

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по учебно-методической работе

А.А.Панфилов

« 08 » 04 20 15 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Вычислительная математика»

Направление подготовки: **09.03.04 – Программная инженерия**

Профиль подготовки: **Разработка программно-информационных систем**

Уровень высшего образования: **бакалавриат**

Форма обучения: **очная**

Семестр	Трудоемкость зач. ед./ час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	Форма промежуточ- ного контроля (экз./зачет)
4	4 ЗЕТ, 144 ч.	36		18	90	Зачет с оценкой
Итого	4 ЗЕТ, 144 ч.	36		18	90	Зачет с оценкой

Владимир, 2015

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Вычислительная математика» является овладение студентами вычислительными методами, как инструментом численного решения различных математических задач, имеющих прикладной характер. Исходными данными является содержательная задача, и к ней необходимо подобрать наиболее эффективный метод решения. Для вычислителя-практика важную роль играет время решения задачи, удобство обращения к алгоритму, обеспечиваемая точность решения. Эти знания необходимы для дальнейшего успешного решения различных задач математического моделирования, возникающих при исследовании реальных технических, промышленных, экономических, финансовых и других объектов и систем, разработке и управления ими.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Вычислительная математика» является обязательной дисциплиной вариативной части блока Б1-Дисциплины учебного плана. Дисциплина логически, содержательно и методически тесно связана с рядом теоретических дисциплин ОПОП.

Для успешного изучения дисциплины студенты должны быть знакомы с дисциплинами «Информатика и программирование», «Алгебра и геометрия», «Программирование на языках высокого уровня».

Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы студентам для изучения дисциплин «Математическое моделирование графических объектов», «Математическое моделирование программных систем», «Программирование компьютерной графики», выполнения выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины формируются компоненты следующих *профессиональных компетенций* обучающегося:

- способностью к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования (ПК-12);
- готовностью к использованию методов и инструментальных средств исследования объектов профессиональной деятельности (ПК-13).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) *знать*:

- принципы оценки эффективности вычислительных методов и обеспечиваемой ими точности решения (ПК-12, ПК-13);
- теоретические основы численных методов (ПК-12, ПК-13);
- способы реализации вычислительных методов (ПК-12, ПК-13);

2) *уметь*:

- применять универсальные языки программирования для реализации вычислительных методов (ПК-12, ПК-13);
- применять математические программные системы (ПК-12, ПК-13);

3) *владеть*:

- техническими и программными средствами, реализующими современные образовательные технологии (ПК-12, ПК-13).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Объем учебной работы, с применением интерактивных методов (в часах / %)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра), форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Контрольные работы	СРС	КП / КР		
1	ВВЕДЕНИЕ. Цели и задачи дисциплины. Программные средства для вычислительных работ	4	1-2	4					10		Рейтинг-контроль №1 (05,06 недели)
2	Основы теории погрешностей	4	3-5	6		2		10	3 ч. / 38 %		
3	Численные методы линейной алгебры	4	6-8	6		4		10	3 ч. / 30 %		
4	Решение нелинейных уравнений и систем	4	9-11	6		2		10	3 ч. / 38 %		
5	Приближение функций. Интерполяция	4	12-13	4		2		10	2 ч. / 33 %		
6	Приближение функций. Аппроксимация	4	14-15	4		2		10	2 ч. / 33 %		
7	Численное интегрирование	4	16	2		2		10	1 ч. / 25 %		
8	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	4	17	2		2		10	1 ч. / 25 %		
9	Численное дифференцирование	4	18	2		2		10	1 ч. / 25 %		
Всего				36		18		90	16 ч. / 30%		Зачет с оценкой

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе преподавания дисциплины применяются мультимедийные образовательные технологии при чтении лекций и проведении лабораторных занятий, электронное обучение при организации самостоятельной работы студентов, а также рейтинговая система комплексной оценки знаний студентов, включающая результаты текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Для реализации компетентного подхода предлагается интегрировать в учебный процесс интерактивные образовательные технологии, включая информационные и ком-

муникационные технологии (ИКТ), при осуществлении различных видов учебной работы:

- учебную дискуссию;
- электронные средства обучения (слайд-лекции, электронные тренажеры, компьютерные тесты).

Лекционные занятия проводятся в аудиториях, оборудованных компьютерами, электронными проекторами, что позволяет сочетать активные и интерактивные формы проведения занятий. Чтение лекций сопровождается демонстрацией компьютерных слайдов.

Лабораторные работы проводятся в компьютерном классе.

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Для текущего контроля успеваемости предлагается использование рейтинговой системы оценки, которая носит интегрированный характер и учитывает успешность студента в различных видах учебной деятельности, степень сформированности у студента общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Промежуточная аттестация – зачет с оценкой.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в самостоятельном изучении отдельных тем, реализации алгоритмов численного решения математических задач. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится при текущих контрольных мероприятиях, и на промежуточной аттестации по итогам освоения.

Примерный перечень вопросов для текущих контрольных мероприятий

Рейтинг-контроль № 1

1. Сформулируйте определение значащей цифры числа. Приведите примеры.
2. Сформулируйте определение верной цифры числа. Приведите примеры.
3. Что называется абсолютной и относительной погрешностями приближенных чисел?
4. Сформулируйте правила округления приближенных чисел: по дополнению и усечением.
5. Как оцениваются погрешности вычисления значения функции многих переменных?
6. Что называется машинной бесконечностью, машинным нулем и машинным эпсилон?
7. Что характеризуют машинный нуль и машинная бесконечность?
8. Что характеризует машинное эпсилон?
9. Погрешности машинных вычислений: связь с понятиями машинного нуля и машинного эпсилон ε_M
10. Как оценивается абсолютная погрешность корня скалярного уравнения с приближенными коэффициентами?
11. Что понимается под абсолютной и относительной погрешностями приближенного вектора?
12. Как вычисляются векторные нормы?
13. Как вычисляются матричные нормы?
14. Для чего нужны векторные и матричные нормы?
15. Для чего нужно число обусловленности матрицы?
16. Что такое число обусловленности матрицы?
17. Вычисление в MathCAD норм векторов

18. Вычисление в MathCAD норм матриц
19. Вычисление в MathCAD числа обусловленности матрицы
20. Связь числа обусловленности матрицы коэффициентов с достоверностью и точностью решения СЛАУ
21. Оценка точности решения СЛАУ с приближенными значениями матрицы коэффициентов и свободных членов
22. Как оценивается точность решения СЛАУ с приближенными значениями свободных членов?
23. Как оценивается точность решения СЛАУ с приближенными значениями матрицы коэффициентов?

Рейтинг-контроль № 2

24. Дайте определение и примеры прямых методов решения СЛАУ.
25. Дайте определение и примеры итерационных методов решения СЛАУ.
26. Сущность решения СЛАУ методом Гаусса .
27. Использование LU-разложения матрицы для решения СЛАУ.
28. Запишите формулы для нахождения решения после приведения системы к виду $LUx = b$.
29. Для каких систем уравнений применяют метод Холецкого?
30. Использование метода Холецкого для решения СЛАУ.
31. Для каких СЛАУ применяется метод прогонки?
32. Сформулируйте алгоритм метода прогонки.
33. Сущность и расчетная формула метода Якоби.
34. Сущность и расчетная формула метода Зейделя.
35. Расчетная формула стационарного двухслойного метода простой итерации.
36. От чего зависит скорость сходимости метода итераций?
37. При каком условии будет сходиться метод итераций?
38. Как влияет вычислительная ошибка на точность решения системы уравнений методом итераций?
39. Сущность и геометрическая интерпретация метода сканирования решения нелинейных уравнений.
40. Сущность и геометрическая интерпретация метода бисекции решения нелинейных уравнений.
41. Можно ли найти кратный корень с помощью метода бисекции?
42. Сущность и геометрическая интерпретация метода хорд решения нелинейных уравнений.
43. Сущность и геометрическая интерпретация метода Ньютона решения нелинейных уравнений.
44. Модификации метода Ньютона решения нелинейных уравнений.
45. Сущность и геометрическая интерпретация метода секущих решения нелинейных уравнений.
46. Сущность и геометрическая интерпретация комбинированного метода решения нелинейных уравнений.
47. Сущность и геометрическая интерпретация метода параболической аппроксимации решения нелинейных уравнений.
48. Сущность и геометрическая интерпретация метода простой итерации решения нелинейных уравнений.
49. Критерий окончания итераций для метода простой итерации.
50. Оценки количества и «качества» корней при решении алгебраических уравнений.
51. Перечислить методы оценки предельных значений корней алгебраических уравнений и методы уточнения корней алгебраических уравнений.
52. Перечислите методы уточнения корней алгебраических уравнений.

Рейтинг-контроль № 3

53. Сформулируйте постановку задачи приближения функции в широком смысле.
54. Сформулируйте постановку задачи приближения функции по методу интерполяции.
55. Поясните понятие экстраполяции функции.
56. Проблемы интерполяции.
57. Интерполяционные многочлены Лагранжа первой, второй степени.
58. Равноотстоящие узлы интерполяции.
59. Понятие конечных разностей
60. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона.
61. В каком случае применяются разделенные конечные разности при записи интерполяционного многочлена Ньютона?
62. Какие преимущества имеет запись интерполяционного многочлена по формуле Ньютона перед формулой Лагранжа?
63. Использование метода Чебышева для выбора узлов интерполяции.
64. Объясните разницу между глобальной и кусочно-полиномиальной интерполяцией.
65. Дайте определение интерполяционного сплайна m -й степени.
66. Что такое дефект сплайна?
67. Запишите формулу сплайна первой степени с дефектом единица.
68. Постановка задачи приближения функции по методу аппроксимации.
69. Вывод нормальной системы метода наименьших квадратов для полиномиальной регрессии.
70. Запись нормальной системы метода наименьших квадратов для полиномиальной регрессии нулевой, первой и второй степени.
71. Выбор оптимальной степени аппроксимирующего многочлена.
72. Что такое многочлен наилучшего равномерного приближения?
73. Аппроксимация в MathCAD.
74. Геометрическая интерпретация и формулы численного интегрирования методом прямоугольников.
75. Как в методе прямоугольников уменьшить погрешность нахождения интеграла?
76. В каких случаях метод прямоугольников находит применение?
77. Геометрическая интерпретация и формулы численного интегрирования методом трапеций.
78. Как уменьшить в методе трапеций погрешность нахождения интеграла?
79. В каких случаях метод трапеций находит применение?
80. Какой аппроксимирующей заменяется подынтегральная функция в методе Симпсона?
81. Что является решением дифференциального уравнения?
82. Формулы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера и усовершенствованным методом Эйлера.
83. Правило Рунге оценки погрешностей численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
84. Можно ли методом Эйлера решать системы дифференциальных уравнений?
85. Формулы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.
86. Сущность многошаговых методов.
87. За сколько этапов реализуется метод Милна? Что выполняется на каждом этапе?
88. В каких случаях применяется численное дифференцирование?
89. Как получают формулы численного дифференцирования?

90. Частные случаи формул численного дифференцирования при ограничении степени интерполяционного многочлена.
91. Численное и аналитическое дифференцирование в MathCAD.

Примерный перечень вопросов к зачету с оценкой (промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины)

1. Математические пакеты и современные тенденции их развития
2. Сущность численного и символьного решения задач
3. Типы погрешностей, возникающих при численном решении задач.
4. Как в соответствии с принципом Крылова записывается приближенное число?
5. Сформулируйте правила Крылова для выполнения арифметических действий над приближенными числами.
6. Поясните сущность неустойчивых задач
7. Поясните сущность прямой и обратной задачи
8. Поясните сущность корректных и некорректных задач
9. Понятие и вычисление векторных норм.
10. Понятие и вычисление матричных норм.
11. Что понимается под абсолютной и относительной погрешностями приближенных вектора и матрицы?
12. Как оценивается точность решения СЛАУ с приближенными значениями свободных членов, матрицы коэффициентов?
13. Понятие и вычисление числа обусловленности матрицы.
14. Охарактеризуйте связь числа обусловленности матрицы коэффициентов с достоверностью и точностью решения СЛАУ.
15. В чем основное отличие точных и приближенных методов решения систем линейных уравнений?
16. Каким методом лучше всего решать систему уравнений невысокого порядка, например третьего?
17. С какой целью применяют модификацию метода Гаусса - схему частичного выбора?
18. Модификации метода Гаусса, обладающие лучшими вычислительными свойствами.
19. Арифметическая сложность прямых методов решения СЛАУ.
20. Что позволяет определить априорная оценка погрешности решения СЛАУ методом простых итераций?
21. Что позволяет определить апостериорная оценка погрешности решения СЛАУ методом простых итераций?
22. Сформулируйте постановку задачи приближенного решения нелинейного уравнения.
23. Этапы решения нелинейных уравнений.
24. Перечислите методы решения нелинейных уравнений.
25. Особенности решения нелинейных алгебраических уравнений.
26. Непрерывное и дискретное приближение функции.
27. Виды приближений функции.
28. Глобальная и локальная интерполяция.
29. Общий вид интерполяционного многочлена Лагранжа.
30. Интерполяционный многочлен Ньютона.
31. Дайте понятие разделенных разностей (разностных отношений).
32. Кусочно-полиномиальная интерполяция.
33. Сплайн-интерполяция.
34. Разновидности задачи аппроксимации функции.
35. Сущность аппроксимации функций методом наименьших квадратов.

36. Что такое многочлен наилучшего равномерного приближения?
37. Аппроксимация в MathCAD.
38. Сущность численного интегрирования.
39. Определение погрешности численного интегрирования.
40. Численное интегрирование методом Монте-Карло.
41. Поясните постановку задачи численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
42. Одношаговые и многошаговые методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
43. Решение дифференциальных уравнений в MathCAD.
44. Сущность численного дифференцирования
45. Формулы численного дифференцирования
46. Численное и аналитическое дифференцирование в MathCAD.

Примерный перечень заданий для самостоятельной работы студентов

1. Разработать на универсальном языке программирования (Pascal, C, Basic) программу решения СЛАУ методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Привести текст программы и тесты.
2. Разработать на языке MathCAD'a единую функцию решения СЛАУ методом Зейделя. Входные данные: A, b, ε. Выходные данные: вектор неизвестных x. Предусмотреть проверку сходимости. Привести текст программы и тесты.
3. Разработать на универсальном алгоритмическом языке (Pascal, C, Basic) программу решения нелинейного уравнения методом бисекции. Привести текст программы и тесты. Примечание: уравнение $f(x)=0$ взять по своему индивидуальному варианту из практической работы № 7 (задача 7.1).
4. Разработать на универсальном алгоритмическом языке (Pascal, C, Basic) программу интерполяции методом Ньютона с разделенными разностями (по прим. 8.5; R8_ex5.mcd). Привести текст программы и тесты.
5. Разработать на языке MathCAD'a или на универсальном алгоритмическом языке (Pascal, C, Basic) программу аппроксимации методом наименьших квадратов с выбором оптимальной степени аппроксимирующего полинома. Привести текст программы и тесты.
6. Разработать на языке MathCAD'a или на универсальном алгоритмическом языке (Pascal, C, Basic) программу численного интегрирования по различным квадратурным формулам. Привести текст программы и тесты.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Численные методы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.В. Карманова. - 2-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2015. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html>
2. Численные методы [Электронный ресурс] / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - 7-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 635 с. - ISBN 978-5-9963-0802-6. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996308026.html>
3. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чи-жонков. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 240 с.: ил. - ISBN 978-5-9963-2266-4. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996322664.html>

б) дополнительная литература:

1. Кириллова, С.Ю. Вычислительная математика: учеб. пособие / С.Ю. Кириллова ; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим.гос. ун-та, 2009. – 102 с. ISBN 978-5-89368-988-4. — Имеется электронная версия <URL: <http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/1341>>.
2. Дьяконов В. П. Энциклопедия компьютерной алгебры [Электронный ресурс] - М.: ДМК Пресс, 2010. - 1267 с. - ISBN 978-5-94074-490-0. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940744900.html>
3. Горлов, Виктор Николаевич. Методы вычислительной математики для персональных компьютеров. Алгоритмы и программы : учебное пособие / В. Н. Горлов, Н. И. Еркова ; Владимирский государственный университет (ВлГУ) .— Владимир : Владимирский государственный университет (ВлГУ), 2009 .— 147 с. — Имеется электронная версия <URL: <http://e.lib.vlsu.ru:80/handle/123456789/1305>>.
4. Рябенкий, Виктор Соломонович. Введение в вычислительную математику : учебное пособие для вузов по направлению "Прикладная математика и физика" / В. С. Рябенкий .— Изд. 3-е, испр. и доп. — Москва : Физматлит, 2008 .— 284 с. : ил. — (Физтеховский учебник). — ISBN 978-5-9221-0926-0. — Имеется электронная версия <URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109260.html>>.
5. Воскобойников, Юрий Евгеньевич. Регрессионный анализ данных в пакете MathCAD : учебное пособие / Ю. Е. Воскобойников .— Санкт-Петербург : Лань, 2011 .— 224 с. : ил., табл. + 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) .— (Учебники для вузов, Специальная литература) .— Библиогр.: с. 220 .— ISBN 978-5-8114-1096-5.
6. Бахвалов, Николай Сергеевич. Численные методы : учебное пособие для физико-математических специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (МГУ) .— 5-е изд. — Москва : Бином. Лаборатория знаний, 2007 .— 636 с. — (Классический университетский учебник : посвящается 250-летию Московского университета) .— Библиогр.: с. 624-628 .— Предм. указ.: с. 629-632 .— ISBN 5-94774-620-4.

в) периодические издания:

1. Вестник компьютерных и информационных технологий ISSN 1810-7206.

г) интернет-ресурсы

1. <http://www.edu.ru/> – Федеральный портал «Российское образование»
2. <http://window.edu.ru/> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам
3. <http://library.vlsu.ru/> - научная библиотека ВлГУ
4. <https://vlsu.bibliotech.ru> - электронно-библиотечная система ВлГУ
5. <http://ispi.cdo.vlsu.ru/> – учебный сайт кафедры ИСПИ ВлГУ
6. <http://www.studentlibrary.ru/> - электронно-библиотечная система «Консультант Студента»
7. <http://elibrary.ru/> – научная электронная библиотека

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекции проводятся в аудитории кафедры ИСПИ, оборудованной мультимедийным проектором с экраном, с использованием комплекта слайдов (ауд. 410-2, 404а-2, 414-2,).

Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе кафедры ИСПИ, ИВЦ ВлГУ со специализированным программным обеспечением и мультимедийным проектором с экраном (ауд. 404а-2, 414-2, 418-2, 213-3).

Электронные учебные материалы на учебном сайте кафедры ИСПИ ВлГУ.

Доступ в Интернет

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.04 – Программная инженерия, профиль подготовки «Разработка программно-информационных систем».

Рабочую программу составила



к.т.н., доц., проф. каф. ИСПИ
Кириллова С.Ю.

Рецензент



к.т.н., генеральный директор ООО
«Системный подход» Шориков А.В.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ИСПИ

Протокол № 7/1 от 6.04.2015 года

Заведующий кафедрой



Жигалов И.Е.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 09.03.04 - Программная инженерия


Протокол № 7 от 6.04.2015 года


Председатель комиссии



Жигалов И.Е.

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 2016/17 учебный год.
Протокол заседания кафедры № 1 от 29.08.16 года.
Заведующий кафедрой  Митгамов Ч.Э.

Рабочая программа одобрена на 2017/18 учебный год.
Протокол заседания кафедры № 1 от 30.08.17 года.
Заведующий кафедрой  Митгамов Ч.Э.

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год.
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год.
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год.
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год.
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на _____ учебный год.
Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года.
Заведующий кафедрой _____