

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Владимирский государственный университет
имени Александра и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)



«Утверждаю
Проректор
по учебно-методической работе
А.А. Панфилов
« 06 » 04 2015 г.»

Рабочая программа дисциплины

«Математический анализ»

Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия»

Профиль подготовки «Разработка программно-информационных систем»

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавр, магистр, дипломированный специалист)

Форма обучения

очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Семестр	Трудоёмкость (зач. ед./час)	Лекции (час)	Практические занятия (час)	Лаб. работы (час)	СРС (час)	Форма контроля (экз./зач.)
1	6/216	36	36	-	108	Экзамен (36 ч.)
2	5/180	36	36	-	72	Экзамен (36 ч.)
Итого	11/396	72	72	-	180	Экзамен, экзамен (72 ч.)

Владимир 2015 г.

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

1. Формирование навыков логического мышления.
2. Формирование практических навыков использования математических методов и формул.
3. Ознакомление с основами теоретических знаний по классическим разделам математики.
4. Подготовка в области построения и использования различных математических моделей.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО.

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам базовой части.

Взаимосвязь с другими дисциплинами

Курс «Математический анализ» основывается на знании курса элементарной математики. Полученные знания могут быть использованы во всех без исключения общепрофессиональных дисциплинах.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими *профессиональными компетенциями (ПК)*:

- способностью к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования (ПК-12);
- готовностью к использованию методов и инструментальных средств исследования объектов профессиональной деятельности (ПК-13);
- готовностью обосновать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнение экспериментов по проверке их корректности и эффективности (ПК-14).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной, дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных, обыкновенных дифференциальных уравнений (ПК-12).

Уметь:

- применять теоретические знания при решении математических задач (ПК-13);

– проводить анализ и обработку экспериментальных данных (ПК-14).

Владеть:

– основными приемами решения математических задач (ПК-13).

4. Структура и содержание дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц (396 часов).

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр		Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Объем учебной работы с применением интерактивных методов (в часах/%)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям), форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
		Неделя семестра	Лекции	Семинары	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР				
1	4.1.1.-4.1.2.	1	1	2		2				6		2/50	
2	4.1.3	1	2	2		2				6		2/50	
3	4.1.4.	1	3	2		2				6		2/50	
4	4.1.5.	1	4	2		2				6		2/50	
5	4.1.6.	1	5	2		2				6		2/50	
6	4.1.7.	1	6	2		2		КР №1	6			2/50	Рейтинг-контроль №1
7	4.1.8.	1	7	2		2			6			2/50	
8	4.1.9.	1	8	2		2			6			2/50	
9	4.1.10.	1	9	2		2			6			2/50	
10	4.1.11.	1	10	2		2			6			2/50	
11	4.1.12.	1	11	2		2			6			2/50	
12	4.1.13.	1	12	2		2		КР №2	6			2/50	Рейтинг-контроль №2
13	4.1.14.	1	13	2		2			6			2/50	
14	4.1.15.	1	14	2		2			6			2/50	
15	4.1.16.	1	15	2		2			6			2/50	
16	4.1.17.	1	16	2		2			6			2/50	

17	4.1.18.	1	17	2		2			6		2/50	
18	4.1.19.	1	18	2		2		КР №3	6		2/50	Рейтинг-контроль №3
Всего часов в 1-ом семестре				36		36			108		36/50	Экзамен
1	4.1.20.	2	1	2		2			4		2/50	
2	4.1.21.	2	2	2		2			4		2/50	
3	4.1.22.	2	3	2		2			4		2/50	
4	4.1.23.	2	4	2		2			4		2/50	
5	4.1.24.	2	5	2		2			4		2/50	
6	4.1.25.	2	6	2		2		КР №1	4		2/50	Рейтинг-контроль №1
7	4.1.26.	2	7	2		2			4		2/50	
8	4.1.27.	2	8	2		2			4		2/50	
9	4.1.28.	2	9	2		2			4		2/50	
10	4.1.29.	2	10	2		2			4		2/50	
11	4.1.30.	2	11	2		2			4		2/50	
12	4.1.31.	2	12	2		2		КР №2	4		2/50	Рейтинг-контроль №2
13	4.1.32.	2	13	2		2			4		2/50	
14	4.1.33.	2	14	2		2			4		2/50	
15	4.1.34.	2	15	2		2			4		2/50	
16	4.1.35.	2	16	2		2			4		2/50	
17	4.1.36.	2	17	2		2			4		2/50	
18	4.1.37.	2	18	2		2		КР №3	4		2/50	Рейтинг-контроль №3
Всего часов во 2-ом семестре				36		36			72		36/50	Экзамен
Всего часов				72		72			180		72/50	Экзамен, экзамен

Семестр 1.

Глава "Введение в анализ".

4.1.1. Множества, действительные числа.

Множества, операции над множествами. Натуральные, целые и рациональные числа, их десятичное представление. Действительные числа. Точные грани числовых множеств. Лемма о точной верхней (нижней) грани числового множества.

4.1.2. Предел числовой последовательности.

Метод математической индукции. Бином Ньютона и неравенство Бернулли. Определение предела числовой последовательности, единственность предела. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число e .

4.1.3. Функции, предел функции в точке.

Общее понятие функциональной зависимости, обратная функция, композиция, график. Различные варианты определения предела функции в точке. Сведение предела функции к пределу последовательности. Односторонние пределы. Предел суммы, произведения и частного, предел сложной функции. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

4.1.4. Сравнение бесконечно малых.

Сравнение поведения функций; символы « o », « O », « \sim ». Применение к вычислению пределов. Таблица эквивалентностей. Порядок бесконечно малой, главная часть. Сравнение бесконечно больших.

4.1.5. Непрерывные функции, их свойства.

Непрерывность функции в точке, различные определения. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность элементарных функций.

4.1.6. Непрерывность и точки разрыва монотонных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Точки разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Непрерывность обратной функции. Теорема об обращении в нуль непрерывной на отрезке функции и теорема о промежуточном значении (первая и вторая теоремы Больцано-Коши). Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке функции и теорема о достижении непрерывной на отрезке функции точной верхней и нижней границей (первая и вторая теоремы Вейерштрасса).

Глава “Дифференциальное исчисление функций одной переменной”.

4.1.7. Производная и дифференциал.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический и физический смысл. Дифференциал, его геометрический смысл.

4.1.8. Свойства операции дифференцирования.

Дифференцирование суммы, произведения, частного, композиции и обратной функции. Таблица производных. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница.

4.1.9. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Локальный экстремум, теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Следствия из теоремы Лагранжа.

4.1.10. Правила Лопиталья и формула Тейлора.

Правила Лопиталья. Локальная формула Тейлора, разложение по ней основных элементарных функций. Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме.

4.1.11. Экстремум функций одной переменной.

Признак монотонности функции. Первый достаточный признак экстремума. Исследование на экстремум с помощью производных высшего порядка. Наибольшее и наименьшее значения функции.

4.1.12. Выпуклые функции и точки перегиба.

Определение выпуклой функции. Критерий выпуклости. Точки перегиба, необходимый и достаточные признаки точек перегиба. Общая схема построения графика функции.

Глава “Неопределенный интеграл”.

4.1.13. Первообразная и неопределенный интеграл.

Определение первообразной и неопределенного интеграла, основные свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям.

4.1.14. Интегрирование рациональных функций.

Рациональные функции, правильные и неправильные. Элементарные рациональные функции, их интегрирование. Разложение правильной рациональной функции на элементарные. Метод неопределенных коэффициентов.

4.1.15. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.

Интегрирование дробно-линейных иррациональностей и иррациональностей более общего вида. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей посредством подстановок Эйлера. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций посредством тригонометрических подстановок.

Глава “Определенный интеграл”.

4.1.16. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интеграла Римана. Основные свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Теоремы о среднем значении.

4.1.17. Дифференцирование интеграла.

Дифференцирование по переменному верхнему пределу. Существование первообразной от непрерывной функции. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной под знаком определенного интеграла.

4.1.18. Приложения определенного интеграла.

Общая схема приложения интеграла к вычислению геометрических, механических и физических величин. Вычисление длин дуг, площадей плоских фигур, объемов тел. Площадь поверхности вращения. Вычисление моментов и координат центра тяжести.

4.1.19. Элементарная теория несобственных интегралов.

Несобственный интеграл по бесконечному промежутку, сходимости и расходимости. Критерий Коши. Интегралы от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости. Несобственные интегралы от неограниченных функций.

Семестр 2.

Глава “Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных”.

4.1.20. Функции многих переменных.

Функции многих переменных, поверхности уровня, график. Предел функции в точке по множеству. Непрерывность функции в точке и в области, свойства непрерывных функций.

4.1.21. Частные производные и дифференциал.

Определение частной производной, символика. Частные производные высшего порядка, теорема о смешанных производных. Дифференцируемые функции, дифференциал, его геометрический смысл, связь с частными производными. Дифференциал суммы, произведения, частного и композиции. Производная по направлению, градиент.

4.1.22. Экстремум.

Определение локального экстремума. Необходимый признак экстремума. Достаточный признак экстремума в терминах второго дифференциала. Наименьшее и наибольшее значения функции в области.

4.1.23. неявно заданные функции.

Понятие о функции, заданной неявно. Теорема существования неявной функции в случае одного уравнения и системы уравнений. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно или параметрическими уравнениями.

4.1.24. Условный экстремум.

Понятие об условном экстремуме. Необходимые условия экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума.

Глава “Обыкновенные дифференциальные уравнения”.

4.1.25. Общие понятия (определение дифференциального уравнения, решения, порядка, нормальной формы записи). Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, задача Коши, теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.

4.1.26. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения. Решение однородного линейного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.

4.1.27. Метод вариации постоянных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения. Метод подбора решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.

4.1.28. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения. Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение линейной системы с постоянными коэффициентами.

Глава «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы»

4.1.29. Двойной интеграл: определение, свойства и вычисления.

4.1.30. Замена переменных в двойном интеграле.

4.1.31. Тройной интеграл: определение, свойства и методы вычисления в декартовых координатах.

4.1.32. Замена переменных в тройном интеграле.

4.1.33. Криволинейные интегралы по длине дуги и по координатам.

4.1.34. Независимость криволинейного интеграла второго рода от контура интегрирования.

4.1.35. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.

4.1.36. Приложения кратных и криволинейных интегралов к задачам геометрии и механики.

4.1.37. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формула Стокса. Формула Остроградского. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов.

5. Образовательные технологии.

5.1. Активные и интерактивные формы обучения.

С целью формирования и развития профессиональных навыков у студентов в учебном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной

работой: контрольные аудиторные работы, индивидуальные домашние работы. Объем занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет 34 часа консультационных занятий (вне расписания), контрольные работы 12 часов на практических занятиях (из расчета по 3 контрольные работы в первом и втором семестрах).

5.2. Самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов включает закрепление теоретического материала при подготовке к выполнению контрольных заданий, а также при выполнении индивидуальной домашней работы. Основа самостоятельной работы - изучение литературы по рекомендованным источникам и конспекту лекций, решение выданных преподавателем практики задач.

5.3. Мультимедийные технологии обучения.

Некоторые из лекционных и практических занятий проводятся в виде презентаций в мультимедийной аудитории с использованием компьютерного проектора. Студентам предоставляется компьютерный курс лекций. Компьютерные технологии используются для оформления типовых расчетов.

5.4. Лекции приглашенных специалистов.

В рамках учебного курса «Математический анализ» не предусмотрены встречи с представителями российских и зарубежных университетов.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Комплект оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:

– комплект задач репродуктивного уровня, позволяющих оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы решения).

2. Оценочные средства для контроля самостоятельной работы студентов:

– типовые расчеты для внеаудиторной работы, позволяющие провести процедуру измерения уровня знаний и умений обучающихся.

3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме

– вопросы и задачи для проведения экзамена.

Семестр 1

Рейтинг-контроль №1

Контрольная работа №1 «Введение в анализ»

Вариант 1

1. Вычислить предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$.

3. Вычислить пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{\ln(1+tg^2 3x)}}$.

4. Сравнить бесконечно малую величину $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$ с $\alpha(x) = x$ при $x \rightarrow 0$.

Рейтинг-контроль №2

Контрольная работа №2 «Производная и ее приложения»

Вариант 1

1. $y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+tgx}{1-tgx}}$, $y'(x) - ?$

2. $y = \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$, $y'(x) - ?$

3. $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$ $y_x' - ?$

4. $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln(x^2 + y^2)$, $y_x' - ?$

5. $y = e^{-\cos^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right)}$, $dy - ?$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{1}{3x+2}$ в точке $x_0 = 2$.

7. Исследовать функцию $y = \frac{2x^3}{x^2+1}$ и построить ее график.

Рейтинг-контроль №3

Контрольная работа №3 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1

Найти интегралы:

1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{\ln x dx}{x(1 - \ln^2 x)}$

3. $\int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$

4. $\int (1+2x)e^{2x} dx$

5. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

6. $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$

7. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$

Самостоятельная работа студентов

Типовой расчет №1 «Введение в анализ»

Вариант 1

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n^2}{4+5n^2} = -\frac{3}{5}$.

2. Вычислить предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 \sqrt{n} + \sqrt[5]{32n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt[3]{n^3 - 1}}$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} (\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n^2 - n})$;

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2+4}$;

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$

3. Вычислить пределы функций:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2 3x)}}$$

4. Сравнить бесконечно малую величину $\beta(x) = e^{\sin x} - 1$ с $\alpha(x) = x$ при $x \rightarrow 0$.

Типовой расчет №2 «Производная и ее приложения»

Вариант 1

Найти производные функций:

$$1. y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}$$

$$2. y = x^{2^x} \cdot x^{\frac{1}{2}},$$

$$3. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}$$

$$4. \sqrt{x^2 + y^2} = e^{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}},$$

5. Найти дифференциал функции $y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$ в точке $x_0 = 1$.

7. Исследовать функцию $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$ и построить ее график.

Типовой расчет №3 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1

1. Найти интегралы, используя линейную замену переменной

а) $\int \frac{3dx}{\cos^2(7-5x)}$; б) $\int \frac{3dx}{\sqrt{2x^2-6}}$; в) $\int \frac{dx}{4x^2+12x+25}$; г) $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 5x dx$.

2. Найти интегралы, используя подходящую замену переменной

а) $\int \frac{3x^3 dx}{2x^4-5}$; б) $\int \frac{(x-\sin x)dx}{\sqrt{x^2+2\cos x}}$; в) $\int \frac{(4x+1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$; г) $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{5-9^x}}$.

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям

а) $\int (4x-1)\cos \frac{x}{2} dx$; б) $\int (x^2-4x)e^{-2x} dx$; в) $\int (2x+x^3)\arctg \frac{x}{2} dx$; г) $\int \frac{\ln(2x+9)dx}{(2x+9)^4}$.

4. Найти интегралы от рациональных функций

а) $\int \frac{x^4+3x^3+x^2+21x-24}{(x+4)(x^2+5)} dx$; б) $\int \frac{x^3+31x^2+37x-5}{(x-5)(x+1)^3} dx$.

5. Найти интегралы, сведя их к интегралам от рациональных функций

а) $\int \frac{3e^{2x}-6e^x+4}{e^{2x}-3e^x+2} dx$; б) $\int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}$.

6. Вычислить интеграл с помощью тригонометрической подстановки $\int \sqrt{(25-x^2)^3} dx$

Вопросы к экзамену

1. Множества, операции над множествами.
2. Натуральные, целые и рациональные числа. Иррациональность $\sqrt{2}$. Определение действительного числа.
3. Предел числовой последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
4. Предел суммы, произведения и частного двух сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства и связь между ними.
6. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число e .
7. Функции. Основные понятия. Способы задания. Композиция функций. Элементарные функции.
8. Предел функции в точке. Сведение предела функции к пределу последовательности. Предел сложной функции.
9. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел и следствия из него.
10. Второй замечательный предел и следствия из него.

11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Сравнение бесконечно малых функций. Таблица эквивалентностей.
12. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке: эквивалентные определения.
13. Непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции.
14. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
15. Теорема об обращении в нуль непрерывной на отрезке функции. Метод половинного деления.
16. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции.
17. Теорема об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
18. Теорема о достижении непрерывной на отрезке функции своего наибольшего и наименьшего значений.
19. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
20. Производная и дифференциал функции. Связь между ними. Непрерывность дифференцируемой функции.
21. Уравнение касательной к графику функции. Геометрический смысл производной. Уравнение нормали.
22. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного (с доказательством).
23. Дифференцирование сложной функции.
24. Производная обратной функции. Логарифмическая производная.
25. Таблица производных основных элементарных функций (с доказательством).
26. Производные высших порядков. n -ые производные функций x^α , a^x , e^x , $\ln x$, $\sin x$, $\cos x$.
27. Формула Лейбница n -ой производной произведения двух функций.
28. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
29. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
30. Достаточное условие возрастания или убывания функции. Теорема Ферма.
31. Теорема Ролля.
32. Теорема Лагранжа.
33. Следствия из теоремы Лагранжа: необходимые и достаточные условия постоянства и монотонности функции.
34. Теорема Коши.

35. Первое и второе правила Лопиталья. Раскрытие неопределенностей других видов $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , 0^0 , ∞^0 .
36. Достаточные условия экстремума функции.
37. Выпуклость графика функции.
38. Точки перегиба. Необходимое и достаточные условия точек перегиба.
39. Асимптоты графика функции.
40. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
41. Таблица интегралов элементарных функций.
42. Основные методы интегрирования: внесение под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям.
43. Интегрирование простейших рациональных дробей.
44. Интегрирование рациональных дробей (общий случай).
45. Интегрирование тригонометрических функций вида $\sin^n x \cdot \cos^m x$, где n, m – целые числа.
46. Вычисление интегралов видов:

$$\int R(\sin x, \cos x) dx, \int R(x, \sqrt{a^2 \pm x^2}) dx, \int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx,$$
где $R(x, y)$ – рациональная функция.
47. Интегральные суммы. Определение функции, интегрируемой по Риману. Ограниченность интегрируемой функции. Геометрический смысл определенного интеграла.
48. Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
49. Оценки определенного интеграла.
50. Первая и вторая формулы среднего значения.
51. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
52. Формула Ньютона-Лейбница
53. Интегрирование по частям и замена переменной под знаком определенного интеграла.
54. Площадь криволинейной трапеции.
55. Вычисление площади в полярных координатах.
56. Объем тела вращения.
57. Вычисление длины гладкой кривой. Вычисление площади поверхности вращения.
58. Физические приложения определенного интеграла.

59. Несобственный интеграл первого рода. Критерий Коши и достаточные условия сходимости несобственных интегралов первого рода. Абсолютная и условная сходимости несобственных интегралов.
60. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
61. Замена переменной и интегрирование по частям в несобственном интеграле.

Задачи к экзамену

I. Введение в математический анализ

1. Исходя из определения предела последовательности, доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3}{n^3 - 2} = 2$.

2. Вычислить предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^2}{n^2 + n + 1}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 2})$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n} - 1}{2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3)}$;

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2 - 7}$

3. Вычислить предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1} \cdot \ln 2$;

д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + tg^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+3x^2)}}$.

4. Определить порядок малости бесконечно малой величины $\beta(x) = \sin(\sqrt{1+x} - 1)$ относительно $\alpha(x) = x$ при $x \rightarrow 0$.

5. Исследовать точки разрыва функции и построить схематический чертеж в окрестности исследуемой точки $y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$.

II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. $y = \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}$, $y'(x) = ?$

2. $y = (\cos x)^{\frac{2}{x}}$, $y'(x) = ?$

$$3. \begin{cases} x = \frac{3t}{1+t^3} \\ y = \frac{3t^2}{1+t^3} \end{cases} \quad y_x' = ?$$

$$4. xy + \ln y - 2 \ln x = 0, \quad y_x' = ?$$

$$5. y = e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x), \quad dy = ?$$

6. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{1}{3x+2}$ в точке $x_0 = 2$.

7. Пользуясь формулой Лейбница, найти y'' функции $y = (3-x^2) \cdot 2^{-x}$.

8. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}.$$

9. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{2x^2 + x}{x+1}$.

10. Исследовать функцию $y = \frac{2x-1}{x^2}$ и построить ее график.

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{1}{x}$ на отрезке $[0,01;100]$.

III. Неопределенный интеграл

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx;$$

$$2. \int \frac{(2-x)^2}{2-x^2} dx;$$

$$3. \int \frac{3dx}{\sqrt{x^2+2x+2}};$$

$$4. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{3-5x^8}};$$

$$5. \int \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)};$$

$$6. \int (1+2x)e^{2x} dx;$$

$$7. \int \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

$$8. \int x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx;$$

$$9. \int \frac{dx}{x^4 - x^2};$$

$$10. \int \frac{2x+3}{x^2+3x-10} dx;$$

$$11. \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$12. \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx;$$

13. $\int \cos^5 x dx;$

14. $\int \frac{dx}{2 + \cos x};$

15. $\int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx;$

16. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 9}}.$

IV. Определенный интеграл и его приложения. Несобственный интеграл.

1. Вычислить определенный интеграл:

а) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$; б) $\int_{\ln 3}^0 \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$; в) $\int_1^e \frac{\sqrt[4]{1 + \ln x}}{x} dx$; г) $\int_0^\pi x \sin x dx$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, y = x, y = 2x$; б) $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах:

а) $r = 4 \sin 4\varphi$; б) $r = 2 + \cos \varphi$.

4. Найти длину дуги линии $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.

5. Найти длину дуги $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$.

6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $xy = 4, y = 0, x = 1, x = 4$.7. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x - 2}$.**Семестр 2****Рейтинг-контроль №1**

Контрольная работа № 1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 11. Найти дифференциал второго порядка от функции $z = \ln(x - y)$.2. Дано: $z = x^2 + y^2 + xy$, где $x = \sin t, y = e^t$. Найти $\frac{dz}{dt}$.3. Вычислить приближенно $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$.4. Исследовать на экстремум функцию $z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$.5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$.

6. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 15$ в точке $M(2; -3; 2)$.

Рейтинг-контроль №2

Контрольная работа № 2 «Дифференциальные уравнения»

Решить дифференциальные уравнения:

1) $xy' - y = y^3$.

2) $(x - y)y dx - x^2 dy = 0$.

3) $y = x(y' - x \cos x)$.

4) $xy' - y = y^3$.

5) $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xy dy = 0$.

6) $(1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$.

7) $y'' - 4y' + 4y = x^2$.

Рейтинг-контроль №3

Контрольная работа № 3 «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-6}^2 dx \int_{x^2/4-1}^{2-x} f(x, y) dy$$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, где D – область, ограниченная прямыми $x = 2$, $y = x$ и гиперболой $xy = 1$.

3. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где $D: x^2 + y^2 = 2ax$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.

5. Найти массу пластинки D , заданной неравенствами: $1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 2$, $y \geq 0$, $y \leq \frac{4x}{3}$,

если поверхностная плотность $\mu(x, y) = \frac{27y}{x^5}$.

6. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy dx + (y-x) dy$ вдоль линии $y = x^3$.
7. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y^2 dl$, где L - дуга параболы $y^2 = 8x$ от точки $(1, 2\sqrt{2})$ до точки $(2,4)$.

Самостоятельная работа студентов

Типовой расчет №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1

1. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^{xy}$.
2. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = (2x+1)^2 + y^2$.
3. Найти производную сложной функции $z = \frac{xy}{x-y}$, где $x = uv$, $y = u-v$.
4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали в точке $M_0(4,2,3)$ к поверхности S , заданной неявно уравнением $S: 8x - y - \sqrt{z^2 + 7} - 26 = 0$.
5. Определить наибольшее и наименьшее значения функции $z = (x-1)^2 + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = 2$.
6. Найти производную функции $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точке $M(1,1,1)$ по направлению вектора $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Типовой расчет №2 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:
 - а) $(1 + e^x)y y' = e^x$;
 - б) $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$;
 - в) $xy' + 2y = x^3$;
 - г) $y' + xy = (x-1)e^x y^2$;
2. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:
 - а) $y'' = \sin(3x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 4x$;
 - б) $x^3 y'' - 2x^2 y' = 5$;
 - в) $y'' - 8y' + 12y = 0$;

- г) $y'' + 12y' + 36y = 0$;
- д) $y'' + 5y' = 0$;
- е) $y'' + 9y = 0$;
- ж) $y'' - 6y' + 8y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$;
- з) $y'' - 16y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -4$;
- и) $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x}$;
- к) $y'' - 10y' + 25y = 5x - 1$;
- л) $y'' - 3y' = 9\cos(2x)$.

Типовой расчет №3 «Кратные и криволинейные интегралы»

Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x + 3y) dx dy$, где D – область, ограниченная линиями $x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y = 6$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$.
3. Найти массу пластинки D : $y^2 = 4x$, $x = \frac{1}{4}$, $y = 0$ ($y \geq 0$), если поверхностная плотность $\mu(x, y) = 4x + y^2$.
4. Найти массу пластинки D : $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, $x = 0$, $y = 0$ ($x \geq 0, y \leq 0$), если поверхностная плотность $\mu(x, y) = \frac{2x - 3y}{x^2 + y^2}$.
5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(0,0)}^{(1,4)} axy dx + (by - cx) dy$ вдоль линии $y = 4x^2$.

Вопросы к экзамену

1. Понятие функции нескольких переменных.
2. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных.
3. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных.
Инвариантность формы первого дифференциала.
4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала.
5. Производная по направлению. Градиент.

6. Частные производные высших порядков. Теоремы Шварца и Юнга, следствия из них. Достаточное условие дифференцируемости.
7. Дифференциалы высших порядков.
8. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие локального экстремума функции нескольких переменных.
9. Достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных.
10. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
11. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
12. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Уравнения с разделяющимися переменными.
14. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям
15. Однородные дифференциальные уравнения.
16. Линейные уравнения первого порядка.
17. Уравнение Бернулли.
18. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
19. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения n -го порядка. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами.
21. Линейная зависимость функций и определитель Вронского.
22. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
23. Формула Остроградского-Лиувилля для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
24. Комплексные числа и действия над ними.
25. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение однородного уравнения.
26. Нахождение общего решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка методом вариации произвольных постоянных.
27. Решение линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами с квазимногочленом в правой части.

28. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование системы дифференциальных уравнений.
29. Двойной интеграл: определение, свойства и вычисления.
30. Замена переменных в двойном интеграле.
31. Тройной интеграл: определение, свойства и методы вычисления в декартовых координатах.
32. Замена переменных в тройном интеграле.
33. Криволинейные интегралы по длине дуги и по координатам.
34. Независимость криволинейного интеграла второго рода от контура интегрирования.
35. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.
36. Приложения кратных и криволинейных интегралов к задачам геометрии и механики.
37. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формула Стокса. Формула Остроградского. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов.

Задачи к экзамену

1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Найти дифференциал второго порядка от функции $z = \frac{1}{2(x^2 + y^2)}$.
2. Найти частные производные первого порядка, если $x + y + z = e^z$.
3. Дано: $z = x \cdot \sin v \cdot \cos u$, $v = \ln(x^2 - 1)$, $u = -\sqrt{1 - x^2}$. Найти $\frac{dz}{dx}$.
4. Вычислить приближенно $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt{0,98} - 1)$.
5. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ в области $D: x = 0, y = 0, x + y = -3$.
7. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ в точке $M\left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right)$.

8. Найти производную функции $u = x^2 - xy + y^2 + 2z$ в точке $M(1, 2, 3)$ по направлению градиента функции $v = xyz$ в этой точке.

2. Дифференциальные уравнения.

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а) $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$;

б) $y'\sqrt{x} = \sqrt{y-x} + \sqrt{x}$;

в) $3x^2 - y = y'\sqrt{x^2 + 1}$;

г) $y' - 8x\sqrt{y} = \frac{4xy}{x^2 - 1}$;

2. Решить дифференциальное уравнение $xy''' + y'' = 1 + x$.

3. Найти частное решение уравнения $y'' - y'^2 + y'(y-1) = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2, y'(0) = 2$.

4. Решить дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

а) $y'' - 2y' = e^{2x} + 5$;

б) $y'' + y' - 6y = xe^{2x}$;

в) $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x$.

5. Решить уравнение методом вариации постоянных: $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

№ п/п	Название и выходные данные (автор, вид издания, издательство, издания, количество страниц)	Наличие в электронной библиотеке ВлГУ
1	2	3
Основная литература		
1	Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. - ISBN 978-5-16-005487-2	http://znanium.com/bookread2.php?book=342088
2	Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] : Учеб. для	http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html

	вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4.	
3	Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование; Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-369-01032-7	http://znanium.com/bookread2.php?book=344777
Дополнительная литература		
1	Математический анализ: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 288 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-005488-9	http://znanium.com/bookread2.php?book=342089
2	Долгополова, А.Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу. Ч. 1 : В 2 ч.: учебное пособие / А.Ф. Долгополова, Т.А. Колодяжная. - Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с.	http://znanium.com/bookread2.php?book=514584
3	Гулай, Т.А. Руководство к решению задач по математическому анализу. Ч. 2 [Электронный ресурс] : В 2 ч.: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин. - Ставрополь: Сервисшкола, 2012. - 336 с.	http://znanium.com/bookread2.php?book=514604

7. Материально-техническое обеспечение.

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- кафедральные мультимедийные средства (ауд. 230-3);
- электронные записи лекций;
- оборудование специализированной лаборатории (230-3);
- компьютеры со специализированным программным обеспечением виртуальных приборов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 09.03.04 “ Программная инженерия ” и профилю подготовки бакалавров “ Разработка программно-информационных систем».

Автор: доцент каф. АйГ _____ *Кр* Крашенинникова О.В.

Рецензент: зав. кафедрой «Математика и информатика» Владимирского филиала
Финансового университета _____ *Хр* Хрипунова М.Б.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры и геометрии

Протокол № 04/15 от 03.04.2015г.
Зав. кафедрой _____ *Дубр* Дубровин Н.И.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии направления 09.03.04 “ Программная инженерия ”

Протокол № 7/1 от 6.04.2015г.
Председатель комиссии _____ *Жиг* Жигалов И.Е.

Программа переутверждена:

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____

на _____ учебный год, протокол № _____ от _____

Зав. кафедрой _____