

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

Институт прикладной математики, физики и информатики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С

30 » 08 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины)

**направление подготовки**

**12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»**

(код и наименование направления подготовки (специальности))

**направленность (профиль) подготовки**

**Лазерные и квантовые технологии**

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Гармонический анализ» служит продолжением и частью основного математического курса, каким является математический анализ.

Целями освоения дисциплины «Гармонический анализ» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Гармонический анализ» относится к обязательной части учебного плана.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и технологиями производства лазерной техники	<p><b>ОПК-1.1.</b> Знает основные законы естественных наук, методы математического анализа и моделирования, основные законы и методы общеинженерных дисциплин, основные принципы разработки и производства элементов и устройств лазерной техники, основную номенклатуру лазерной техники, особенности ее конструкции, технологии производства, а также условия и методы их эксплуатации.</p> <p><b>ОПК-1.2.</b> Умеет применять естественнонаучные и инженерные знания для проектирования, конструирования и производства лазерной техники.</p> <p><b>ОПК-1.3.</b> Владеет методами расчетов и проектирования, а также компьютерными системами, используемыми при моделировании и проектировании лазерных установок, комплексов, систем и лазерных технологий.</p>	<p><b>Знать</b> основы теории гармонического анализа.</p> <p><b>Уметь</b> применять аппарат гармонического анализа для решения прикладных задач профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть</b> вычислительными методами, применяемыми при проектировании и конструировании лазерной техники.</p>	<p>Типовой расчет.</p> <p>Контрольные вопросы к рейтинговой контрольной и промежуточной аттестации.</p>
<b>ПК-1.</b> Способен анализировать задачи по проектированию типовых систем, приборов, узлов и деталей лазерной техники, лазерных оптоэлектронных приборов и систем	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает принципы генерации излучения лазерами, элементную базу лазерной техники, основные типы и характеристики оптических систем лазерных оптоэлектронных приборов и оборудования, принципы конструирования лазерных оптоэлектронных приборов, их узлов и элементов, опасные и вредные эксплуатационные факторы, их предельно-допустимые уровни воздействия на человека, технику и окружающую среду при эксплуатации лазерных систем и технологий.</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет определять параметры и характеристики элементов лазерных систем и технологий для заданных условий и режимов эксплуатации, анализировать взаимодействие лазерного излучения с материалами и средами, применять информационные ресурсы и технологии, представлять информацию в систематизированном виде, работать с научно-технической литературой и информацией.</p>	<p><b>Знать</b> основы теории рядов и преобразований Фурье.</p> <p><b>Уметь</b> анализировать задачи и применять аппарат гармонического анализа при разработке и проектировании типовых систем лазерной техники.</p> <p><b>Владеть</b> основными математическими приемами разработки и проектировании</p>	

	<b>ПК-1.3.</b> Владеет навыками работы со средствами компьютерного проектирования, используемыми при конструировании узлов и блоков лазерных комплексов, навыками проектирования типовых систем, приборов, узлов и деталей лазерной техники, лазерных оптико-электронных приборов и систем.	типовых систем лазерной техники.	
<b>ПК-3.</b> Способен рассчитывать, проектировать и конструировать типовые системы, приборы, узлы и детали лазерной техники, лазерных оптико-электронных приборов и систем	<b>ПК-3.1.</b> Знает принципы конструирования лазерных оптико-электронных приборов, их узлов и элементов, элементную базу, используемую в изделиях лазерной техники. <b>ПК-3.2.</b> Умеет выбирать метод(ы) расчёта при разработке лазерных приборов и систем, рассчитывать параметры и характеристики оптического узла лазерных приборов и систем, конструировать типовые детали и узлы лазерной техники, подбирать по заданным параметрам и характеристикам элементную базу лазерных приборов и систем. <b>ПК-3.3.</b> Владеет прикладными программами расчёта лазерных оптико-электронных приборов, компьютерными технологиями расчёта и конструирования лазерных оптико-электронных приборов.	<b>Знать</b> основы теории рядов и преобразований Фурье. <b>Уметь</b> рассчитывать и проектировать с помощью аппарата гармонического анализа. <b>Владеть</b> основными математическими приемами расчета и проектировании типовых систем лазерной техники.	Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.
<b>ПК-4.</b> Способен проводить научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки по отдельным разделам темы в области лазерных и квантовых технологий	<b>ПК-4.1.</b> Знает методы и средства планирования и организации исследований и разработок в области лазерных и квантовых технологий, методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации. <b>ПК-4.2.</b> Умеет находить аналитические решения задач квантовой теории, применять нормативную документацию, связанную с проведением научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, оформлять результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, применять методы проведения экспериментов. <b>ПК-4.3.</b> Владеет методами организации и проведения измерений и исследований в области лазерных и квантовых технологий, включая планирование, разработку, организацию и проведение исследований, навыками применения математического аппарата для решения типовых задач квантовой механики, составления отчётов (разделов отчётов) по теме или по результатам проведённых экспериментов.	<b>Знать</b> основы теории рядов Фурье и преобразований Фурье. <b>Уметь</b> применять теоретические знания при решении, физических и прикладных задач, проводить анализ проблематики и строить математическую модель. <b>Владеть</b> основными приемами решения математических задач.	Типовой расчет. Контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации.

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

**Тематический план**  
**форма обучения – очная**

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Ряды Фурье	3	1-6	6	6		6	12	Рейтинг-контроль 1
2	Преобразование Фурье	3	7-12	6	6		6	12	Рейтинг-контроль 2
3	Дискретное преобразование Фурье	3	13-18	6	6		6	12	Рейтинг-контроль 3
<b>Всего за 3 семестр:</b>				<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>		<b>Зачет с оценкой</b>
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>		<b>Зачет с оценкой</b>

### Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Раздел 1 «Ряды Фурье»

Тема 1. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Свойство минимизации отклонения при разложении по ортогональной системе, конечное неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость системы, равенство Парсеваля. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье.

Тема 2. Ядро Дирихле и его свойства. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье. Теоремы о представлении функции рядом Фурье.

Тема 3. Различные варианты рядов Фурье: по гармоникам, в экспоненциальной форме, с произвольным периодом, по синусам, по косинусам. Свойства рядов Фурье.

#### Раздел 2 «Преобразование Фурье»

Тема 1. Преобразование Фурье суммируемой функции. Свойства преобразований Фурье. Преобразование Фурье функций, суммируемых в квадрате. Теорема Планшереля.

Тема 2. Система функций Эрмита как базис в пространстве функций с конечной энергией.

Тема 3. Спектральное разложение оператора преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства.

#### Раздел 3 «Дискретное преобразование Фурье»

Тема 1. Дискретное преобразование Фурье. Пространство сигналов и операции в нем. Свойства дискретного преобразования Фурье.

Тема 2. Циклическая свертка сигналов. Циркулянтная матрица и ее свойства. Алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Тема 3. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства.

### Содержание практических занятий по дисциплине

#### Раздел 1 «Ряды Фурье»

Тема 1. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Свойство минимизации отклонения при разложении по ортогональной системе, конечное неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость системы, равенство Парсеваля. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье. Решение задач.

Тема 2. Ядро Дирихле и его свойства. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье. Теоремы о представлении функции рядом Фурье. Решение задач.

Тема 3. Различные варианты рядов Фурье: по гармоникам, в экспоненциальной форме, с произвольным периодом, по синусам, по косинусам. Свойства рядов Фурье. Решение задач.

#### Раздел 2 «Преобразование Фурье»

Тема 1. Преобразование Фурье суммируемой функции. Свойства преобразований Фурье. Преобразование Фурье функций, суммируемых в квадрате. Теорема Планшереля. Решение задач.

Тема 2. Система функций Эрмита как базис в пространстве функций с конечной энергией. Решение задач.

Тема 3. Спектральное разложение оператора преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства. Решение задач.

### **Раздел 3 «Дискретное преобразование Фурье»**

Тема 1. Дискретное преобразование Фурье. Пространство сигналов и операции в нем. Свойства дискретного преобразования Фурье. Решение задач.

Тема 2. Циклическая свертка сигналов. Циркулянтная матрица и ее свойства. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Решение задач.

Тема 3. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства. Решение задач.

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **5.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **Рейтинг-контроль 1 «Ряды Фурье»**

1. Разложить функцию  $f(x) = x$  в ряд Фурье на интервале  $(-\pi, \pi)$ .
2. Разложить функцию  $f(x) = x$  в ряд Фурье по синусам.
3. Разложить функцию  $f(x) = \sin x$  в ряд Фурье по косинусам.
4. Разложить функцию  $f(x) = x$  в ряд Фурье в экспоненциальном виде.

#### **Рейтинг-контроль 2 «Преобразование Фурье»**

1. Вычислить преобразование Фурье функции  $f(x) = e^{-|x|}$ .
2. Вычислить преобразование Фурье функции  $f(x) = e^{-x^2}$  (преобразование колокола).

#### **Рейтинг-контроль 3 «Дискретное преобразование Фурье»**

1. Вычислить дискретное преобразование Фурье стандартного четырехмерного вектора  $(0,1,2,3)$ .
2. Проверить выполнение равенства Парсеваля на примере стандартного вектора.
3. Вычислить проекторы на собственные подпространства оператора дискретного преобразования Фурье.

### **5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет с оценкой)**

#### **Вопросы для подготовки к зачету с оценкой**

1. Ряды Фурье. Основные понятия и определения.
2. Признаки сходимости рядов Фурье.
3. Вычисление разложения функций в ряд Фурье.
4. Равенство Парсеваля.
5. Ядро Дирихле и константа Лебега.
6. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье.
7. Свойства рядов Фурье.
8. Преобразование Фурье.
9. Свойства преобразований Фурье.
10. Свертка функций. Вычисление свертки.
11. Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате. Теорема Планшереля.
12. Система функций Эрмита.
13. Спектральное разложение преобразования Фурье.
14. Синус-преобразование Фурье, косинус-преобразование Фурье.

15. Дискретное преобразование Фурье.
16. Свойства дискретного преобразования Фурье.
17. Свертка дискретных функций. Вычисление свертки. Циркулянтная матрица.
18. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье.
19. Собственные числа оператора дискретного преобразования Фурье.
20. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье.

### 5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Студенты выполняют индивидуальные типовые расчеты по вариантам.

#### Тема «Ряды Фурье».

1. Вычислить разложение в ряд Фурье заданной функции.
2. Вычислить разложение в ряд Фурье по синусам заданной функции.
3. Вычислить разложение в ряд Фурье по косинусам заданной функции.

#### Тема «Преобразование Фурье».

Вычислить преобразование Фурье каждой из трех функций, где  $n$  – номер варианта, и записать равенство Планшереля для них:

1.  $f(x) = e^{-nx^2}$ .
2.  $f(x) = xe^{-nx^2}$ .
3.  $H(x) = (f * f)(x)$ , где  $f(x) = e^{-nx^2}$ .

#### Тема «Дискретное преобразование Фурье».

Для заданных исходных сигналов  $x$  и  $y$  вычислить:

1. Дискретные преобразования Фурье  $X$  и  $Y$  этих сигналов.
2. Циклическую свертку этих сигналов  $x * y$ .
3. Дискретное преобразование Фурье от этой свертки.
4. Поэлементное произведение сигналов  $X$  и  $Y$ .

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ
		Наличие в электронном каталоге ЭБС
Основная литература		
1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е, стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 1 : Основы математического анализа — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4.	2021	<a href="https://e.lanbook.com/book/162390">https://e.lanbook.com/book/162390</a>
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 2 — 2021. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-8375-4.	2021	<a href="https://e.lanbook.com/book/175511">https://e.lanbook.com/book/175511</a>
3. Виноградова, И. А. Математический анализ в задачах и упражнениях: В 3-х т. Том 1: Дифференциальное и интегральное исчисление.: Учебное пособие / Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. - Москва :МЦНМО, 2017. - 412 с.: ISBN 978-5-4439-3120-3.	2017	<a href="https://znanium.com/catalog/product/958691">https://znanium.com/catalog/product/958691</a>
Дополнительная литература		
1. Беспалов М.С. Математические методы в информатике и вычислительной технике. В 2-х ч. Ч. 2. Введение в прикладной гармонический анализ. Учебное пособие с грифом НМС УМО по математике. Владимир: ВлГУ. 2007.	2011	<a href="http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/2949">http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/2949</a>
2. Зиминая, О. В. Решебник. Высшая математика : учебное пособие / О. В. Зиминая, А. И. Кириллов, Т. А. Сальникова. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. — 368 с. — ISBN 5-9221-0084-X.	2011	<a href="https://e.lanbook.com/book/59273">https://e.lanbook.com/book/59273</a>

## 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
2. Автоматика и телемеханика, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
3. «Цифровая обработка сигналов» <http://www.dspsa.ru/>

## 6.3. Периодические издания

1. <http://window.edu.ru/>
2. <https://exponenta.ru/>
3. <https://www.allmath.com/>
4. <http://www.dspsa.ru/>

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MathCad
4. MATLAB

Рабочую программу составила:

Профессор каф. ФАиП, д.ф.-м.н. Беспалов М.С. \_\_\_\_\_

Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. \_\_\_\_\_

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. \_\_\_\_\_

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии

Заведующий кафедрой ФипМ, д.ф.-м.н., профессор Аракелян С.М. \_\_\_\_\_

## ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_\_ / 20\_\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

## 6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
2. Автоматика и телемеханика, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
3. «Цифровая обработка сигналов» <http://www.dspsa.ru/>

## 6.3. Периодические издания

1. <http://window.edu.ru/>
2. <https://exponenta.ru/>
3. <https://www.allmath.com/>
4. <http://www.dspsa.ru/>


## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).


Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MathCad
4. MATLAB

Рабочую программу составила:

Профессор каф. ФАиП, д.ф.-м.н. Беспалов М.С. 

Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. 

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП


Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. 

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года


Председатель комиссии

Заведующий кафедрой ФиПМ, д.ф.-м.н., профессор Аракелян С.М. 

## ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа одобрена на 2022 / 2023 учебный года

Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.2022 года

Заведующий кафедрой 

Рабочая программа одобрена на 20\_\_\_ / 20\_\_\_ учебный года

Протокол заседания кафедры № \_\_\_ от \_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_