

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор  
по образовательной деятельности

 А.А. Панфилов  
« 02 » 09 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки: 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»

Программа подготовки: «Лазерные и квантовые технологии»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лабора- т. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточной аттестации (экзамен/зачет/зачет с оценкой)
3	3 / 108	18	18		72	Зачет с оценкой
Итого	3 / 108	18	18		72	Зачет с оценкой

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Гармонический анализ» служит продолжением и частью основного математического курса, каким является математический анализ.

Целями освоения дисциплины «Гармонический анализ» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Гармонический анализ» относится к базовой части (Б1.В.03) подготовки бакалавра по направлению «Лазерная техника и лазерные технологии».

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, линейная алгебра. Полученные знания служат базой изучения разделов физики и дисциплин естественнонаучного цикла. Материал данного курса используется в следующих дисциплинах: «Основы оптики», «Основы квантовой электроники», «Лазерные технологии», «Лазерные измерения», «Теория вероятности и математическая статистика», «Физические и математические принципы адаптивной оптики», «Прикладная оптика» и других.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП

Код формируемых компетенций	Уровень освоения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций (показатели освоения компетенции)
<b>ОК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и технологиями производства лазерной техники	Частичное	<b>Знать</b> основы теории гармонического анализа. <b>Уметь</b> применять аппарат гармонического анализа для решения прикладных задач профессиональной деятельности. <b>Владеть</b> вычислительными методами, применяемыми при проектировании и конструировании лазерной техники.
<b>ПК-1.</b> Способен анализировать задачи по проектированию типовых систем, приборов, узлов и деталей лазерной техники, лазерных оптико-электронных приборов и систем	Частичное	<b>Знать</b> основы теории рядов и преобразований Фурье. <b>Уметь</b> анализировать задачи и применять аппарат гармонического анализа при разработке и проектировании типовых систем лазерной техники. <b>Владеть</b> основными математическими приемами разработки и проектировании типовых систем лазерной техники.
<b>ПК-3.</b> Способен рассчитывать, проектировать и конструировать типовые системы, приборы, узлы и детали лазерной техники, лазерных оптико-электронных приборов и систем		<b>Знать</b> основы теории рядов и преобразований Фурье. <b>Уметь</b> рассчитывать и проектировать с помощью аппарата гармонического анализа. <b>Владеть</b> основными математическими приемами расчета и проектировании типовых систем лазерной техники.
<b>ПК-4.</b> Способен проводить научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки по отдельным разделам темы в области лазерных и квантовых технологий		<b>Знать</b> основы теории рядов Фурье и преобразований Фурье. <b>Уметь</b> применять теоретические знания при решении, физических и прикладных задач, проводить анализ проблематики и строить математическую модель. <b>Владеть</b> основными приемами решения математических задач.

#### 4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 ч., 3 зачетных единицы.

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	СРС		
1	Ряды Фурье	3	1-6	6	6		24	3 / 50%	Рейтинг-контроль 1
2	Преобразование Фурье	3	7-12	6	6		24	3 / 50%	Рейтинг-контроль 2
3	Дискретное преобразование Фурье.	3	13-18	6	6		24	3 / 50%	Рейтинг-контроль 3
Всего за 3 семестр:				18	18		72	9 / 50%	Зачет с оценкой
<b>Итого по дисциплине</b>				<b>18</b>	<b>18</b>		<b>72</b>	<b>9 / 50%</b>	<b>Зачет с оценкой</b>

#### Содержание лекционных и практических занятий по дисциплине

##### Раздел «Ряды Фурье»

1. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Свойство минимизации отклонения при разложении по ортогональной системе, конечное неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость системы, равенство Парсеваля. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье.
2. Ядро Дирихле и его свойства. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье. Теоремы о представлении функции рядом Фурье.
3. Различные варианты рядов Фурье: по гармоникам, в экспоненциальной форме, с произвольным периодом, по синусам, по косинусам. Свойства рядов Фурье.

##### Раздел «Преобразование Фурье»

1. Преобразование Фурье суммируемой функции. Свойства преобразований Фурье. Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате. Теорема Планшереля.
2. Система функций Эрмита как базис в пространстве функций с конечной энергией.
3. Спектральное разложение оператора преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства.

##### Раздел «Дискретное преобразование Фурье»

1. Дискретное преобразование Фурье. Пространство сигналов и операции в нем. Свойства дискретного преобразования Фурье.
2. Циклическая свертка сигналов. Циркулянтная матрица и ее свойства. Алгоритм быстрого преобразования Фурье.
3. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье. Проекторы на собственные подпространства.

#### Содержание практических занятий по дисциплине

##### Раздел «Ряды Фурье»

1. Практикум по составлению разложений функций в ряд Фурье на стандартном периоде.
2. Вычисление различных вариантов ряда Фурье: по гармоникам, в экспоненциальной форме, с произвольным периодом, для четных и нечетных функций.
3. Ряды Фурье по синусам и по косинусам отдельно. Равенство Парсеваля. Вычислительные приложения рядов Фурье.

##### Раздел «Преобразование Фурье»

1. Вычисление преобразований Фурье и составление таблицы стандартных преобразований Фурье.
2. Преобразование Фурье «колокола». Составление таблицы свойств преобразований Фурье и примеры вычислений с помощью этой таблицы.
3. Свертка суммируемых функций. Непосредственное вычисление свертки и по теоремам гармонического анализа. Вычисление многочленов и функций Эрмита.

## Раздел «Дискретное преобразование Фурье»

1. Матрицы прямого и обратного дискретного преобразования Фурье в общем, приведенном и числовом виде. Практикум по составлению матриц. Операции в пространстве сигналов.
2. Различные способы вычисления сверток сигналов. Циркулянтные матрицы.
3. Вычисление проекторов на собственные подпространства. Вычисление быстрого преобразования Фурье.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Гармонический анализ» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- *Интерактивная лекция* (темы 2, 7);
- *Тренинг* (темы 1, 3, 4, 5, 8);
- *Анализ ситуаций* (тема 6);
- *Разбор конкретных ситуаций* (тема 9).

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### Текущий контроль успеваемости

#### Рейтинг-контроль 1

##### «Ряды Фурье»

1. Разложить функцию  $f(x)=x$  в ряд Фурье на интервале  $(-\pi, \pi)$ .
2. Разложить функцию  $f(x)=x$  в ряд Фурье по синусам.
3. Разложить функцию  $f(x)=\sin x$  в ряд Фурье по косинусам.
4. Разложить функцию  $f(x)=x$  в ряд Фурье в экспоненциальном виде.

#### Рейтинг-контроль 2

##### «Преобразование Фурье»

1. Вычислить преобразование Фурье функции  $f(x) = e^{-|x|}$ .
2. Вычислить преобразование Фурье функции  $f(x) = e^{-x^2}$  (преобразование колокола).

#### Рейтинг-контроль 3

##### «Дискретное преобразование Фурье»

1. Вычислить дискретное преобразование Фурье стандартного четырехмерного вектора  $(0;1,2,3)$ .
2. Проверить выполнение равенства Парсеваля на примере стандартного вектора.
3. Вычислить проекторы на собственные подпространства оператора дискретного преобразования Фурье.

### Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины (зачет с оценкой)

#### Вопросы для подготовки к зачету с оценкой

1. Ряды Фурье. Основные понятия и определения.
2. Признаки сходимости рядов Фурье.
3. Вычисление разложения функций в ряд Фурье.
4. Равенство Парсеваля.
5. Ядро Дирихле и константа Лебега.
6. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье.
7. Свойства рядов Фурье.
8. Преобразование Фурье.
9. Свойства преобразований Фурье.
10. Свертка функций. Вычисление свертки.
11. Преобразование Фурье функций суммируемых в квадрате. Теорема Планшереля.

12. Система функций Эрмита.
13. Спектральное разложение преобразования Фурье.
14. Синус-преобразование Фурье, косинус-преобразование Фурье.
15. Дискретное преобразование Фурье.
16. Свойства дискретного преобразования Фурье.
17. Свертка дискретных функций. Вычисление свертки. Циркулянтная матрица.
18. Спектральное разложение оператора дискретного преобразования Фурье.
19. Собственные числа оператора дискретного преобразования Фурье.
20. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье.

### Самостоятельная работа студентов

Студенты выполняют индивидуальные типовые расчеты по вариантам.

#### Тема «Ряды Фурье».

1. Вычислить разложение в ряд Фурье заданной функции.
2. Вычислить разложение в ряд Фурье по синусам заданной функции.
3. Вычислить разложение в ряд Фурье по косинусам заданной функции.

#### Тема «Преобразование Фурье».

Вычислить преобразование Фурье каждой из трех функций, где  $n$  -- номер варианта, и записать равенство Планшереля для них:

1.  $f(x) = \exp(-nx^2)$ .
2.  $f(x) = x \exp(-nx^2)$ .
3.  $H(x) = (f * f)(x)$ , где  $f(x) = \exp(-nx^2)$ .

#### Тема «Дискретное преобразование Фурье».

Для заданных исходных сигналов  $x$  и  $y$  вычислить:

1. Дискретные преобразования Фурье  $X$  и  $Y$  этих сигналов.
2. Циклическую свертку этих сигналов  $x * y$ .
3. Дискретное преобразование Фурье от этой свертки.
4. Поэлементное произведение сигналов  $X$  и  $Y$ .

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Количество экземпляров изданий в библиотеке ВлГУ в соответствии с ФГОС ВО	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3	4
Основная литература			
1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. СПб.: Лань, 2007.	2007	30	
2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., Задачи и упражнения по математическому анализу: Том 2, М.: Дрофа, 2011	2011		<a href="http://www.studentlibrary.ru/book">http://www.studentlibrary.ru/book</a>
3. Беспалов М.С. Дискретные и вероятностные модели. Владимир: ВлГУ, 2017	2017	30	<a href="http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/">http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/</a>
Дополнительная литература			
1. Беспалов М.С. Математические методы в информатике и вычислительной технике. В 2-х ч. Ч. 2. Введение в прикладной гармонический анализ. Учебное пособие с грифом НМС УМО по математике. Владимир: ВлГУ. 2007.	2007	60	<a href="http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/">http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/</a>

2. Решебник. Высшая математика. Специальные разделы. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003.	2003	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book">http://www.studentlibrary.ru/book</a>
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Ч. 2. М.: МГУ. 2003.	2003	<a href="http://www.studentlibrary.ru/book">http://www.studentlibrary.ru/book</a>

### 7.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
2. Автоматика и телемеханика, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)
3. «Цифровая обработка сигналов» <http://www.dsps.ru/>

### 7.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>
4. <http://www.dsps.ru/>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения:

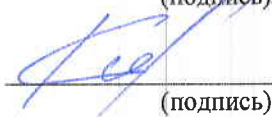
1. Microsoft Excel
2. Maple
3. MathCad
4. MATLAB

Рабочую программу составил профессор Беспалов М.С.



(подпись)

Рецензент (представитель работодателя):  
зам. директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А. В.



(подпись)

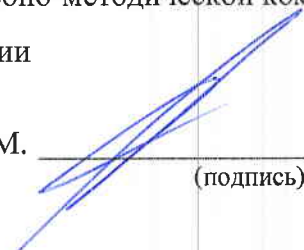
Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП  
Протокол № 1а от 26.08.2019 года  
Заведующий кафедрой Бурков В. Д.



(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии  
направления 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Протокол № 1 от 02.09.2019 года  
Председатель комиссии: заведующий кафедрой Аракелян С.М.



(подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ  
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2020-2021 учебный год

Протокол заседания кафедры № 1 от 31.08.2020 года

Заведующий кафедрой С. М. Ярагасов

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочую программу дисциплины

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

образовательной программы направления подготовки 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии», направленность: «Лазерные и квантовые технологии» (бакалавриат)

Номер изменения	Внесены изменения в части/разделы рабочей программы	Исполнитель ФИО	Основание (номер и дата протокола заседания кафедры)
1			
2			

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
(Подпись) (ФИО)