

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Владимирский государственный университет**  
**имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**  
**(ВлГУ)**



А.А.Панфилов  
«15» 10 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Направление подготовки 12.03.05 **Лазерная техника и лазерные технологии**

Профиль подготовки

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения – очная

| Семестр | Трудоемкость зач. ед, час. | Лекций, час. | Практич. занятий, час. | Лабораторных работ, час. | СРС, час. | Форма промежуточной контроля (экз./зачет) |
|---------|----------------------------|--------------|------------------------|--------------------------|-----------|---|
| 3       | 5/180                      | 36           | 36                     | -                        | 72        | Экз(36)                                   |
| Итого   | 5/180                      | 36           | 36                     | -                        | 72        | Экз.(36)                                  |

Владимир 2015

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Цель преподавания курса «Теория вероятностей и математическая статистика» - дать студентам научное представление о случайных событиях и величинах, а также о методах их исследования.

Задачи курса. В соответствии с целью студенты должны усвоить методы количественной оценки случайных событий и величин; овладеть методами статистического анализа. Кроме того, они должны научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части ОПОП.

Связь с другими дисциплинами. Курс базируется на дифференциальном и интегральном исчислении, а также на линейной алгебре. В свою очередь, является основой для ряда дисциплин, как развивающих методы математической статистики, так и использующих эти методы для решения реальных задач.

Усвоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающимися необходимо им для проведения исследовательской деятельности.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими общепрофессиональными и профессиональными компетенциями (ОПК),(ПК) :

способностью представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК-1);

готовностью к математическому моделированию процессов и объектов приборостроения и их исследованию на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и самостоятельно разработанных программных продуктов (ПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: теорию вероятностей и математическую статистику.

Уметь: применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности; строить математические модели объектов профессиональной деятельности; использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования

Владеть: методами статистического анализа и, кроме того, научиться содержательно интерпретировать формальные результаты.

Владеть: - основными приемами решения математических задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

| №<br>п/п | Раздел (тема)<br>дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая<br>самостоятельную работу студентов<br>и трудоемкость (в часах) |          |                         |                        |                                 |     | Объем<br>учебной<br>работы,<br>с<br>применени<br>ем<br>интерактив<br>ных<br>методов<br>(в часах /<br>%) | Формы<br>текущег<br>контрол<br>успеваемо<br>(по недел<br>семестре<br>форма<br>промежуто<br>аттестаци<br>(по семест<br>%) |                       |
|----------|---|---------|-----------------|--|----------|-------------------------|------------------------|---------------------------------|-----|---|--|-----------------------|
|          |   |         |                 | Лекции   | Семинары | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы | Контрольные<br>работы,<br>тесты | СРС | КП / КР   |  |                       |
| 1        | Основные понятия теории вероятностей.<br>Испытания и события.<br>Классическое определение вероятности.<br>Элементы комбинаторики. | 3       | 1-<br>2         | 4  | -        | 4                       | -                      | -                               | 9   | -   | 4 (50%)  |                       |
| 2        | Совместные и несовместные, зависимые и независимые события.<br>Теоремы сложения и умножения вероятностей.                         | 3       | 3               | 4  | -        | 4                       | -                      | -                               | 9   | -   | 4(50%)   |                       |
| 3        | Формула полной вероятности.<br>Повторные Испытания.<br>Формула Бернулли.  | 3       | 4-<br>5         | 4  | -        | 4                       | -                      | -                               | 8   | -   | 4 (50%)  | Рейтинг<br>контроль 1 |
| 4        | Дискретные и непрерывные случайные величины, их законы распределения.   | 3       | 6-<br>9         | 8  | -        | 8                       | -                      | -                               | 14  | -   |  |                       |

|   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |   |  |         |                    |
|---|---|---|---------------|---|---|---|---|---|---|---|--|---------|--------------------|
|   | Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их основные свойства. Примеры классических распределений.  |   |               |   |   |   |   |   |   |   |  | 8 (50%) |                    |
| 5 | Задачи математической статистики. Анализ выборочных данных репрезентативность выборки. Основные понятия и определения (выборка, вариационный ряд, гистограмма, и т. д.).    | 3 | 10<br>-<br>11 | 4 | - | 4 | - | - | 8 | - |  | 4 (50%) | Рейтинг контроль 2 |
| 6 | Статистическая модель. Точечные оценки параметров распределения случайных величин (параметров генеральной совокупности). Средняя величина, медиана, стандартное отклонение. | 3 | 12<br>-<br>13 | 4 | - | 4 | - | - | 8 |   |  | 4 (50%) |                    |
| 7 | Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины. Понятие интервального   | 3 | 14<br>-<br>15 | 4 | - | 4 | - | - | 8 | - |  |         |                    |

|       |   |  |               |    |   |   |   |   |    |          |              |
|-------|---|--|---------------|----|---|---|---|---|----|----------|--------------|
|       | оценивания параметров распределения. Доверительная вероятность. Распределения вероятностей, связанные с нормальным законом.   |  |               |    |   |   |   |   |    | 4 (50%)  |              |
| 8     | Проверка гипотез о параметрах распределения в нормальной модели. Критерий Пирсона $\chi^2$ проверки статистических гипотез о законе распределения и схема его применения. |  | 16<br>-<br>18 | 4  | - | 4 | - | - | 8  | -        | 4 (50%)      |
| Всего |   |  | 36            | 36 |   |   |   |   | 72 | 36 (50%) | экзамен (36) |

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Лекционно-семинарская система обучения ( традиционные лекционные и практические занятия);
2. Обучение в малых группах ( выполнение практических работ в группах из двух или трех человек);
3. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
4. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
5. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний). В рамках дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрено около 50% аудиторных занятий, проводимых в активной и интерактивной формах.

## **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

В рамках документа «Положение о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов» разработан регламент проведения и оценивания контрольных действий. Процедура оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине включает учёт успешности выполнения ряда мероприятий: контрольных работ, рейтинг –контролей, типовых расчетов и промежуточной аттестации - зачёта или экзамена.

### **Текущий контроль в форме рейтинг — контроля.**

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №1**

#### **Контрольная работа №1 « Элементарная теория вероятностей».**

1. Ваша фамилия записана на карточках (по одной букве на карточке). Карточки перемешали и наугад выкладывают по одной слева направо. Какова вероятность того, что снова получится ваша фамилия.
2. В лотерее участвуют 23 билетов, из которых 5 выигрышных. Купили 4 билетов. Какова вероятность, что 2 из них выигрышные?
3. Среди производимых первым заводом ламп 8% бракованных, вторым заводом – 7% бракованных, третьим заводом – 6% брака. В партии из 1000 ламп и изготовлено первым заводом, и – вторым, остальные – третьим. Какова вероятность того, что:
  - а) выбранная наугад лампа бракованная;
  - б) выбранная наугад лампа изготовлена на первом заводе, при условии, что она оказалась бракованной.
4. Произведено 100 независимых испытаний таких, что вероятность успеха в каждом отдельном испытании равна 0,8. Какова вероятность того, что:
  - а) число успехов в этих испытаниях равно 60;
  - б) число успехов в этих испытаниях не меньше 60 и не больше 80..
5. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,7, вторым – равна 0,8, а третьим стрелком равна 0,9. Построить случайную величину, равную числу попаданий в цель при одновременном залпе трех стрелков. Вычислить для нее математическое ожидание и дисперсию.

#### **Контрольная работа к рейтинг-контролю №2**

#### **Контрольная работа №2 «Случайные величины»**

#### **Вариант 1**

Пункт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6, соответственно. Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал.  
Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$\phi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < I, \\ \frac{I}{4}, & \text{при } I \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x > b. \end{cases}$$

Найти:

- a) параметр  $b$ ;
  - б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

$X$  – нормально распределённая случайная величина с параметрами  $a = 5$ ,  $\sigma = 1$ . Найти  $P(4 < X < 6)$ .

Случайная величина  $(X, Y)$  принимает значения в треугольнике  $x > 0, y > 0, x + y < 1$  с равномерной плотностью. Вычислить коэффициент корреляции.

## Контрольная работа к рейтинг-контролю №3 Контрольная работа №3 «Математическая статистика»

## Вариант 1

### Задача 1.

- Представить исходную выборку в виде статистического ряда и изобразить его графически. Привести график эмпирической функции распределения.
  - Определить моду и медиану.
  - Определить точечные оценки для среднего арифметического, дисперсии, среднеквадратического отклонения.
  - Определить интервальные оценки для математического ожидания с уровнями значимости  $\alpha = 0,05$  и  $\alpha = 0,01$ .

## Варианты заданий:

№ 1

50.0; 61.7; 72.1; 80.9; 90.9; 51.2; 61.9; 73.4; 81.3; 91.3; 52.7;  
62.8; 74.5; 82.4; 92.5; 63.7; 76.7; 82.9; 64.0; 77.7; 83.7; 66.1;  
64.1; 78.1; 65.8; 65.2; 79.8; 66.1; 68.5; 66.8; 67.4; 70.1.

## Задача 2

С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице:

Время обслуживания, мин. <2 2-4 4-6 6-8 8-10 10-12 >12 Итого

|                |   |    |    |    |    |   |   |     |
|----------------|---|----|----|----|----|---|---|-----|
| Число клиентов | 6 | 10 | 21 | 39 | 15 | 6 | 3 | 100 |
|----------------|---|----|----|----|----|---|---|-----|

Используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – время обслуживания клиентов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

### **Промежуточная аттестация в форме экзамена. Вопросы к экзамену**

1. Элементы комбинаторики. Классические и геометрические вероятности.
2. Вероятностная схема. Основные теоремы теории вероятности.
3. Формулы полной вероятности и Байеса.
4. Последовательные испытания, приближения Лапласа и Пуассона.
5. Дискретные случайные величины. Закон распределения, числовые характеристики и их свойства.
6. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность. Числовые характеристики непрерывных случайных величин и их свойства.
7. Некоторые законы распределения дискретных сл. величин: биноминальный, Пуассона. Свойства.
8. Некоторые законы распределения непрерывных сл. величин: нормальный, экспоненциальный, равномерный. Свойства.
9. Элементы статистики.
10. Задачи математической статистики. Анализ выборочных данных – представительность выборки.
11. Основные понятия и определения в задаче первичной обработки результатов наблюдения (выборка, вариационный ряд и т. д.).
12. Моделирование случайной величины с заданным законом распределения (одноименная лабораторная работа).
13. Точечные оценки параметров распределения случайных величин (параметров генеральной совокупности). Общее определение и свойства: несмешенность, состоятельность, эффективность (оптимальность).
14. Оценка вероятности «успеха» в схеме Бернулли.
15. Оценка математического ожидания случайной величины (генеральной средней) – выборочное среднее. Свойства.
16. Оценка дисперсии случайной величины (генеральной дисперсии) – выборочная дисперсия в двух случаях: при известном и неизвестном математическом ожидании.
17. Несмешенная оценка дисперсии случайной величины (генеральной дисперсии) в двух случаях: при известном и неизвестном математическом ожидании.

18. Понятие интервального оценивания параметров распределения. Доверительная вероятность.
19. Распределения вероятностей, связанные с нормальным законом. Распределения  $\chi^2$  (хи-квадрат).
20. Проверка гипотез о параметрах распределения в нормальной модели.
21. Критерий Пирсона  $\chi^2$  проверки статистических гипотез о законе распределения и схема его применения.

### **Самостоятельная работа в форме типового расчета**

#### **Типовой расчет №1**

1. Вычисление вероятностей в классической модели.
2. Формула сложения и умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности и формула Байеса.
4. Геометрическая вероятностей.
5. Последовательность независимых испытаний

#### **Типовой расчет №2**

1. Дискретные случайные величины
2. Непрерывные случайные величины
3. Законы распределения дискретных случайных величин и их характеристики
4. Законы распределения непрерывных случайных величин и их характеристики

#### **Типовой расчет №3**

1. Обработка результатов наблюдений
2. Точечные оценки
3. Интервальные оценки
4. Критерий Пирсона  $\chi^2$

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) «Теория вероятностей и математическая статистика»**

### **Основная литература:**

1. Вероятность и статистика [Электронный ресурс] / Монсик В.Б., Скрынников А.А. - М. : БИНОМ. - 381 с.: ил. 2013. - ISBN 978-5-9963-2292-3  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996322923.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] / Балдин К. В. - М. : Дашков и К. - 473 с. 2014. ISBN 978-5-394-02108-4.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394021084.html>
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] / Яковлев В. П. - М. : Дашков и К, - 184 с. 2012. - ISBN 978-5-394-01636-3.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html>

### **Дополнительная литература:**

1. Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. : учебное пособие - М. : Издательский дом МЭИ, - 408 с. 2013.- ISBN 978-5-383-00855-3 <http://www.studentlibrary.ru/book/MPEI211.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. Н. Гусева. -5-е изд., стереотип. - М. : ФЛИНТА. - 220 с. 2011. - ISBN 978-5-9765-1192-7.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976511927.html>
3. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебник / Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Издательство Московского государственного университета- 256 с. 2012.. ISBN 978-5-211-06234-4.  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785211062344.html>

7.

### **Периодические издания**

1. Успехи математических наук, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)
2. Автоматика и телемеханика, Журнал РАН (корпус 3, ауд. 414) (1 шт)

### **Программное обеспечение и Интернет – ресурсы**

- 1.Пакет Microsoft Excel
- 2.Math Cad
- 3.Visual C++
- 4.Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru/>
- 5.Математическая энциклопедия <http://allmath.com/>
- 6.Образовательные ресурсы – [window.edu.ru/](http://window.edu.ru/)

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Лекционная аудитория (318-3): 75 посадочных мест, мультимедийный проектор с автоматическим экраном.
2. Учебная аудитория (430-3): 30 посадочных мест,  $51\text{м}^2$
3. Электронные учебные материалы на компакт-дисках.
4. Доступ в Интернет.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 12.03.05 «Лазерная техника и лазерные технологии»

Рабочую программу составил Данченко Д.Я.. Данченко  
(ФИО, подпись)

Рецензент директор по маркетингу ЗАО Инвестиционная фирма «ПРОК-Инвест»  
Ольга Крисько О.В

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Руководитель

Протокол № 2 от 13.10.2015 года

Заведующий кафедрой Руководитель

(ФИО, подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии

направления 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Протокол № 29 от 13.10.15 года

Председатель комиссии Данченко О.В.

(ФИО, подпись)

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ**  
**РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Рабочая программа одобрена на \_\_\_\_\_ учебный год

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ года

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_