

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

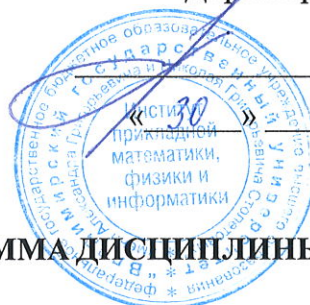
Институт прикладной математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

Хорьков К.С.

08 2021 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

Математические методы в экономике и финансах

(направленность (профиль) подготовки)

г. Владимир

2021

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» — ознакомление с комплексным анализом и его приложениями к задачам математики, физики и техники.

Задачи:

- изучить основные положения теории функций комплексного переменного;
- научиться применять методы комплексного анализа для решения прикладных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части учебного плана.

Пререквизиты дисциплины: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальная геометрия и топология, функциональный анализ

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать основные понятия теории функций комплексного переменного. Уметь применять их для решения прикладных задач. Владеть методами комплексного анализа.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-контролю и промежуточной аттестации
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и	ПК-1.1. Знает основы научной теории и системного мышления, полученные в области	Знать основные понятия теории функций комплексного переменного.	Типовой расчет, контрольные вопросы к рейтинг-

естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	математических и (или) естественных наук, принципы построения и виды архитектуры программного обеспечения. ПК-1.2. Умеет строить схемы причинно-следственных связей, методологии разработки программного обеспечения и технологии программирования. ПК-1.3. Владеет навыками выявления существенных явлений проблемной ситуации, разработки и изменения архитектуры программного обеспечения.	Уметь применять их для решения прикладных задач. Владеть методами комплексного анализа.	контролю и промежуточной аттестации
--	---	--	-------------------------------------

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов

Тематический план форма обучения – очная

№ п/п	Наименование тем и/или разделов/тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа обучающихся с педагогическим работником				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	в форме практической подготовки		
1	Комплексные числа и комплексная плоскость	5	1-2	4	6		5	11	
2	Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная	5	3-4	4	6		5	11	
3	Интеграл функции комплексного переменного	5	5-8	8	12		10	22	Рейтинг-контроль 1
4	Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра	5	9-10	4	6		5	11	
5	Ряды Тейлора. Нули	5	11-12	4	6		5	11	Рейтинг-контроль 2
6	Ряды Лорана. Вычеты	5	13-16	8	12		10	22	
7	Гармонические функции. Конформные отображения	5	17-18	4	6		5	11	Рейтинг-контроль 3
Всего за 5 семестр:				36	54		99		Экзамен (27)
Итого по дисциплине				36	54		99		Экзамен (27)

Содержание лекционных занятий по дисциплине

Раздел 1. Комплексные числа и комплексная плоскость.

Тема 1. Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости.

Комплексные числа. Вещественная и мнимая части. Арифметические операции. Операция сопряжения. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексного числа. Свойства модуля, операции сопряжения и $e^{i\varphi}$. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел. Окружность, открытый и замкнутый круг, кольцо на комплексной плоскости. Окрестность и проколота окрестность точки. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Ограниченные множества. Связные множества. Область, замкнутая область. Граница области. Односвязные и многосвязные области. Непрерывные и кусочно-гладкие кривые. Начало и конец кривой. Замкнутые кривые. Жордановы кривые. Формулировка теоремы Жордана. Внутренность и внешность жорданова контура. Стереографическая проекция. Бесконечно удаленная точка.

Тема 2. Числовые последовательности и ряды.

Числовые последовательности и ряды, их сходимость. Связь с вещественными последовательностями и рядами. Свойства сходящихся последовательностей и рядов. Необходимый признак сходимости. Формула Эйлера.

Раздел 2. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная.

Тема 1. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.

Функция комплексного переменного. Область определения и область значений. Однозначность, многозначность, однолиственность. Геометрический смысл функции комплексного переменного. Вещественная и мнимая части функции. Сложная функция. Обратная функция. Предел функции комплексного переменного. Связь с пределами вещественной и мнимой части. Свойства предела функции. Непрерывность функции комплексного переменного в точке и на множестве. Связь с непрерывностью вещественной и мнимой части. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах.

Тема 2. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.

Производная и дифференцируемость функции в точке. Аналитичность функции в области. Условия Коши-Римана. Следствие. Правила дифференцирования. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Основные элементарные функции.

Раздел 3. Интеграл функции комплексного переменного.

Тема 1. Интеграл функции комплексного переменного.

Интеграл функции комплексного переменного. Формула вычисления интеграла. Свойства интеграла.

Тема 2. Теорема Коши

Теорема Коши и ее обобщения. Независимость интеграла аналитической функции от пути интегрирования. Первообразная функции комплексного переменного. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 3. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля.

Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля.

Тема 4. Производные высших порядков. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры

Производные высших порядков. Интегральные формулы для производных. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры.

Раздел 4. Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра.

Тема 1. Равномерная сходимость.

Равномерная сходимость последовательности функций и функционального ряда в области и на кривой. Семейства функций, зависящих от параметра. Теорема Вейерштрасса. Непрерывность предела и суммы, почленное интегрирование при равномерной сходимости.

Аналитичность суммы равномерно сходящегося функционального ряда. Почленное дифференцирование равномерно сходящегося функционального ряда.

Тема 2. Степенные ряды

Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда.

Раздел 5. Ряды Тейлора. Нули.

Тема 1. Ряды Тейлора.

Ряды Тейлора. Теорема Тейлора. Теорема о степенном ряде как ряде Тейлора своей суммы.

Тема 2. Нули. Теорема единственности

Ноль функции, его порядок. Вид тейлоровского разложения функции в окрестности нуля. Теорема о существовании окрестности нуля аналитической функции, в которой функция не имеет других нулей. Теорема единственности. Следствие.

Раздел 6. Ряды Лорана. Вычеты

Тема 1. Ряды Лорана

Ряды Лорана. Главная и правильная части ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о ряде по целым степеням как ряде Лорана своей суммы.

Тема 2. Изолированные особые точки функции

Изолированные особые точки функции, их классификация. Связь нулей и полюсов. Порядок полюса. Связь типа особой точки с видом лорановского разложения в ее проколотой окрестности. Теорема Сохоцкого.

Тема 3. Вычеты. Теорема о вычетах

Вычеты. Формулы вычисления вычета в полюсе. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вещественных интегралов от тригонометрических дробей на отрезке длины 2π . Вычисление вещественных несобственных интегралов первого рода от рациональных функций. Лемма Жордана.

Тема 4. Принцип аргумента. Теорема Руше

Логарифмическая производная и логарифмический вычет. Теорема о логарифмических вычетах в нулях и полюсах функции. Полное изменение аргумента при обходе контура. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

Раздел 7. Гармонические функции. Конформные отображения

Тема 1. Гармонические функции

Гармонические функции двух вещественных переменных. Связь гармонических функций двух вещественных переменных с аналитическими функциями комплексного переменного. Нахождение мнимой части аналитической функции по заданной вещественной части.

Тема 2. Конформные отображения

Теорема о сохранении области. Конформные отображения и их свойства. Необходимое и достаточное условие конформности отображения. Формулировка теоремы Римана. Гармонические функции при конформном отображении.

Содержание практических занятий по дисциплине

Раздел 1. Комплексные числа и комплексная плоскость

Тема 1. Комплексные числа. Решение задач.

Тема 2. Множества на комплексной плоскости. Решение задач.

Тема 3. Числовые последовательности и ряды. Решение задач.

Раздел 2. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность и производная

Тема 1. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Дифференцирование функции комплексного переменного по вещественным параметрам. Решение задач.

Тема 2. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Решение задач.

Тема 3. Основные элементарные функции комплексного переменного. Решение задач.

Раздел 3. Интеграл функции комплексного переменного

Тема 1. Определение и свойства интеграла функции комплексного переменного. Решение задач.

Тема 2. Формула для вычисления интеграла функции комплексного переменного. Решение задач.

Тема 3. Теорема Коши. Решение задач.

Тема 4. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Решение задач.

Тема 5. Производные высших порядков. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры. Решение задач.

Тема 6. Применение интегральной формулы Коши и формул для производных к вычислению интегралов. Решение задач.

Раздел 4. Функциональные последовательности и ряды. Семейства функций, зависящих от параметра

Тема 1. Функциональные ряды. Решение задач.

Тема 2. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Решение задач

Тема 3. Исследование сходимости степенного ряда на границе области сходимости. Решение задач.

Раздел 5. Ряды Тейлора. Нули

Тема 1. Ряды Тейлора. Решение задач

Тема 2. Разложение функций в ряды Тейлора. Решение задач

Тема 3. Нули. Теорема единственности. Решение задач

Раздел 6. Ряды Лорана. Вычеты.

Тема 1. Ряды Лорана. Решение задач.

Тема 2. Изолированные особые точки функции. Решение задач.

Тема 3. Вычеты. Решение задач.

Тема 4. Теорема о вычетах. Решение задач.

Тема 5. Применение теоремы о вычетах к вычислению вещественных интегралов. Решение задач

Тема 6. Принцип аргумента. Теорема Руше. Решение задач.

Раздел 7. Гармонические функции. Конформные отображения

Тема 1. Гармонические функции. Решение задач.

Тема 2. Конформные отображения. Решение задач.

Тема 3. Задача Дирихле. Формула Пуассона. Решение задач.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

5.1. Текущий контроль успеваемости

Рейтинг-контроль 1

1. Найти значения заданных выражений с комплексными числами.
2. Изобразить заданное множество на комплексной плоскости.
3. Найти точки, в которых заданная функция комплексного переменного дифференцируема.
4. Найти значения параметров, при которых заданные вещественные функции являются вещественной и мнимой частями аналитической функции комплексного переменного.
5. Вычислить заданный интеграл функции комплексного переменного.

Рейтинг-контроль 2

1. Вычислить заданный интеграл с помощью интегральной формулы Коши.
2. Найти область сходимости заданного степенного ряда. Исследовать сходимость на ее границе.
3. Разложить заданную функцию в ряд Тейлора в окрестности заданной точки.

Рейтинг-контроль 3

1. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в заданном кольце.
2. Найти все конечные особые точки заданной функции и вычеты в них.
3. Вычислить интеграл функции комплексного переменного с помощью теоремы о вычетах.
4. Вычислить заданный вещественный интеграл.
5. Выяснить, сколько корней заданного многочлена лежит в заданной области.

5.2. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

Контрольные вопросы к экзамену

1. Комплексные числа. Множества на комплексной плоскости
2. Числовые последовательности и ряды
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность
4. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана
5. Определение и свойства интеграла функции комплексного переменного
6. Теорема Коши
7. Первообразная функции комплексного переменного. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля
9. Производные высших порядков. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры
10. Равномерная сходимость
11. Степенные ряды
12. Ряды Тейлора
13. Нули. Теорема единственности
14. Ряды Лорана
15. Изолированные особые точки функции
16. Вычеты. Теорема о вычетах
17. Применение теоремы о вычетах для вычисления вещественных интегралов
18. Принцип аргумента. Теорема Руше
19. Гармонические функции
20. Конформные отображения

5.3. Самостоятельная работа обучающегося.

Темы самостоятельных работ

1. Найти значения заданных выражений с комплексными числами.
2. Изобразить заданное множество на комплексной плоскости.
3. Найти точки, в которых заданная функция комплексного переменного дифференцируема.
4. Найти значения параметров, при которых заданные вещественные функции являются вещественной и мнимой частями аналитической функции комплексного переменного.
5. Вычислить заданный интеграл функции комплексного переменного.
6. Вычислить заданный интеграл с помощью интегральной формулы Коши.
7. Найти область сходимости заданного степенного ряда. Исследовать сходимость на ее границе.
8. Разложить заданную функцию в ряд Тейлора в окрестности заданной точки.
9. Разложить заданную функцию в ряд Лорана в заданном кольце.

10. Найти все конечные особые точки заданной функции и вычеты в них.
11. Вычислить интеграл функции комплексного переменного с помощью теоремы о вычетах.
12. Вычислить заданный вещественный интеграл.
13. Выяснить, сколько корней заданного многочлена лежит в заданной области.

Самостоятельная работа студента состоит в выполнении заданий типового расчета, оформляемого отдельным отчетом и защищаемого студентом. Методические указания и задания можно найти по ссылке: <http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/6570/1/00707.pdf>.

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Книгообеспеченность

Наименование литературы: автор, название, вид издания, издательство	Год издания	КНИГООБЕСПЕЧЕННОСТЬ	
		Наличие в электронном каталоге ЭБС	
Основная литература			
1. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебник / М. И. Шабунин. Ю. В. Сидоров. - 5-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 303 с. - ISBN 978-5-00101-916-9.	2020	https://znanium.com/catalog/product/1201326	
2. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. — 4-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 365 с. — ISBN 978-5-9963-2658-7.	2015	https://e.lanbook.com/book/70732	
Дополнительная литература			
1. Туганбаев, А. А. Функции комплексного переменного / Туганбаев А. А. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 48 с. - ISBN 978-5-9765-1406-5.	2017	https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976514065.html	
2. Теория и практика конформных отображений : учебное пособие : [16+] / А. Н. Канатников, Е. Е. Красновский, В. Д. Морозова, К. Ю. Федоровский ; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. – Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 88 с. : схем. – ISBN 978-5-7038-3791-7.	2013	https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258502	

6.2. Периодические издания

1. Успехи математических наук, журнал РАН (корпус 3, ауд. 414)

6.3. Интернет-ресурсы

1. <http://window.edu.ru/>
2. <http://www.exponenta.ru/>
3. <http://allmath.com/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа. Практические работы проводятся в лаборатории численных методов (405-3).

Перечень используемого лицензионного программного обеспечения: Microsoft Excel, Maple.

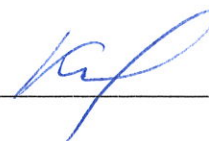
Рабочую программу составил:

к.ф.-м.н., доцент каф. ФАиП Додонов А.Е. _____



Рецензент (представитель работодателя):

заместитель директора по развитию ООО «Баланс» Кожин А.В. _____



Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ФАиП

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Заведующий кафедрой ФАиП к.ф.-м.н., доцент Бурков В.Д. _____



Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании учебно-методической комиссии
направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Протокол № 1 от 30.08.2021 года

Председатель комиссии зав. кафедрой ФАиП Бурков В.Д. _____



**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ
РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа одобрена на 20____ / 20____ учебный года

Протокол заседания кафедры № _____ от _____ года

Заведующий кафедрой _____
