

Министерство образования и науки Российской Федерации
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
 высшего профессионального образования
 «Владимирский государственный университет
 имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
 (ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ
 Проректор
 по учебно-методической работе


 А.А.Папфилов
 « 16 » 04 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
 «Высшая математика»

Направление подготовки 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»

Профиль подготовки «Биомедицинская инженерия»

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточного контроля (экз./зачет)
1	5 / 180	36	72	-	27	экзамен (45)
2	4 / 144	36	36	-	27	экзамен (45)
Итого	9 / 324	72	108	-	54	экзамен (90)

Владимир 2015

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Высшая математика» относится к базовой части ОПОП подготовки бакалавров по направлению 12.03.04 – «Биотехнические системы и технологии».

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Дисциплина «Высшая математика» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения дисциплинах вариативной части программы, а также в дисциплинах базовой части программы.

Усвоение дисциплины «Высшая математика» обучающимися позволит им

- применять математические методы и инструментальные средства для исследования объектов профессиональной деятельности;
- строить математические модели объектов профессиональной деятельности;
- использовать математические инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими **общефессиональными компетенциями (ОПК)**:

- способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК-1);
- способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

- 1) Знать: основы линейной алгебры и аналитической геометрии, матричного исчисления, векторного исчисления, дифференциального исчисления функций одной переменной, а также функций многих переменных, основы интегрального исчисления функций одной переменной, а также функций многих переменных, дифференциальных уравнений, теории рядов. (ОПК-1, ОПК-2)
- 2) Уметь: применять теоретические знания при решении математических задач; проводить анализ и обработку экспериментальных данных. (ОПК-2)
- 3) Владеть: основными приемами решения математических задач. (ОПК-2)

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, 324 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	Линейная алгебра: определители, их свойства и вычисление.	1	1	2	4			1		1 / 17	
2	Матрицы и операции над ними. Матричные уравнения.	1	2	2	4			2		1 / 17	
3	Системы линейных алгебраических уравнений. Методы Гаусса, Крамера и обратной матрицы	1	3	2	4			1		1 / 17	
4	Векторная алгебра: скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	1	4	2	4			2		2 / 33	
5	Системы координат на плоскости и в пространстве.	1	5	2	4			1		1 / 17	Рейтинг-контроль №1
6	Аналитическая геометрия: множества и линии на плоскости. Кривые второго порядка.	1	6	2	4			2		1 / 17	
7	Прямая и плоскость в пространстве.	1	7	2	4			1		2 / 33	
8	Взаимное расположение прямой и плоскости	1	8	2	4			2		1 / 17	
9	Введение в математический анализ: действительные и комплексные числа и операции над ними.	1	9	2	4			1		1 / 17	

10	Отображение множеств, функции действительного аргумента, график.	1	10	2	4		2	1 / 17	Рейтинг-контроль №2
11	Предел функции в точке и на бесконечности, свойства пределов.	1	11	2	4		1	1 / 17	
12	Непрерывность функции в точке и на множестве.	1	12	2	4		2	2 / 33	
13	Дифференцируемость функции в точке, производная и дифференциал.	1	13	2	4		1	1 / 17	
14	Производные и дифференциалы высших порядков.	1	14	2	4		2	2 / 33	
15	Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.	1	15	2	4		1	1 / 17	
16	Правило Лопиталя и его применение.	1	16	2	4		2	2 / 33	
17	Исследование функций с помощью производной.	1	17	2	4		1	1 / 17	Рейтинг-контроль №3
18	Приложения производной.	1	18	2	4		2	1 / 17	
<i>Итого за I семестр</i>				36	72		27	23 / 21	экзамен (45)
19	Функции многих переменных. Общие понятия и терминология. Топология в R^2 и R^3	2	1	2	2		1	1 / 25	
20	Дифференциалы и частные производные.	2	2	2	2		2	1 / 25	
21	Экстремум функции двух независимых переменных.	2	3	2	2		1	1 / 25	
22	Неопределённый интеграл: общие понятия и терминология; таблица основных интегралов.	2	4	2	2		2	1 / 25	
23	Основные методы интегрирования.	2	5	2	2		1	1 / 25	Рейтинг-контроль №1
24	Интегрирование рачион. функций.	2	6	2	2		2		
25	Интегрирование иррац. выражений.	2	7	2	2		1	1 / 25	

26	Интегрирование тригонометрических выражений.	2	8	2	2		2	1 / 25	
27	Определенный интеграл: определение; свойства; формула Ньютона-Лейбница и методы вычисления.	2	9	2	2		1	1 / 25	
28	Вычисление площадей плоских фигур; длины дуги кривой.	2	10	2	2		2	1 / 25	Рейтинг-контроль №2
29	Вычисление объема и площади поверхности тела вращения.	2	11	2	2		1	1 / 25	
30	Приложение определенных интегралов к решению задач механики и физики.	2	12	2	2		2		
31	Обыкновенные дифференциальные уравнения: общие понятия и терминология.	2	13	2	2		1	1 / 25	
32	Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка.	2	14	2	2		2	1 / 25	
33	Постановка задачи Коши и теорема Коши.	2	15	2	2		1	1 / 25	
34	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	16	2	2		2	1 / 25	
35	Линейные дифференциальные уравнения со специальной правой частью.	2	17	2	2		1		Рейтинг-контроль №3
36	Решение прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений.	2	18	2	2		2	1 / 25	
<i>Итого за II семестр</i>				36	36		27	15 / 21	экзамен (45)
Всего				72	108		54	38 / 21	экзамен (90)

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

5.1. Активные и интерактивные формы обучения

С целью формирования и развития профессиональных навыков студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой (контрольные аудиторские работы, индивидуальные домашние работы):

1. Лекционно-семинарская система обучения (традиционные лекционные и практические занятия);
2. Применение мультимедиа технологий (проведение лекционных и практических занятий с применением компьютерных презентаций и демонстрационных роликов с помощью проектора или ЭВМ);
3. Технология развития критического мышления (прививание студентам навыков критической оценки предлагаемых решений);
4. Информационно-коммуникационные технологии (применение информационных технологий для мониторинга текущей успеваемости студентов и контроля знаний).

Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 81 час (48 %).

5.2. Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, оформление отчетов по лабораторным работам и подготовка к их защите, составление конспекта лекций по предложенным темам. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных задач, подготовка и отчет по типовым расчетам.

5.3. Мультимедийные технологии обучения

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийных аудиториях университета. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов, при выполнении контрольных работ.

5.4. Лекции приглашенных специалистов

В рамках учебного курса «Математика» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

5.5. Рейтинговая система обучения

Рейтинг-контроль проводится три раза в семестр. Он предполагает оценку суммарных баллов по следующим составляющим: баллы по контрольным работам, качество выполнения типового расчета и за активное участие на занятиях.

**6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ
ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

6.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Текущий контроль знаний, согласно «Положению о рейтинговой системе комплексной оценки знаний студентов в ВлГУ» в рамках изучения дисциплины «Высшая математика» предполагает выполнение контрольных работ, типовых расчётов.

I СЕМЕСТР

**Контрольная работа к рейтинг-контролю №1
Контрольная работа №1 «Линейная алгебра»**

Вариант 1

1. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \end{cases}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -3 & -7 \\ -9 & -6 & 4 \\ 5 & 7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x - 2y - 5z = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 8 \end{cases}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 3x - 2y - 5z = 10 \\ 2x + 3y - 4z = 15 \end{cases}$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа к рейтинг-контролю №2
Контрольная работа №2 «Введение в математический анализ»

Вариант 1

- Дана числовая последовательность $\{x_n\}$, где $x_n = \frac{3n^3 + 2}{4n^3 - 1}$. Требуется:
 - исследовать $\{x_n\}$ на монотонность;
 - найти $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$;
 - указать натуральное число $N(\varepsilon)$ такое, начиная с которого $|x_n - a| < \varepsilon$.
- Вычислить предел числовой последовательности:
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)})$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$.
- Вычислить пределы функций:
 - $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{e^{5x} - 1}$;
 - $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.
- Вычислить пределы функций:
 - $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{(e^{3x} - 1)^2}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x / 2)}{1 - \sqrt{x}}$;
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2)^{1/\ln(1+3x^2)}$.

Контрольная работа к рейтинг-контролю №3
Контрольная работа №3 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

- $y = \sqrt[4]{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}}$, $y'(x) = ?$ $y = \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$, $y'(x) = ?$
- $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$, $y_x = ?$
- $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$, $y'(x) = ?$
- $y = e^{-\cos^2\left(1 - \frac{1}{x}\right)}$, $dy = ?$
- Найти предел, используя правило Лопиталя, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$.
- Исследовать функцию $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ на экстремум.

II СЕМЕСТР

Контрольная работа к рейтинг-контролю №1

Контрольная работа №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1

1. Найти дифференциал второго порядка от функции $z = \frac{1}{2(x^2 + y^2)}$.
2. Найти частные производные первого порядка, если $x + y + z = e^z$.
3. Вычислить приближенно $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$.
4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$.
6. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ в точке $M\left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right)$.

Контрольная работа к рейтинг-контролю №2

Контрольная работа №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл $\int_{\ln 3}^0 \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, y = x, y = 2x$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах $r = 4 \cos 4\varphi$.
4. Найти длину дуги линии $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.
5. Найти длину дуги $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$.
6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $xy = 4, y = 0, x = 1, x = 4$ вокруг оси Ox .

Контрольная работа к рейтинг-контролю №3

Контрольная работа №3 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $dy = (2x - 1) \operatorname{ctg}(y) dx$
3. Найти частное решение дифференциального уравнения $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3; y(0) = 0$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' \sin x = y \ln y$
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $\sin x \cos y dx = \cos x \sin y dy$
6. Найти частное решение и сделать проверку; пояснить ход решения.
 $y'' + 6y' + 9y = x e^{3x} + 10 \sin x, y(0) = y'(0) = 0$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРС

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Высшая математика» предполагается выполнение типовых расчетов. Типовые расчеты выполняются студентом самостоятельно во внеаудиторное время, три типовых расчета за семестр.

I СЕМЕСТР

Типовой расчет №1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Решить систему уравнений (методом Гаусса, Крамера, матричным методом). Пояснить процесс решения и сделать проверку.

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 3 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 11x + 5y - 2z = 19 \end{cases}$$

2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность. Если система совместна, найти её общее решение.

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + 4t = 4 \\ 2x - 9y + 2z + t = 7 \\ x - 4y - z - 4t + p = 3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + 3y - z - 2t = 1 \\ 2x + 7y - 4z - 3t = 3 \\ x + 4y - 3z - t = 2 \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы линейных уравнений, указать базис пространства решений, установить размерность пространства, выделить частное решение.

$$\begin{cases} 3x + y - 4z + 2t + p = 0 \\ 2x - 2y - 3z - 7t + 2p = 0; \\ x + 11y + 34t - 5p = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 2y - z - 2t + 2p = 0 \\ x - 3y + z - t - p = 0 \\ 2x + 3y + 2z + t + p = 0 \end{cases}$$

4. Дана информация о векторах: $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \{\vec{a} + 3\vec{b}\}$ и $\vec{d} = \{2\vec{a} - \vec{b}\}$, а также величину угла между векторами \vec{c} и \vec{d} . Сделать соответствующий чертеж.
5. Дано: $|\vec{c}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}| = 4$, $|\vec{d}| = |-5\vec{a} + 6\vec{b}| = 5$, $(\vec{c}, \vec{d}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти величину проекции вектора \vec{a} на вектор \vec{b} . Сделать схематический рисунок.
6. При каком значении t векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + t\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (t+1)\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 2t\vec{k}$
а) будут компланарны; б) образуют тетраэдр объемом 5 куб. ед?
7. Даны три вершины трапеции: $A(-1,2)$, $B(3,0)$, $C(2,5)$. Найти координаты ее четвертой вершины D и длину средней линии, если известно, что $AB \parallel CD$ и диагонали перпендикулярны. Сделать чертеж.
8. Найти координаты вектора \vec{b} , компланарного с векторами \vec{i} , \vec{j} , перпендикулярного вектору $\vec{a} = \{4, -3, 5\}$ и имеющего длину $2|a|$.
9. Даны вершины треугольника: $A(7,2)$, $B(1,9)$, $C(-8, -11)$. Вычислить:
а) площадь, углы и периметр треугольника ABC ;
б) расстояние от точки пересечения медиан до стороны AB ;
Сделать рисунок (в системе координат XOY).
10. Даны точки $A(0,4,3)$, $B(4,8,1)$, $C(2,15, -7)$, $D(0,6,4)$.
Доказать, что тетраэдр с вершинами в этих точках существует и рассчитать:
а) объем пирамиды и площадь полной поверхности;
б) длину высоты пирамиды AE и координаты ее основания – точки E .

Типовой расчет №2 «Введение в математический анализ».

1. Последовательность $\{a_n\}$ задана с помощью формулы: $a_n = \frac{n+1}{14-3n}$.

а) вычислить пять первых элементов этой последовательности;

б) исследовать $\{a_n\}$ на монотонность;

в) найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ последовательности;

г) определить, начиная с какого номера N модуль отклонения членов последовательности от величины A не превысит $0,01$;

д) изобразить поведение $\{a_n\}$ графически и указать наименьший и наибольший из элементов a_n (если таковые существуют).

2. Пользуясь определением предела функции в точке, доказать, что: $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$

3. Вычислить пределы последовательностей $\{a_n\}$, указав характер предела – тип неопределенности.

$$a_n = \frac{7n-5}{4-5n-3n^2}; \quad a_n = \left(\frac{2n-1-3n^2}{4-5n-3n^2} \right)^{1-2n}$$

Вычислить предел функции (и указать тип неопределенности), используя теорию бесконечно малых:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\log_2 x} - 2}{\sin(\pi x)}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3)^{\sqrt{x}} - (2)^{\sqrt{x}}}{\pi - \operatorname{arctg}(x)}$$

4. Вычислить предел функции и указать тип неопределенности.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 + 4x + 5)(x^2 + x + 1)}{(x+2)(x^4 + 2x^3 + 7x^2 + x - 1)} = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12} = \frac{3}{4}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1} = -\frac{1}{4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

4. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

5. Дана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) найти точки разрыва, если они существуют; 2) установить скачок функции в точке разрыва; 3) дать схематический чертёж.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

6. Найти корни уравнения $f(x) = 0$ (приблизленно – с точностью до $0,05$) для функции $f(x) = (2)^x - x^3$ методом половинного деления.

Типовой расчет №3 «Производные и исследование функций».

1. Найти производные функций и указать их область определения.

а) $y = \frac{5x-6}{\sqrt{x^2+5x-6}}$; б) $y = \left[3^{\operatorname{arctg}(1-3x)} + \ln \sin \frac{x}{2} \right]^4$;

в) $y = \log_3 \sqrt{\frac{4x^2+1}{1-8x^2}}$; г) $y = \operatorname{arctg}(2x+1) \ln \cos x$.

2. Найти дифференциал функции $y = \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$.

3. Найти производные 1-го и 2-го порядка функции, заданной параметрическими

уравнениями $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$.

4. Найти производную $y'(x)$ неявной функции $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$

5. Проверить, удовлетворяет ли функция $y = \frac{\sin x}{x}$ уравнению $y + xy' = \cos x + 1$.

6. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $\begin{cases} x = \frac{2t+t^2}{1+t^3} \\ y = \frac{2t-t^2}{1+t^3} \end{cases}$ в точке $t = 2$.

7. Найти угол между кривыми $y = \frac{x+1}{x+2}$ и $y = \frac{x^2+4x+8}{16}$.

8. Используя правило Лопиталя, найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$.

9. Исследовать функцию $y = \frac{2x^3}{x^2+1}$ и построить ее график.

10. Найти производную 1-го порядка (с помощью логарифмирования):

$$f(x) = (\sin \sqrt{-x}) \arccos \ln 2x$$

11. Вычислить значение производной 1-го порядка в точке $x_0 = -1$ для функции $y(x)$, заданной неявно, с помощью уравнения $\ln(y^2 + 3x) = x^2 y^3 - 8$ (Значение y_0 , соответствующее данному x_0 , определить из уравнения).

12. Найти производную указанного порядка (с помощью формулы Лейбница) для функции $y(x) = \frac{\log_3 x}{(x+3)^2}$; $y^{(n)} = ?$

13. Вычислить приближенно (с помощью дифференциала функции):

а) $\sin^4 64^\circ$; б) $\sqrt[3]{34}$; в) $\log 13$; г) $\operatorname{arcctg} \sqrt{0,97}$.

Ответ сверить с показаниями калькулятора и оценить погрешность (в %).

14. Составить уравнения касательной и нормали к линии $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ заданной параметрически, в точке, соответствующей значению $t_0 = 0$.

15. Для функции $y = (3x-4)e^{-x-2}$ найти экстремумы и точки перегиба.

16. Найти производную указанного порядка

$$y = \frac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y^{(n)} = ?$$

II СЕМЕСТР

Типовой расчет №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

- Дана функция $f(x, y, z) = z \cdot \ln \frac{z}{x}$. Вычислить значение величины $x \cdot f_{xx} + y \cdot f_{yy} - z \cdot f_{zz}$ в точке $(-1, -1, 1)$.
- Вычислить приближенно (с помощью дифференциала) значение величины:
 - $(2,97) \cdot \sqrt[3]{8,02}$; б) $\log_{1,98} \cos 44^\circ$; в) $\sqrt[4]{6 \cos^2 28^\circ - 2 \cdot 0,98^5 + \arctg 0,03}$.
- Функцию $f(x, y) = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$ исследовать на экстремум.
- Найти наименьшее и наибольшее значение функции $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3$ в области D , ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $x = -1$, $3x + 2y + 1 = 0$. Изобразить область и составить сводную (итоговую) таблицу значений.

Типовой расчет №2 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

- Вычислить неопределенные интегралы.

$$\int \arctg \sqrt{4x-1} dx. \quad \int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$$

- Вычислить определенные интегралы.

$$\int_1^2 x \ln^2 x dx. \quad \int_0^{2\pi} \cos^6(x/4) dx. \quad \int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx. \quad \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = x$, $y = 2x$.
- Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах $r = a \sin 2\varphi$.
- Найти длину дуги линии $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.
- Найти длину дуги $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$.
- Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ вокруг оси Ox .

Типовой расчет №3 «Дифференциальные уравнения».

- Указать тип дифференциального уравнения и найти общее решение или общий интеграл данного уравнения, кратко прокомментировать процесс решения.

$$y' - 2x(x^2 + y); \quad y^2 + x^2y - xy; \quad 3yy'' + (y')^2 = 0.$$

- Определить тип уравнения и решить задачу Коши (найти частное решение).

- $y' - y \cos x = \sin 2x$, $y(0) = -1$; б) $2(y^3 - y + xy)dy = dx$, $y(-2) = 0$;

- Указать вид общего решения уравнения $y'' - 5y' + 4y = f(x)$, если

- $f(x) = 4x$; б) $f(x) = 2xe^{2x}$; в) $f(x) = e^x(x \cos x - \sin x)$.

- Найти частное решение и сделать проверку, пояснить ход решения.

- $y'' + 6y' + 9y = xe^{3x} + 10 \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$;

- $y^v - y^{iv} = xe^x - 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = y''(0) = -1$, $y'''(0) = y^{iv}(0) = 0$;

- Найти частное решение дифференциального уравнения и выполнить проверку:

$$4y'' - 4y' + y = -2 \sin x + x + 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

6.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

I семестр

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и методы вычисления.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса.
3. Операции над матрицами, их свойства. Обратная матрица.
4. Система линейных уравнений в матричной форме.
5. Решение системы при помощи обратной матрицы.
6. Векторное пространство R^3 . Базис, разложение по базису.
7. Декартова система координат на плоскости и в пространстве
8. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
9. Геометрические векторы, операции над ними.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в R^3 и их приложения.
11. Прямая на плоскости, различные виды уравнений.
12. Угол между двумя прямыми.
13. Расстояние от точки до прямой.
14. Прямая и плоскость в пространстве, различные виды уравнений.
15. Взаимное расположение линейных объектов по отношению друг к другу (углы, расстояние и т.д.).
16. Кривые второго порядка на плоскости.
17. Эллипс, гипербола, парабола.
18. Геометрические характеристики кривых.
19. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
20. Алгебраические операции с комплексными числами.

Введение в математический анализ

1. Предел числовой последовательности, свойства пределов.
2. Число e , натуральные логарифмы.
3. Предел функции, свойства пределов.
4. Предельный переход в неравенствах.
5. Первый замечательный предел.
6. Следствия из 1-го и 2-го замечательных пределов.
7. Бесконечно малые, бесконечно большие величины.
8. Таблица эквивалентных бесконечно малых величин.
9. Непрерывность функции в точке и на множестве.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях.
11. Односторонние пределы, классификация точек разрыва.
12. Непрерывность элементарных функций.

Дифференциальное исчисление функций от одной независимой переменной

1. Производные. Свойства производных.
2. Производная сложной и обратной функции.
3. Таблица производных.
4. Геометрические и механические приложения дифференциалов.
5. Производная функции заданной неявно и параметрически.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Локальный экстремум и теорема Ферма.
8. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
9. Исследование на экстремум с помощью производных высших порядков.

10. Наибольшее и наименьшее значение функции.
11. Расположение графика функции относительно касательной (выпуклость, вогнутость).
12. Точки перегиба, необходимый и достаточный признаки.
13. Асимптоты вертикальные и наклонные. Примеры поиска асимптот.
14. Исследование функции. Общая схема построения графика функции.

II семестр

Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных

1. Элементы топологии трёхмерного пространства (окрестность точки, область, граница области и т.д.).
2. Функция нескольких переменных, график функции.
3. Функции, заданные неявно (уравнением).
4. Предел функции нескольких переменных (свойства).
5. Частные производные функции нескольких переменных, дифференциал.
6. Теорема о равенстве смешанных производных.
7. Производная сложной функции. Касательная плоскость, нормаль к поверхности.
8. Экстремумы. Необходимые условия экстремума.
9. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум.
10. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.

Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

1. Первообразная, общие понятия. Таблица интегралов.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Метод интегрирование по частям (различные функции, интегрируемые этим методом).
4. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
5. Рациональные функции, разложение правильной дроби на простейшие.
6. Интегрирование рациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических выражений.
8. Интегрирование иррациональных выражений.
9. Разбиение отрезка, последовательность разбиения, интегральные суммы.
10. Определённый интеграл, теорема о его существовании.
11. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Геометрические и механические приложения определённого интеграла.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения первого порядка (общий интеграл, общее решение, частное решение, интегральная кривая, постановка задачи Коши).
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
3. Методы интегрирования некоторых типов уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными; однородные уравнения; линейные уравнения и уравнения Бернулли; уравнения в полных дифференциалах.
4. Уравнения высших порядков и методы их решения.
5. Различные типы уравнений, допускающие понижения порядка.
6. Линейные уравнения (общие понятия). Определитель Вронского.
7. Фундаментальная система решений. Структура общего решения неоднородного уравнения, принцип суперпозиции.
8. Метод вариации произвольных постоянных для построения общего решения неоднородного уравнения.
9. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью. Разбор различных случаев построения частного решения.
11. Системы линейных дифференциальных уравнений.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер.-М. -ФИЗМАТЛИТ, 2014.- (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-09024.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения.. [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Дубровский, С.И. Кадченко - М.: ФЛИНТА, 2015.- ISBN9785976521971. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976521971.html>.
3. Высшая математика. Том 1 [Электронный ресурс] уч. пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимоз, Ю.А. Хватов.- М.: Проспект, 2015. – ISBN 9785392121625
http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392121625.html.

б) дополнительная литература:

1. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будаков [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М.: БИНОМ, 2015. - ISBN9785996328857
http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785996328857.html
2. Высшая математика в вопросах и ответах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Крицков, под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2014. – ISBN 9785392143726
http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN_9785392143726.html
3. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование. (Полный конспект лекций), 2011.- ISBN9785946666220.
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>.

в) интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru/>
2. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/ALGEBRA.html
3. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/matematika/DIFFERENTIALNIE_URAVNENIYA.html

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- университетские мультимедийные средства;
- оборудование специализированных лабораторий;
- компьютеры со специализированным программным обеспечением (пакеты MAPLE, Mathcard, MatLab).

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС
ВО по направлению **12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»**

Рабочую программу составил: профессор кафедры АиГ И.Ф. Курбыко

Рецензент: доцент кафедры ФАиП, к.ф.-м.н Д.И. Данченко

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры
«Алгебра и геометрия».

Протокол № 04/15 от 15.04 2015 года

Заведующий кафедрой: Н.И. Дубровин.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической
комиссии направления **12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»**

Протокол № 8 от 16.04. 2015 года

Председатель комиссии Л.Т. Сушкова.

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Рабочая программа одобрена на 2016 / 2017 учебный год

Протокол заседания кафедры № 10 от 20.06.16. года

Заведующий кафедрой  Л.Т. Сушкова