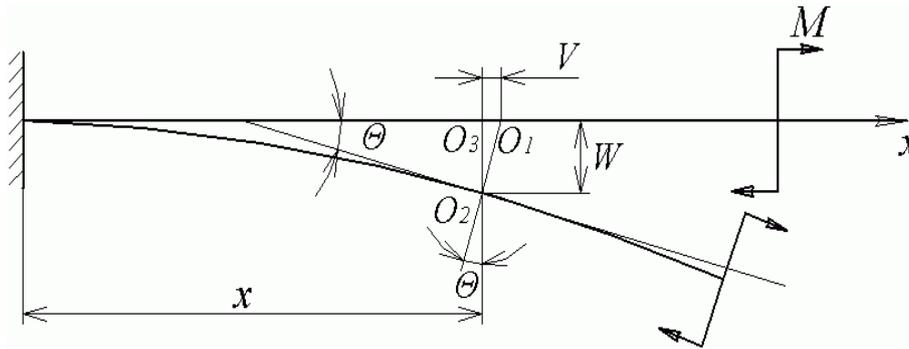


Рис. 30. Горизонтальное перемещение при изгибе

Для определения деформации балки в её произвольном сечении необходимо, прежде всего, получить уравнение упругой линии: $W = F(x)$. Прогиб W считают *положительным*, если перемещение соответствующей точки происходит вверх, т. е. в направлении оси x . Угол поворота θ считают *положительным* при повороте сечения против часовой стрелки.

Исходя из физической природы изогнутой оси бруса, можно утверждать, что упругая линия должна быть непрерывной и гладкой (не имеющей изломов) кривой, следовательно, на протяжении всей оси бруса должны быть непрерывны функция w и её первая производная. Прогибы и углы поворота и являются перемещениями сечений балок при изгибе. Деформация того или иного участка балки определяется искривлением его изогнутой оси, т. е. *кривизной*.

4.6. Расчёт балок при изгибе

Расчёт консольной балки с сосредоточенной силой (рис. 31).

Реакции в связи на базе уравнений равновесия: $\sum P_{iz} = R - P = 0$;

$$R = P; \sum M_A = -M_R + Pl = 0; M_R = P \cdot l.$$

После мысленного рассечения балки нормальным сечением 1–1 рассмотрим равновесие левой отсечённой части: $\sum P_{iz} = Q + P = 0$;

$$Q = -P = \text{const}; \sum M_{iy} = M + P_x = 0; M = -P_x; 0 \leq x \leq l;$$

$$M(0) = 0; M(l) = -P \cdot l.$$

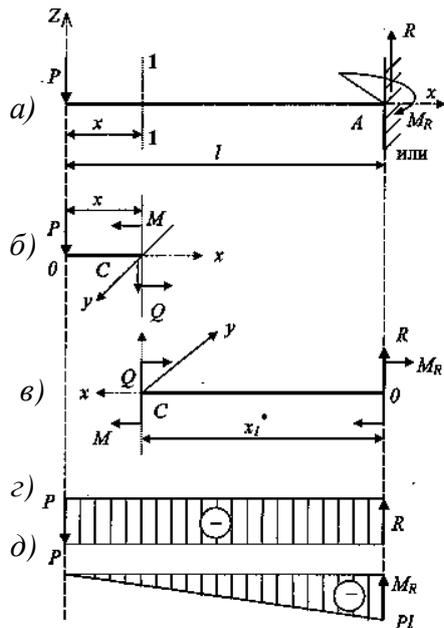


Рис. 31. Построение эпюр поперечных сил и внутренних изгибающих моментов при прямом изгибе: а – расчётная схема; б – левая часть, в – правая часть; г – эпюра поперечных сил; д – эпюра изгибающих моментов

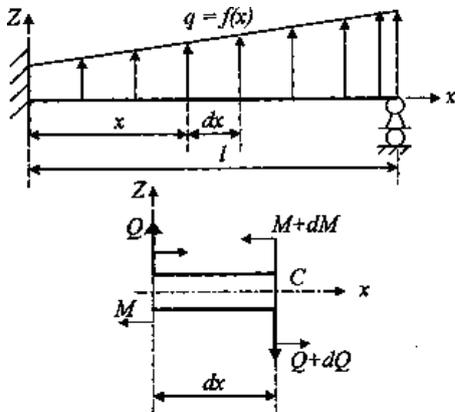


Рис.32. Схема изгиба балки:
а – расчётная модель;
б – фрагмент балки

Таким образом, на первом участке поперечная сила отрицательная и постоянная, а внутренний изгибающий момент изменяется по линейному закону.

Для правой отсечённой части при рассмотрении её равновесия результат аналогичен (см. рис. 31), а именно $\Sigma P_{iz} = Q + R = 0$; $Q = -R = -P$; $\Sigma M_y = M + M_R - Rx_{l^*} = 0$; $M = Rx_{l^*} - M_R$; $0 \leq x^* \leq l$; $M(0) = -M_R = -Pl$; $M(l) = Pl - M_R = Pl - Pl = 0$.

На основании полученных значений строятся эпюры поперечных сил и внутренних изгибающих моментов (рис. 31).

Как следует из построенных эпюр $Q = P = const$, а $M_{max} = Pl$ в сечении жёсткой связи. Именно это сечение и является наиболее опасным в данной расчётной схеме.

Расчёт балки с произвольной распределённой нагрузкой

Из рис. 32 уравнение равновесия:
 $\Sigma P_{iz} = Q - Q - dQ + q dx = 0$; $q = dQ/dx$;
 $\Sigma M_c = -M - Q dx - q dx^2/2 + M + dM = 0$; $Q = dM/dx$.

Таким образом, первая производная от внутреннего изгибающего момента по линейной координате равна поперечной силе в сечении. Это известное свойство функции и её первой производной успешно используется при проверке правильности построения эпюр.

Расчёт двухопорной балки (рис. 33)

Опорные реакции $R_A = R_B = P/2$:

– для первого участка:

$$\Sigma P_{iz} = Q_1 - R_A = 0; Q = R_A = P/2; \Sigma M_y = M_1 - R_A x_1 = 0; M_1 = R_A x_1;$$

$$0 \leq x_1 \leq l/2; M_1(0) = 0;$$

$$M_1(l/2) = R_A l/2 = P/2 \cdot l/2 = Pl/4.$$

– для второго участка:

$$\Sigma P_{iz} = Q_2 - R_B = 0; Q_2 = -R_B = -P/2; \Sigma M_y = M_2 - R_B \cdot x_2 = 0;$$

$$M_2 = R_B \cdot x_2; 0 \leq x_2 \leq l/2; M_2(0) = 0;$$

$$M_2(l/2) = R_B l/2 = P/2 \cdot l/2 = Pl/4.$$

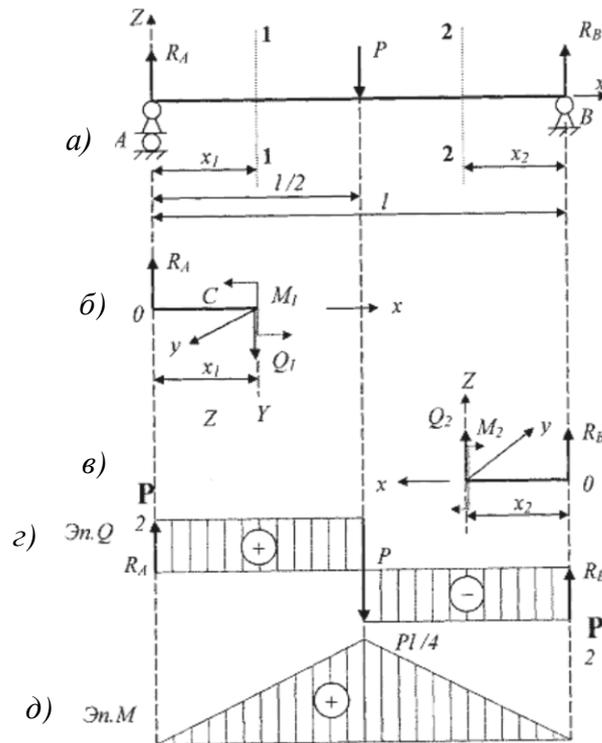


Рис. 33. Изгиб двухопорной балки:
 а – расчетная схема, б – модель первого участка, в – модель второго участка,
 г – эпюра поперечных сил, д – эпюра изгибающих моментов

Эпюры внутренних усилий представлены на рис. 33.

На основе дифференциальной связи Q и M :

для первого участка:

$$Q > 0 \text{ и } M \text{ возрастает от нуля до } Pl/4; Q = \text{const и } M \propto x.$$

для второго участка:

$$Q < 0 \text{ и } M \text{ убывает с } Pl/4 \text{ до нуля; } Q = \text{const и } M \text{ также пропор-}$$

ционален x , т.е. изменяется по линейному закону.

Опасным в данном примере является сечение балки в центре пролета: $M_{\max} = Pl/4$.

Расчёт с использованием распределённой по длине балки нагрузки (рис. 34)

Равенство опорных реакций: $R_A = R_B = ql/2$, а для искомого сечения внутренние усилия приобретают вид:

$$\Sigma P_{iz} = Q - R_A + qx = 0; Q = R_A - qx; 0 \leq x \leq l; Q(0) = R_A; Q(l) = R_A - ql = -ql/2; \Sigma M_y = M - R_A x + qx \cdot x/2 = 0; M = R_A x - qx^2/2; M(0) = 0;$$

$$M(l) = R_A l - ql^2/2 = 0.$$

На обеих опорах изгибающий момент отсутствует. Тем не менее опасным сечением балки будет центр пролета при $x = l/2$. Исходя из свойства функции и производной при $dM/dx = 0$, внутренний изгибающий момент достигает экстремума. Для нахождения исходной координаты x_0 (см. рис. 34) в общем случае приравняем выражение поперечной силы к нулю.

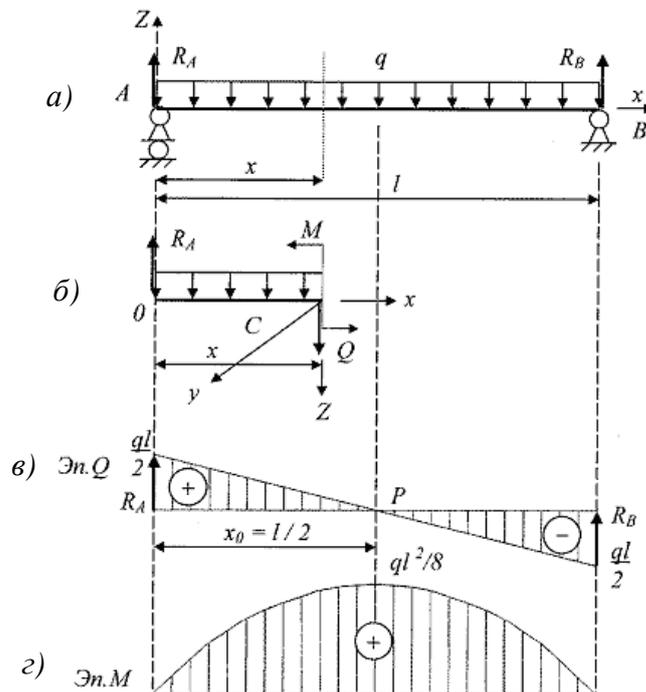


Рис. 34. Двухопорная балка с равномерно распределенной нагрузкой: а – расчётная схема; б – отсечённая часть; в – эпюра поперечных сил; г – эпюра внутренних изгибающих моментов

В итоге получим $Q = dM/dx = R_A - q \cdot x_0$; $x_0 = R_A/q = q \cdot l/2q = l/2$.

После подстановки $x = l/2$ в выражение изгибающего момента получим $M(l/2) = R_A l/2 - q (l/2)^2/2 = q \cdot l/2 \cdot l/2 - q \cdot l^2/8 = q \cdot l^2/8$.

Таким образом, $M_{\max} = q \cdot l^2/2$.

5. КРУЧЕНИЕ

Кручением называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня возникает лишь один силовой фактор – крутящий момент M_z , который по определению равен сумме моментов внутренних сил относительно продольной оси стержня Oz . Нормальные силы, параллельные оси Oz , вклада в крутящий момент не вносят.

С силами, лежащими в плоскости поперечного сечения стержня (интенсивности этих сил – касательные напряжения τ_{xs} и τ_{ys}) M_z связывает вытекающее из его определения уравнение равновесия статики (рис. 35):

$$M_z = \int_F (\tau_{yz} x - \tau_{xz} y) dF.$$

M_z считается положительным, если со стороны отброшенной части стержня видим его направленным против часовой стрелки (рис. 36).

Это правило проиллюстрировано на рис. 35 и в указанном соотношении, где крутящий момент M_z принят положительным. Численно крутящий момент равен сумме моментов внешних сил, приложенных к отсеченной части стержня, относительно оси Oz .

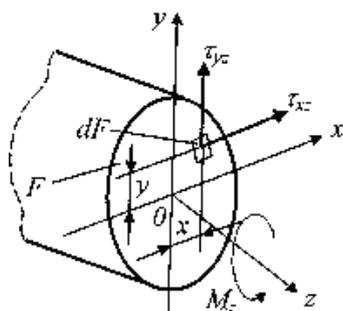


Рис. 35. Связь крутящего момента с касательными напряжениями

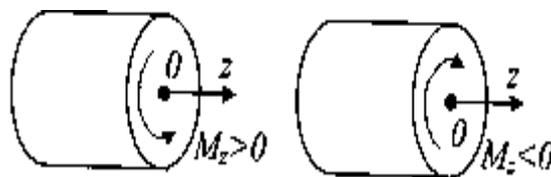


Рис. 36. Иллюстрация положительного и отрицательного крутящего момента

Рассмотрим кручение призматических стержней кругового поперечного сечения. Исследование деформаций упругого стержня с

нанесенной на его поверхности ортогональной сеткой рисок (рис. 37) позволяет сформулировать следующие предпосылки теории кручения этого стержня:

1) поперечные сечения остаются плоскими (выполняется гипотеза Бернулли);

2) расстояния между поперечными сечениями не изменяются, следовательно, $\varepsilon_z = 0$;

3) контуры поперечных сечений и их радиусы не деформируются. Это означает, что поперечные сечения ведут себя как жесткие круговые пластинки, поворачивающиеся при деформировании относительно оси стержня Oz . Отсюда следует, что любые деформации в плоскости пластинки равны нулю, в том числе и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$;

4) материал стержня подчиняется закону Гука. Учитывая, что $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$, из обобщенного закона Гука в форме получаем $\varepsilon_x = \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$.

Это означает, что в поперечных сечениях стержня возникают лишь *касательные напряжения* τ , а вследствие закона парности касательных напряжений равные им напряжения действуют и в сопряженных продольных сечениях. Следовательно, напряженное состояние стержня – *чистый сдвиг*.

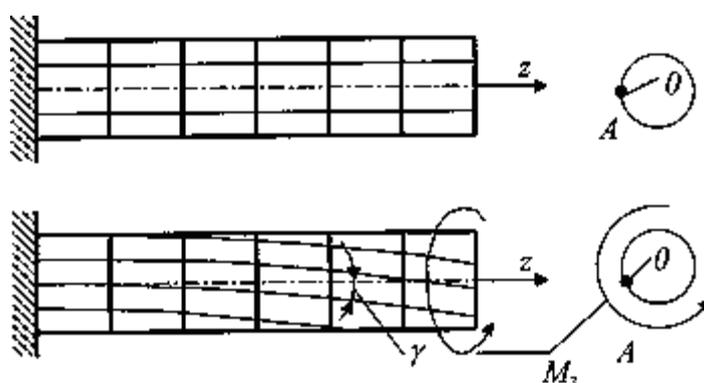


Рис. 37. Иллюстрация кручения: сверху – исходное и внизу – деформированное состояния

Выведем формулу для касательных напряжений при кручении стержня кругового поперечного сечения (см. рис.37). Как видно, поворот правого торцевого сечения относительно неподвижного левого на угол φ (назовём его углом закручивания стержня) вызывает пово-

рот продольных волокон на угол γ (угол сдвига), поскольку на величину γ искажаются углы ортогональной сетки продольных и поперечных рисок модели.

Двумя смежными сечениями вырежем элемент стержня длиной dz и, поскольку нас интересуют деформации элемента, левое сечение его будем считать неподвижным (рис. 38).

При повороте правого сечения на угол $d\varphi$ в соответствии с гипотезой о недеформируемости радиусов правый конец волокна AB (отстоящий от оси элемента на величину полярного радиуса ρ) будет перемещаться по дуге BB_1 , вызывая поворот волокна на угол сдвига:

$$\gamma = BB_1/AB = \rho d\varphi/dz.$$

Обратим внимание на то, что в соответствии с рис. 38 и рис. 39, *a* сдвиг γ и связанное с ним касательное напряжение τ перпендикулярны радиусу ρ . Определим τ , воспользовавшись законом Гука для чистого сдвига: $\tau = G_\gamma = G \cdot \rho d\varphi/dz$.

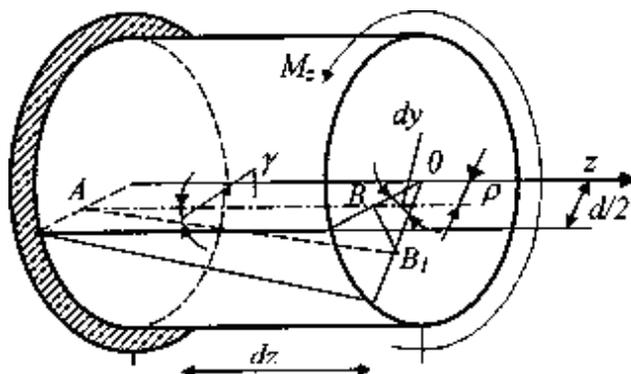


Рис. 38. Расчётная модель определения касательных напряжений

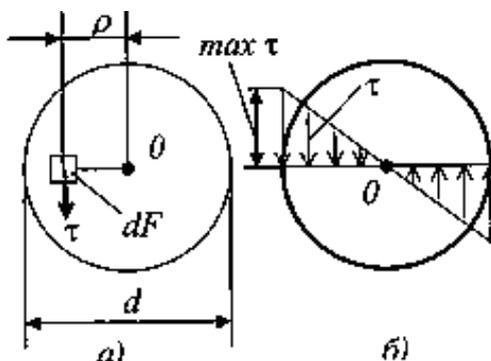


Рис. 39. Распределение касательных напряжений при кручении:
a – ортогональность σ и τ ; *б* –
 эюра τ

Здесь $d\phi/dz$ – погонный угол закручивания стержня, который остаётся пока неизвестным. Для его нахождения обратимся к условию статики, записав его в более удобной для данного случая форме (рис. 39, а): $M_x = \int_F \tau r dF$. Учитывая, что $\int_F \rho^2 dF = J_p$, где J_p – полярный момент инерции поперечного сечения (для круга с заданным диаметром d $J_p = \pi^4/32$), получаем: $d\phi/dz = M_z/G J_p$.

Формула для касательных напряжений при кручении стержня кругового поперечного сечения: $\tau = M_z \rho / J_p$.

Сдвиги и касательные напряжения пропорциональны расстояниям от оси стержня. Мерой деформации стержня при кручении является погонный угол закручивания стержня. Поскольку величина GJ_p стоит в знаменателе формулы и при заданной нагрузке (M_z через неё

выражается) $d\phi/dz$ тем меньше, чем больше GJ_p , последнюю называют *жёсткостью поперечного сечения при кручении*.

Для определения угла закручивания элемента длиной dz : $d\phi = M_z \times dz / GJ_p$, полный угол закручивания стержня длиной l : $\phi = \int_0^l M_z dz / GJ_p$. В случае если по длине стержня M_z и GJ_p постоянны, тогда: $\phi = M_z l / GJ_p$. Полученные формулы по структуре аналогичны формулам для деформаций при растяжении стержня.

Наибольшие касательные напряжения возникают у внешней поверхности стержня, т. е. при $\rho = d/2$: $\max \tau = M_z/J_p$; $\rho_{\max} = M_z/2J_p = M_z/W_p$, где $W_p = \pi d^3/16$ – момент сопротивления при кручении, или полярный момент сопротивления.

Полярный момент сопротивления, стоящий в знаменателе, для максимальных касательных напряжений

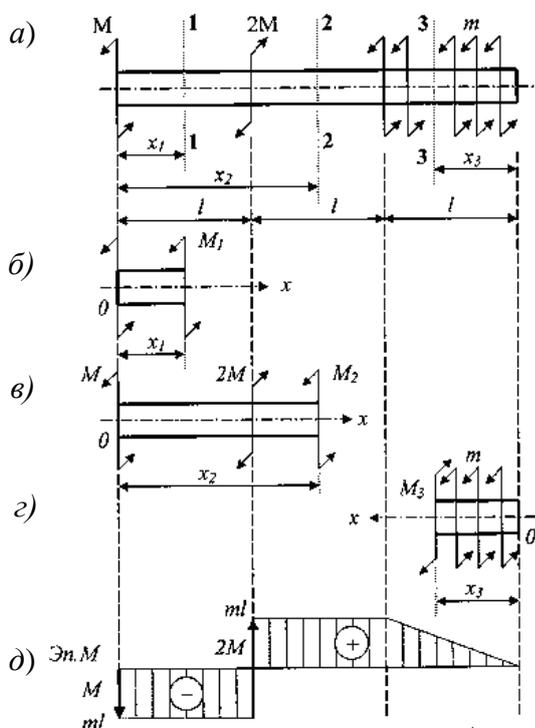


Рис. 40. Построение эпюры внутренних крутящих моментов:

а – расчетная схема;

б – первый участок, левая часть;

в – второй участок, левая часть;

г – третий участок, правая часть;

д – эпюра внутренних крутящих моментов

является геометрической характеристикой сечения, а условие прочно-

сти стержня при кручении принимает вид: $\max \tau = \max M_z/W_\rho \leq |\tau|$, где $|\tau|$ – допустимое напряжение на кручение.

На рис. 40 приведена расчётная схема вала, нагруженного двумя сосредоточенными моментами M и $2M$ и распределёнными по длине.

В исходных сечениях 1, 2 и 3 задаются положительными значениями внутренних крутящих моментов M_1, M_2, M_3 . Пусть $M=ml$.

Для первого участка: $\Sigma M_x = M_1 + M = 0; M_1 = -M = ml = \text{const}$.

Для второго участка: $\Sigma M_x = M_2 + M - 2M = 0; M_2 = 2M - M = M = ml = \text{const}$.

Для третьего участка: $\Sigma M_x = M_3 - mx_3 = 0; M_3 = mx_3$.

Границы измерения параметра x_3 в следующей системе координат: $0 \leq x_3 \leq l$. Тогда $M_3(0) = 0; M_3(l) = ml$.

Отмеченные значения ординат откладываются на эпюре внутренних крутящих моментов (см. рис. 40).

При кручении в поперечных сечениях стержня действуют только касательные напряжения, т.е. напряжённое состояние в точках скручиваемого стержня представляет собой чистый сдвиг.

6. ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

6.1. Круглые валы

Силы, действующие на валы (давление на зубья шестерён, натяжение ремней, собственный вес вала и шкивов и т. п.), вызывают в поперечных сечениях валов следующие внутренние силовые факторы: $M_{кр} = M_x; M_y; M_z; Q_y$ и Q_z . Таким образом, в любом поперечном сечении одновременно возникают нормальные напряжения от изгиба в двух плоскостях, а также касательные напряжения от кручения и изгиба.

Для расчёта вала в первую очередь необходимо установить опасные сечения. С этой целью должны быть построены эпюры изгибающих моментов M_y, M_z и крутящего момента M_x .

Нагрузки, действующие на вал, раскладываем на составляющие вдоль координатных осей (рис. 41), а затем строим эпюры: от сил $F_{1z}, F_{2z}, \dots, F_{nz}$ – эпюру M_y , от сил $F_{1y}, F_{2y}, \dots, F_{ny}$ – эпюру M_z (рис. 41, б и в).

При изгибе вала круглого сечения в каждом из его сечений имеет место прямой изгиб под действием результирующего изгибающего

момента: $M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$. Вектор момента M в разных сечениях может иметь различные направления, поэтому даже при отсутствии распределённых нагрузок эпюра M может быть криволинейной (рис. 41, з). Для общего случая это легко показать аналитически.

Пусть $M_y = a + bx$; $M_z = c + dx$ (a, b, c, d – постоянные коэффициенты). Тогда $M = \sqrt{(a + bx)^2 + (c + dx)^2}$.

Это позволяет строить эпюры M упрощенным способом, несколько завышая значения суммарного изгибающего момента M на участках между переломами эпюры: величины суммарного изгибающего момента M вычисляют лишь для тех сечений, в которых на эпюрах M_y и M_z есть переломы. Эти величины откладывают в масштабе по одну сторону от оси на эпюре M и соединяют прямой линией.

Далее строят эпюру $M_{кр} = M_x$ (рис. 41, д) и ищут опасные сечения, в которых одновременно велики M и $M_{кр}$. Сопоставляя эпюры, можно определить, что опасным будет сечение 1 – 1 или 2 – 2.

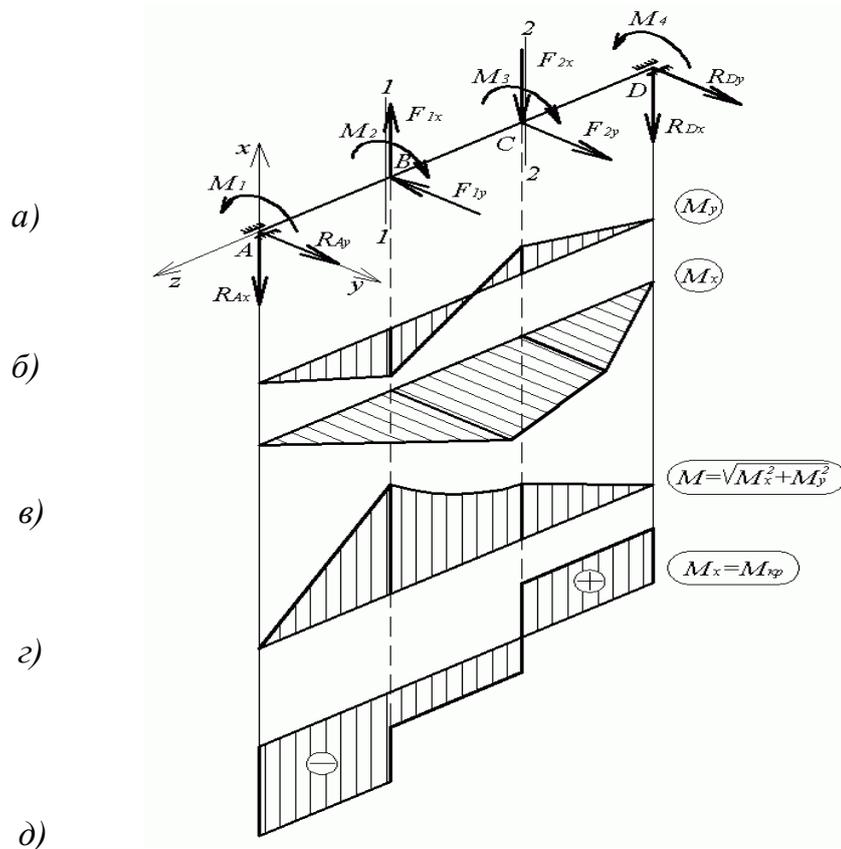


Рис. 41. Изгиб вала с кручением

Теперь в опасном сечении нужно найти опасные точки.

Можно определить положение нейтральной линии ($\beta = \alpha$) и строить эпюру нормальных напряжений σ от результирующего изгибающего момента M (рис. 42), которые изменяются пропорционально расстоянию точек от нейтральной линии.

Очевидно, опасными являются точки A и B , наиболее удалённые от нейтральной линии, в них одновременно и нормальные напряжения от изгиба, и касательные напряжения имеют наибольшие значения:

$$\sigma_{1 \text{ и } 3} = \dot{I} / W = \sqrt{(M_y^2 + M_z^2)} / W; \tau_{1 \text{ и } 3} = \dot{I} \text{ е } \delta = W_p.$$

У наиболее опасной точки B выделим элемент (рис. 43). По четырём его граням действуют касательные напряжения, а к двум из этих граней приложены ещё и нормальные напряжения. Остальные две грани свободны от напряжений. Таким образом, при изгибе с кручением элемент в опасной точке находится в плоском напряженном состоянии.

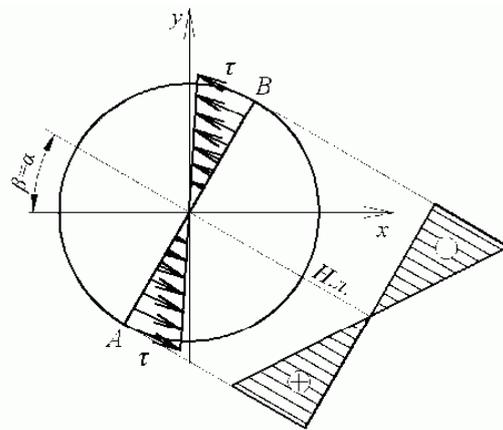


Рис. 42. Эпюра нормальных напряжений

Совершенно аналогичными были напряжения на гранях в изгибаемом брусе, поэтому здесь главные напряжения нужно определять по тем же формулам:

$$\sigma_1 = 0,5 (\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}); \sigma_2 = 0; \\ \sigma_3 = 0,5 (\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}).$$

В данном случае сложного напряженного состояния влиянием касательных напряжений от поперечных сил можно пренебречь, так как они значительно меньше касательных напряжений, вызванных кручением.

Для проверки прочности элемента, выделенного у опасной точки, нужно выбрать соответствующую теорию прочности.

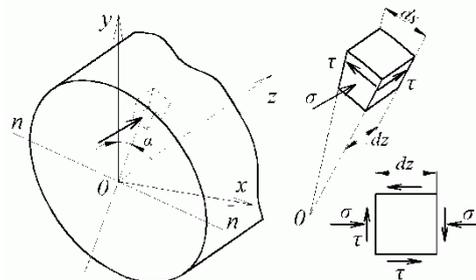


Рис. 43. Элемент вала при изгибе с кручением

Условия прочности можно заменить простой формулой:

$$\sigma_{\text{экв}} = M_{\text{пр}}/W \leq [\sigma].$$

Таким образом, при совместном действии изгиба с кручением стержни круглого сечения рассчитывают на изгиб от приведённого момента $M_{\text{пр}}$. Момент сопротивления определяется по формуле $W = M_{\text{пр}}/[\sigma]$. Диаметр круглого вала $d \geq \sqrt{10 M_{\text{пр}}/[\sigma]}$.

6.2. Расчёт вала на изгиб с кручением

На вал (рис. 44) насажены три зубчатых колеса. Колёса нагружены силами $F_1 = 4000 \text{ Н}$, $F_2 = 3000 \text{ Н}$, $F_3 = 2000 \text{ Н}$, причём сила F_1 вертикальна, а силы F_2 и F_3 горизонтальны. Диаметры зубчатых колёс: $D_1 = 100 \text{ мм}$; $D_2 = 300 \text{ мм}$; $D_3 = 250 \text{ мм}$. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 60 \text{ МПа}$. Необходимо подобрать диаметр вала по четвёртой теории прочности.

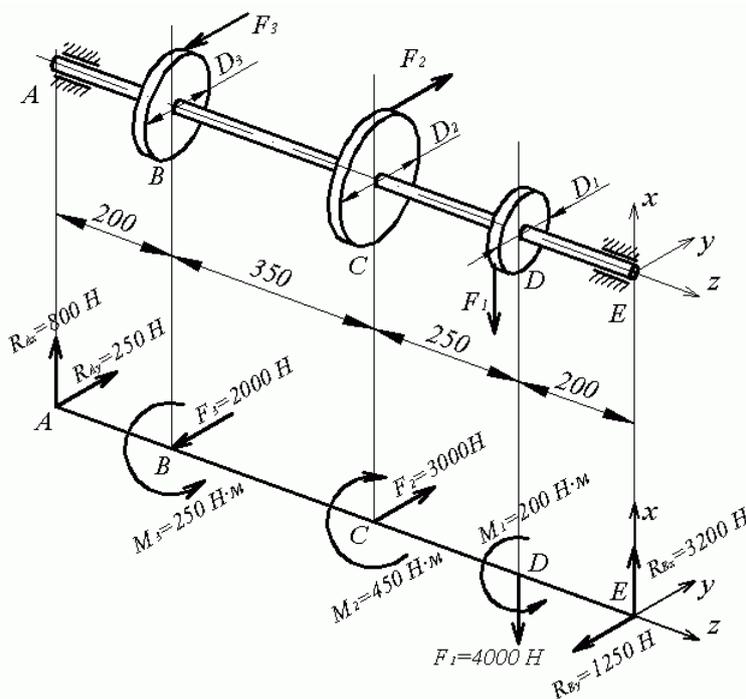


Рис. 44. Схема вала

Заменим нагрузку на колёса статически эквивалентной системой сил. Перенесём силы F_1 , F_2 , F_3 на ось вала, заменяя каждую из них силой, приложенной в точках B , C или D соответственно, и скручи-

вающей парой сил $M_1 = F_1 D_1 / 2$; $M_2 = F_2 D_2 / 2$; $M_3 = F_3 D_3 / 2$ соответственно. Таким образом, получаем расчётную схему (рис. 44), на которой указаны как значения приложенных внешних нагрузок (F_i , M_{ki}), так и величины вызванных ими опорных реакций.

Рассматривая отдельно силы в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 45, а и б), строим эпюры изгибающих моментов.

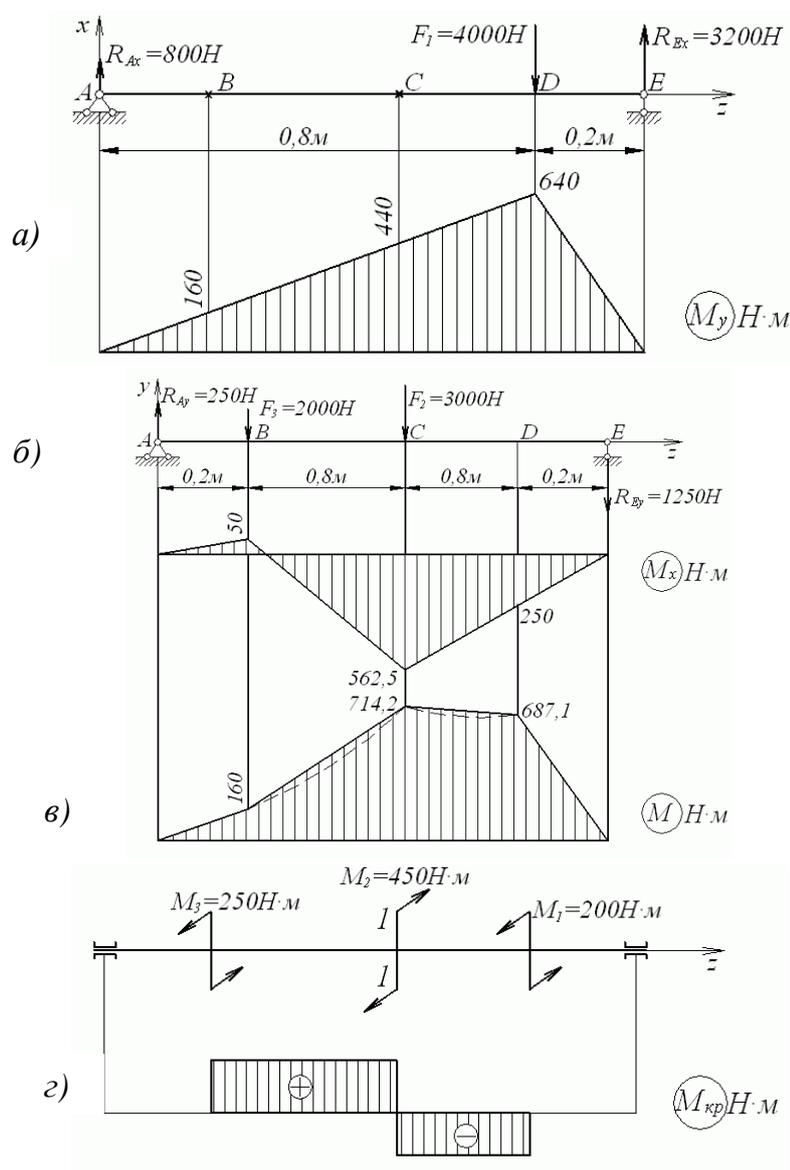


Рис. 45. Построение эпюр

Для построения суммарной эпюры моментов M вычисляем ординаты в характерных точках по формуле:

– в сечении B

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{160^2 + 50^2} \text{ Н} \cdot \text{м} = \sqrt{28100} \text{ Н} \cdot \text{м} = 167,6 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

– в сечении *C*

$$M = \sqrt{440^2 + 562,5^2} \text{ Н} \cdot \text{м} = \sqrt{510006} \text{ Н} \cdot \text{м} = 714,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

– в сечении *D*

$$M = \sqrt{640^2 + 250^2} \text{ Н} \cdot \text{м} = \sqrt{472100} \text{ Н} \cdot \text{м} = 687,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра *M*, построенная по этим данным, приведена на рис. 45, *в*. Как указывалось ранее, на участках *B – C* и *C – D* такая эпюра имеет завышенные значения ординат (действительные значения показаны штриховой линией).

Рассматривая действующие на вал моменты, строим эпюру крутящих моментов (рис. 45, *г*).

Сопоставляя эпюры *M* и *M_{кр}*, находим, что опасным является сечение 1–1, расположенное слева от точки *C*, где одновременно действуют *M* = 714,2 Н·м и *M_{кр}* = 250 Н·м.

Согласно IV теории прочности, приведённый момент вычислим по формуле

$$M_{\text{пр}} = \sqrt{0,75 \cdot 250^2 + 714,2^2} \text{ Н} \cdot \text{м} = \sqrt{556881,25} \text{ Н} \cdot \text{м} = 746,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Подставляя приведённый момент в формулу, находим требуемый осевой момент сопротивления:

$$W \geq \frac{M_{\text{пр}}}{[\sigma]} = \frac{746,3 \cdot 10^{-6}}{60} \text{ м}^3 = 12,44 \text{ см}^3$$

и, положив $W = 0,1 d^3$, вычисляем необходимый диаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{10W} = \sqrt[3]{10 \cdot 12,44} \text{ см} = \sqrt[3]{124,4} \text{ см} = 4,99 \text{ см}.$$

Округлив до ближайшего стандартного диаметра, окончательно принимаем $d = 50 \text{ мм}$.

6.3. Брус прямоугольного сечения

На практике часто встречаются стержни некруглого сечения, подверженные действию крутящих и изгибающих моментов. В качестве примера рассмотрим брус прямоугольного сечения (рис. 46, *а*), нагруженный силами F_1 и F_2 , вызывающими в поперечных сечениях изгибающие моменты M_y и M_z , а также поперечные силы Q_y и Q_z .

Расчёт выполняем в такой последовательности. Раскладываем заданные нагрузки (силы F_1 и F_2) на составляющие вдоль координатных осей и приводим их к оси вала; при этом получаем в поперечных сечениях, в плоскостях которых находятся точки приложения сил, внешние скручивающие моменты $M_{к1} = M_{1x}$ и $M_{к2} = M_{2x}$. Полученная таким образом расчётная схема представлена на рис. 46. Для того чтобы установить положение опасного сечения, строим эпюры изгибающих моментов M_y и M_z , а также эпюру крутящих моментов $M_{кр}$ (рис. 46, б).

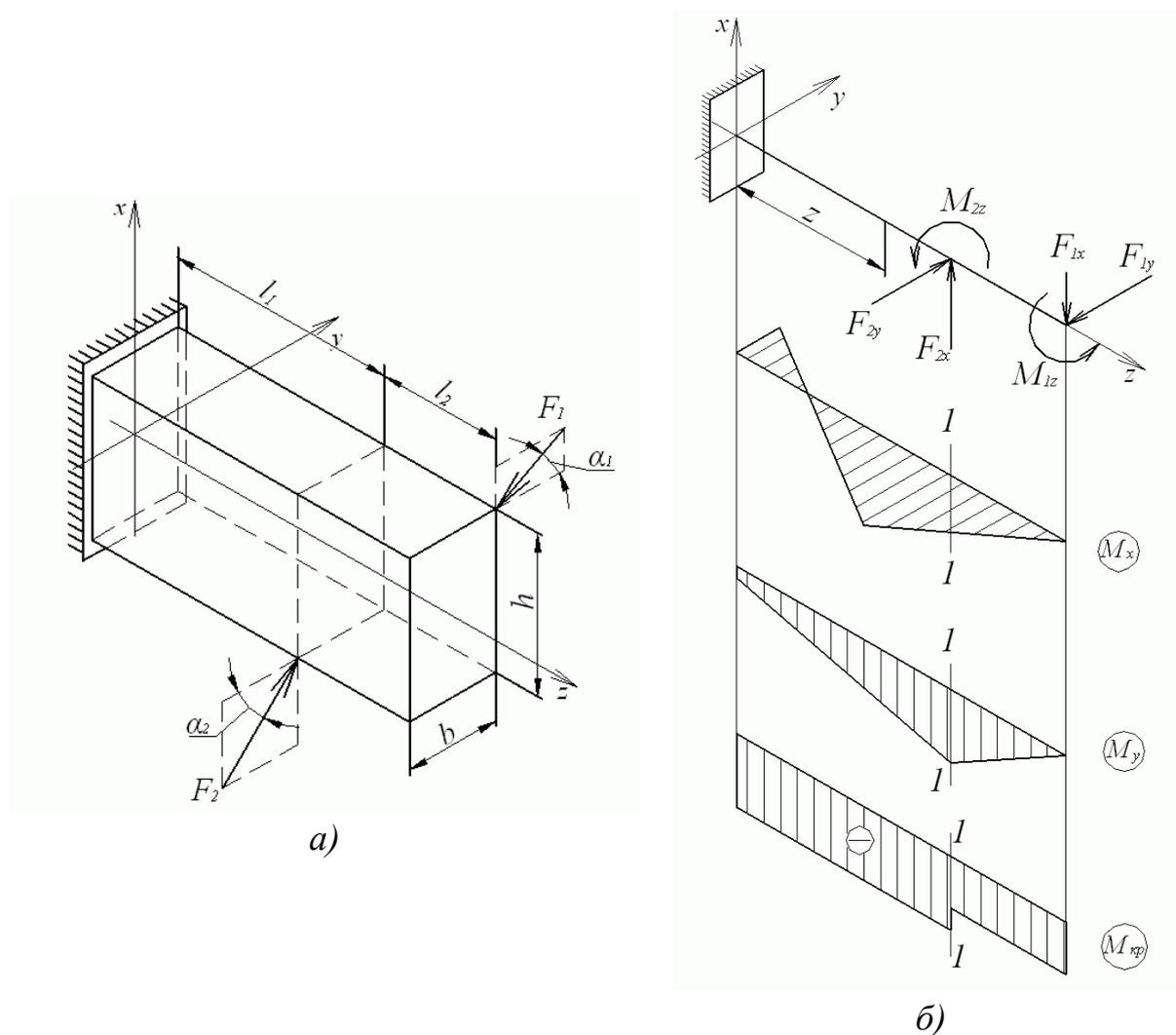


Рис. 46. Брус прямоугольного сечения

Сопоставление эпюр показывает, что наиболее опасным является сечение 1–1 бруса, расположенное левее точки приложения силы F_2 . В

этом сечении действуют наибольшие изгибающие моменты M_z , M_y и максимальный крутящий момент $M_{кр}$. Чтобы проверить прочность бруса, нужно в опасном сечении найти опасную точку, вычислить для неё эквивалентное напряжение (по одной из теорий прочности) и сопоставить его с допусаемым напряжением.

Для нахождения опасной точки сечения строим эпюры напряжений от всех силовых факторов (рис. 47): $\sigma_x(M_z)$; $\sigma_x(M_y)$; $\tau_{xz}(Q_z)$; $\tau_{yx}(Q_y)$; $\tau(M_{кр})$.

Эпюра $\tau(M_{кр})$ для длинной стороны контура имеет максимум, который обозначим $\tau_{\max}(M_{кр})$. Наибольшую ординату эпюры $\tau(M_{кр})$ на короткой стороне обозначим $\tau'(M_{кр})$. Эти напряжения можно рассчитать по формулам кручения брусьев прямоугольного сечения:

$$\tau_{\max}(M_{кр}) = \tau_L = \tau_T = M_{кр} / \alpha h b^2.$$

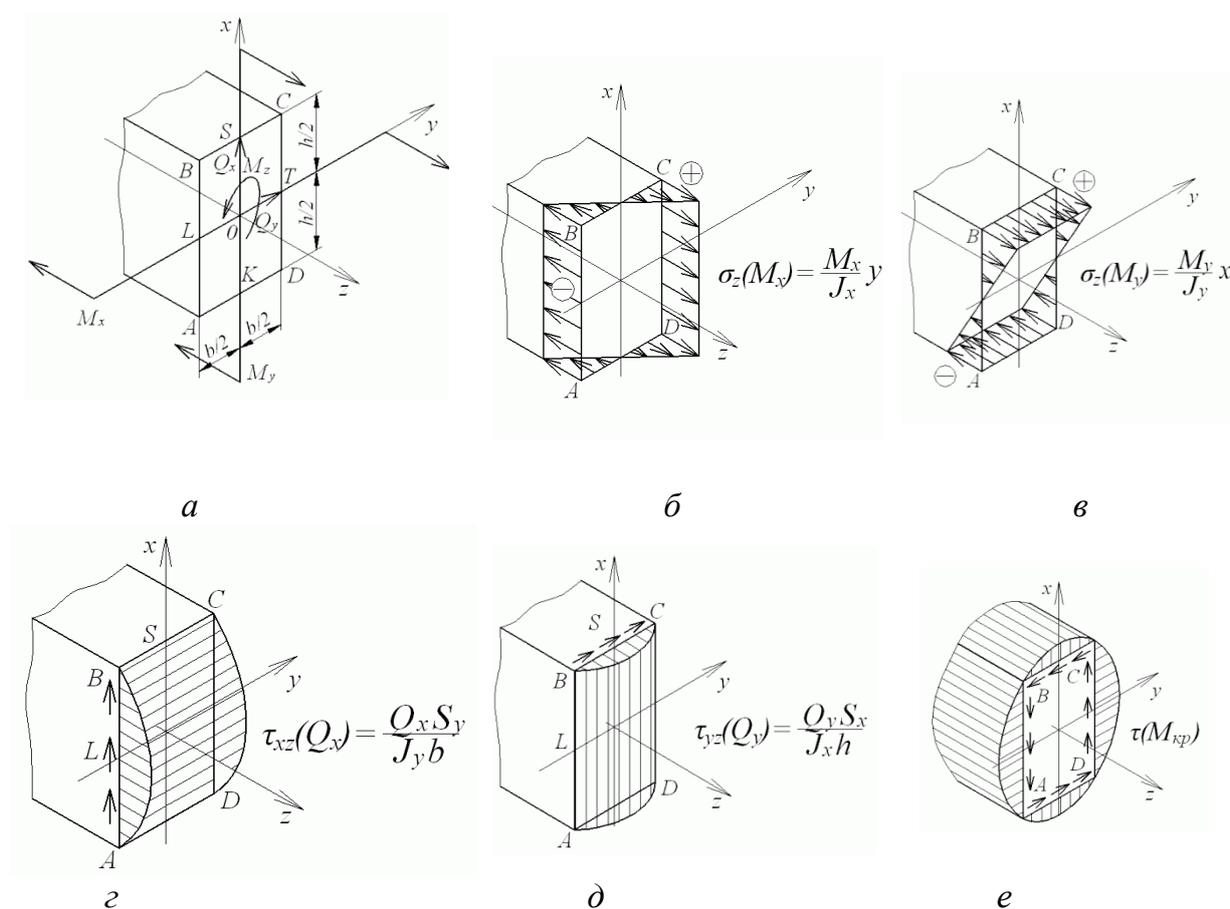


Рис. 47. Эпюры напряжений: а – распределение сил и моментов; б – эпюры нормальных напряжений по оси y ; в – эпюры нормальных напряжений по оси x ; г – эпюры касательных напряжений по оси xz ; д – эпюры касательных напряжений по оси yz ; е – направление касательных напряжений от крутящего момента

Эпюры нормальных и касательных напряжений наглядно показывают, что в отличие от круглого сечения в рассматриваемом случае наибольшие нормальные напряжения σ_x и наибольшие касательные напряжения $\tau(Q)$ и $\tau(M_{кр})$ имеют место не в одной и той же точке.

Следовательно, для выявления самой опасной точки в сечении нужно сопоставить эквивалентные напряжения в нескольких опасных точках. Обычно считают достаточным рассмотреть три точки сечения: одну угловую точку (A или C), одну точку посередине длинной стороны прямоугольника (L или T) и одну точку посередине короткой стороны прямоугольника (S или K).

Элемент, выделенный в окрестности точки C (при принятых на рис. 47, а направлениях M_y и M_z), находится в условиях простого растяжения напряжениями, равными сумме нормальных напряжений от M_y и M_z . Поэтому условие прочности для этой точки должно быть записано как для случая линейного напряженного состояния:

$$\sigma_c = M_z/W_z + M_y/W_y \leq [\sigma].$$

Элемент в окрестности точки A также находится в условиях линейного напряженного состояния — простого сжатия, так как σ_A отличается от σ_c только знаком. Если материал бруса имеет разные допускаемые напряжения для растяжения и для сжатия, то проверять прочность необходимо в каждой из этих точек.

Элементы в окрестности точек L и K находятся в плоском напряженном состоянии, и, следовательно, главные напряжения в них, как и в круглом бруске, можно вычислить по приведённой выше формуле. В общем случае касательные напряжения следует вычислять как от действия крутящего момента $M_{кр}$, так и от действия поперечных сил:

$$\tau_L = M_{кр}/\alpha h d^2 \pm 3Q_y/2bh; \tau_k = \gamma M_{кр}/\alpha h d^2 \pm 3Q_y/2bh.$$

Однако касательные напряжения от поперечных сил Q_y и Q_z , как отмечалось, обычно малы, а поэтому в большинстве случаев их влиянием можно пренебречь.

Для вычисления эквивалентных напряжений в точках L и K подставляем значения нормальных и касательных напряжений. Одновременно получим и соответствующие условия прочности (по IV теории и по теории Мора):

в точке L

$$\sigma_{\text{эKB.IV}} = \sqrt{\left(\frac{M_z}{W_z}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{\text{кр}}}{\alpha hb^2}\right)^2} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\text{эKB.M}} = \frac{1-m}{2} \frac{M_z}{W_z} + \frac{1+m}{2} \sqrt{\left(\frac{M_z}{W_z}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{\text{кр}}}{\alpha hb^2}\right)^2} \leq [\sigma];$$

в точке K

$$\sigma_{\text{эKB.IV}} = \sqrt{\left(\frac{M_y}{W_y}\right)^2 + 3\left(\gamma \frac{M_{\text{кр}}}{\alpha hb^2}\right)^2} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\text{эKB.M}} = \frac{1-m}{2} \frac{M_y}{W_y} + \frac{1+m}{2} \sqrt{\left(\frac{M_y}{W_y}\right)^2 + 4\left(\gamma \frac{M_{\text{кр}}}{\alpha hb^2}\right)^2} \leq [\sigma].$$

Знаки моментов при подстановке их в уравнения не имеют значения, так как в эти формулы входят квадраты моментов.

Таким образом, наиболее опасная точка определяется только в результате вычисления эквивалентных напряжений во всех трёх точках (C , L и K), причём в каждом отдельном случае положение наиболее опасной точки зависит от конкретного соотношения величин моментов M_x , M_y и M_z .

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите основные допущения сопротивления материалов.
2. Что называют прочностью, жёсткостью, пластичностью, упругостью, твердостью материала?
3. Укажите геометрические признаки стержня, пластины, оболочки и массивного тела.
4. Что такое сосредоточенная сила, распределённая нагрузка и момент?
5. Какие усилия включает в себя полная система внешних сил?
6. Перечислите внутренние силовые факторы.
7. Поясните суть метода сечений.
8. Перечислите простые виды сопротивления стержня.
9. Дайте определение понятия «напряжение». Какие виды напряжения вы знаете?

10. Как связаны напряжения в сечении с внутренними силовыми факторами?
11. Что следует понимать под напряженным состоянием в точке?
12. Сформулируйте закон Гука.
13. Чем характеризуют пластичность материала?
14. Какие напряжения считают предельными для материалов?
15. Что представляет собой коэффициент запаса прочности?
16. Что представляет собой допускаемое напряжение? Как его определяют?
17. Понятие сдвига.
18. Закон Гука при сдвиге.
19. Понятие кручения бруса круглого сечения.
20. Классификация изгибов.
21. Нагрузки и внутренние силовые факторы.
22. Построение эпюр нагрузок, правило знаков.
23. Нормальные и касательные напряжения при чистом изгибе.
24. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.

РАЗДЕЛ 2
ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1.1. Виды машин

Машина – техническое устройство, выполняющее преобразование энергии, материалов и информации с целью облегчения физического и умственного труда, повышения его качества и производительности.

Существуют следующие виды машин.

1. *Энергетические машины* – преобразующие энергию одного вида в энергию другого вида. Эти машины бывают двух разновидностей:

Двигатели (рис. 48), которые преобразуют любой вид энергии в механическую (например, электродвигатели преобразуют электрическую энергию, двигатели внутреннего сгорания – энергию расширения газов при сгорании в цилиндре).

Генераторы (рис. 49), которые преобразуют механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию паровой или гидравлической турбины в электрическую).

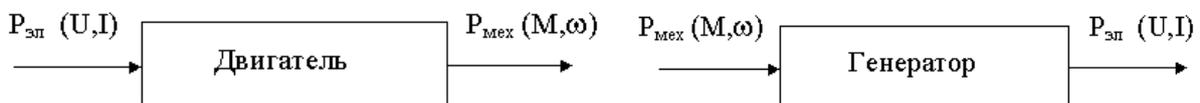


Рис. 48. Двигатель

Рис. 49. Генератор

2. *Рабочие машины* используют механическую энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию материалов. Эти машины тоже имеют две разновидности.

Транспортные машины (рис. 50), которые используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат).

Технологические машины (рис. 51), использующие механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта.



Рис. 50. Транспортная машина



Рис. 51. Технологическая машина

3. *Информационные машины*, предназначены для обработки и преобразования информации, имеют следующие виды:

Математические машины (рис. 52), преобразующие входную информацию в математическую модель исследуемого объекта.

Контрольно-управляющие машины (рис. 53), преобразующие входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной.

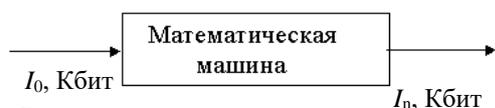


Рис. 52. Математическая машина

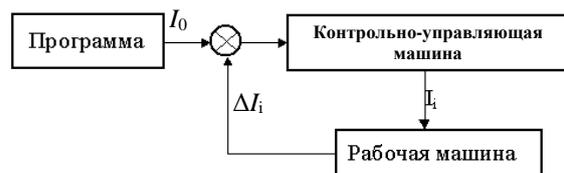


Рис. 53. Контрольно-управляющая машина

4. *Кибернетические машины* (рис. 54), управляющие рабочими или энергетическими машинами, способны изменять программу своих действий в зависимости от состояния окружающей среды (т.е. машины, обладающие элементами искусственного интеллекта).

Техническое объединение двигателя и технологической (рабочей) машины – *машинный агрегат (МА)* (рис. 55).

В качестве передаточного механизма могут быть использованы

- 1) фрикционные (с использованием трения);
- 2) цепные (привод транспортёра);
- 3) зубчатые (редуктор).

В качестве рабочей машины наиболее часто используют рычажные механизмы.

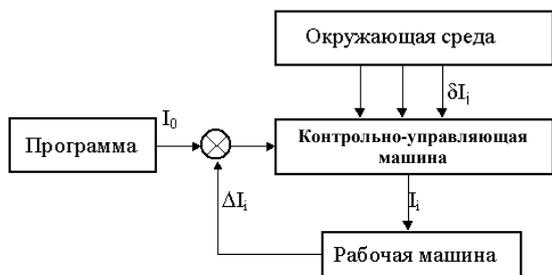


Рис. 54. Кибернетическая машина



Рис. 55. Машинный агрегат

1.2. Механизм и его элементы

Механизм – совокупность подвижных материальных тел, одно из которых закреплено, а все остальные совершают вполне определенные движения относительно неподвижного материального тела.

Звено – это одна деталь (простое звено) либо совокупность нескольких жестко скреплённых друг с другом деталей, совершающих одно и тоже движение (сложное звено).

Кривошип (начальный механизм, ведущее звено) – звено 1, вращающееся за полный оборот вокруг неподвижной оси. Звено 3, совершающее возвратно-поступательное движение по неподвижной станине, называется *ползуном*. Звено 2, связывающее два подвижных звена, называется *шатун*ом. Неподвижное звено 4 называется *стойкой* (рис. 56).

Примеры первичных механизмов даны на рис. 57.

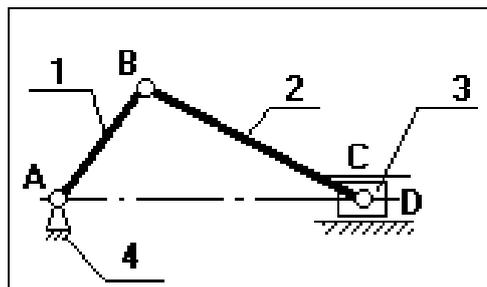


Рис. 56. Кривошипно-ползунный механизм

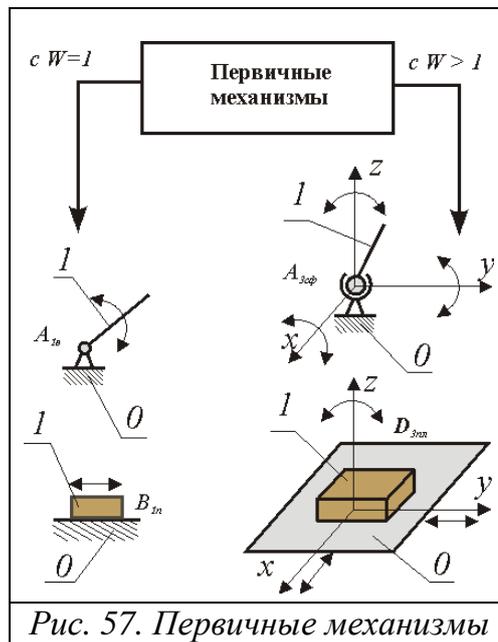


Рис. 57. Первичные механизмы

2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

2.1. Основные понятия структурного анализа

Исследование плоского механизма (все элементы которого рас-

положены в плоскости) предусматривает структурный, кинематический и динамический анализы. Структурный анализ включает определение числа подвижных звеньев и кинематических пар (КП), их классификацию, определение числа степеней свободы для плоского и пространственного механизма, устранение избыточных связей (для пространственных групп) и «рационализацию» структуры по Ассуру с энергетической интерпретацией возможных вариантов схем с избыточными подвижностями.

Структуру механизма определяют функционально связанные совокупности элементов (звенья, группы звеньев или типовые механизмы) и отношения между ними (подвижные КП или неподвижные соединения). Структура механизма на уровне звеньев, КП и структурных групп отображается на его структурной схеме, которая отличается от кинематической дополнительной информацией о виде кинематических пар, соединяющих эти элементы.

Подвижность (число степеней свободы) механизма – число ведущих звеньев (независимых обобщенных координат), однозначно определяющих положение всех других звеньев механизма (на плоскости или в пространстве).

Местные подвижности – подвижности отдельных звеньев механизма, которые не оказывают влияния на требуемое число ведущих звеньев, но допускают возможные смещения звеньев с другими целями, например, вращение ролика, шарнирно соединенного с толкателем в кулачковом механизме, допускает замену трения скольжения трением качения на поверхности кулачка.

Связь – ограничение, наложенное на перемещение тела (звена механизма).

Структурными группами Ассура называют кинематические цепи, образованные только подвижными звеньями механизма, подвижность которых (на плоскости) равна нулю.

Группа Ассура – плоские кинематические цепи с нулевой подвижностью.

Классом структурной группы Ассура называют число кинематических пар, образующих наиболее сложный замкнутый контур

группы.

Порядок группы Ассура определяет число кинематических пар, которыми она крепится к стойке, начальному механизму или другим группам.

Поводками структурных групп Ассура называют аналоги элементов механизма, к которым присоединяется эта группа. Обычно их показывают пунктирными линиями, отходящими от свободных КП (рис. 58).

С учётом этого понятия порядок группы определяет число поводов, которыми она крепится к стойке, начальному механизму или другим группам Ассура.

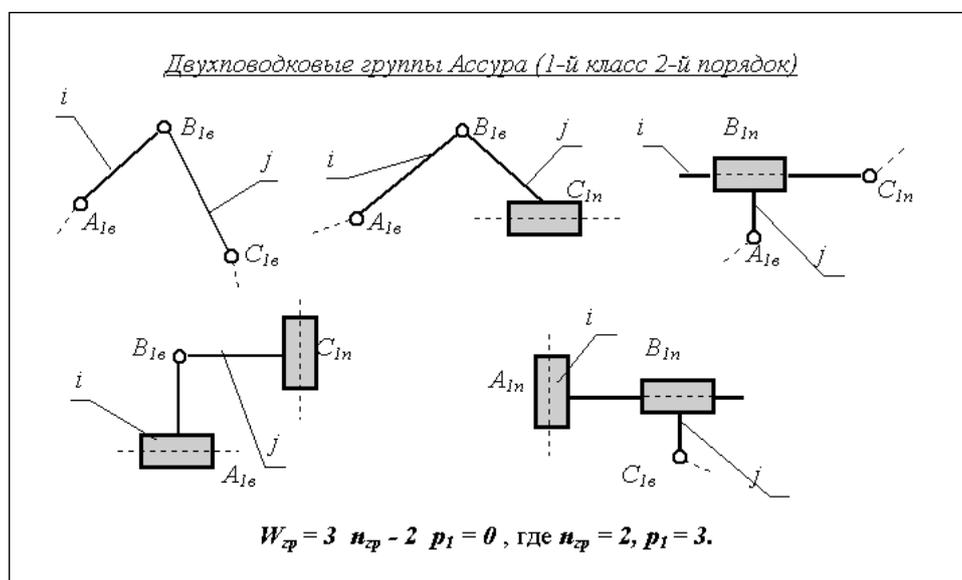


Рис. 58. Двухповодковые группы Ассура (2-й класс, 2-й порядок)

Кинематическая цепь (англ. *kinematic chain*) – это связанная система объектов, образующих между собой кинематические пары.

Кинематические цепи бывают (рис. 59):

1) простые и сложные. В простой кинематической цепи каждое ее звено входит в состав одной или двух кинематических пар, а в сложной кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав трех и более кинематических пар;

2) открытые и замкнутые. В открытой (незамкнутой) кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав одной кинематической пары, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и

более кинематических пар;

3) плоские и пространственные. Если точки всех звеньев кинематической цепи двигаются в одной или параллельных плоскостях, то такая кинематическая цепь называется *плоской*, в противном случае кинематическая цепь *пространственная*, так как точки её звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые.

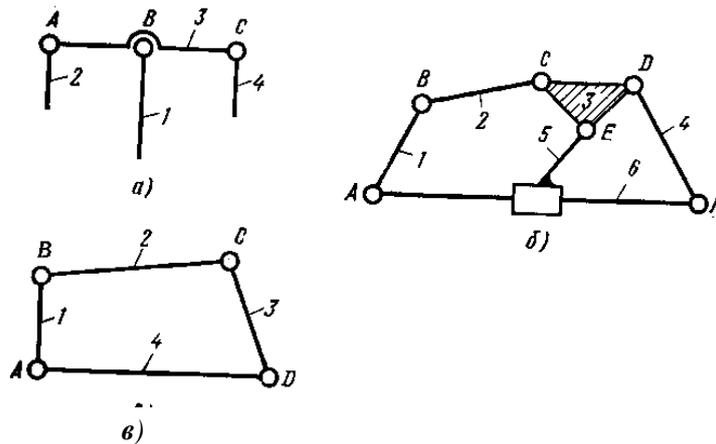


Рис. 59. Кинематические цепи: а – незамкнутая, открытая, простая; б – замкнутая сложная; в – замкнутая простая; 1-6 – подводки и звенья

Все кинематические пары делятся на классы (рис. 60) в зависимости от числа условий связи, налагаемых ими на относительное движение их звеньев. Число условий связи, наложенных на относительное движение каждого звена кинематической пары, может располагаться в пределах от 1 до 5. Следовательно, число степеней подвижности H звена кинематической пары в относительном движении может быть выражено зависимостью $H = 6 - S$, где S – число налагаемых связей. Например, если телами (звеньями), образовавшими кинематическую пару, утрачено по 5 степеней свободы каждым, эту пару называют кинематической парой 5-го класса. Если утрачено 4 степени свободы – 4-го класса и т.д.

Пара первого класса: $S = 1$; $H = 5$.

Пара второго класса: $S = 2$; $H = 4$.

Пара третьего класса: $S = 3$; $H = 3$.

Пара четвёртого класса: $S = 4; H = 2$.

Пара пятого класса: $S = 5; H = 1$

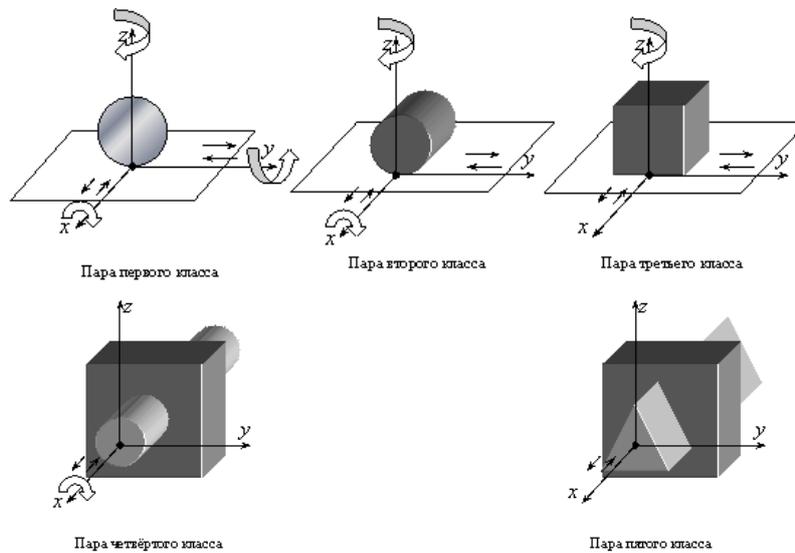


Рис. 60. Классы кинематических пар

2.2. Основные структурные формулы

Основные структурные формулы были составлены для плоских механизмов П.Л. Чебышевым, для пространственных – П.О. Сомовым и А.П. Малышевым. Так как принципы, заложенные в построение всех этих формул, одинаковы, то их можно записать в обобщённом виде:

$$W = 3n - 2p_n - p_v,$$

где n – число подвижных звеньев механизма; p_n – число низших кинематических пар; p_v – число высших кинематических пар.

Так как все числа должны быть целыми, всегда число звеньев в структурной группе должно быть чётным, а число низших кинематических пар – кратным 3.

Для расчёта избыточных связей используется следующая зависимость: $q = W_0 + W_m - W$, где q – число избыточных связей в механизме; W_0 – заданная или требуемая подвижность механизма; W_m – число местных подвижностей в механизме; W – расчётная подвижность механизма.

2.3. Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассуру

Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором Петербургского университета Л.В. Ассуром была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп Ассура (рис. 61). При структурном синтезе механизма по Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью W_0 последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.

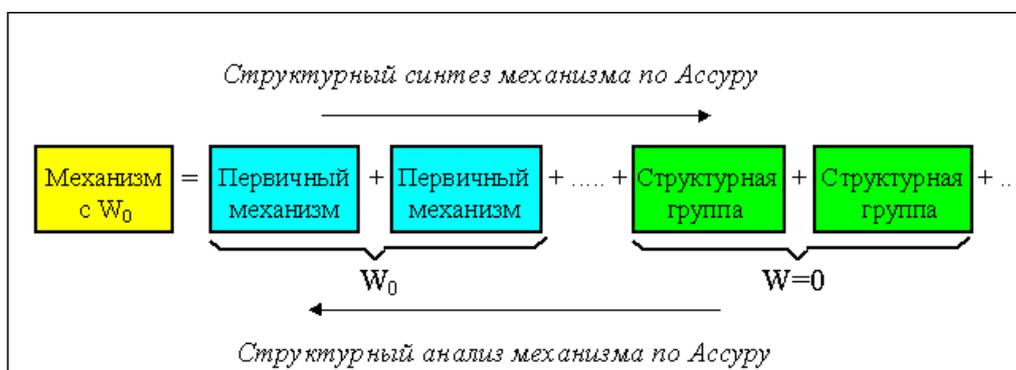


Рис. 61. Классификация по Л.В. Ассуру

Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т.е. не содержит избыточных связей и подвижностей. Структурному анализу по Ассуру можно подвергать только механизмы, не содержащие избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо устранить избыточные связи и выявить местные подвижности. Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев наиболее удалённых от первичных, выделять из состава механизма структурные группы нулевой подвижности. При этом необходимо следить, чтобы звенья, остающиеся в механизме, не теряли связи с первичными механизмами.

2.4. Основные виды плоских шарнирно-рычажных механизмов

Рычажные механизмы предназначены для преобразования одного вида движения в другое, колебательное вдоль или вокруг оси. Наиболее распространены следующие рычажные механизмы.

Шарнирный четырёхзвенный механизм (рис. 62) состоит из кривошипа 1, шатуна 2 и коромысла 3. В зависимости от соотношения

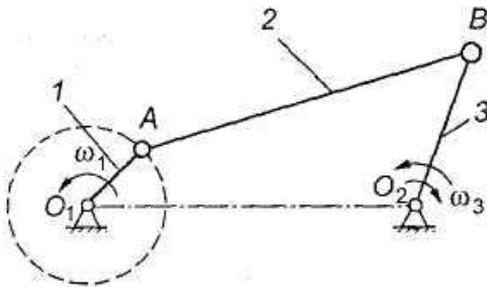


Рис. 62. Шарнирный четырёхзвенный механизм: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромысло

длин рычагов 1, 2, 3 механизм и его звенья будут выполнять разные функции. Механизм, изображенный на рис. 62 со звеном 1, наиболее коротким из всех, называется *однокривошипным*. При вращении кривошипа 1 вокруг оси O_1 , коромысло 3 совершает колебательное движение вокруг

оси O_2 , шатун 2 совершает сложное плоскопараллельное движение.

Кривошипно-ползунный механизм получают из шарнирного четырёхзвенника при замене коромысла 3 (см. рис. 62) ползуном 3

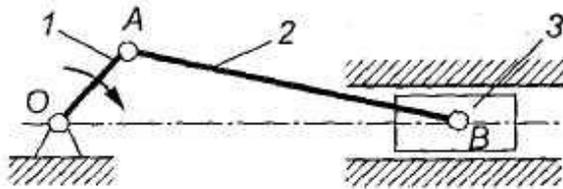


Рис. 63. Кривошипно-шатунный механизм: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун

(рис. 63). При вращении кривошипа 1, ползун 3 совершает колебательное прямолинейное движение вдоль направляющей ползуна. В двигателях внутреннего сгорания таким ползуном является поршень, а направляющей – цилиндр.

Кулисные механизмы служат для преобразования равномерно-

вращательного движения кривошипа 1 в качательное движение кулисы 3 (рис. 64).

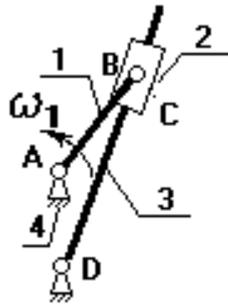


Рис. 64. Кулисный механизм: 1 – кривошип; 2 – камень кулисы (втулка) вместе со звеном 1 совершает полный оборот вокруг шарнира А (ω_1 – угловая скорость), а также движется вдоль звена 3, приводя его во вращение; 3 – кулиса; 4 – стойка.

Гидроцилиндр – в кинематическом отношении подобен кулисному механизму (рис. 65). Такая схема используется в различных гидро – или пневмоприводах механизма входным поршнем 2 на кривошипе 1, скользящем в качающемся (или вращающемся) цилиндре 3.

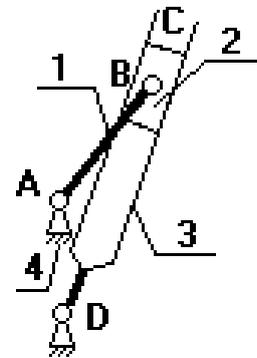


Рис. 65. Гидроцилиндр

2.5. Задача структурного анализа механизмов

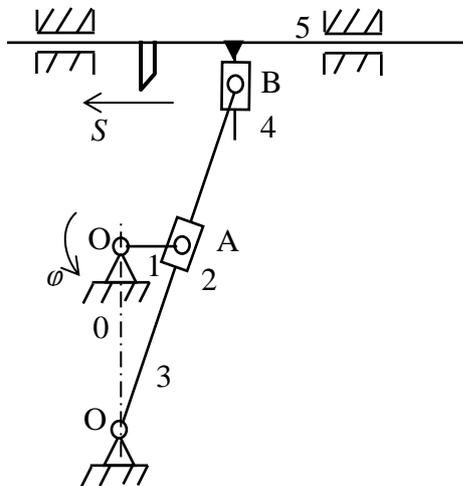
Анализ сложного механизма состоит в том, чтобы выявить свойства и особенности строения механизма путём расчленения на более простые составляющие.

В процессе решения задачи структурного анализа механизма выполняется следующее:

- 1) определяется число звеньев механизма;
- 2) определяется число кинематических пар, даётся их классификация;
- 3) определяется число степеней свободы механизма;
- 4) выявляются избыточные связи и местные степени свободы;

5) механизм разбивается на группы звеньев в соответствии с принципом Ассур.

Пример выполнения структурного анализа механизма строгального станка показан на рис. 66.



Механизм состоит из шести звеньев: стойка O, кривошип 1, ползушка 2, кулиса 3, ползушка 4, суппорт 5 с установленным на нём резцом. Входным звеном является кривошип 1, выходным – суппорт 5. Звенья механизма образуют семь кинематических пар: O – 1, 1 – 2, O – 3, 3 – 4 – вращательные, одноподвижные, пятого класса; 5 – O – цилиндрическая, двухподвижная, четвёртого класса. Все кинематические пары – низшие, следовательно, механизм – рычажный.

Рис. 66. Схема механизма строгального станка

Звенья механизма движутся в плоскостях, параллельных неподвижной плоскости – исследуемый механизм является плоским. Он не содержит звеньев, образующих только одну кинематическую пару, следовательно, является замкнутым. Звенья механизма образуют два замкнутых контура: O – 1 – 2 – 3 – O и O – 3 – 4 – 5 – O.

Число степеней свободы механизма определим, применяя универсальную формулу Чебышева

$$W = 3(n-1) - 2p_H = 3(6-1) - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1,$$

где $n = 6$ – число звеньев; $p_H = 7$ – число низших кинематических пар.

В соответствии с принципом Ассур *начальный механизм*, обладающий числом степеней свободы всего исследуемого механизма, *кривошипный*, состоит из стойки O и кривошипа 1 (рис. 67).

Остальные звенья образуют ведомую цепь, имеющую нулевую подвижность относительно звеньев начального механизма. Ведомая цепь, в свою очередь, состоит из двух двухзвенных структурных групп: 2 – 3 и 4 – 5.

На рис. 67 штриховой линией обозначены внешние кинематические пары – «поводки», которыми звенья групп присоединяются к начальному механизму или к звеньям соседних групп.

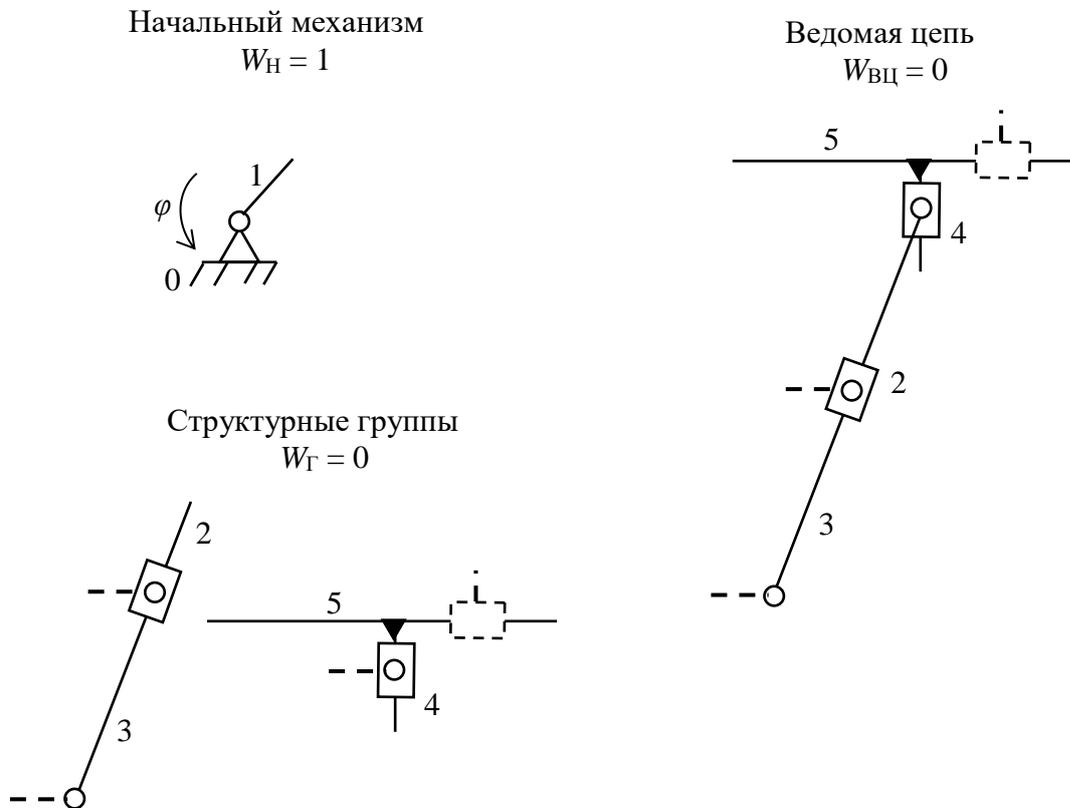


Рис. 67. Структурные группы механизма

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

3.1. Цели, задачи и методы кинематического анализа механизмов

Анализ механизма – исследование его основных параметров без учёта, действующих на него сил, с целью изучения законов изменения и на основе этого выбор из ряда известных наилучшего механизма.

Цели:

1. Распределение кинематических характеристик звеньев: перемещение, скорость, ускорение, траектория движения, функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.
2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.

3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Задачи:

1. Определение перемещений звеньев и траекторий заданных точек механизма.

2. Определение скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев механизма.

3. Определение ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев механизма.

Методы:

1. Аналитический.

2. Графоаналитический (или метод планов скоростей и ускорений).

3. Графический (или метод графиков и диаграмм).

3.2. Графоаналитический метод кинематического анализа

Этот метод, более простой, основан на непосредственном геометрическом построении планов положений (обычно 12) механизма.

Он позволяет наглядно представить движение его звеньев. При этом на чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а, следовательно, и действительная конфигурация механизма в соответствующие мгновения времени.

Недостаток метода – невысокая точность, которая зависит от точности графических построений.

Анализ проведём на примере кривошипно-ползунного механизма, для которого задана схема механизма и размеры его звеньев – L_{OA} и L_{AB} и угловая скорость кривошипа $\omega_1 = \text{const}$ (рис. 68).

Степень подвижности механизма

$$W = 3n - 2p_n - p_v = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Рассматриваемый механизм образован путём присоединения к простейшему механизму группы Ассура второго класса, состоящий из

звеньев 2 и 3. Так как наивысший класс группы Ассура, входящий в его состав, второй, кривошипно-ползунный механизм является механизмом второго класса.

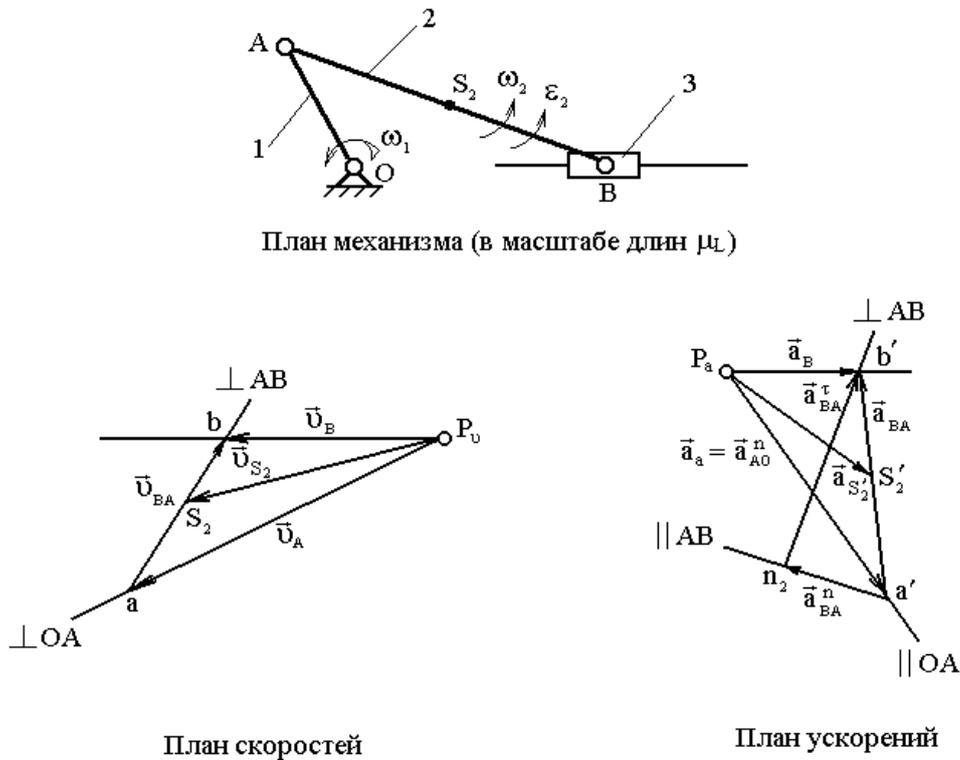


Рис. 68. Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма

Выбираем масштабы длин $\mu_L = L_{OA}/AO$, м/мм, где AO – длина отрезка, мм, изображающая кривошип длиной L_{OA} на строящемся плане механизма; эта длина выбирается произвольно с учётом того, что совмещённые планы механизма должны разместиться на отведённом месте чертежа, а сам масштаб длин был бы удобен для дальнейших расчётов.

Вычисляем длину отрезка $AB = L_{AB}/\mu_L$, мм, изображающего шатун на плане механизма. При построении совмещённых планов механизма используют *метод засечек* (см. рис. 68).

Для построения графиков скоростей и ускорений (см. рис. 68) выбираются полюсные расстояния h_v и h_a , где h_v – полюсное расстояние при построении графика скоростей, которое выбирается произвольной длины; рекомендуется его величину выбирать в пределах $h_v \approx 30 - 40$ мм; h_a – полюсное расстояние при построении графика

ускорений; его рекомендуется принимать в пределах $h_a \approx 30 - 40$ мм.

Масштаб скорости вычисляется по формуле

$$\mu_v = \mu_s / \mu_l \cdot h_v \text{ (м/с)/мм.}$$

Масштаб ускорения вычисляется по формуле

$$\mu_a = \mu_v / \mu_l \cdot h_a \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$$

Для определения величины скорости или ускорения в каком-либо положении точки B необходимо длину ординаты соответствующего графика умножить на масштаб μ_v или μ_a соответственно.

План скоростей кривошипно-ползунного механизма начинают строить после построения плана механизма в заданном положении, в выбранном масштабе длин μ_l , составления векторного уравнения скоростей и выбора масштаба плана скоростей μ_v .

Векторное уравнение скоростей шатуна 2 (см. рис. 68):

$$V_B = V_A + V_{BA},$$

где $V_A = \omega_1 L_{OA}$ – скорость точки A , м/с; вектор этой скорости направлен перпендикулярно прямой OA кривошипа 1 на плане механизма; V_{BA} – вектор скорости точки B относительно A , имеет направление, перпендикулярное прямой AB на плане механизма; V_B – вектор полной (абсолютной), скорости ползуна 3, должен быть параллельным направлению движения ползуна.

Для построения плана скоростей сначала из полюса плана P_v (см. рис. 68) проводится вектор скорости точки A относительно O – V_A , т.е. векторный отрезок $P_v a$. Затем через точку a проводится перпендикуляр к прямой AB плана механизма и через полюс P_v – прямая, параллельная движению ползуна 3. На пересечении этих двух прямых получается точка b . Направления векторов скоростей V_B и V_{BA} обозначают стрелками.

Например, необходимо определить скорость точки S_2 , принадлежащей шатуну 2 и расположенной на середине отрезка AB . Используя теорему подобия, на отрезке ab плана скоростей находят его середину (точка S_2), которая, будучи соединенной с полюсом P_v , даст вектор V_{S_2} , изображающий абсолютную (полную) скорость точки S_2 .

Рассчитаем величину линейных скоростей и угловую скорость шатуна 2: $v_{BA} = (ab) \mu_v$, м/с ; $v_B = (P_v b) \mu_v$, м/с ; $v_{S_2} = (P_v S_2) \mu_v$, м/с ;

$$\omega_2 = v_{BA} / L_{AB}, \text{ с}^{-1}.$$

Направление вектора угловой скорости шатуна ω_2 определяется следующим образом. Вектор скорости V_{BA} условно переносится в точку B плана механизма. Угловая скорость ω_2 шатуна будет направлена в ту сторону, в которую V_{BA} будет вращать шатун относительно точки A .

План ускорений кривошипно-ползунного механизма строят после того, как будет составлено векторное уравнение ускорений шатуна, учитывая, что он совершает сложное движение:

$$a_B = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^r,$$

где a_A – ускорение точки A ; его величину и направление можно определить, используя векторное уравнение ускорения точки A относительно оси O вращения кривошипа: $a_A = a_O + a_{AO}$, причём ускорение точки A относительно O можно разложить на две составляющие – нормальное ускорение a_{AO}^n и тангенциальное a_{AO}^r , т.е. $a_{AO} = a_{AO}^n + a_{AO}^r$.

Так как точка O неподвижна и ускорение её равно нулю ($a_O = 0$ и $a_{AO}^r = 0$ при условии, что угловая скорость вращения кривошипа постоянна: $\omega_1 = \text{const}$ и его угловое ускорение $\varepsilon_1 = 0$), то векторное уравнение ускорения точки A можно записать в виде: $a_A = a_{AO}^n$. Величина нормальной составляющей ускорения (нормальное ускорение) рассчитывается по формуле: $a_{AO}^n = \omega_1^2 L_{AO}$ (его вектор направлен по радиусу вращения кривошипа от точки A к точке O).

Затем вычисляется нормальное ускорение точки B относительно A по формуле: $a_{BA}^n = \omega_2^2 L_{AB}$ (его вектор направлен от B к A).

После выбора масштаба плана ускорений по формуле:

$$\mu_a = a_{OA}^n / P_a a'$$

величина нормального ускорения a_{BA}^n переводится этим масштабом в векторный отрезок длиной:

$$a' n_2 = a_{BA}^n / \mu_a, \text{ мм.}$$

Затем строится план ускорений (см. рис. 68). Из произвольно выбранного полюса P_a параллельно отрезку OA плана механизма проводится вектор ускорения a_{AO}^n , длина которого $P_a a'$ была выбрана произвольно при расчёте масштаба μ_a . Из конца этого вектора (точки a')

проводится вектор ускорения $a^{n_{BA}}$ длиной $a'n_2$, который должен быть параллелен отрезку AB плана механизма и направлен от точки B к A .

Перпендикулярно ему через точку n_2 проводят прямую до пересечения с прямой, проведённой через полюс P_a параллельно линии движения ползуна 3. Полученная точка их пересечения b' определяет длины векторов ускорений a_{BA} и a_B .

Для нахождения величины ускорения точки S_2 , принадлежащей шатуну, можно применить теорему подобия. При этом необходимо на векторе, изображающем на плане ускорений относительное ускорение a_{BA} , найти соответствующую точку S_2' , делящую отрезок $a'b'$ в той же пропорции, что и точка S_2 делит отрезок AB на плане механизма.

Угловое ускорение шатуна вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^\tau / L_{AB} = (n_2b') \mu_a / L_{AB}, \text{ с}^{-1},$$

где n_2b' – длина вектора на плане ускорений, изображающего тангенциальное ускорение a_{BA}^τ .

Для определения направления вектора углового ускорения шатуна ε_2 необходимо вектор тангенциального ускорения a_{BA}^τ условно перенести в точку B плана механизма.

На рисунке 69 показаны совмещённые планы механизма и графики: перемещений точки B (ползуна 3, см. рис. 68), скоростей точки B , ускорений точки B .

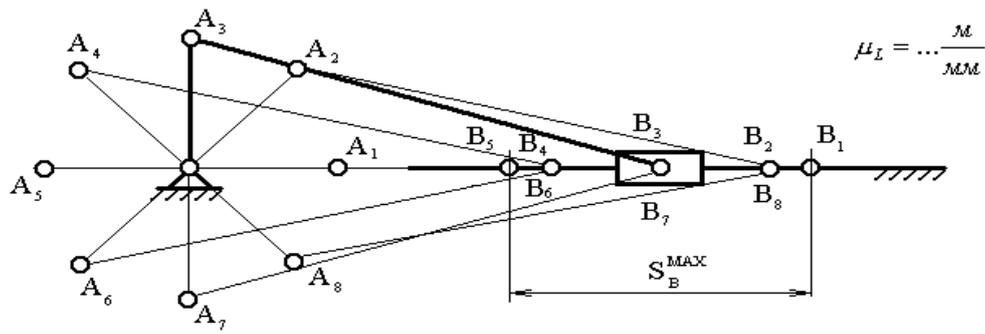


График перемещений точки В

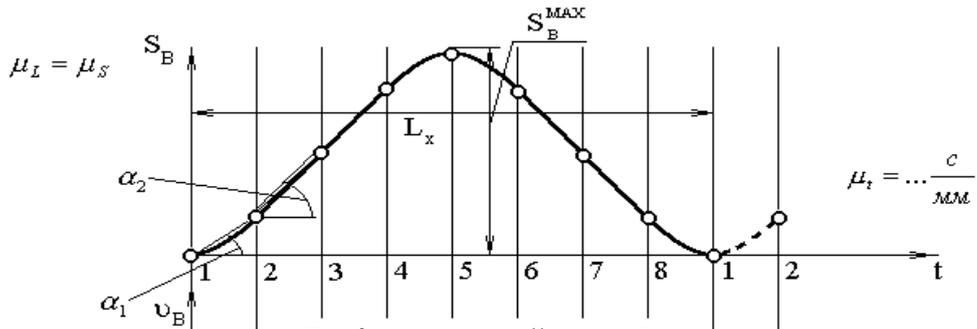


График скоростей точки В

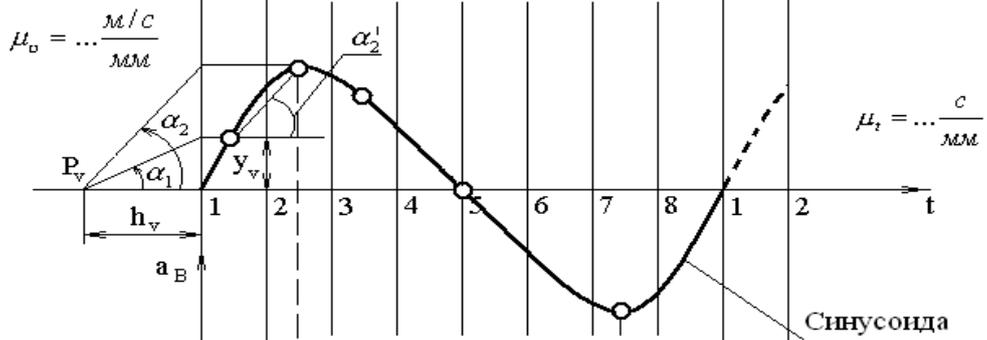


График ускорений точки В



Рис. 69. Совмещённые планы механизма, графики перемещений, скоростей и ускорений точки В

3.3. Силовой анализ механизма методом планов

Проведём силовой расчёт на примере кривошипно-ползунного механизма с ведущим звеном 1 (рис. 70). Требуется определить реакции в кинематических парах от силы P_3 , приложенной в точке S_3 звена 3, силы P_2 приложенной в точке S_2 звена 2, а также P_y .

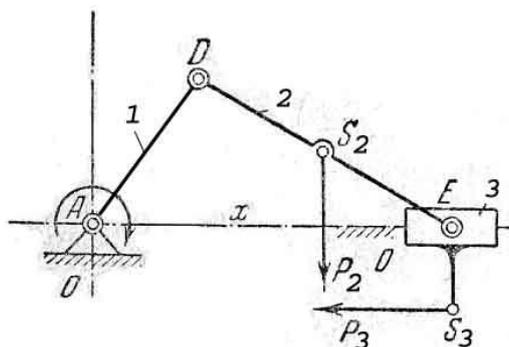


Рис. 70. Схема механизма

Рассматриваемый механизм представляет собой механизм второго класса, второго вида. Определение реакций в кинематических парах начинаем с последней в порядке присоединения группы, состоящей из звеньев 2 и 3. Для этого разлагаем реакцию P_{12} , действующую в паре с D , на составляющие P_{12}^n и P_{12}^t : $P_{12} = P_{12}^n + P_{12}^t$.

Уравнение моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки E : $M_E(P_{12}^t) + M_E(P_2) = 0$, откуда: $P_{12}^t = P_2 h_2 / L_{DE}$, где h_2 — плечо силы P_2 относительно точки E .

Общее уравнение равновесия всей группы: $P_{12}^n + P_{12}^t + P_2 + P_{03}$.

Для определения P_{12}^n и P_{03} строим в произвольно выбранном масштабе μ_r план сил. Для этого из точки d откладываем силу P_{12}^t в виде отрезка (da) . К силе P_{12}^t прикладываем силу P_2 в виде отрезка (ab) и к ней — силу P_3 в виде отрезка (bc) . Через точку c проводим прямую в направлении силы P_{03} , т.е. перпендикулярную к оси x , а через точку d — в направлении силы P_{12}^n , т.е. параллельную направлению DE звена 2.

Точка e пересечение этих прямых определяет начало вектора силы P_{12}^n и конец вектора силы P_{03} . Соединив точку e с точкой a , полу-

чим силу P_{12} в виде отрезка (ea). Реакция P_{23} в виде отрезка (eb) определяется, если соединить точки e и b (рис. 71).

Равновесие ведущего звена 1. На него действует сила P_{21} , равная по величине и противоположно направленная силе P_{12} (рис. 72).

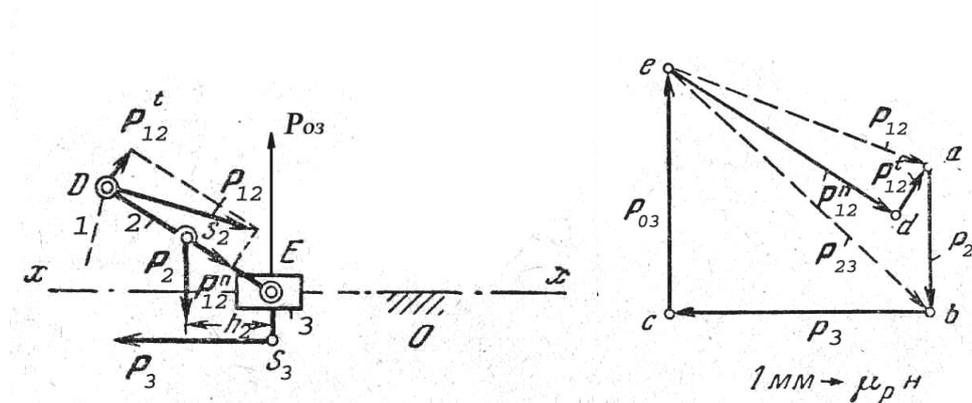


Рис. 71. План сил

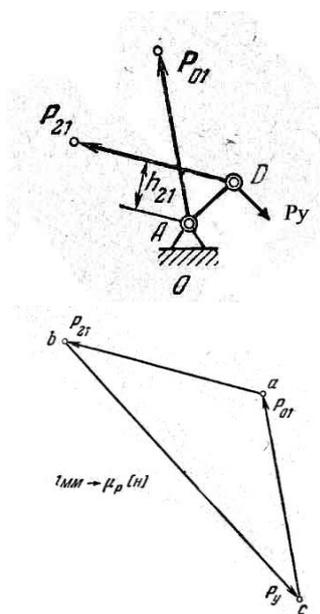


Рис. 72. Ведущее звено 1

Линия действия уравновешивающей силы P_y перпендикулярна к AD . Величина уравновешивающей силы P_y определяется из уравнения: $M_A(P_y) + M_A(P_{21}) = 0$, откуда $P_y = P_{21}h_{21}/h_y$, где h_{21} и h_y – плечи сил P_{21} и P_y относительно точки A .

Для определения реакции P_{01} в паре A графически векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на ведущее звено 1

$$P_{21} + P_y + P_{01} = 0.$$

Из точки a отложить в масштабе μ_P силу P_{21} в виде отрезка (ab) и к ней приложить силу P_y в виде отрезка (bc) . Отрезок (ca) представляет собой силу P_{01} .

4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА

4.1. Прямая задача динамики машин

Прямая задача динамики машины является задачей анализа по определению закона движения механической системы под действием заданных внешних сил. При решении этой задачи параметры машинного агрегата и действующие на него внешние силы известны, необходимо определить закон движения: скорости и ускорения в функции времени или обобщенной координаты. Иначе эту задачу можно сформулировать так: заданы управляющие силы и силы внешнего сопротивления, определить обеспечиваемый ими закон движения машины.

Обратная задача – это задача синтеза управления, когда задан требуемый закон движения машины и внешние силы сопротивления, а определяются управляющие силы. При решении задач динамики используют либо уравнения силового равновесия системы – метод кинетостатики, либо уравнения энергетического равновесия – закон сохранения энергии. Для идеальной механической системы, в которой нет потерь энергии и звенья абсолютно жесткие, этот закон можно применять в виде теоремы об изменении кинетической энергии. Согласно этой теореме работа всех внешних сил, действующих на систему, расходуется только на изменение её кинетической энергии. При этом потенциальные силы – силы веса – рассматриваются как внешние: $\Delta T = T - T_{\text{нач}}$, где ΔT – изменение кинетической энергии системы, T – текущее значение кинетической энергии системы, $T_{\text{нач}}$ – начальное значение кинетической энергии системы.

Рассмотрим механизм (рис. 73), состоящий из n подвижных звеньев, из которых r совершают вращательное движение, j – плоское, k – поступательное. Основная подвижность системы $W = 1$. На систему действуют f – внешних сил и m – внешних моментов. Движение этой системы определяется изменением одной независимой обобщенной координаты. Такую систему при решении задач динамики можно заменить более простой динамической моделью. Положение звена этой модели определяется обобщенной координатой, а динамические параметры заменяются: инерционные – суммарным приведенным моментом инерции $I^{\text{пр}}_{\Sigma}$, силовые – суммарным приведённым моментом $M^{\text{пр}}_{\Sigma}$.

Эти параметры динамической модели рассчитываются по критериям подобия модели и объекта, которые определяются соответственно из равенства правых и левых частей уравнений изменения кинетической энергии для модели и объекта.

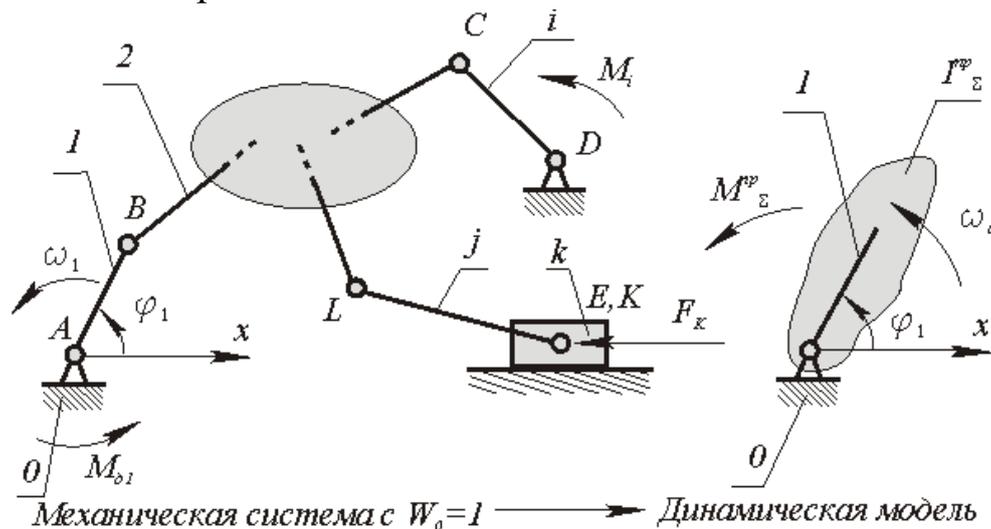


Рис. 73. Механическая система и динамическая модель

4.2. Определение параметров динамической модели машины (приведение сил и масс)

Рассмотрим изображенные на рис. 73 механизм и его динамическую модель.

Модель будет энергетически эквивалентна рассматриваемому механизму, если правые и левые части уравнений изменения кинетиче-

ской энергии для модели и для системы будут равны, т. е. для левых частей выполняется условие $T_c = T_m$, а для правых – $A_c = A_m$.

Для левых частей формула для определения *приведённого суммарного момента инерции динамической модели*

$$I^{np}_{\Sigma} = \sum_{i=1} m(V_{qSi})^2 + \sum_{i=1} I_{Si}(\omega_{qi})^2.$$

Для правых частей формула для определения *приведённого суммарного момента динамической модели*

$$M^{np}_{\Sigma} = \sum_{i=1} V_{qSi} \cos(F_i, dS_i) + \sum_{i=1} M_i \omega_{qi}.$$

4.3. Механические характеристики машин

Механической характеристикой машины называется зависимость силы или момента на выходном валу или рабочем органе машины от скорости или перемещения точки или звена её приложения.

Рассмотрим механические характеристики на примере строгального станка (рис. 74). Механические характеристики определяют внешние силы и моменты, действующие на входные и выходные звенья, рассматриваемой механической системы со стороны взаимодействующих с ней внешних систем и окружающей среды. Характеристики определяются экспериментально, по результатам экспериментов получают регрессионные эмпирические модели, которые в дальнейшем используются при проведении динамических расчетов машин и механизмов.

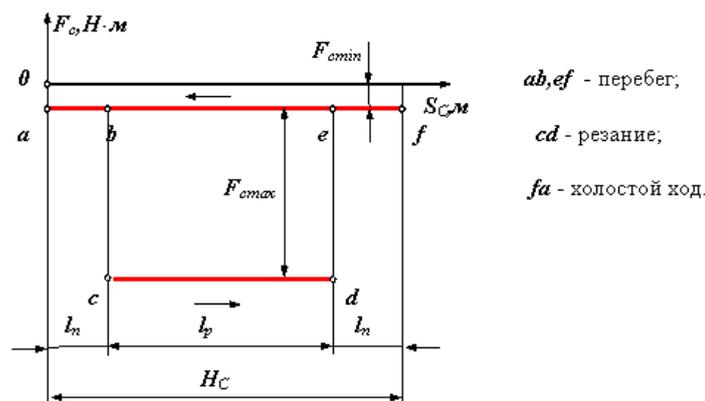


Рис.74. Механические характеристики

5. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕДАЧАХ ВРАЩЕНИЯ

5.1. Основные понятия

Если в механизме имеются только ведущие и ведомые валы и отсутствуют промежуточные вращающиеся звенья, то механизм называется *передачей*. Передача вращения может осуществляться:

1) путём непосредственного соприкосновения двух дисков, жёстко связанных с ведущим и ведомым валами (фрикционная, червячная, зубчатая);

2) посредством промежуточных гибких тел, сцепляющихся с дисками, которые жёстко связаны с ведущим и ведомым валами (ременная, цепная, волновая).

Отношения угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* i , которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношения угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом* u , которое определяет направление передачи энергии.

Величины i и u могут меняться или оставаться постоянными за время одного оборота ведущего вала.

Любую передачу можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей, контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей, перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе p (рис. 75).

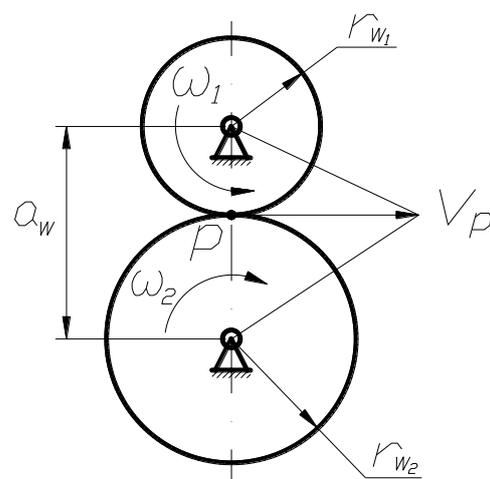


Рис. 75. Передача вращения

$$V_p = r_{w1} \omega_1 = r_{w2} \omega_2, \text{ т. е. } \omega_1 / \omega_2 = r_{w2} / r_{w1} = i_{1,2} .$$

Аналогично можно изобразить ремённую или цепную передачи, а также пространственные передачи (рис. 76).

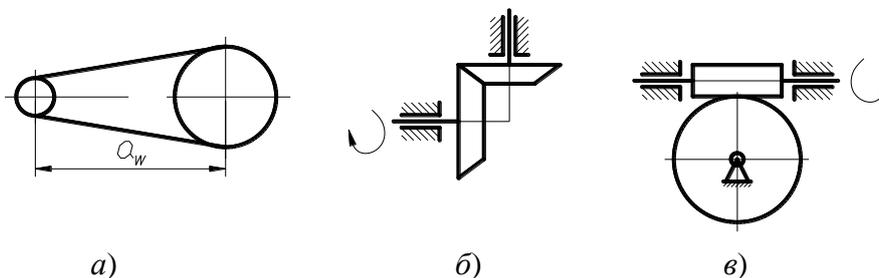


Рис. 76. Схемы передач: *a* – ремённая или цепная; *б* – коническая; *в* – червячная

5.2. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)

Основную теорему зацепления рассмотрим на примере двух зубчатых колёс (рис. 77). Профили зубьев двух колёс соприкасаются в точке K . Колёса вращаются вокруг точек O_1 и O_2 в направлениях, указанных стрелками. Скорость точки K в системе первого колеса:

$$V_{K1} = \omega_1 O_1K.$$

Скорость точки K в системе второго колеса:

$$V_{K2} = \omega_2 O_2K.$$

Они различны по величине и направлению.

Давление между двумя твёрдыми телами передаётся по общей нормали $N-N$, следовательно, непрерывная передача движения возможна только лишь в том случае, если проекции скоростей точек контакта обоих профилей на общую нормаль будут одинаковы по величине и направлению.

При $V_{K2} > V_{K1}$ будет происходить размыкание зацепления, чего допускать нельзя; при $V_{K1} > V_{K2}$ – происходит внедрение зуба одного колеса в зуб другого колеса (тем более нельзя допускать), следовательно, скорости должны быть равны $V_{K1} = V_{K2}$. $V_{K1}^n = V_{K1} \cos \alpha_1$;

$$V_{K2}^n = V_{K2} \cos \alpha_2, \text{ отсюда } \omega_1 O_1K \cos \alpha_1 = \omega_2 O_2K \cos \alpha_2.$$

$$U_{12} = \omega_1 / \omega_2 = O_2P / O_1P = r_2 \omega_2 / r_1 \omega_1.$$

Это равенство выражает основную теорему зацепления: общая нормаль $N-N$ к сопряжённым профилям, вращающимся относительно центров O_1 и O_2 , делит линию центров O_1 и O_2 на части, обратно пропорциональные угловым скоростям этих профилей.

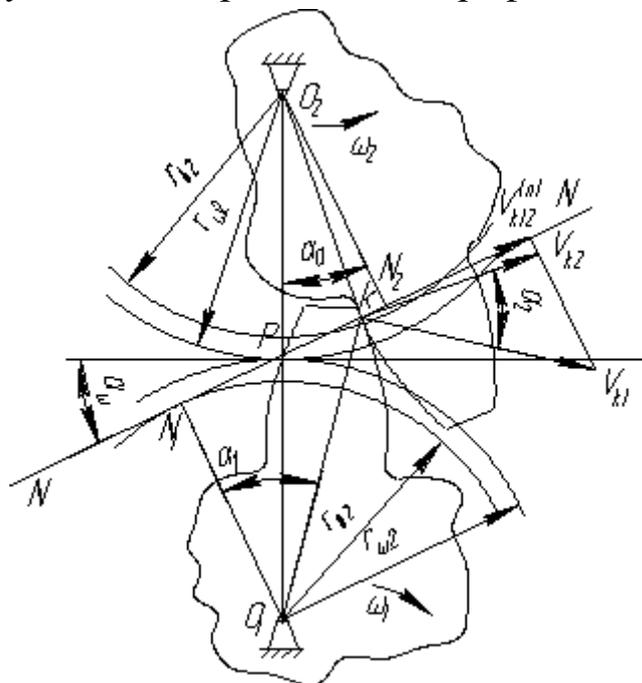


Рис. 77. Теорема Виллиса – основная теорема зацепления

Итак, если точка P неподвижна, то передаточное отношение звеньев будет постоянно. Точка P называется *полюсом зацепления*. Она является мгновенным центром относительного вращения звеньев 1 и 2. Окружности с центрами O_1 и O_2 , проходящие через полюс, называются *начальными*. При работе колёс они катятся одна по другой без скольжения и представляют собой centroиды колёс.

Угол α_ω , составленный общей нормалью $N-N$ к профилям зубьев (линией зацепления) и общей касательной к начальным окружностям называется *углом зацепления* (углом давления).

По теореме зацепления всегда можно проверить, являются ли два профиля находящихся в зацеплении зубьев сопряженными. Для этого проводим к ним общую нормаль и выясняем, проходит ли она через полюс зацепления. Требование сопряжённости профилей удовлетворяется, если профили являются эвольвентными, циклоидными. В эвольвентном зацеплении угол α_ω постоянный. В большинстве случаев угол $\alpha_\omega = 20^\circ$.

5.3. Образование эвольвенты и её свойства

Эвольвентой круга называют кривую, которая описывает любую точку прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности. При этом прямую обычно называют производящей, а окружность – основной r_b .

Пусть производящая прямая (рис. 78) $n - n$ показана в положении, когда она касается основной окружности в точке A и требуется построить эвольвенту, описываемую точкой M . Для этого делим отрезок AM на равные части и откладываем на r_b дуги, равные соответствующим частям отрезка AM : $4' 3' = 4 3$; $3' 2' = 3 2$ и т. д. Через полученные точки проводим касательные и откладываем на них отрезки, последовательно уменьшая длину каждого отрезка на одну часть. Соединяя концы отложенных отрезков, получаем эвольвенту, уравнение которой r_b : $AM_0 = AM$.

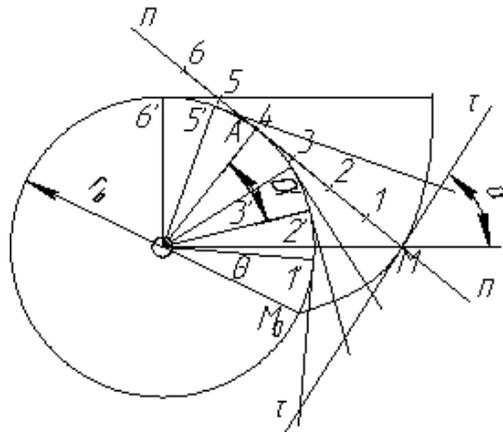


Рис. 78. Построение эвольвенты

Обозначим через α острый угол между касательной $\tau - \tau$ к эвольвенте и радиус-вектором эвольвенты OM называется *углом профиля*. Угол θ , образованный начальным радиус-вектором эвольвенты OM_0 и её текущим радиусом OM , называется *эвольвентным углом*. $r_b (\alpha + \theta) = r_b \operatorname{tg} \alpha$ или $\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$. Функция $\operatorname{tg} \alpha - \alpha$ называется и обозначается "inv", т. е. уравнение может быть записано $\theta = \operatorname{inv} \alpha$.

Радиус-вектор эвольвенты находится из треугольника OAM

$$R = r_b / \cos \alpha.$$

Эвольвента имеет две ветви (рис. 79): положительная ветвь $\mathcal{E}^+(\theta > 0)$ получается при перекачивании прямой против хода часовой стрелки, отрицательная ветвь $\mathcal{E}^-(\theta < 0)$ – при перекачивании по ходу часовой стрелки.

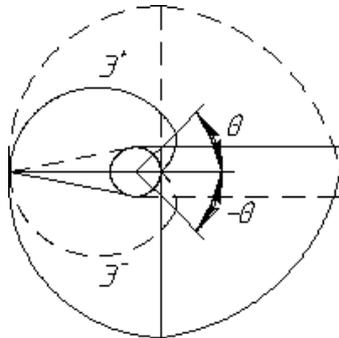


Рис. 79. Ветви эвольвенты

Основные свойства эвольвенты:

1. Каждая ветвь эвольвенты вполне определяется радиусом основной окружности r_b и начальной точкой M_0 .
2. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности.
3. Нормаль к любой точке эвольвенты направлена по касательной к основной окружности.
4. Центр кривизны эвольвенты лежит в точке касания нормали с основной окружностью r_b .

5.4. Эвольвентное зацепление (рис.80)

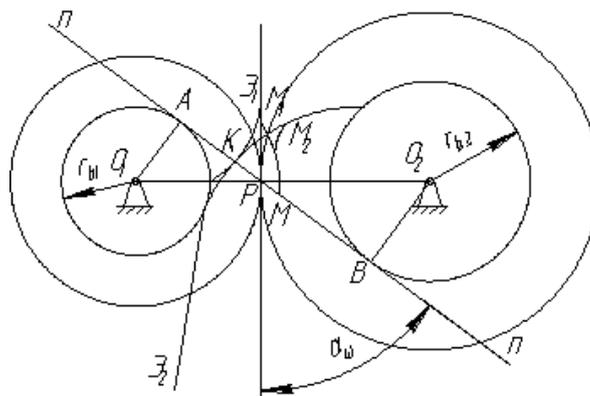


Рис. 80. Эвольвентное зацепление

Пусть профиль зуба звена 1 очерчен по эвольвенте r_{b1} , а профиль зуба звена 2 по эвольвенте r_{b2} . Поместим центры этих окружно-

стей в точку O_1 и в точку O_2 и приведём эвольвенты в соприкосновение в точке K .

Нормаль к эвольвенте \mathcal{E}_1 в точке K должна быть касательной к r_{b1} , а нормаль \mathcal{E}_2 – касательной к r_{b2} . В точке касания нормаль должна быть общей к обоим профилям и, следовательно, точка K лежит на общей касательной к основным окружностям. При вращении звеньев 1 и 2 точка касания эвольвент перемещается по отрезку AB этой касательной, так как вне отрезка AB эвольвенты не могут касаться, т. е. иметь общую нормаль. Отсюда следует, что линия зацепления эвольвентных профилей совпадает с общей нормалью к ним и лежит на отрезке AB общей касательной к основным окружностям. Точка P – полюс зацепления – занимает неизменное положение. По свойству центроид начальные окружности при движении звеньев перекатываются без скольжения. Итак, при эвольвентном зацеплении передаточное отношение имеет постоянную величину: $U_{12} = \pm r_{b1}/r_{b2}$.

Знак (-) относится к внешнему зацеплению, знак (+) – к внутреннему.

Выводы:

1. При эвольвентном зацеплении изменение межосевого расстояния не влияет на величину передаточного отношения вследствие неизменности радиусов основных окружностей. При изменении межосевого расстояния изменятся лишь радиусы r_w и угловые зацепления α_w .

2. При эвольвентном зацеплении передаточное отношение согласно основной теории имеет постоянную величину.

3. При внешнем зацеплении эвольвентные профили являются сопряжёнными только в пределах отрезка AB линии зацепления.

Линией зацепления (AB) называется геометрическое место точек соприкасания профилей боковых поверхностей зубьев колёс, принадлежащее неподвижному пространству. Точки M_1 и M_2 – сопряжённые.

Точки, касающиеся друг друга на линии зацепления, называются сопряжёнными. Точки A и B – теоретические границы зацепления, за этими точками зацепление допускать нельзя, так как может наступить заклинивание передачи.

5.5. Основные размеры зубчатых колёс с эвольвентным профилем

Эвольвентные профили (рис. 81) удовлетворяют условию синтеза зубчатого зацепления – получению заданного U_{12} .

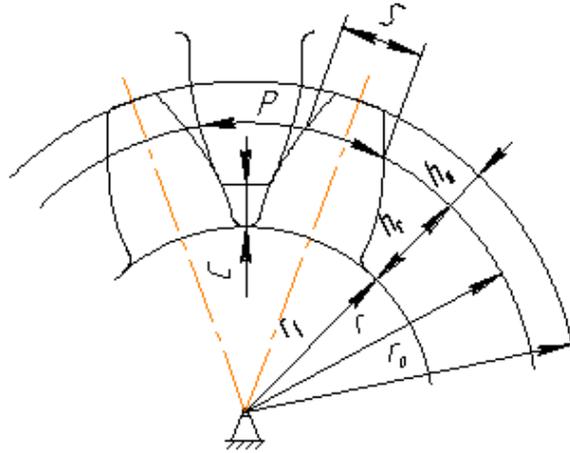


Рис. 81. Эвольвентные профили

Выполнение дополнительного условия синтеза зависит от размеров зубьев. Эти размеры удобно задавать в долях, какой-либо одной линейной величины. Выразим длину некоторой окружности, имеющей диаметр d , через число зубьев z : $\pi d = p z$, где p – окружной шаг, т. е. расстояние, измеренное по дуге окружности диаметром d между двумя соответствующими точками соседних зубьев. Отсюда: $d = pz/\pi$ или $d = mz$, где m – отношение окружного шага к числу π , называется *модулем зуба*. Модуль зуба выбирается из ряда рациональных чисел от 0,05 до 100.

Делительной называется окружность, для которой модуль имеет стандартную величину, она является базовой для определения размеров зубьев. Иногда начальные окружности r_0 и делительные окружности r совпадают, но при этом надо иметь в виду их принципиальное отличие. Делительная окружность – есть характеристика одного зубчатого колеса, а начальные окружности дают характеристику зацепления двух зубчатых колес, и диаметры этих окружностей зависят от межосевого расстояния.

Делительная окружность делит зуб на две части: головку и ножку. Делительной головкой зуба называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью вершин r_a . Ножкой зуба называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью впадин r_f .

Различают внешние и внутренние зубья. У внешних окружность вершин r_a находится снаружи окружности впадин r_f , а у внутренних – внутри окружности впадин.

Для лучшего зацепления между окружностями вершин r_a одного зуба и окружностями впадин r_f другого зуба должен быть зазор, называемый *радиальным зазором* – $c = 0,25m$.

Для нормальных колёс высоты головки зуба $h_a = m$; высота ножки зуба $h_f = 1,25m$.

Каждый зуб очерчен двумя симметрично расположенными профилями. Расстояние между этими профилями, измеренное по какой-либо делительной окружности, называется *толщиной зуба* s .

5.6. Способы нарезания зубчатых колёс

Применяются два основных способа нарезания зубчатых колёс: копирование и обкатка (огибание).

По способу копирования специальной дисковой или пальцевой фрезой прорезают впадины, поэтому впадина соответствует очертаниям инструмента (рис. 82). Недостатки: метод малопроизводителен, низкая точность нарезания колёс, сложный инструмент, необходима большая номенклатура инструмента.

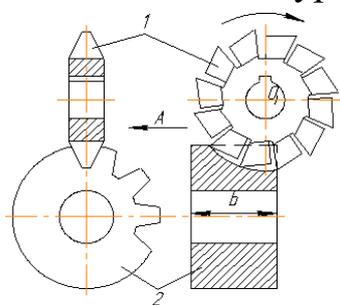


Рис. 82. Дисковая фреза

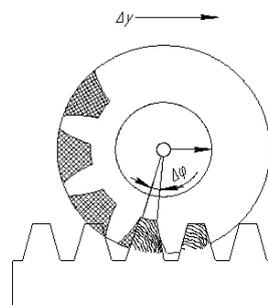


Рис. 83. Зубчатая рейка

Если режущий инструмент выполнить в виде зубчатой рейки, то *методом обката* им можно нарезать зубчатое колесо с эвольвентным профилем зубьев (рис. 83).

На рис. 84, *а* изображён контур зубьев рейки, который называется *исходным*, так как он служит основой для определения форм и расположения режущих кромок, а на рис. 84, *б* – фрагмент зуба.

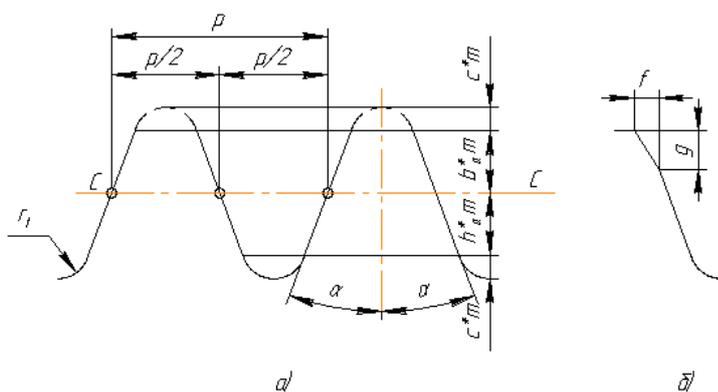


Рис. 84. Контур зубьев рейки

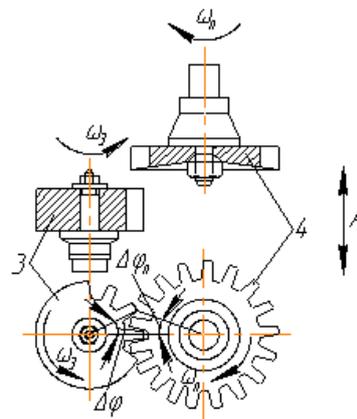


Рис. 85. Долбяк

Профиль зуба режущего инструмента отличается от исходного профиля тем, что высота головки увеличена на c^*m , т. е. на величину радиального зазора, так как головка зуба рейки вырезает ножку зуба в заготовке. Этот контур называют *производящим*.

Прямая $C - C$, проходящая по середине общей высоты зуба, называется *средней прямой* (иногда *делительной*).

При обкатке режущим инструментом – долбяком (рис. 85) – заготовке сообщается такое относительное движение, какое имели бы они в зацеплении.

5.7. Нулевые, положительные и отрицательные зубчатые колёса и передачи

Возможны три варианта расположения средней линии инструментальной рейки относительно делительной окружности колеса:

1. Средняя прямая производительного контура $C - C$ касается делительной окружности заготовки (рис. 86, *б*).

Средняя линия катится без скольжения по делительной окружности равной ширине впадины рейки по средней линии. Это колесо называется колесом с *равноделённым шагом*.

2. Средняя линия $C - C$ смещена (поднята) на величину xm , где x – коэффициент смещения (рис.86, а).

По делительной окружности катится без скольжения начальная окружность $H-H$, отстоящая от средней прямой линии на xm . Толщина зуба по делительной окружности оказывается больше ширины впадины, что соответствует увеличению ширины впадины производящего контура начальной прямой $H-H$.

Из рис. 86 следует: $S = 0,5 \pi m + 2 x m \operatorname{tg} \alpha$.

Коэффициент смещения x в этом случае считается положительным.

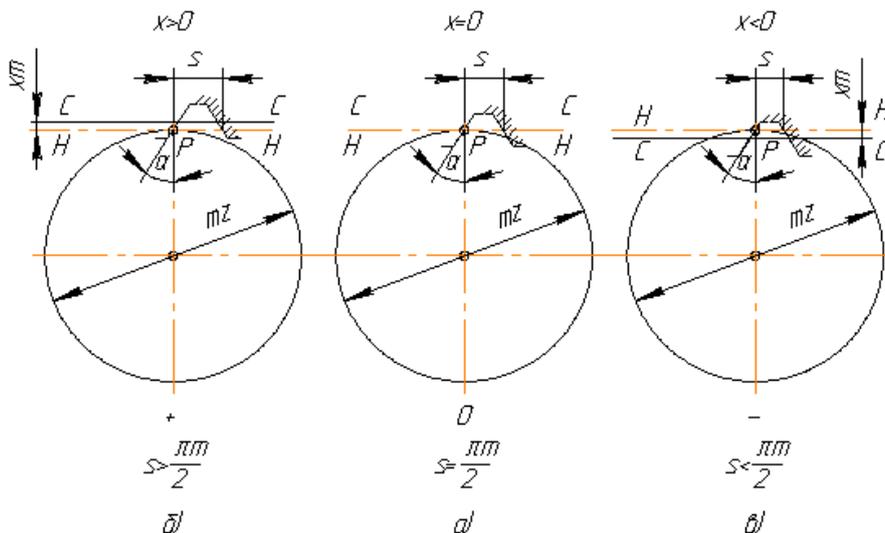


Рис. 86. Расположения средней линии $C - C$ инструментальной рейки

3. Средняя прямая $C - C$ смещена к центру на величину xm , при чем коэффициент смещения x считается отрицательным (рис. 86, в). Толщина зуба по делительной окружности вследствие того, что $x < 0$, оказывается меньше, чем у колеса с равноделённым шагом.

Зубчатые колеса, нарезанные со сдвигом рейки, называются *исправленными* колесами. Колёса, нарезанные с положительным сдвигом, называют *положительными*, а нарезанные с отрицательным сдвигом – *отрицательными*. Колёса, нарезаемые без сдвига, называют *нулевыми колёсами*.

Для того чтобы определить, к какой группе относится зубчатое колесо, надо определить толщину его зубьев по делительной окружности.

В зависимости от смещений каждого колеса можно получить три типа передач, отличающихся расположением начальных и делительных окружностей.

Первый тип (рис. 87, а). Эти окружности совпадают, если передачи удовлетворяют условию $x_1 + x_2 = 0$, передача называется *нулевой*, т. е., передачи, составленные из колёс без смещения, и передачи, в которых отрицательное смещение одного колеса равно по абсолютной величине положительному смещению другого колеса (равносмещённые).

Межосевое расстояние в этих передачах $a = 0,5m(z_1 + z_2)$ называется делительным межосевым расстоянием, а угол зацепления α равен углу профиля производящего контура.

Второй тип (рис. 87, б). В передачах, у которых по делительным окружностям толщина зуба одного колеса больше ширины впадины другого, для зацепления без бокового зазора межцентровое расстояние a_w должно быть больше a . Соответственно увеличивается и угол α_w .

Третий тип (рис. 87, в), аналогично для передач, у которых по делительной окружности толщина зубьев одного колеса меньше впадины другого, имеем $a_w < a$. Эти передачи получаются при $x_1 + x_2 < 0$.

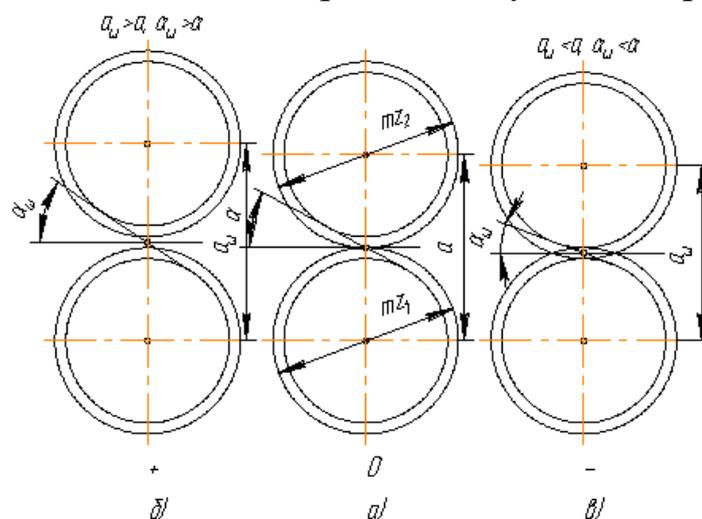


Рис. 87. Типы передач

5.8. Геометрический расчёт зубчатых передач при заданных смещениях x_1 и x_2

Для вычисления a_w и α_w определяют сначала толщину зуба по начальной окружности. Из рис. 88 с учётом уравнения эвольвенты $\theta = \text{inv}\alpha$: $s_w = r_w (s/r + 2 \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)$, подставив значение толщины зуба по делительной окружности $s = 0,5 \pi m + 2 x m \text{tg}\alpha$ и учитывая, что $r = mz/2$ и $r_w = p_w z/2 \pi$, где p_w – шаг по начальной окружности, получим

$$s_w = p_w/\pi [\pi/2 + 2x \text{tg}\alpha + z (\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w)].$$

Инвалюту угла можно определить по формуле:

$$\text{inv}\alpha_w = \text{inv}\alpha + [2(x_1 + x_2) \text{tg}\alpha]/(z_1 + z_2).$$

По таблице определяется угол α_w .

Радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = r_{b1}/\cos\alpha_w;$$

$$r_{w2} = r_{b2}/\cos\alpha_w.$$

Радиусы впадин r_{f1} получаются из условия, что делительная головка режущего инструмента, равная по высоте $(h_a^* + c^*)m$, при обработке проходит внутрь делительной окружности на величину $(h_a^* + c^* - x)m$. Отсюда:

$$r_{f1} = 0,5 \pi z_1 - (h_a^* + c^* - x_1)m;$$

$$r_{f2} = 0,5 \pi z_2 - (h_a^* + c^* - x_2)m,$$

где $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$;

Радиусы вершин: $r_{a1} = a_w - r_{f1} - c^* m$; $r_{a2} = a_w - r_{f2} - c^* m$.

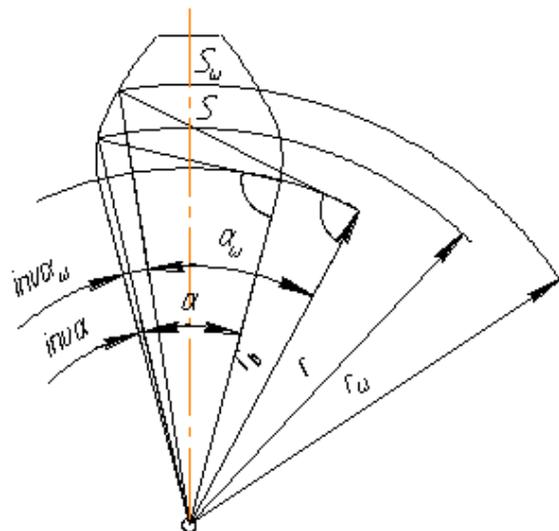


Рис. 88. Определение геометрии зубчатого колеса

6. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

6.1. Планетарная зубчатая передача

Такой передачей называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, который содержит зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями планетарной зубчатой передачи являются (рис. 89): зубчатые колеса: солнечное – 1, сателлиты – 2, корончатое – 3, а также водило Н – звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось O_H вращения водила Н, совпадающая с осью O_1 центральных колес, является основной осью механизма.

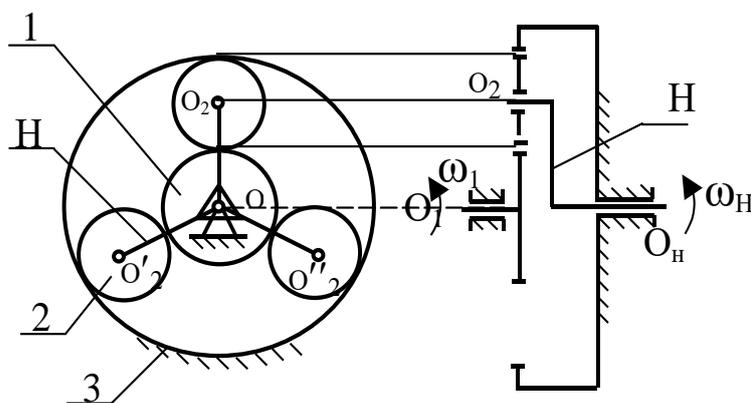


Рис. 89. Схема планетарного механизма (редуктор Джемса)

При вращении солнечного колеса 1 сателлиты 2 будут обкатываться по нему и по корончатому колесу 3, совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов 2 приводит к вращению водила Н, которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с неподвижными осями; удобны в сборке и надёжны в работе.

Основным преимуществом планетарных передач является возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно небольших габаритах и высоком КПД. Поэтому они полу-

чили весьма широкое распространение, найдя применение в приводах транспортных машин, станков, металлургическом и текстильном оборудовании, гусеничных машинах, автомобилях, авиации, приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. Однако надо иметь в виду, что планетарные механизмы имеют более сложную конструкцию, требуют повышенной точности изготовления.

При степени подвижности планетарного механизма $W = 1$ он называется собственно планетарным, а при $W \geq 2$ – дифференциальным. Степень подвижности механизма $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 - 6 = 1$ (рис. 89).

6.2. Аналитическое определение передаточного отношения планетарного механизма

Порядок получения формулы для расчёта передаточного отношения планетарного механизма через известные числа зубьев его колёс на примере редуктора Джемса (см. рис. 89).

Входным звеном в этом механизме является солнечное колесо 1, а выходным – водило Н.

Тогда искомым является выражение $U_{1Н}^{(3)} = \omega_1/\omega_2$, где обозначение $U_{1Н}^{(3)}$ читается как “передаточное отношение от 1-го колеса к водилу Н при неподвижном 3-м колесе”.

Для определения передаточного отношения планетарного механизма используется метод обращения движения или метод остановки (“фиксации”) водила.

Для реализации этого метода всем звеньям механизма сообщается дополнительное воображаемое вращательное движение вокруг центральной оси O_1O_H с угловой скоростью ω_H .

Тогда получим новый обращённый механизм, который будет примечателен тем, что его звено Н, бывшее ранее водилом, станет неподвижным. Следовательно, неподвижным станет и центр O_2 , т.е. обращённый механизм будет представлять собой обычную зубчатую передачу с неподвижными осями вращения колёс.

При этом угловые скорости звеньев нового обращенного механизма будут равны:

для солнечного колеса 1	$\omega'_1 = \omega_1 - \omega_H;$
для корончатого колеса 3	$\omega'_3 = 0 - \omega_H = -\omega_H;$
для водила Н	$\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0.$

Таким образом, при остановленном водиле ведомым звеном становится корончатое колесо 3, и передаточное отношение обращённого механизма будет равно:

$$U_{13}^{(H)} = \omega'_1 / \omega'_3 = (\omega_1 - \omega_H) / -\omega_H = 1 - U_{1H}^{(3)}.$$

Следовательно, искомое передаточное отношение заданного планетарного механизма будет равно: $U_{1H}^{(3)} = 1 - U_{13}^{(H)}$, где $U_{13}^{(H)}$ – является передаточным отношением обычной зубчатой передачи с неподвижными осями, для которой по формуле Виллиса: $U_{13}^{(H)} = (-1) (z_2 z_3 / z_1 z_2) = -z_3 z_1$.

Тогда, подставляя полученное значение, имеем для планетарного механизма редуктора Джемса $U_{1H}^{(3)} = 1 + z_3 z_1$.

6.3. Методика выбора чисел зубьев колёс

При назначении чисел зубьев колёс планетарной передачи необходимо учитывать ряд требований и условий, важнейшие из которых следующие:

1. Числа зубьев z_1, z_2, \dots должны быть целыми числами.
2. Сочетание чисел зубьев колёс должно обеспечивать требуемое передаточное отношение $U_{пл}$ с допустимой точностью $\pm 3\%$.
3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом, $z_i \geq z_{min} = 17$; для колёс с внутренними зубьями $z_i \geq z_{min} = 85$.
4. Оси центральных колёс и водила Н планетарной передачи должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).
5. При расположении сателлитов в одной плоскости, т.е. без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть расположены так, чтобы между окружностями вершин обеспечивался

гарантированный зазор (условие соседства):

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2,$$

где k – число сателлитов.

6. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов так, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли во впадины солнечного и корончатого колёс.

7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

7.1. Классификация кулачковых механизмов

Кулачковым механизмом называется механизм, образующий высшую кинематическую пару, имеющий подвижное звено, совершающее вращательное движение, – *кулак (кулачок)*, с поверхностью переменной кривизны или имеющей форму эксцентрика, взаимодействующий с другим подвижным звеном – *толкателем*, если подвижное звено совершает прямолинейное движение, или *коромыслом*, если подвижное звено совершает качание. Кулак, совершающий прямолинейное движение, называется *копиром*.

На рис. 90 приведены плоские кулачковые механизмы. Кулачковый механизм состоит из трёх звеньев: кулачка 1, толкателя 2 и стойки (опоры) 3. Для уменьшения трения в кулачковый механизм вводится ролик.

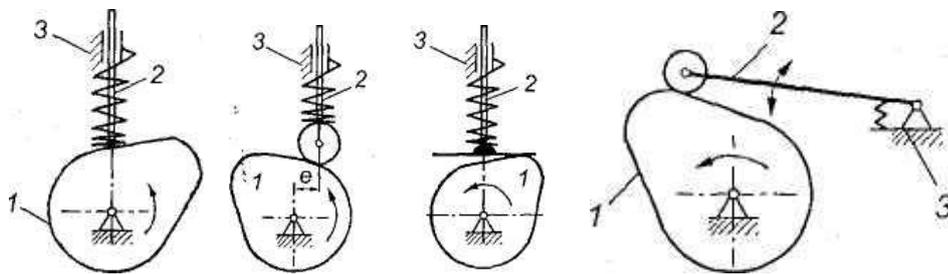


Рис. 90. Кулачковые механизмы

Кулачковые механизмы подразделяют на группы:

1. По типу толкателя.
2. По характеру движения толкателя.
3. По характеру движения кулачка.
4. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем бывают:
 - 1) дезаксиальные (ось кулачка не под толкателем);
 - 2) центральные (ось кулачка под толкателем).

Основные характеристики кулачкового механизма – это максимальное перемещение толкателя (*угол качания коромысла*), максимальная скорость или ускорение исполнительного механизма и закон движения исполнительного механизма.

Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается с помощью кинематического (рис. 91, а) или силового замыкания (рис. 91, б).

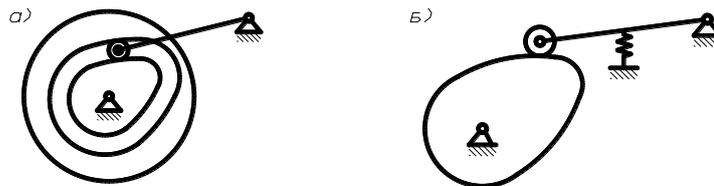


Рис. 91. Контакты толкателя с кулачком

В зависимости от характера движения кулачка и толкателя возможно преобразование вращательного или поступательного движения кулачка во вращательное или поступательное движение толкателя (рис.91, 92).

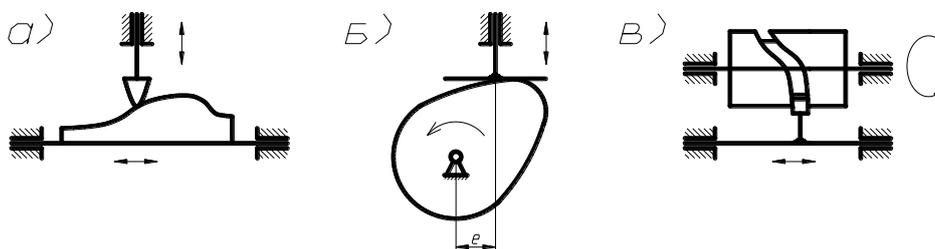


Рис.92. Разновидности кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы могут быть плоскими (рис. 92, а, б) и пространственными (рис.92, в), осевыми ($e = 0$) и внеосными ($e \neq 0$) с плоским, тарельчатым или роликовым толкателем, где ролик устанавли-

Угол профиля кулачка можно показать только на кулачке.

Угол поворота кулачка, соответствующий вышеуказанным фазам перемещения толкателя, определяют, используя метод обращения движения, в соответствии с которым всей системе, включая стойку, мысленно сообщают движение с угловой скоростью ω_1 . В обращённом движении кулачок становится неподвижным: $\omega^*_1 = \omega_1 + (-\omega_1) = 0$, а ось толкателя вместе со стойкой будут перемещаться в направлении $(-\omega_1)$. Угол поворота кулачка, соответствующий той или иной фазе движения, определяется по углу поворота оси толкателя в обращённом движении на соответствующем участке. Ось толкателя в обращённом движении в любом положении будет касаться окружности радиусом r_e .

Поворот кулачка на участке: 01 – φ_{01} 12 – φ_{12} 23 – φ_{23} ; рабочий угол поворота кулачка $\varphi_{\text{раб}}$: $\varphi_{\text{раб}} = \varphi_{01} + \varphi_{12} + \varphi_{23}$.

Всегда независимо от схемы механизма $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$, а

$$\varphi_{\text{уд}} \neq \psi_{\text{уд}}, \quad \varphi_{\text{выс}} \neq \psi_{\text{выс}}, \quad \varphi_{\text{сб}} \neq \psi_{\text{сб}},$$

для всех схем, кроме кулачкового механизма с центральным толкателем.

7.3. Понятие об угле давления

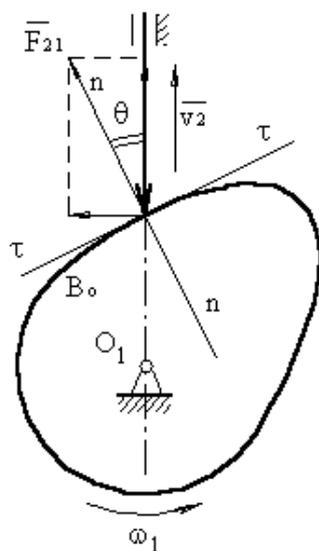


Рис. 95. Определение угла давления

Угол давления θ (рис.95) – угол между вектором линейной скорости выходного звена (толкателя) и реакцией, действующей с ведущего звена (кулачка) на выходное звено. Эта реакция без учёта сил трения направлена по общей нормали к взаимодействующим поверхностям. Угол давления определяется экспериментально: для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем $\theta = 25^\circ - 35^\circ$; для кулачкового механизма с качающимся толкателем $\theta = 35^\circ - 40^\circ$.

Реакцию можно разложить на две составляющие: F_{21}^n и F_{21}^{τ} . Если в силу каких-либо причин угол давления будет увеличиваться, то F_{21}^n будет уменьшаться, а F_{21}^{τ} – увеличиваться. При достижении углов больше допустимого, возможен перекося оси толкателя в направляющей.

7.4. Построение профиля кулачка по заданному закону движения толкателя

1. Построение профиля кулачка с поступательно движущимся толкателем (рис. 96, а).

Дано: $r_{o \min}$, внеосность левая e , $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$, $\omega_{\kappa} = \omega_1$, $s_B = f(\varphi_1)$.

В обратном движении кулачок вращается с угловой скоростью

$$\omega_1 + (-\omega_1) = 0.$$

Порядок построения

На окружности радиусом $r = r_o$, проведенной в масштабе μ_l , с левой стороны от оси O_1 на расстоянии e выбирается точка B_o (пересечение оси толкателя, отстоящей на величину e от точки O_1 , с окружностью $r_{o \min}$). Точку B_o соединяют с центром O_1 . От полученного луча B_oO_1 в направлении $(-\omega_1)$ откладывают угол $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ и проводят луч O_1B_{10} . Полученная дуга B_oB_{10} делится на 10 равных частей. В каждой позиции 1, 2, ... проводится положение оси толкателя в обратном движении, при этом ось толкателя, перемещаясь в направлении $(-\omega_1)$, будет все время касаться окружности радиусом e , проведенной из центра O_1 с учетом масштаба μ_l . В каждой позиции от точек 1, 2, 3, ... откладывают перемещения точки B толкателя вдоль оси толкателя, взятые с графика перемещений с учетом соотношения масштабов μ_l и μ_s . Полученные точки 1*, 2*, 3*, ... соединяют плавной кривой и получают *центральной* или, *теоретический, профиль*. Для построения рабочего профиля необходимо знать радиус ролика толкателя. Если он не задан, то его выбирают из конструктивных соображений:

$$r_P = (1/4 - 1/16)r_{o \min}.$$

Кроме того, радиус ролика должен быть таким, чтобы при построении профиля кулачка не было заострения в вершине кулачка.

Выбрав радиус ролика, из любых точек теоретического профиля кулачка (чем чаще, тем лучше) проводят дуги окружности $r = r_p$ внутренним образом. Проведя огибающую к дугам, получают рабочий профиль кулачка.

Если требуется построить профиль кулачка с поступательно движущимся толкателем и внеосностью $e = 0$, то порядок построения профиля будет таким же, только ось толкателя будет проходить через центр вращения кулачка O_1 .

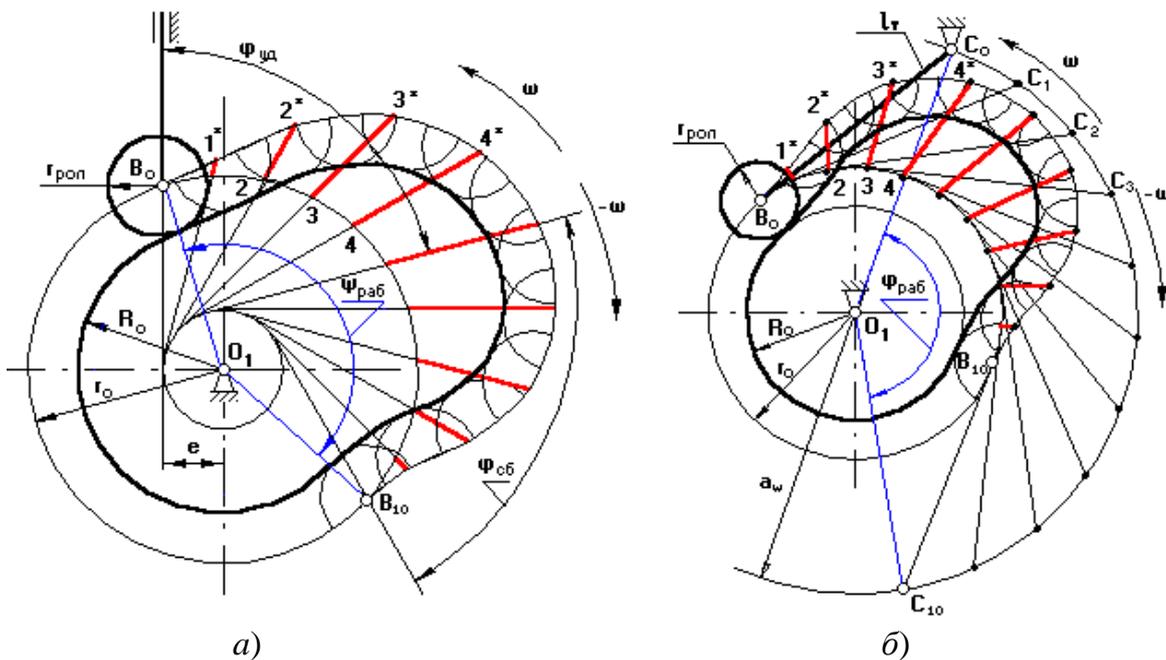


Рис. 96. Профили кулачков

2. Построение профиля кулачка с качающимся толкателем (рис. 96, б).

Дано: $r_{o \min}$, l_T , $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$, $\omega_k = \omega_1$, $s_B = f(\varphi_1)$, a_w (из чертежа для определения $r_{o \min}$).

Порядок построения

В масштабе μ_l проводятся окружности радиусами r_o и a_w . В произвольном месте окружности с $r = a_w$ выберем точку C_0 . Соединим точку C_0 с точкой O_1 . От полученного луча в направлении $(-\omega_1)$ отложим угол $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$, получим точку C_{10} .

Дугу C_0C_{10} разделим на 10 равных частей (получим точки C_1, C_2, C_3, \dots — положение оси толкателя в обратном движении). Из полу-

ченных точек проводим окружности радиусом l_T до пересечения с окружностью радиусом r_{o_min} .

Из полученных точек 1, 2, 3, ... по хордам соответствующих дуг откладывают перемещения точки B толкателя, взятых с графика перемещения с учетом масштаба μ . Полученные точки 1^* , 2^* , 3^* , ... соединяют плавной кривой – теоретический профиль кулачка. Радиусом ролика проводят дуги внутрь и строят огибающую.

Это и есть действительный профиль кулачка.

8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О РОБОТАХ

8.1. Назначение и область применения

Промышленный робот – автоматическая машина, состоящая из манипулятора и устройства программного управления его движением, предназначенная для замены человека при выполнении основных и вспомогательных операций в производственных процессах.

Манипулятор – совокупность пространственного рычажного механизма и системы приводов, осуществляющая под управлением программируемого автоматического устройства или человека-оператора действия (манипуляции), аналогичные действиям руки человека.

Промышленные роботы предназначены для замены человека при выполнении основных и вспомогательных технологических операций в процессе промышленного производства. При этом решается важная социальная задача – освобождения человека от работ, связанных с опасностями для здоровья или с тяжелым физическим трудом, а также от простых монотонных операций, не требующих высокой квалификации. Гибкие автоматизированные производства, создаваемые на базе промышленных роботов, позволяют решать задачи автоматизации на предприятиях с широкой номенклатурой продукции при мелкосерийном и штучном производстве. Копирующие манипуляторы, управляемые человеком-оператором, необходимы при выполнении различных работ с радиоактивными материалами.

Кроме того, эти устройства незаменимы при выполнении работ в космосе, под водой, в химически активных средах. Таким образом, промышленные роботы и копирующие манипуляторы являются важными составными частями современного промышленного производства.

8.2. Классификация промышленных роботов

Роботы классифицируются:

1. По характеру выполняемых технологических операций.
2. По виду производства.
3. По системе координат руки манипулятора.
4. По числу подвижностей манипулятора.
5. По грузоподъемности.
6. По типу силового привода.
7. По подвижности основания.
8. По виду программы.
9. По характеру программирования.

8.3. Принципиальное устройство промышленных роботов

Манипулятор промышленного робота по своему функциональному назначению должен обеспечивать движение выходного звена и закрепленного в нем объекта манипулирования в пространстве по заданной траектории и с заданной ориентацией. Для полного выполнения этого требования основной рычажный механизм манипулятора должен иметь не менее шести подвижностей, причем движение по каждой из них должно быть управляемым. Промышленный робот с шестью подвижностями является сложной автоматической системой. Эта система сложна как в изготовлении, так и в эксплуатации. Поэтому в реальных конструкциях промышленных роботов часто используются механизмы с числом подвижностей менее шести.

Наиболее простые манипуляторы имеют три, реже две подвижности. Такие манипуляторы значительно дешевле в изготовлении и

эксплуатации, но предъявляют специфические требования к организации рабочей среды.

Эти требования связаны с заданной ориентацией объектов манипулирования относительно механизма робота. Поэтому оборудование должно располагаться относительно такого робота с требуемой ориентацией.

8.4. Основные понятия и определения

Формула строения – математическая запись структурной схемы манипулятора, содержащая информацию о числе его подвижностей, виде кинематических пар и их ориентации относительно осей базовой системы координат (системы, связанной с неподвижным звеном).

Движения, которые обеспечивают манипуляторы, делятся:

1) *на глобальные* – движения стойки манипулятора, которые существенно превышают размеры механизма;

2) *региональные*, обеспечиваемые первыми тремя звеньями манипулятора или его "рукой", величина которых сопоставима с размерами механизма;

3) *локальные* – движения, обеспечиваемые звеньями манипулятора, которые образуют его "кисть", величина которых значительно меньше размеров механизма.

В соответствии с этой классификацией движений, в манипуляторе можно выделить два участка кинематической цепи с различными функциями: *механизм "руки"* – часть манипулятора, которая обеспечивает перемещение центра *схвата* (точки M), и *механизм "кисти"* – звенья и пары, которые обеспечивают ориентацию схвата.

Структурная схема антропоморфного манипулятора, которая в первом приближении соответствует механизму руки человека, показана на рис. 97. Этот механизм состоит из подвижных звеньев 1, 2, 3 и трёх кинематических пар – двух трёхподвижных сферических $A_{3сф}$ и $C_{3сф}$ и одной одноподвижной вращательной $B_{1в}$.

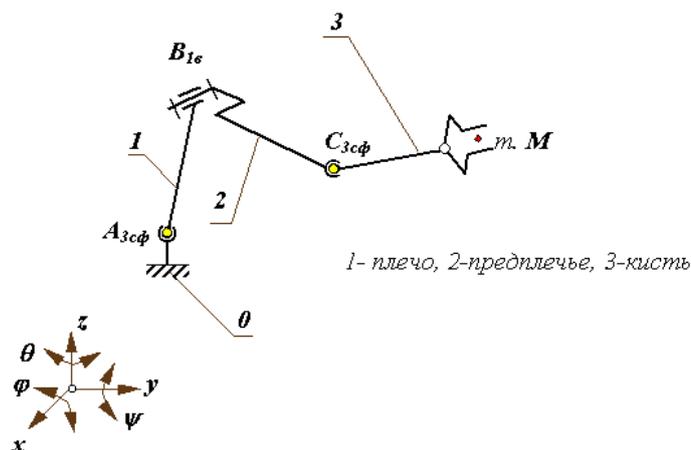


Рис. 97. Структурная схема антропоморфного манипулятора

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие механизма, машины.
2. Классификация машин по функциональному признаку.
3. Звено простое, сложное.
4. Входное и выходное звенья, начальное звено.
5. Понятие кинематической пары. Классификация.
6. Кинематическая цепь – простая, сложная, замкнутая, незамкнутая.
7. Что называют числом степеней свободы механизма и как его определить?
8. Какие кинематические цепи называют структурными группами Ассура?
9. Объясните принцип структурной классификации плоских механизмов по Артоболовскому.
10. В какой последовательности выполняется структурный анализ механизмов?
11. Назовите основные задачи и методы кинематического анализа механизмов. Укажите их достоинства и недостатки.
12. Напишите векторные уравнения для линейных скоростей и ускорений, связывающие две точки звена.

13. Изложите последовательность построения планов скоростей и ускорений.
14. Как определить угловые скорости и угловые ускорения звеньев механизма?
15. Назовите основные задачи и методы динамического исследования механизмов.
16. Как классифицируются силы, действующие на звенья механизма?
17. В какой последовательности производится силовой расчет плоского механизма по методу планов сил?
18. Что называют приведенным моментам инерции механизма и как он определяется?
19. Изложите сущность метода приведения масс и сил.
20. В чем заключаются основные задачи синтеза механизмов?
21. Сформулируйте основной закон зацепления (теорему Виллиса).
22. Как определяется общее передаточное число для многоступенчатых передач зацеплением?
23. Изготовление зубчатых колёс.
24. Назовите основные элементы и параметры цилиндрических эвольвентных зубчатых колес.
25. Как определить коэффициент перекрытия в зубчатом зацеплении? Объясните, почему он не должен быть меньше единицы.
26. Назовите параметры цилиндрических прямозубых колес.
27. Объясните основные кинематические и силовые соотношения в передачах зацеплением.
28. Планетарные механизмы.
29. Назовите достоинства, недостатки и область применения плоских кулачковых механизмов.
30. Что называют углом давления (углом передачи) кулачкового механизма?
31. Классификация промышленных роботов.

РАЗДЕЛ 3

ОСНОВЫ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Условия нормальной работы деталей и машин

Успешная работа деталей и машин заключается в обеспечении работоспособности и надёжности.

Работоспособность деталей и машин определяется как свойство выполнять свои функции с заданными показателями и характеризуется следующими критериями:

- 1) прочностью – способностью детали сопротивляться разрушению или необратимому изменению формы (деформации);
- 2) жёсткостью – способностью детали сопротивляться любой деформации;
- 3) износостойкостью – способностью сохранять первоначальную форму своей поверхности, сопротивляясь износу;
- 4) теплостойкостью – способностью сохранять свои свойства при действии высоких температур;
- 5) виброустойчивостью – способностью работать в нужном диапазоне режимов без недопустимых колебаний.

Надёжность определяется как свойство детали и машины выполнять свои функции, сохраняя заданные показатели в течение заданного времени и, по существу, выражает собой перспективы сохранения работоспособности.

В процессе работы детали и машины подвергаются не только расчётным нагрузкам, которые конструктор ожидает и учитывает, но и попадают во внештатные ситуации, которые очень трудно предусмотреть, как, например, удары, вибрация, загрязнение, экстремальные природные условия и т.п. При этом возникает отказ – утрата работоспособности вследствие разрушения деталей или нарушения их правильного взаимодействия.

Отказы бывают полные и частичные; внезапные (поломки) и постепенные (износ, коррозия); опасные для жизни; тяжёлые и лёгкие; устранимые и неустраняемые; приработочные (возникают в начале эксплуатации) и связанные с наличием дефектных деталей; отказы по причине износа, усталости и старения материалов.

Надёжной можно считать машину, имеющую следующие свойства:

1) безотказность – способность сохранять свои эксплуатационные показатели в течение заданной наработки без вынужденных перерывов;

2) долговечность – способность сохранять заданные показатели до предельного состояния с необходимыми перерывами для ремонтов и технического обслуживания;

3) ремонтпригодность – приспособленность изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей посредством техобслуживания и ремонта;

4) сохраняемость – способность сохранять требуемые эксплуатационные показатели после установленного срока хранения и транспортирования.

Надёжность трудно рассчитать количественно, она обычно оценивается как вероятность безотказной работы на основании статистики эксплуатации группы идентичных машин.

При всей значимости всех описанных критериев нетрудно заметить, что прочность является важнейшим критерием работоспособности и надёжности.

Невыполнение условия прочности автоматически делает бессмысленными все другие требования и критерии качества машин.

1.2. Общие принципы прочностных расчётов

Все этапы проектирования, каждый шаг конструктора сопровождаются расчётами. Это естественно, так как грамотно выполненный расчёт намного проще и в сотни раз дешевле экспериментальных испытаний. Чаще всего конструктор имеет дело с расчётами на прочность.

Различают расчёты:

1) проектировочный расчёт выполняется, когда по ожидаемым нагрузкам с учётом свойств материала определяются геометрические параметры деталей;

2) проверочный расчёт выполняют, когда известна вся "геометрия" детали и максимальные нагрузки, а с учётом свойств материала определяются максимальные напряжения, которые должны быть меньше допускаемых.

Этих виды расчётов всегда сопутствуют друг другу и выполняются на стадии проектирования деталей и машин. Математическая формулировка условия прочности любой детали очень проста:

$$\sigma \leq [\sigma], \quad \tau \leq [\tau].$$

При любых обстоятельствах конструктор обязан учитывать и обеспечивать такие условия работы, чтобы напряжения в материале деталей не превышали допускаемых.

Допускаемые напряжения принимать меньше предельных, "с запасом": $[\sigma] = \sigma_{предельное} / n$, где n – коэффициент запаса ($1,2 < n < 2,5$).

В разных обстоятельствах коэффициент запаса может быть либо задан заказчиком, либо выбран из справочных нормативов, либо вычислен с учётом точности определения нагрузок, однородности материала и специфических требований к надёжности машин.

В расчётах необходимо стремиться к корректным упрощениям.

1.3. Основные виды механических передач

В современных машинах передача энергии может осуществляться механическими, гидравлическими, пневматическими и другими устройствами.

Механическими передачами, или просто передачами, называют механизмы для передачи энергии от машины-двигателя к машине-орудию, как правило, с преобразованием скоростей, моментов, а иногда – с преобразованием видов движения (например, вращательное в поступательное) и законов движения.

Передачи трением:

Фрикционная – механическая передача, служащая для передачи вращательного движения (или для преобразования вращательного движения в поступательное) между валами с помощью сил трения, возникающих между катками, цилиндрами или конусами, насаженными на валы и прижимаемыми один к другому.

Фрикционные передачи состоят из двух катков (рис.98): ведущего 1 и ведомого 2, которые прижимаются один к другому силой F_r (на рисунке – пружиной), так что сила трения F_f в месте контакта катков достаточна для передаваемой окружной силы F_t . Условие работоспособности передачи: $F_f \geq F_t$.

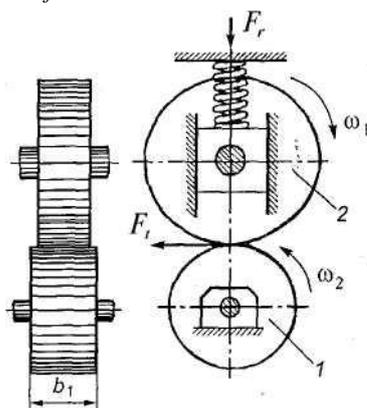


Рис.98. Цилиндрическая фрикционная передача: 1 – ведущий каток;

2 – ведомый каток

Основные конструкции фрикционных передач (рис.99 и 100).

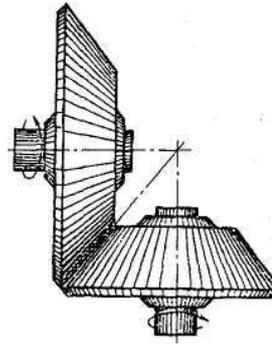
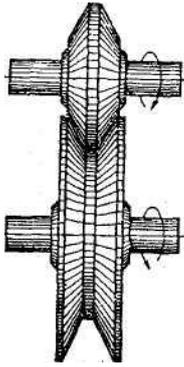


Рис.99. Цилиндрическая фрикционная передача с катками клинчатой формы

Рис.100. Коническая фрикционная передача

Основные достоинства фрикционных передач – простота изготовления и плавность передачи движения.

Основные недостатки фрикционных передач – сравнительно низкий КПД и непостоянство передаточного числа из-за проскальзывания.

Ременная передача относится к передачам *трением с гибкой связью* и может применяться для передачи движения между валами, находящимися на значительном расстоянии один от другого. Она состоит (рис.101) из двух шкивов (ведущего, ведомого) и охватывающего их ремня. Ведущий шкив силами трения, возникающими на поверхности контакта шкива с ремнем вследствие его натяжения, приводит ремень в движение. Ремень, в свою очередь, заставляет вращаться ведомый шкив. Таким образом, мощность передается с ведущего шкива на ведомый.

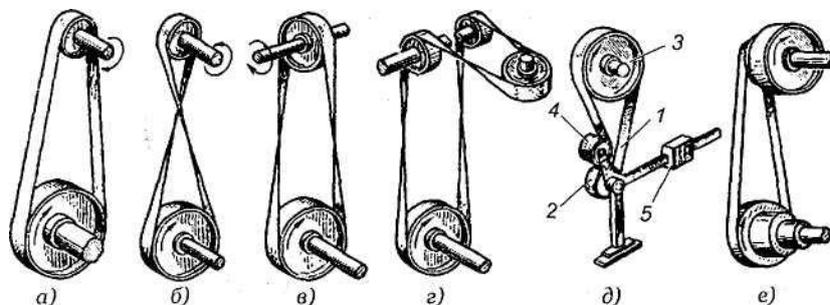


Рис.101. Виды ременных передач: *a* – открытая; *б* – перекрёстная; *в* – полуперекрёстная (со скрещивающимися валами); *г* – угловая с направляющим роликом; *д* – с нажимным роликом; *е* – со ступенчатым шкивом

Для нормальной работы передачи необходимо предварительное натяжение ремня, обеспечивающее возникновение сил трения на участках контакта (ремень-шкив). На рисунке 102 показаны основные виды ремней.

Основные достоинства ремённых передач трением – возможность передачи движения на значительные расстояния, плавность и малошумность работы.

Недостатки – значительные габаритные размеры и малый срок службы ремней в быстроходных передачах.

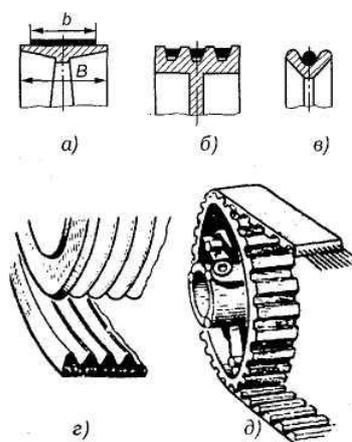


Рис.102. Типы ремней ремённых передач: *а* – плоский; *б* – клиновы́й; *в* – круглый; *г* – поликлиновы́й; *д* – зубчатый

Передачи зацеплением:

Цепные. Передачу механической энергии между параллельными валами, осуществляемую с помощью двух колёс – звёздочек 1 и 2 – и охватывающей их цепи 3, называют цепной передачей (рис.103). Служат для передачи вращения между удаленными друг от друга параллельными валами.

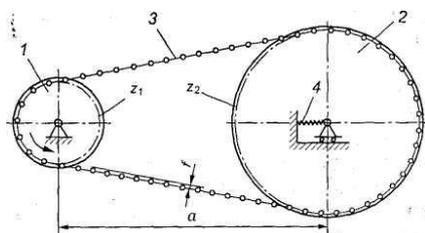


Рис.103. Цепная передача: 1 – ведущая звёздочка; 2 – ведомая звёздочка; 3 – цепь; 4 – натяжное устройство

Цепь 3 состоит из соединённых шарнирами звеньев, которые обеспечивают подвижность или «гибкость» цепи. На рис. 104 показаны основные типы цепных передач.

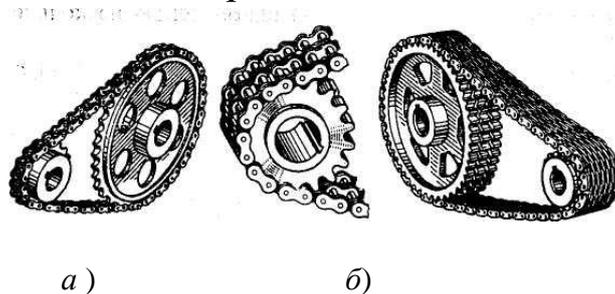


Рис. 104. Типы цепных передач: а – с роликовой цепью; б – с втулочной цепью; в – с зубчатой цепью

Основное достоинство – большая прочность стальной цепи по сравнению с ремнём – позволяет передать цепью большие нагрузки с постоянным передаточным числом и при значительно меньшем межосевом расстоянии (передача более компактна).

Основной недостаток – скорость движения цепи, особенно при малых числах зубьев звёздочек, не постоянна, что вызывает колебания передаточного отношения. Основной причиной этого недостатка является то, что цепь состоит из отдельных звеньев и располагается на звёздочке не по окружности, а по многоугольнику. В связи с этим скорость цепи при равномерном вращении звёздочки не постоянна.

Зубчатые передачи. Механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колёсами, образующими с неподвижным звеном вращательную или поступательную пару, называют *зубчатой передачей*. На рис. 105 показаны основные виды зубчатых передач. Наибольшее распространение получили цилиндрические *прямозубые* (рис.105, а) и цилиндрические *косозубые* (рис.105, б) передачи, как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации.

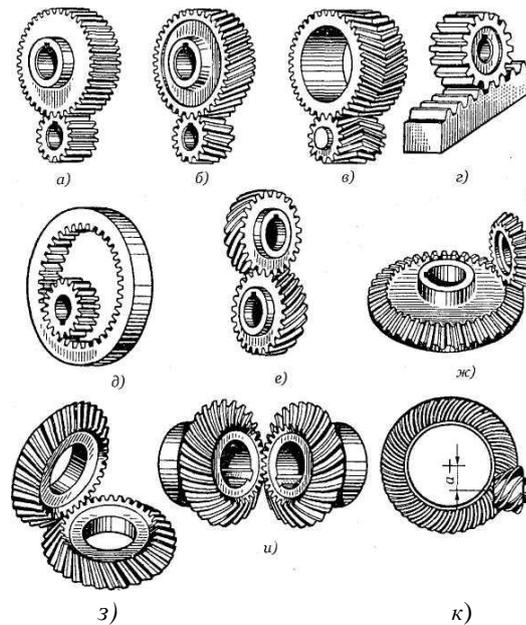


Рис. 105. Виды зубчатых передач: а, б, в – цилиндрические зубчатые передачи с внешним зацеплением; г – реечная передача; д – цилиндрическая передача с внутренним зацеплением; е – зубчатая винтовая передача; ж, з, и – конические зубчатые передачи; к – гипоидная передача

Основные достоинства зубчатых передач по сравнению с другими передачами – высокий КПД (до 0,97 - 0,99 для одной пары колес) и большая надёжность в работе, простота обслуживания.

Основные недостатки – высокие требования к точности изготовления и монтажа и потребность в специальном оборудовании и инструменте для нарезания зубьев.

1.4. Основные кинематические и силовые отношения в передачах

К основным характеристикам передач относятся мощность на ведущем P_1 и ведомом P_2 валах в киловаттах и угловая скорость ведущего ω_1 и ведомого ω_2 валов в радианах в секунду. Эти две характеристики минимально необходимы и достаточны для проведения проектного расчёта любой передачи.

В машиностроении принято обозначать угловые и окружные скорости, частоту вращения, диаметры вращающихся деталей ведущих валов индексами в нечётных цифрах, ведомых – чётных. Например, для колёс трёхступенчатой передачи (рис. 106) обозначения ча-

стот вращения следующие: n_1 – ведущего вала I; n_3 – ведущей шестерни вала II; n_5 – ведущей шестерни вала III; n_2 – промежуточного ведомого вала II; n_4 – ведомого колеса вала III; n_6 – ведомого колеса вала IV.

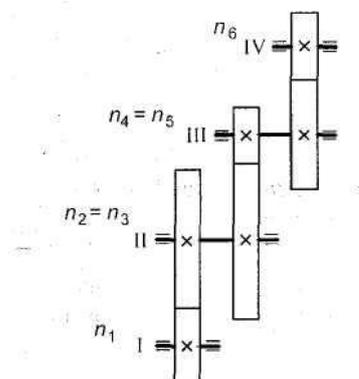


Рис. 106. Трёхступенчатая передача

Все механические передачи характеризуются передаточным числом или отношением. Рассмотрим работу двух элементов передачи (рис.107), один из которых будет ведущим, а второй – ведомым.

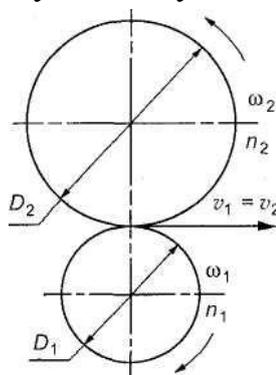


Рис. 107. Кинематика цилиндрической передачи

Введём следующие обозначения: ω_1 и n_1 – угловая скорость и частота вращения ведущего вала, выраженные соответственно в радианах в секунду и оборотах в минуту; ω_2 и n_2 – угловая скорость и частота вращения ведомого вала; D_1 и D_2 – диаметры вращающихся деталей (шківов, катков и т. п.); v_1 и v_2 – окружные скорости, м/с.

Отношение ведомого элемента передачи к ведущему называют *передаточным числом*:

$$i = \omega_1/\omega_2 = n_1/n_2 = D_2 /D_1 = z_2/z_1.$$

Отношение угловых скоростей ведущего ω_1 и ведомого ω_2 звеньев называют также передаточным отношением и обозначают i .

Передачу, понижающую частоту вращения n , называют *редуцированием*, а закрытые передачи, понижающие частоты вращения, – *редукторами*. Устройства, повышающие частоты вращения, называют *ускорителями*, или *мультипликаторами*. Передачи выполняют с постоянным, переменным или регулируемым передаточным отношением. Изменение передаточного отношения может быть *ступенчатым* (коробка передач) и *бесступенчатым* (вариаторы).

Окончательное решение вопроса о распределении общего передаточного числа i между передачами разных типов требует сопоставления результатов расчётов на основе технико-экономического анализа нескольких вариантов.

В приводе на рис. 108, состоящем из ремённой, зубчатой и цепной передач, вариант размещения «двигатель – ремённая – зубчатая – цепная передача – исполнительный орган» предпочтительнее других вариантов.

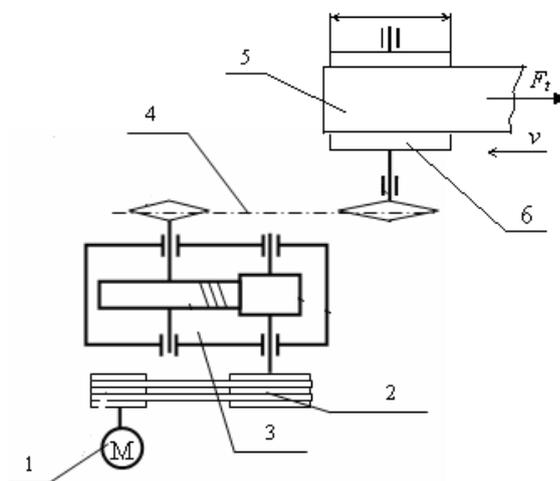


Рис. 108. Схема привода ленточного конвейера: 1 – электродвигатель; 2 – ремённая передача; 3 – редуктор цилиндрический одноступенчатый; 4 – цепная передача; 5 – лента конвейера; 6 – барабан конвейера

Отношение значений мощности на ведомом валу к мощности

на ведущем валу называют механическим коэффициентом полезного действия (КПД) и обозначают буквой η . КПД характеризует качество передачи.

Общий КПД многоступенчатой (см. рис. 108) последовательно соединенной передачи определяют по формуле $\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$, где η_1, η_2, η_n – КПД, учитывающие потери в отдельных кинематических парах передачи.

2. ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

2.1. Виды подшипников

Принцип их конструкции заключается в наличии между валом и корпусом группы одинаковых круглых тел, называемых *телами качения* (рис.109).



Рис. 109. Тела качения, применяемые в подшипниках

Тела качения могут быть или шариками, или роликами (короткие толстые либо длинные иглообразные), или коническими роликами, или бочкообразными, или даже спиралевидными пружинами. Обычно подшипник выполняется как самостоятельная сборочная единица, состоящая из наружного и внутреннего колец, между которыми и помещены тела качения.

Тела качения во избежание ненужного контакта друг с другом и равномерного распределения по окружности заключены в специальную кольцеобразную обойму – сепаратор (лат. *Separatum* – разделять).

Ниже приведены основные виды подшипников качения, применяемых в машиностроении (например, при проектировании редукторов).

Шариковый радиальный подшипник (рис.110) – самый распро-

страненный в машиностроении. Он дешёв, допускает перекос внутреннего кольца относительно наружного. Предназначен для радиальной нагрузки. Желобчатые дорожки качения позволяют воспринимать осевую нагрузку. Обеспечивает осевое фиксирование вала в двух направлениях. При одинаковых габаритных размерах работает с меньшими потерями на трение и при большей угловой скорости вала, чем подшипники всех других типов.

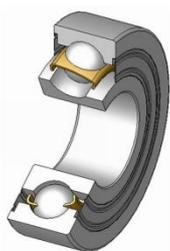


Рис.110. Шариковый радиальный



Рис.111. Шариковый радиально-упорный

Шариковый радиально-упорный подшипник предназначен для комбинированных (радиальных и осевых) или чисто осевых нагрузок. Подшипники, смонтированные попарно, воспринимают осевые силы, действующие в обоих направлениях. Применяется при большой частоте вращения вала (рис.111).

Шариковый радиальный сферический подшипник предназначен для радиальной нагрузки. Одновременно с радиальной может воспринимать небольшую осевую нагрузку и работать при значительном (до 2-3°) перекосе внутреннего кольца относительно наружного. Способность самоустанавливаться определяет область его применения (рис.112).



Рис.112. Шариковый радиальный сферический

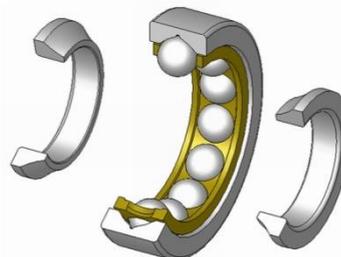


Рис.113. Шариковый упорный

Шариковый упорный подшипник воспринимает одностороннюю осевую нагрузку. При действии осевых сил попеременно в обоих направлениях устанавливают двойной упорный подшипник. Во избе-

жание заклинивания шариков от действия центробежных сил этот подшипник применяют при средней и низкой частоте вращения (рис.113).

Роликовый радиальный сферический подшипник (рис.114) имеет все те же характеристики, что и шариковый сферический подшипник качения, но обладает наибольшей грузоподъёмностью из всех других подшипников таких же габаритных размеров. Роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами Предназначен для восприятия больших радиальных нагрузок. Допускает осевое взаимное смещение колец. Применяется для коротких жёстких валов, а также в качестве «плавающих» опор. Грузоподъёмность такого подшипника выше, чем шарикового.



Рис.114. Роликовый радиальный сферический



Рис. 115. Роликовый радиальный

Роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами (рис.115) предназначен для восприятия больших радиальных нагрузок. Допускает осевое взаимное смещение колец. Применяется для коротких жёстких валов, а также в качестве «плавающих» опор. Грузоподъёмность такого подшипника выше, чем у шарикового.

Роликовый конический подшипник (радиально-упорный роликоподшипник) воспринимает одновременно радиальную и осевую нагрузки (рис.116). Применяется при средних и низких скоростях вращения. Обладает большой грузоподъёмностью. Удобно регулируется. Подшипники этого типа, как и шариковые радиально-упорные устанавливаются попарно.

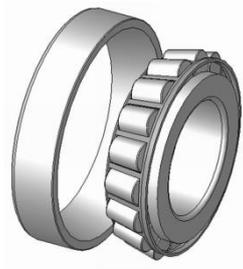


Рис.116. Роликовый конический подшипник (радиально–упорный роликоподшипник)

По радиальным габаритным размерам подшипники сгруппированы в семь серий, которые различаются размерами колец и тел качения и соответственно величиной воспринимаемых нагрузок:

1. Две сверхлёгкие.
2. Две особолёгкие.
3. Лёгкая.
4. Средняя.
5. Тяжёлая.

По осевым габаритным размерам подшипники сгруппированы в четыре серии:

1. Узкая.
2. Нормальная.
3. Широкая.
4. Особоширокая.

В пределах каждой серии подшипники равных типов взаимозаменяемы в мировом масштабе. В стандартах указываются номер подшипника, размеры, вес, предельное число оборотов, статическая нагрузка и коэффициент работоспособности.

Две крайние цифры номера справа, умноженные на пять, выражают диаметр шейки вала d в миллиметрах; третья цифра справа – номер серии; четвёртая цифра справа – тип подшипника, так, отсутствие цифры (нуль) – шариковый радиальный, единица – шариковый сферический, два – роликовый цилиндрический, ... семь – роликовый конический.

Пятая и другие цифры справа, если они есть, означают конструктивные особенности данного типа.

Пример. 1000094 – подшипник шариковый радиальный однорядный, диаметр отверстия 4 мм, серии диаметров 9, серии ширин 1, основного конструктивного исполнения.

Кольца и тела качения подшипников изготавливаются по 1-му классу точности и выше. Обычные подшипники имеют нормальную точность – Н (знак не выбивается); для повышенных и высоких скоростей применяются более высокие точности изготовления: П – повышенная, В – высокая, С – сверхвысокая (знак выбивается на торцах колец). Стоимость высокоточных подшипников намного превосходит стоимость нормальных.

Для установки подшипников на шейках валов и в корпусе применяются посадки промежуточного типа:

если вращается вал, то на валу – $E_{п}$ или $P_{п}$, а в корпусе – $S_{п}$;

если вращается корпус, а вал (ось) неподвижны, то на валу – С, а в корпусе – $H_{п}$ или $P_{п}$.

Подшипниковые посадки второго класса точности $H_{п}$, $P_{п}$, $S_{п}$ отличаются от нормальных посадок Н, П, С суженным полем допуска.

Более тугие посадки затрудняют монтаж и демонтаж подшипников и могут служить причиной защемления тел качения, поэтому не могут быть рекомендованы; более свободные посадки не обеспечивают удержания от вращения подшипниковых колец.

Материалы подшипников качения назначаются с учётом высоких требований к твёрдости и износостойкости колец и тел качения. В основном используются шарикоподшипниковые высокоуглеродистые хромистые стали ШХ15 и ШХ15СГ, а также цементируемые легированные стали 18ХГТ и 20Х2Н4А.

Твёрдость колец и роликов обычно HRC 60 - 65, а у шариков немного больше – HRC 62 - 66, поскольку площадка контактного давления у шарика меньше. Сепараторы изготавливают из мягких углеродистых сталей либо из антифрикционных бронз для высокоскоростных подшипников. Широко внедряются сепараторы из дюралюминия, металлокерамики, текстолита, пластмасс.

2.2. Причины поломок и критерии расчёта подшипников

Главная особенность динамики подшипника – знакопеременные нагрузки.

Циклическое перекачивание тел качения может привести к появлению усталостной микротрещины. Постоянно прокатывающиеся тела качения вдавливают в эту микротрещину смазку. Пульсирующее давление смазки расширяет и расшатывает микротрещину, приводя к усталостному выкрашиванию и в конце концов к поломке кольца. Чаще всего ломается внутреннее кольцо, так как оно меньше наружного и там, следовательно, выше удельные нагрузки. Усталостное выкрашивание – основной вид выхода из строя подшипников качения.

В подшипниках также возможны статические и динамические перегрузки, разрушающие как кольца, так и тела качения.

Следовательно, при проектировании машины необходимо определить, во-первых, количество оборотов (циклов), которое гарантированно выдержит подшипник, а, во-вторых – максимально допустимую нагрузку, которую выдержит подшипник.

Работоспособность подшипника сохраняется при соблюдении двух критериев:

1. Долговечность.
2. Грузоподъёмность.

2.3. Распределение нагрузки на тела качения подшипника

Задача распределения нагрузки на тела качения статически неопределимая и решается на основе совместности деформации системы:

$$R = P_0 + 2 P_1 + 2 P_2 \dots + P_n .$$

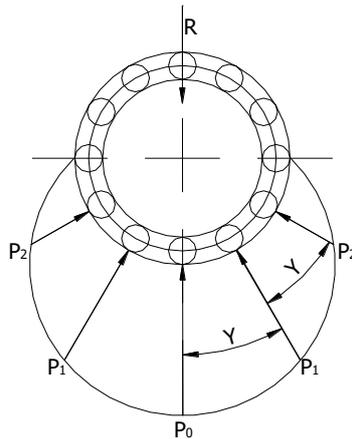


Рис. 117. Распределение нагрузки

Из рис. 117 можно сделать выводы:

1. Нагрузку воспринимают только нижние тела качения, а верхние и боковые – не воспринимают.

2. Наибольшая нагрузка приходится на центральный шарик или ролик; решение задачи показывает, что он несет нагрузку в 4-6 раз большую средней, которая имела бы место, если бы все тела качения воспринимали нагрузку поровну.

2.4. Особенности кинематики подшипников качения

Мгновенный центр скоростей (МЦС) лежит в точке контакта тела качения с неподвижным кольцом, построение планов скоростей показывает, что при равных угловых скоростях ω : $V_2/2 > V_1/2$, так как $V_2 = \omega R_2$, $V_1 = \omega R_1$, $R_2 > R_1$.

Это значит, что скорость центра тела качения (сепаратора), а следовательно, и угловые скорости вращения тел качения во втором случае больше, чем в первом, а следовательно, больше и износ всех элементов подшипника. Это обстоятельство в расчётной формуле для подшипников качения учитывается особым коэффициентом (рис. 118).

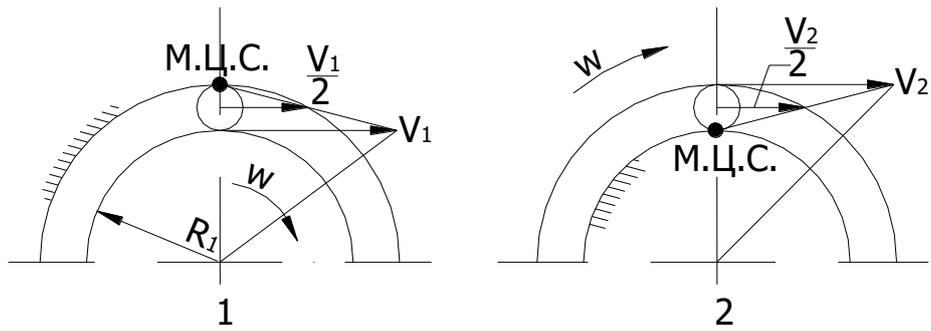


Рис. 118. Подшипники можно рассматривать как планетарный ряд с двумя вариантами привода: 1 – вращается внутреннее кольцо; 2 – вращается наружное кольцо

2.5. Расчёт (подбор) подшипников качения

1. *Статический расчёт* применяется только для подшипников, делающих меньше одного оборота, например, подшипников поворотных кранов, грузоподъёмных крюков и пр.: $Q < Q_{ст}$, где Q – реакция опоры; $Q_{ст}$ – допускаемая статическая нагрузка на подшипник по таблицам ГОСТов.

2. *Расчёт на долговечность* (основной расчёт).

Приведённая нагрузка $Q = K_k R + m A$, где R – радиальная нагрузка на опору; A – осевая нагрузка; K_k – коэффициент, зависящий от того, какое кольцо вращается: если внутреннее – $K_k = 1$; m – табличный коэффициент, характеризующий способность данного типа подшипника воспринимать осевую нагрузку.

Расчётное уравнение имеет вид

$$C = Q(nh)^{0,3} K_\sigma K_T,$$

где n – число оборотов в минуту; h – долговечность подшипника в ч.; K_σ – табличный коэффициент, зависящий от динамичности нагрузки (спокойная, со слабыми толчками, ударная); K_T – табличный температурный коэффициент при $t < 100^\circ \text{C}$ $K_T = 1$.

При переменной нагрузке, которая задаётся усреднённым графиком (рис.119), определяется эквивалентная нагрузка

$$Q_{эkv} = \Sigma(Q_i^{3,33} \cdot (n_i/n) \cdot (h_i/h))^{0,3},$$

где Q_i , n_i , h_i – нагрузка, число оборотов и долговечность на i -ой ступени графика.

Центробежные силы инерции, действующие в подшипниках качения, определяются уравнением $J_{Ц} = mR\omega^2$.

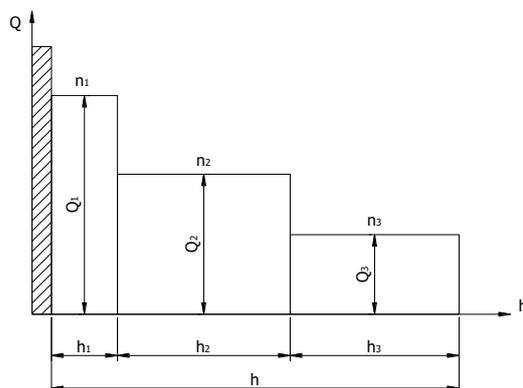


Рис. 119. Переменная нагрузка

3. Расчёт номинальной долговечности подшипника

Номинальная долговечность – это число циклов (или часов), которые подшипник должен проработать до появления первых признаков усталости. Существует эмпирическая (найденная из опыта) зависимость для определения номинальной долговечности:

$$L_n = (C/P)^\alpha, \text{ млн оборотов,}$$

где C – грузоподъёмность; P – эквивалентная динамическая нагрузка; $\alpha = 0,3$ для шариков и $0,33$ для роликов.

Номинальную долговечность можно вычислить и в часах:

$$L_h = (10^6 / 60 n) L_n, \text{ ч.,}$$

где n – частота вращения вала.

Эквивалентная динамическая нагрузка – это такая постоянная нагрузка, при которой долговечность подшипника та же, что и при реальных условиях работы. Здесь для радиальных и радиально-упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка.

Эквивалентная динамическая нагрузка вычисляется по эмпирической формуле $P = (V X F_r + Y F_a) K_B K_T$, где F_r , F_a – радиальная и осевая реакции опор; V – коэффициент вращения вектора нагрузки ($V = 1$ если вращается внутреннее кольцо, $V = 1,2$ если вращается наружное кольцо); X , Y – коэффициенты радиальной и осевой нагрузок, зависящие от типа подшипников, определяются по справочнику;

$K_B = 1$ – коэффициент безопасности, учитывающий влияние динамических условий работы передач; $K_T = 1$ – коэффициент температурного режима до 100°C .

Грузоподъёмность – это постоянная нагрузка, которую группа идентичных подшипников выдержит в течение одного миллиона оборотов. Здесь для радиальных и радиально упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка. Если вал вращается медленнее одного оборота в минуту, то речь идёт о статической грузоподъёмности C_0 , а если вращение быстрее одного оборота в минуту, то говорят о динамической грузоподъёмности C . Величина грузоподъёмности рассчитывается при проектировании подшипника, определяется на экспериментальной партии подшипников и заносится в каталог.

2.6. Методика выбора подшипников качения

Опытный проектировщик может назначать конкретный тип и размер подшипника, а затем делать проверочный расчёт. Однако здесь требуется большой конструкторский опыт, ибо в случае неудачного выбора может не выполняться условие прочности, тогда потребуется выбрать другой подшипник и повторить проверочный расчёт.

Во избежание многочисленных "проб и ошибок" можно предложить методику выбора подшипников, построенную по принципу проекторочного расчёта, когда известны нагрузки, задана требуемая долговечность, а в результате определяется конкретный типоразмер подшипника из каталога.

Методика выбора состоит из пяти этапов:

1. Вычисляется требуемая долговечность подшипника исходя из частоты вращения и заданного заказчиком срока службы машины.
2. По найденным ранее реакциям опор выбирается тип подшипника (радиальный, радиально-упорный, упорно-радиальный или упорный), из справочника находятся коэффициенты радиальной и

осевой нагрузок X, Y .

3. Рассчитывается эквивалентная динамическая нагрузка.

4. Определяется требуемая грузоподъемность $C = PL^{(1/\alpha)}$.

5. По каталогу, исходя из требуемой грузоподъемности, выбирается конкретный типоразмер ("номер") подшипника.

3. МУФТЫ ПРИВОДОВ

3.1. Общие сведения

В технике *муфты* – это соединительные устройства для тех валов, концы которых подходят один к другому вплотную или же удалены на небольшое расстояние. Соединение валов муфтами обеспечивает передачу вращающего момента от одного вала к другому. Валы, как правило, расположены так, что геометрическая ось одного вала составляет продолжение геометрической оси другого вала. С помощью муфт можно также передать вращение с валов на зубчатые колеса, шкивы, свободно насаженные на эти валы.

Муфты не изменяют вращающего момента и направления вращения. Некоторые типы муфт поглощают вибрации и предохраняют машину от аварий при перегрузках.

Применение муфт в машиностроении вызвано необходимостью:

1) получения длинных валов, изготавливаемых из отдельных частей, компенсации небольших неточностей монтажа в относительном расположении соединяемых валов;

2) придания валам некоторой относительной подвижности во время работы (малые смещения и перекос геометрических осей валов);

3) включения и выключения отдельных узлов;

4) автоматического соединения и разъединения валов в зависимости от пройденного пути, направления передачи вращения, угловой скорости, т. е. выполнения функций автоматического управления;

5) уменьшения динамических нагрузок.

3.2. Классификация муфт

Многообразие конструкций муфт усложняет их классификацию.

Муфты механического действия:

а) жёсткие (глухие), практически не допускающие компенсации радиальных, осевых и угловых смещений валов;

б) компенсирующие, допускающие некоторую компенсацию радиальных, осевых и угловых смещений валов благодаря наличию упругих элементов (резиновых втулок, пружин и др.);

в) фрикционные, допускающие кратковременное проскальзывание при перегрузках.

Классы муфт различают по режиму соединения валов:

1. Нерасцепляемые (постоянные, соединительные) соединяют валы постоянно, образуют длинные валы.

2. Управляемые (сцепные) соединяют и разъединяют валы в процессе работы (например, широко известная автомобильная муфта сцепления).

3. Самодействующие (самоуправляемые, автоматические) – срабатывают автоматически при заданном режиме работы (обгонные, центробежные, предохранительные).

4. Предохранительные, разъединяющие валы при нарушении нормальных эксплуатационных условий работы.

5. Прочие.

По степени снижения динамических нагрузок муфты бывают:

1. Жёсткие, не сглаживающие при передаче вращающего момента вибрации, толчки и удары;

2. Упругие, сглаживающие вибрации, толчки и удары благодаря наличию упругих элементов – пружин, резиновых втулок и др.

Диаметры посадочных отверстий муфты согласуют с диаметрами концов соединяемых валов, которые могут быть различными при одном и том же вращающем моменте вследствие применения разных материалов и различной нагруженности изгибающими моментами.

Наиболее слабые звенья выбранной муфты проверяют расчётом на прочность по расчётному моменту T_p .

Работа муфт сопровождается потерями. По опытным данным при расчётах КПД муфт обычно принимают $\eta = 0,985-0,995$.

3.3. Жёсткие (глухие) муфты

С помощью этих муфт осуществляется жёсткое соединение валов.

Разновидности глухих муфт:

1. *Втулочная* является простейшей из жестких муфт. Она представляет собой втулку 3 (рис. 120), посаженную с помощью шпонок, штифтов или шлицев на выходные концы валов 1 и 2.

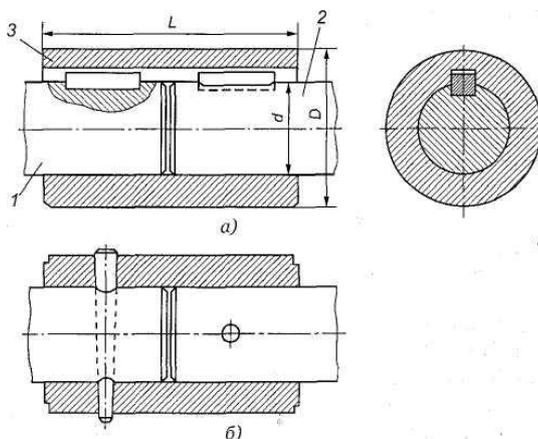


Рис.120. Втулочная муфта: а – крепление на шпонке; б – крепление штифтом

Втулочные муфты находят применение в тихоходных и неответственных конструкциях машин при диаметрах валов $d < 70$ мм.

Достоинства таких муфт – простота конструкции и малые габаритные размеры; недостатки – необходимость при монтаже и демонтаже раздвигать концы валов на полную длину муфты либо сдвигать втулку вдоль вала не менее чем на половину ее длины; необходимость очень точного совмещения валов, так как эти муфты не допускают радиального или углового смещения осей валов (рис. 121).

Материал для изготовления втулки – сталь 45; для муфт больших размеров – чугун СЧ25.

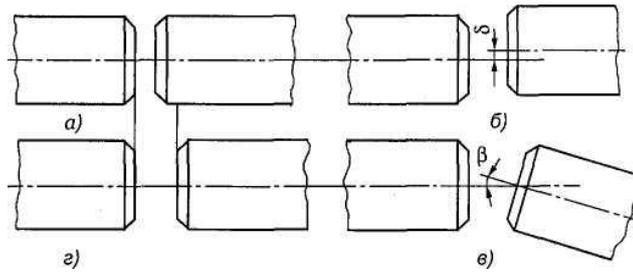


Рис.123. Возможные смещения валов

2. Фланцевая муфта состоит из двух полумуфт 1 и 2 (рис. 122), соединенных болтами 4. Для передачи вращающего момента используют шпоночные или шлицевые соединения. Вращающий момент передается за счёт сил трения между фланцами, а когда болты вставлены без зазора, то также и болтами.

Фланцевые муфты стандартизованы в диапазоне диаметров 12-250 мм и передают моменты 8-45000 Н·м. В тяжёлых машинах полумуфты приваривают к валам.

Эти муфты называют иногда *поперечно-свёртными*. Для лучшего центрования фланцев на одной полумуфте делают круговой выступ, на другой – выточку того же диаметра (рис. 122, а) или предусматривают центрующее кольцо 3 (рис. 122, б).

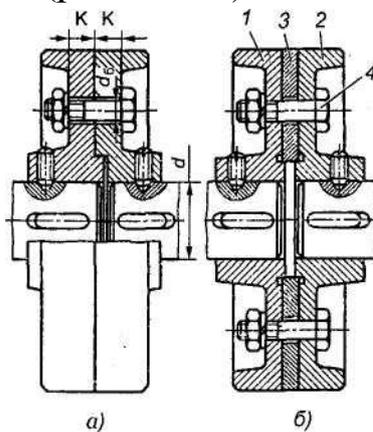


Рис.122. Фланцевые муфты: а – центровка за счет выступа; б – центровка кольцом

Фланцевые муфты могут передавать значительные вращающие моменты, имеют широкое распространение в машиностроении. Употребляются для валов диаметром $d < 350$ мм. Достоинства этих муфт – простота конструкции и легкость монтажа; недостаток – необходи-

мость точного совмещения валов и точного соблюдения перпендикулярности соприкасающихся торцовых поверхностей полумуфт к оси вала.

Материал фланцевых полумуфт – сталь 40, 35Л, чугун СЧ30 (для муфт больших размеров).

3.4. Компенсирующие муфты

Конструкции этих муфт несколько сложнее, но они допускают некоторые радиальные и угловые смещения осей валов. Основное назначение этих муфт состоит в том, чтобы компенсировать вредное влияние неправильного относительного положения соединяемых валов. Однако эти муфты чувствительны к перекосам.

Кулачково-дисковая муфта (рис. 123) состоит из двух полумуфт 1 и 2 с диаметрными пазами на торцах и промежуточного плавающего диска 3 (рис. 123, а) с взаимно перпендикулярными выступами.

В собранной муфте выступы диска располагаются в пазах полумуфт (рис. 123, б). Трущиеся поверхности периодически смазывают пластичной смазкой (один раз в смену). Кулачково-дисковая муфта применяется для соединения тихоходных валов (до 250 об/мин). Допустимые радиальные смещения валов – до 0,04 мм, угловое – до 30'. Недостаток этих муфт – повышенная чувствительность к перекосам валов. Эти муфты предназначены главным образом для компенсации относительно параллельного смещения осей валов. Теоретически при любом смещении передаточное отношение между валами постоянное. При вращении ведущего вала без угловых ускорений ведомый вал также будет вращаться равномерно. Полумуфты и диски изготавливают из стали 45Л.

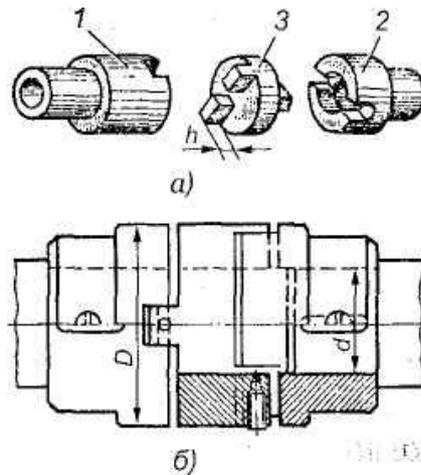


Рис.123. Кулачково-дисковая муфта: а – элементы муфты: 1, 2 – полумуфты; 3 – промежуточный плавающий диск; б – в собранном виде

3.5. Краткие сведения о выборе и расчёте муфт

Применяемые в машиностроении муфты стандартизованы. Муфты каждого типоразмера выполняют для некоторого диапазона диаметров вала. Основным критерием при выборе стандартных муфт является передаваемый вращающий момент.

При проектировании новых муфт конструктивные размеры элементов муфты определяют расчетом. Стандартизованные, или нормализованные, муфты не рассчитывают. Их, как правило, выбирают по таблицам справочников.

Выбор стандартных муфт

Основной характеристикой при выборе муфт является передаваемый расчётный момент

$$T_p = K_p T \leq [T]_p ,$$

где K_p – коэффициент режима работы; T – номинальный вращающий момент при установившемся режиме работы.

Муфты выбирают по соответствующим таблицам по K_p в зависимости от диаметра вала d (учитывают также максимальную угловую скорость ω_{\max}).

Расчёт на прочность жёстких (глухих) муфт

Прочность втулки проверяют по основному условию прочности на кручение:

$$\tau_k = T_p D / 0,2(D^4 - d^4) \leq [\tau]_k ,$$

где $[\tau]_k$ – допускаемое напряжение на кручение, МПа; T_p – расчётный момент; D и d – размеры муфты (рис. 120).

Болты и стенки полумуфт на смятие проверяют по формуле

$$\sigma_{см} = F_t / d_b ; \quad K \leq [\sigma]_{см},$$

где F_t – сила, срезающая один болт; d_b – диаметр болта; K – толщина фланца полумуфты; $[\sigma]_{см}$ – допускаемое напряжение на смятие материала болтов или полумуфт.

Расчёт на прочность кулачково-дисковых муфт

Эти муфты выбирают по нормальям или стандартам (см. рис. 123).

Проверочный расчёт на прочность (износостойкость) муфт производят по формуле: $p = 12 T_p / (2D + d)(D - d)h$, где p – максимальное давление, возникающее на рабочей поверхности сопряженных деталей муфты, МПа; D, d, h – размеры муфты (см. рис. 123).

4. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ О СОЕДИНЕНИИ БОЛТОМ

Замечено, что выход из строя болтов, винтов, шпилек и тому подобного обычно происходит вследствие разрыва (или вытяжки) их стержня (рис. 124) по резьбе или переходному сечению у головки. Вследствие разрушения или повреждений резьбы резьбовые изделия выбывают из строя реже.



Рис. 124 Деформация болта

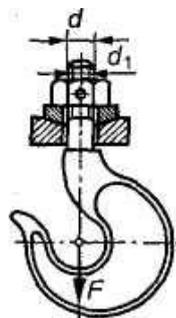


Рис. 125. Грузовой крюк

Для обеспечения прочности резьбовых соединений для болта определяют диаметр d_s в его опасном сечении. Затем определяют его

остальные размеры. Размеры болта, гайки, шайбы принимают в зависимости от диаметра резьбы по соответствующим ГОСТам.

На рис. 125 представлен пример незатянутого болта, нагруженного внешней растягивающей силой. В этом соединении опасным бывает сечение, ослабленное резьбой; стержень крюка работает только на растяжение. Такое резьбовое соединение называют *ненапряжённым*.

Проверочный расчёт ненапряжённого болтового соединения проводят из условия прочности на растяжение: $\sigma_p = 4F/\pi d_1^2 \leq [\sigma]_p$, где σ_p и $[\sigma]_p$ – расчётное и допускаемое напряжения растяжения в поперечном сечении нарезанной части болта соответственно; F – растягивающая сила; d_1 – внутренний диаметр резьбы болта.

Проектировочный расчёт ненапряжённого болтового соединения сводится к определению внутреннего диаметра резьбы:

$$d_1 = \sqrt{4 F/\pi[\sigma]_p},$$

где $[\sigma]_p = \sigma_T/[S]_T$ – допускаемое напряжение на растяжение; σ_T – предел текучести материала болта; $[S]_T$ – допускаемый коэффициент запаса прочности. Для болтов из углеродистой стали принимают $[S]_T = 1,5 - 3,0$.

На рис. 126 показано клеммовое соединение, в котором затянутый болт не нагружен внешней осевой силой. Стержень болта испытывает растяжение и кручение только от затяжки силой F_3 . Требуемую силу затяжки болта определяют в зависимости от характера нагружения резьбового соединения.

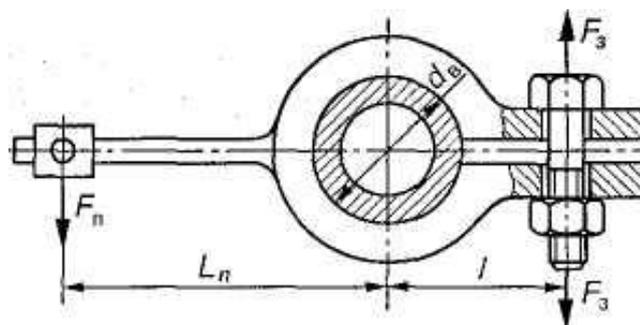


Рис. 126. Клеммовое соединение

Проверочный расчёт производят по $\sigma_{\text{э}}$ – эквивалентному (приведённому) напряжению для опасной точки.

Условие прочности для резьбы: $\sigma_{\text{э}} = 4K_3F_3/\pi d_1^2 \leq [\sigma]_p$, где $[\sigma]_p$ –

допускаемое напряжение растяжения в опасном сечении болта; d_1 – внутренний диаметр резьбы; $K_3 \approx 1,3$ – коэффициент затяжки, учитывающий скручивание стержня болта.

Проектировочный расчёт внутреннего диаметра резьбы затянутого болта, ненагруженного осевой силой: $d_1 = \sqrt{4K_3F_3/\pi[\sigma]_p} = 1,3 \sqrt{F_3/[\sigma]_p}$.

Практикой установлено, что болты с резьбой, меньше М10, можно повредить при недостаточно квалифицированной затяжке. Поэтому в силовых соединениях не рекомендуют применять болты малых диаметров (меньше М8). На некоторых производствах для затяжки болтов используют специальные ключи предельного момента. Эти ключи не позволяют приложить при затяжке момент, больше установленного.

Для большинства резьбовых изделий требуется предварительная затяжка болтов, обеспечивающая плотность соединения и отсутствие взаимных смещений деталей стыка (фланцевые, фундаментные и тому подобные болтовые соединения). После предварительной затяжки под действием силы предварительной затяжки болт растягивается, а детали стыка сжимаются. Помимо силы предварительной затяжки на болт может действовать внешняя осевая сила. Типичный случай показан на рис. 127, где внешняя сила создается за счёт давления p . Расчёт ведут по результирующей нагрузке болта.

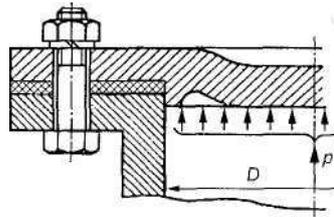


Рис. 127. Болты крепления крышки к сосуду

При определении расчётного напряжения σ_p в качестве силы, растягивающей болт, принимается F_0 – осевая сила, растягивающая болт, действующая на него после предварительной затяжки и приложения к нему внешней силы F , или F_p – осевая, растягивающая болт сила при отсутствии последующей подтяжки. Осевые силы:

$$F_0 = [K_3 (1 - \chi) + \chi] F; F_p = [1,3 K_3 (1 - \chi) + \chi] F,$$

где K – коэффициент затяжки болта (для соединения без прокладок

при переменной нагрузке $K_3 = 1,25 - 2,0$; для соединения с прокладками $K_3 \geq 5$); χ – коэффициент внешней (основной) нагрузки (для соединения без прокладок $\chi = 0,2 - 0,3$; для соединения с упругими прокладками $\chi = 0,4 - 0,9$).

Проектировочный расчёт диаметра затянутого болта с дополнительной осевой нагрузкой при отсутствии последующей затяжки:

$$d_1 \geq 1,13 \sqrt{F_0/[\sigma]_p} \text{ или } d_1 \geq 1,13 \sqrt{F_p/[\sigma]_p} .$$

Если болтовое соединение нагружено силами в плоскости стыка, то условием надёжности соединения является отсутствие сдвига деталей в стыке. Конструкция может быть собрана по двум вариантам:

1. Расчёт болта, нагруженного поперечной силой F_r при установке его с зазором в отверстие деталей (рис. 128).

Для обеспечения неподвижности соединяемых листов 1, 2, 3 болт затягивают силой затяжки F_3 . Во избежание работы болта на изгиб его следует затянуть так сильно, чтобы силы трения на стыках деталей были больше сдвигающих сил F_r .

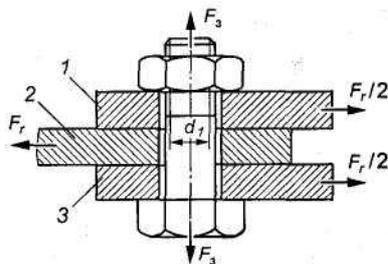


Рис. 129. К расчёту болтового соединения, несущего поперечную нагрузку.
Болт установлен с зазором

Обычно силу трения принимают с запасом: $F_f = KF_r$ (K – коэффициент запаса по сдвигу деталей, $K = 1,3 - 2$).

Требуемая сила затяжки болта может создавать нормальное давление на i трущихся поверхностях (на рис. 128) и в общем случае равна: $F_3 = KF_f/if$, где i – число плоскостей стыка деталей (на рис. 127 $i = 2$; при соединении только двух деталей $i = 1$); f – коэффициент трения в стыке ($f = 0,15 - 0,2$ для сухих чугунных и стальных поверхностей).

При затяжке болт работает на растяжение и кручение, поэтому прочность болта оценивают по эквивалентному напряжению. Так как внешняя нагрузка не передается на болт, его рассчитывают только на статическую прочность по силе затяжки даже при переменной внеш-

ней нагрузке. Влияние переменной нагрузки учитывают путем выбора повышенных значений коэффициента запаса.

Проектировочный расчёт внутреннего диаметра резьбы болта, нагруженного поперечной силой, если болт установлен с зазором:

$$d_1 = \sqrt{4K_3 F_3 / \pi [\sigma]_p} = 1,3 \sqrt{F_3 / [\sigma]_p} .$$

2. Расчёт болта, нагруженного поперечной силой, с установкой его без зазора (рис. 129). В этом случае диаметр стержня болта выполняют с допуском, обеспечивающим беззазорную посадку. При расчёте прочности данного соединения не учитывают силы трения в стыке, так как затяжка болта не контролируется. В общем случае болт можно заменить штифтом.

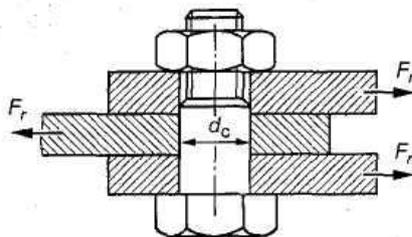


Рис. 129. К расчёту болтового соединения, несущего поперечную нагрузку.
Болт установлен без зазора

Стержень болта рассчитывают по напряжениям среза и смятия.

Условие прочности: $\tau_{cp} \leq [\tau]_{cp}$, где $\tau_{cp} = F_r / (\pi d_c^2 / 4) i$ – расчётное напряжение среза болта; F_r — поперечная сила; d_c – диаметр стержня болта в опасном сечении; $[\tau]_{cp} = (0,2 - 0,3) \sigma_T$ – допустимое напряжение среза для болта; i – число плоскостей среза (на рис. 39 $i = 2$).

Проектировочный расчёт диаметра стержня болта из условия среза:

$$d_c = \sqrt{4F_r / \pi [\tau]_{cp} i} = 1,13 \sqrt{F_r / [\tau]_{cp} i} .$$

Закон распределения напряжений смятия по цилиндрической поверхности контакта болта и детали трудно установить точно. Это зависит от точности размеров и форм деталей соединения. Поэтому расчёт на смятие производят по условным напряжениям:

для средней детали (и при соединении только двух деталей):

$$\sigma_{cm} = F / d_c \delta_3 \leq [\sigma]_{cm};$$

для крайних деталей:

$$\sigma_{\text{см}} = F/2d_c \delta_3 \leq [\sigma]_{\text{см}} .$$

Из двух значений $[\sigma]_{\text{см}}$ в этих формулах расчёт прочности выполняются по наибольшему, а допустимое напряжение определяют по более слабому материалу болта или детали.

Сравнивая варианты постановки болтов с зазором и без зазора (см. рис.128 и 129), следует отметить, что первый вариант дешевле второго, так как не требует точных размеров болта и отверстия. Однако условия работы болта, поставленного с зазором, хуже, чем без зазора. Кроме того, вследствие нестабильности коэффициента трения и трудности контроля затяжки, работа таких соединений при сдвигающей нагрузке недостаточно надежна.

На рис. 130 представлены варианты болтовых соединений, которые разгружают болт от поперечных нагрузок.

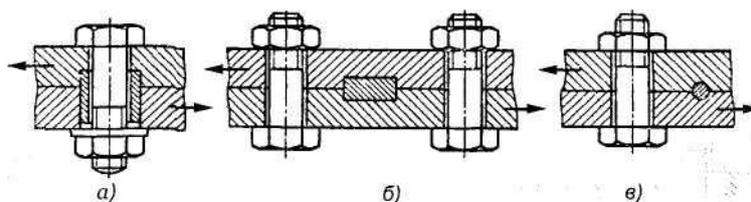


Рис. 130. Варианты конструкций, разгружающие болты от поперечной нагрузки

5. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

5.1. Основные понятия

Сварка – это технологический процесс получения неразъемного соединения металлических или неметаллических деталей с применением нагрева (до пластического или расплавленного состояния), выполненного таким образом, чтобы место соединения по механическим свойствам и своему составу по возможности не отличалось от основного материала детали.

Основные виды электросварки

1. *Виды дуговой сварки:*

1) *ручная*, отличается низкой производительностью, но легко доступна для применения;

2) *полуавтоматическая*, под слоем флюса применяется для конструкций с короткими прерывистыми швами;

3) *автоматическая*, под слоем флюса высокопроизводительна и экономична, дает хорошее качество шва, применяется в крупносерийном и массовом производстве.

2. *Газовая сварка* применяется в основном там, где нет источников электроэнергии, например, при ремонте в полевых условиях.

3. *Контактная сварка* применяется в серийном и массовом производстве при нахлесточном соединении тонкого листового металла (точечная, роликовая) или при стыковом соединении круглого и плосового (стыковая сварка). Контактная сварка основана на использовании тепла, выделяющегося в месте соприкосновения свариваемых деталей (например, при прохождении через них электрического тока). Сварка производится с применением механического давления, под действием которого детали, предварительно нагретые в месте соединения (контакта) до пластического состояния или оплавления, образуют сварной шов.

Сварным называют неразъемное соединение деталей с помощью сварных швов; соединяющим элементом является расплавленный металл, создающий при остывании неразъемное соединение, т. е. такое, которое не может быть разобрано без повреждения деталей.

Сварные соединения лучше других приближают составные детали к целым и позволяют изготавливать детали неограниченных размеров. Прочность сварных соединений при статических и ударных нагрузках доведена до прочности деталей из целого металла.

Достоинства сварных соединений:

1) простота конструкции сварного шва и меньшая трудоемкость в изготовлении, обусловленные сравнительной простотой технологического процесса сварки;

2) значительное снижение массы конструкции при тех же габаритных размерах;

3) возможность соединения деталей любых форм;

4) герметичность и плотность соединения;

5) бесшумность технологического процесса сварки;

- б) возможность автоматизации сварочного процесса;
- 7) сварное соединение экономичнее заклепочного;
- 8) возможность сварки толстых профилей.

Недостатки:

- 1) возникновение остаточных напряжений в свариваемых элементах;
- 2) коробление деталей из-за неравномерного нагрева в процессе сварки;
- 3) зависимость качества шва от исполнителя и трудность контроля; применение автоматической сварки устраняет этот недостаток;
- 4) склонность к образованию трещин в местах перехода от шва к цельному металлу вследствие термических напряжений, возникающих при остывании.

5.2. Классификация и разновидности сварных соединений (швов)

Сварные швы классифицируют по следующим признакам:

- 1) назначению – прочные (обеспечивают передачу нагрузки с одного элемента на другой); прочно-плотные (обеспечивают передачу нагрузки герметичность соединения – непроницаемость для жидкостей и газов);
- 2) по взаимному расположению свариваемых элементов различают следующие виды соединений:
 - стыковые (рис. 131);
 - нахлесточные, лобовые (рис. 132, *а*); фланговые (рис. 132, *б*);
 - с накладками (рис. 133);
 - тавровые (рис. 134, *а*, *б*). Свариваемые элементы располагаются во взаимно перпендикулярных плоскостях. Соединение может быть выполнено угловыми (рис. 134, *а*) или стыковыми (рис. 134, *б*) швами.
 - угловые (рис. 134 *в*, *г*).

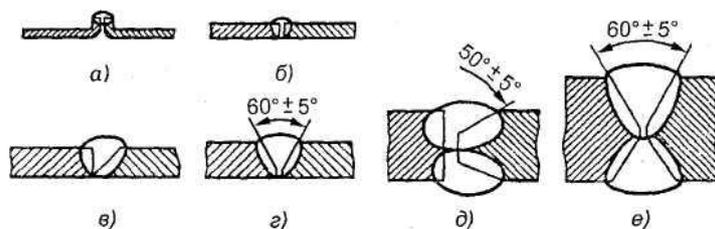


Рис. 131. Соединения стыковые: а – с отбортовкой; б – без скоса кромок; в, г, д, е – швы со скосом кромок

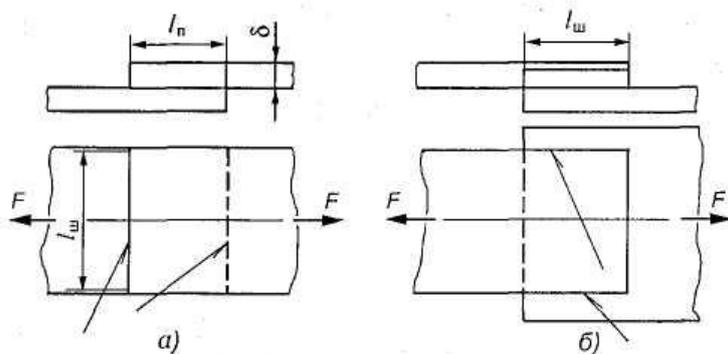


Рис. 132. Наклесточное соединение: а – соединение лобовыми швами; б – соединение фланговыми швами

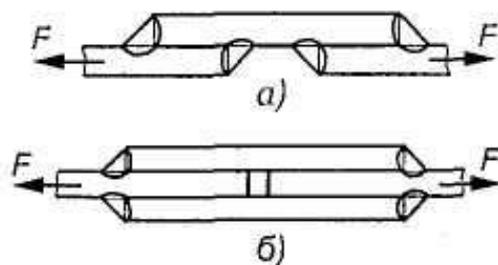


Рис. 133. Соединения с накладками

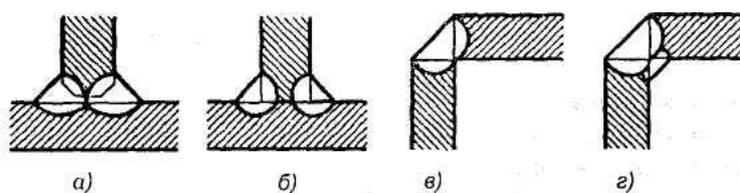


Рис. 134. Соединения тавровые и угловые

- По профилю поперечного сечения угловые швы могут быть:
- нормальные (рис. 135, а); катет шва принимается равным толщине листа ($K = 5$);
 - вогнутые (рис. 135, б) с $K = 0,85$;
 - выпуклые (рис. 135, в);
 - специальные (рис. 135, г); их профиль представляет неравнобед-

ренный прямоугольный треугольник (один из катетов $K = \delta$).

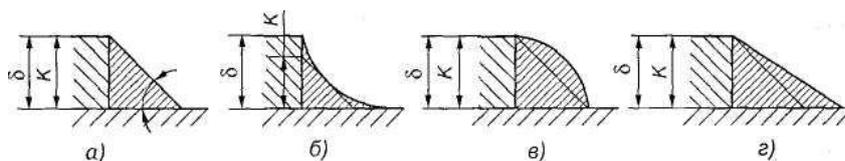


Рис.135. Типы угловых швов: а – нормальный; б – вогнутый; в – выпуклый; г – специальный

5.3. Расчёт сварных соединений

Швы *стыковых* соединений работают на растяжение или сжатие в зависимости от направления действующей нагрузки (рис. 136, а и б). Основным критерием работоспособности стыковых швов является их *прочность*. Соединение разрушается в зоне термического влияния и рассчитывается по размерам сечения детали, по напряжениям, возникающим в материале детали.

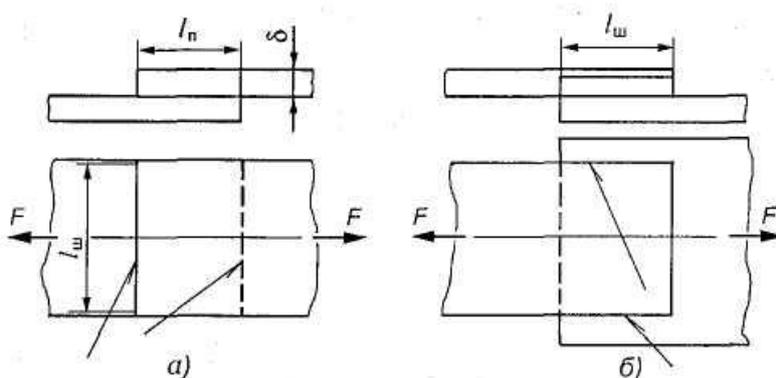


Рис. 136. К расчёту стыковых соединений

Проверочный расчёт прочности шва на растяжение.

Условие прочности: $\sigma'_p = F/\delta l_{ш} \leq [\sigma']_p$, где σ'_p , $[\sigma']_p$ – расчётное и допускаемое напряжения на растяжение для шва; F – нагрузка, действующая на шов; δ – толщина детали (толщину шва принимают равной толщине детали); $l_{ш}$ – длина шва.

Проектировочный расчёт применяется для определения длины шва исходя из основного условия прочности:

$$l_{ш} = F/\delta [\sigma']_p .$$

Расчёт угловых швов нахлёсточных соединений

Под действием осевой растягивающей (или сжимающей) силы срез угловых швов происходит по сечению $I-I$ (рис. 137), проходящему через биссектрису прямого угла. Опасным напряжением является касательное напряжение и расчёт ведётся на срез (напряжениями изгиба пренебрегают). Для нормальных угловых швов длина биссектрисы $h = K \cos 45^\circ = 0,7 K$, где h – длина биссектрисы (высота шва в опасном сечении); K – катет шва (принимается не менее 3 мм).

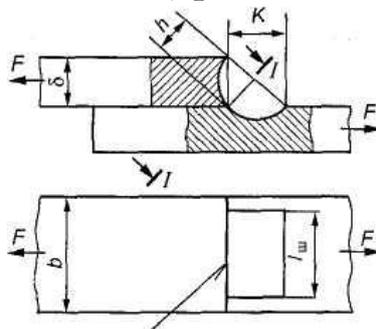


Рис. 137. К расчёту соединения внахлестку. Лобовой шов

Проверочный расчёт из условия прочности одностороннего лобового шва на срез: $\tau'_{\text{ср}} = F/0,7Kl_{\text{ш}} \leq [\tau']_{\text{ср}}$, где $\tau'_{\text{ср}}$ и $[\tau']_{\text{ср}}$ – расчётное и допускаемое напряжения среза для шва; $l_{\text{ш}}$ – длина шва; F – нагрузка, действующая на шов.

При проекторочном расчёте определяют: длину одностороннего лобового углового шва (см. рис. 137) при осевом нагружении:

$$l_{\text{ш}} = F / 0,7K [\tau']_{\text{ср}};$$

длину двустороннего лобового углового шва:

$$l_{\text{ш}} = F / 1,4K [\tau']_{\text{ср}} .$$

Для сваривания тонкостенных листовых конструкций часто используются *точечные* сварные соединения. Условие прочности на срез: $\tau_{\text{ср}} = 4F/\pi d^2 z \leq [\tau']_{\text{ср}}$, где d – диаметр сварных точек; z – число сварных точек.

Если привариваемая деталь круглая (рис.138, а) (шов круглый кольцевой), то расчёт *таврового* шва проводится на кручение в кольцевом сечении, расположенном под углом 45° к основанию шва:

$$\tau = M_{\text{к}}R/J_{\text{р}} \leq [\tau] ,$$

где $J_{\text{р}}$ – полярный момент инерции расчётного сечения; $M_{\text{к}}$ – крутящий момент; R – расстояние до наиболее удаленного от центра

волокон, сечения шва; $[\tau]$ – допускаемое напряжение кручения для наплавленного металла шва.

Если сечение шва не круглое (рис. 138, б), то оно всё же условно рассчитывается по уравнению кручения для круглых стержней. В этом случае принято пренебрегать возникающим при такой расчётной схеме короблением сечения.

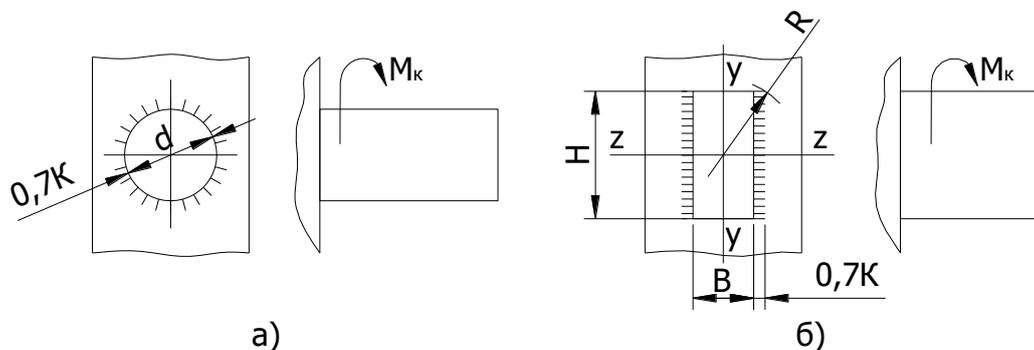


Рис. 138. Расчёт тавровых швов: а – шов круглый кольцевой; б – шов плоский

6. СОЕДИНЕНИЕ ДЕТАЛЕЙ

6.1. Основные понятия

В соединении двух деталей, входящих одна в другую, различают охватывающую и охватываемую поверхности. Наиболее распространены в машиностроении соединения деталей с гладкими цилиндрическими (I) и плоскими параллельными (II) поверхностями. У цилиндрических соединений поверхность отверстия охватывает поверхность вала. Охватывающая поверхность называется *отверстием*, охватываемая – *валом*.

Названия «отверстие» и «вал» условно применяются и к другим нецилиндрическим охватывающим и охватываемым поверхностям (рис. 139).

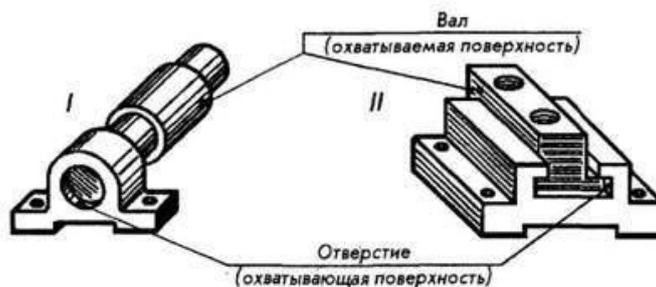


Рис. 139. Соединение двух деталей

6.2. Понятия о размерах

На рабочих чертежах в первую очередь проставляют размеры, которыми оценивают количественно геометрические параметры деталей.

Размер – это числовое значение линейной величины (диаметра, длины, высоты и т.п.). Размеры подразделяются на номинальные, действительные и предельные.

Номинальным размером (рис. 140) называется основной размер детали, рассчитанный с учетом ее назначения и требуемой точности. Номинальный размер соединений – общий (одинаковый) размер для отверстия и вала, составляющих соединение. Номинальные размеры деталей и соединений выбирают не произвольно, а по ГОСТ 6636-69 «Нормальные линейные размеры». В производстве номинальные размеры не могут быть выдержаны: действительные размеры всегда в большую или меньшую сторону отличаются от номинальных. Поэтому, помимо номинальных (расчётных), различают также действительные и предельные размеры.

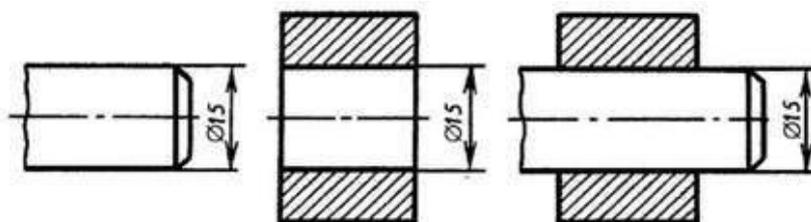


Рис. 140. Номинальный размер

Действительным размером называется размер, полученный в результате измерения готовой детали с допустимой степенью по-

грешности. Допустимую неточность изготовления деталей и требуемый характер их соединения устанавливают посредством предельных размеров.

Предельными размерами называются два граничных значения, между которыми должен находиться действительный размер. Больше из этих значений называется наибольшим предельным размером, меньшее – наименьшим предельным размером (рис. 141, I). Таким образом, для обеспечения взаимозаменяемости на чертежах необходимо вместо номинального указывать предельные размеры. Но это сильно усложнило бы чертежи. Поэтому предельные размеры принято выражать посредством отклонений от номинального. *Предельное отклонение* – это алгебраическая разность между предельными и номинальными размерами. Различают верхнее и нижнее предельные отклонения. Верхнее отклонение – это алгебраическая разность между наибольшим предельным размером и номинальным размером.

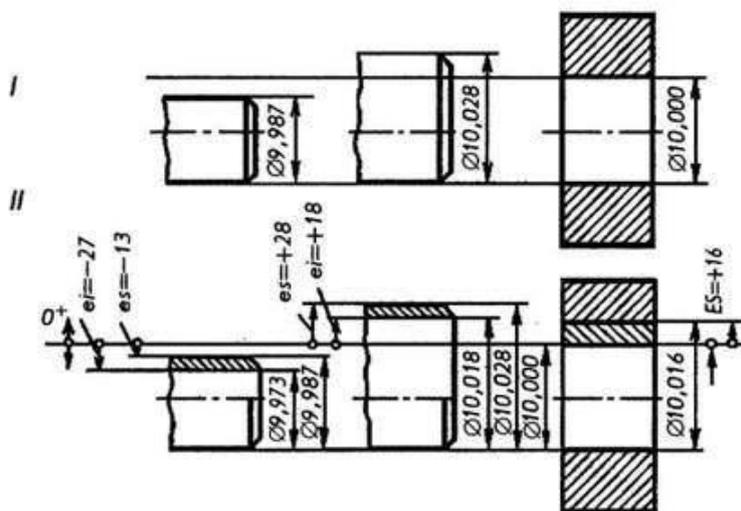


Рис. 141. Предельные размеры

В соответствии с ГОСТ 25346-89 верхнее отклонение отверстия обозначается ES , вала – es . Нижнее отклонение – алгебраическая разность между наименьшим предельным размером и номинальным размером. Нижнее отклонение отверстия обозначается EI , вала – ei .

Номинальный размер служит началом отсчета отклонений. Отклонения могут быть положительными, отрицательными и равными нулю (рис. 141, II). В таблицах стандартов отклонения указывают в микрометрах (мкм). На чертежах отклонения принято указывать в

миллиметрах (мм).

Действительное отклонение – алгебраическая разность между действительным и номинальным размерами. Деталь считают годной, если действительное отклонение проверяемого размера находится между верхним и нижним отклонениями.

6.3. Допуск, поле допуска, квалитеты точности

Допуск T^* – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами или абсолютная величина алгебраической разности между верхним и нижним отклонениями.

Стандарт ГОСТ 25346-89 устанавливает понятие «допуск системы» – это стандартный допуск, установленный системой допусков и посадок. Допуски системы ЕСДП обозначаются IT01, IT0; IT1 ... IT17, Буквы IT обозначают «допуск ИСО». Так, IT7 обозначает допуск по 7-му квалитету ИСО.

Величина допуска не совсем полно характеризует точность обработки. Например, у вала – $8_{-0.03}$ мм и вала – $64_{-0.03}$ мм величина допуска одинаковая и равна 0,03. Но обработать вал – $64_{-0.03}$ мм значительно труднее, чем вал – $8_{-0.03}$ мм.

В качестве единицы точности, с помощью которой можно выразить зависимость точности от диаметра d , установлена единица допуска i (I). Чем больше единиц допуска содержится в допуске системы, тем больше допуск и, следовательно, меньше точность, и наоборот. Число единиц допуска, содержащихся в допуске системы, определяется квалитетом точности.

Под *квалитетом* понимается совокупность допусков, изменяющихся в зависимости от номинального размера. Квалитеты охватывают допуски сопрягаемых и несопрягаемых деталей. Для нормирования различных уровней точности размеров от 1 до 500 мм в системе ЕСДП установлено 19 квалитетов: 01; 0; 1; 2 ... 17.

В настоящее время допуски измерительных инструментов и устройств – IT01 ... IT7, допуски размеров в посадках – IT3 ... IT13, допуски неотчетливых размеров и размеров в грубых соединениях

– IT14 ... IT17. Для каждого качества на основе единицы допуска и числа единиц допуска закономерно построены ряды полей допусков.

Поле допуска – поле, ограниченное верхним и нижним отклонениями. Определяется оно величиной допуска и его положением относительно номинального размера. При графическом изображении (рис. 142) поле допуска заключено между двумя линиями, соответствующими верхнему и нижнему отклонениям относительно нулевой линии. Все поля допусков для отверстий и валов обозначаются буквами латинского алфавита: для отверстий (I) – прописными (*A, B, C, V* и т. д.) и для валов (II) – строчными (*a, b, c, d* и т. д.).

Ряд полей допусков обозначаются двумя буквами, а буквы *O, W, Q* и *L* не используются.

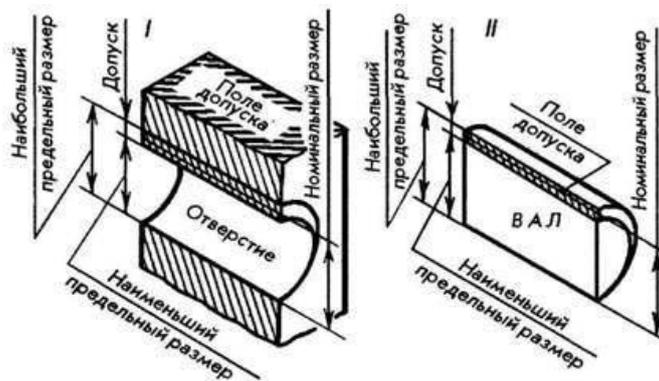


Рис. 142. Поле допусков

Разберём теперь сущность некоторых понятий. Допустим, что для какой-либо детали задан основной расчётный размер 25 мм. Это номинальный размер. В результате неточностей обработки действительный размер детали может оказаться больше или меньше номинального. Однако действительный размер должен колебаться только в известных пределах. Пусть, например, наибольший предельный размер равен 25,028 мм, а наименьший предельный размер – 24,728 мм. Значит, допуск размера, характеризующий требуемую точность обработки детали, равен $25,028 - 24,728 = 0,300$ мм.

Как уже указывалось, на чертежах обозначают не предельные размеры, а номинальный размер и допускаемые отклонения – верхнее и нижнее. Для рассматриваемой детали верхнее предельное отклоне-

ние будет равно: $25,028 - 25 = 0,028$ мм; нижнее предельное отклонение: $24,728 - 25 = 0,272$ мм. Размер детали, проставляемый на чертеже, $50^{+0,011}_{-0,016}$.

Верхнее предельное отклонение размера пишется над нижним. Значения отклонения записываются более мелким шрифтом, чем номинальный размер. Знаки «плюс» и «минус» показывают, какое действие нужно произвести, чтобы подсчитать наибольший и наименьший предельные размеры.

Если нижнее и верхнее предельные отклонения равны, то их записывают так: $25 \pm 0,028$. В этом случае размер шрифта у номинального размера и у равных абсолютных величин отклонений одинаковый. Если одно из отклонений равно нулю, то его совсем не указывают. В этом случае плюсовое отклонение наносят на место верхнего, а минусовое – на место нижнего предельного отклонения.

Вопросы для самоконтроля

1. Требования к деталям машин.
2. Основные критерии работоспособности и работы машины.
3. Надёжность конструкции, основные понятия.
4. Проектный и проверочный расчёты.
5. Зубчатые передачи.
6. Подшипники качения. Общие сведения и классификация.
7. Расчёты подшипников качения.
8. Муфты. Назначение и классификация.
9. Расчёт болтов на прочность.
10. Сварные соединения.
11. Расчёт сварных соединений.
12. Соединения деталей. Основные понятия.
13. Понятие о размерах деталей.
14. Допуск, поле допуска, квалитеты точности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие относится к так называемым адаптивным. Одна из его основных задач – подготовить студентов к самостоятельному изучению технической механики. С этой целью сведены воедино и систематизированы необходимые сведения из таких дисциплин, как «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин», а также «Детали машин».

В результате изучения разделов технической механики студент осваивает теоретический материал, который необходим при решении практических задач. В конце каждого раздела приводится перечень вопросов для самопроверки. Это должно помочь студенту проверить, насколько он глубоко освоил материал и не требуется ли его повторить. Полученные знания можно применять во время самостоятельного выполнения расчётно-графических работ, курсовых работ и курсовых проектов по соответствующему разделу. В дальнейшем приобретённые навыки будут полезны для специальных дисциплин на старших курсах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Александров, А. В.* Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М. : Высш. шк., 2001. – 560 с. – ISBN 5-0600-37320.
2. *Артоболевский, И. И.* Теория механизмов и машин. учеб. для вузов / И. И. Артоболевский. – 6-е изд., стер. – М. : Альянс, 2011. – 640 с. – ISBN 978-5-91872-001-1.
3. *Белоконев, И. М.* Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов по направлению и спец. в области техники и технологии / И. М. Белоконев, С. А. Балан, К. И. Белоконев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2004. – 173 с. – ISBN 5-7107-6966-5.
4. *Махова, Н. С.* Основы теории механизмов и машин : учеб. пособие для техн. вузов / Н. С. Махова, О. Н. Поболь, М. И. Семин. – М. : ВЛАДОС, 2006. – 287 с. – ISBN 5-691-01483.
5. *Олофинская, В. П.* Детали машин. Краткий курс и тестовые задания: учеб. пособие. / В. П. Олофинская. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ФОРУМ, 2010. – 208 с. – ISBN 978-5-91134-215-9.
6. *Чернавский, С. А.* Курсовое проектирование деталей машин. / С. А. Чернавский [и др.]. – М. : Инфра, 2011. – 414 с. – ISBN 978-5-16-004336-4.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ	5
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ	5
1.1. Понятия, допущения и определения.....	5
1.2. Внешние силы и их классификация.....	9
2. РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ. ЗАКОН ГУКА	10
2.1. Основные понятия.....	10
2.2. Удлинение стержня и закон Гука.....	10
2.3. Диаграмма растяжения-сжатия.....	11
2.4. Метод сечений для определения внутренних усилий.....	12
2.5. Теории прочности.....	14
2.6. Напряжение (полное, нормальное и касательное).....	22
2.7. Коэффициент запаса прочности.....	23
3. СДВИГ	26
3.1. Деформации при сдвиге.....	26
3.2. Расчёт конструкций на сдвиг.....	27
4. ИЗГИБ	28
4.1. Классификация изгибов.....	28
4.2. Рациональные формы поперечных сечений при изгибе.....	32
4.3. Опоры балок и опорные реакции.....	34
4.4. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.....	35
4.5. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.....	38
4.6. Расчёт балок при изгибе.....	40
5. КРУЧЕНИЕ	44
6. ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ	49
6.1. Круглые валы.....	49
6.2. Расчёт вала на изгиб с кручением.....	52
6.3. Брус прямоугольного сечения.....	55
<i>Вопросы для самоконтроля</i>	59
РАЗДЕЛ 2. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН	61
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	61
1.1. Виды машин.....	61
1.2. Механизм и его элементы.....	63

2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.....	64
2.1. Основные понятия структурного анализа.....	65
2.2. Основные структурные формулы.....	68
2.3. Структурная классификация механизмов по Л.В.Ассуру Л.В.	65
2.4. Основные виды плоских шарнирно-рычажных механизмов.....	69
2.5. Задача структурного анализа механизмов.....	71
3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.....	74
3.1. Цели, задачи и методы кинематического анализа механизмов.....	74
3.2. Графический метод кинематического анализа.....	74
3.3. Силовой анализ механизма методом планов.....	80
4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА.....	82
4.1. Прямая задача динамики машин.....	82
4.2. Определение параметров динамической модели машины (приведе- ние сил и масс).....	83
4.3. Механические характеристики машины.....	84
5. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕДАЧАХ ВРАЩЕНИЯ.....	85
5.1. Основные понятия.....	85
5.2. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса).....	86
5.3. Образование эвольвенты и её свойства.....	88
5.4. Эвольвентное зацепление.....	89
5.5. Основные размеры зубчатых колёс с эвольвентным профилем.....	91
5.6. Способы нарезания зубчатых колёс.....	92
5.7. Нулевые, положительные и отрицательные зубчатые колёса и пере- дачи.....	93
5.8. Геометрический расчёт зубчатых передач	96
6. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ.....	97
6.1. Планетарная зубчатая передача.....	97
6.2. Аналитическое определение передаточного отношения планетарного механизма.....	98
6.3. Методика выбора чисел зубьев колёс.....	99
7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ.....	100
7.1. Классификация кулачковых механизмов.....	100
7.2. Основные параметры кулачковых механизмов.....	102
7.3. Понятие об угле давления.....	103
7.4. Построение профиля кулачка по заданному закону движения толкателя.....	104

8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О РОБОТАХ.....	106
8.1. Назначение и область применения.....	106
8.2. Классификация промышленных роботов.....	107
8.3. Принципиальное устройство промышленных роботов.....	107
8.4. Основные понятия и определения.....	108
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>109</i>
РАЗДЕЛ 3. ОСНОВЫ ДЕТАЛЕЙ МАШИН.....	11
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....	111
1.1. Условия нормальной работы деталей и машин.....	111
1.2. Общие принципы прочностных расчётов.....	112
1.3. Основные виды механических передач.....	113
1.4. Основные кинематические и силовые отношения в передачах.....	118
2. ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ.....	120
2.1. Виды подшипников.....	120
2.2. Причины поломок и критерии расчёта подшипников.....	125
2.3. Распределение нагрузки на теле качения подшипника.....	126
2.4. Особенности кинематики подшипников качения.....	126
2.5. Расчёт (подбор) подшипников качения.....	127
2.6. Методика выбора подшипников качения.....	129
3. МУФТЫ ПРИВОДОВ.....	130
3.1. Общие сведения.....	130
3.2. Классификация муфт.....	130
3.3. Жёсткие (глухие) муфты.....	131
3.4. Компенсирующие муфты.....	134
3.5. Краткие сведения о выборе и расчёте муфт.....	135
4. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ О СОЕДИНЕНИИ БОЛТОМ.....	136
5. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ.....	141
5.1. Основные понятия.....	141
5.2. Классификация и разновидности сварных соединений (швов).....	142
5.3. Расчёт сварных соединений.....	144
6. СОЕДИНЕНИЕ ДЕТАЛЕЙ.....	146
6.1. Основные понятия.....	146
6.2. Понятия о размерах.....	147
6.3. Допуск, поле допуска, квалитеты точности.....	149
<i>Вопросы для самоконтроля.....</i>	<i>154</i>
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	155
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	156